Quintus Icilius.

Schrift und Druck von Fr. Culemann in Hannover.

Experimental-Physik.

Ein

Leitfaden bei Vorträgen

von

Dr. G. von Quintus Icilius

Lehrer an der polytechnischen Schule in Hannover.

Hannover.

Schmorl & von Seefeld.

1855.

Schrift und Druck von Fr. Culemann in Hannover.

Vorrede.

Das Bedürfniss, meinen Schülern einen Leitfaden zur Repetition zu geben, welcher sich den Vorträgen genau anschliesst, hat mich zur Ausarbeitung des vorliegenden Buches veranlasst.

Mein Bestreben war dabei vorzüglich darauf gerichtet, die physikalischen Lehren in ihrem Zusammenhange darzustellen, und den Schülern eine Einsicht in die Methoden zu geben, nach welchen experimentelle Untersuchungen anzustellen sind. Gerade an technischen Lehranstalten, an welchen die meisten Unterrichtsfächer vorzugsweise practische Zwecke verfolgen, scheint es mir eine Aufgabe des naturwissenschaftlichen Unterrichts zu sein, besonders diese Gesichtspunkte im Auge zu behalten, damit die Schüler gewöhnt werden, neben den Anwendungen einzelner Resultate der Wissenschaften diese letztern auch in ihrem Zusammenhange aufzufassen. Auf diesem Wege werden sie gewiss am sichersten in den Stand gesetzt, einzelne Lehren, welche ihnen später für practische Zwecke von besonderer Bedeutung werden, durch eigenes Studium nöthigenfalls genauer kennen zu lernen, als es in den allgemeinen Vorträgen möglich ist. Die practischen Anwendungen sind daher freilich nicht ganz übergangen, aber doch in der Regel nur angedeutet, um so mehr als die wichtigern derselben in besondern Vorträgen gelehrt werden.

Die mathematische Bildung der meisten Schüler, welche an unserer Anstalt die Vorträge über Physik besuchen, erlaubte mir, in der Darstellung häufig einen strenger mathematischen Weg einzuschlagen, als ihn viele der verbreiteteren physikalischen Lehrbücher

verfolgen; doch war die Benutzung der Differential- und Integralrechnung dadurch ausgeschlossen. Meistens habe ich mich daher bemüht, wo es ohne zu grosse Weitläufigkeit möglich war, auf elementar-mathematischem Wege wenigstens einen Ueberblick über den Gang der mathematisch-physikalischen Untersuchungen zu geben und dann die Resultate dieser historisch anzuführen.

Hinsichtlich der äussern Ausstattung schien es mir, da das Buch hauptsächlich neben den Vorträgen benutzt werden soll, die Schüler also die Experimente und Apparate selbst sehen, nicht nothwendig, durch viele Beschreibungen und Abbildungen von letzteren den Umfang und die Kosten zu vermehren, und habe ich mich daher darin auf das Nothwendigste beschränkt.

Sollten andere Lehrer der Physik der Anordnung und der Ausführung dieses Leitfadens beistimmen und dadurch zur Einführung desselben bei ihren Schülern bewogen werden, so würde mir das zu grosser Freude gereichen.

Indem ich somit das Buch der Oeffentlichkeit übergebe, kann ich es nicht unterlassen, zugleich ein Wort des Dankes meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Weber in Göttingen, auszusprechen, von dessen belebendem persönlichen und schriftlichen Unterrichte dieses Buch, wie ich hoffe, ein vielfältiges Zeugniss abgeben wird.

Hannover, im März 1855.

G. v. Quintus Icilius.

Einleitung.

§. 1.

Die mannichfaltigen und wechselnden Empfindungen, welche der Mensch durch seine Sinne fortwährend erfährt, rufen unwillkürlich die Vorstellung der Natur, d. h. einer Gesammtheit ausser ihm existirender, aber mit ihm und unter einander in den verschiedensten Beziehungen stehender Dinge hervor. Unbewusst bilden wir uns fast bei jeder Empfindung den Begriff irgend eines äussern Dinges, das wir als die Ursache derselben betrachten; ja sogar so unmerklich geht diese Begriffsbildung vor sich, dass wir uns in der Regel der Empfindung als solcher gar nicht bewusst werden, sondern die Dinge selbst wahrzunehmen meinen.

In ähnlicher Weise setzen wir auch, wenn wir einen Zusammenhang zwischen verschiedenen Empfindungen wahrnehmen, einen Zusammenhang zwischen den äussern sie hervorbringenden Dingen voraus, wir bilden unsere Begriffe von diesen und den Beziehungen, in denen sie zu uns stehen, so, dass der Zusammenhang unserer Empfindungen als eine nothwendige oder zulässige Folge derselben erscheint.

Häufig geben aber verschiedene Sinneswahrnehmungen oder Erscheinungen Gelegenheit zur Bildung verschiedener Begriffe von denselben Dingen, die z. Th. mit einander oder mit andern schon gebildeten Begriffen im Widerspruche stehen. Dadurch entsteht das Bedürfniss der Naturwissenschaft oder einer Wissenschaft, deren Ziel es ist, ein in sich zusammenhängendes, keine Widersprüche enthaltendes Begriffssystem von der gesammten Natur zu bilden.

Die Erscheinungen aber, welche uns diese darbietet, sind so mannichfaltig und können von so verschiedenen Gesichtspunkten aus aufgefasst werden, dass die Naturwissenschaft sich nothwendig in mehrere Zweige oder Disciplinen spalten muss, von denen jede auf einem abgesonderten Gebiete für sich auf den allgemeinen Zweck hinzuarbeiten hat.

Zu einer solchen Theilung giebt uns einerseits die Natur selbst darin eine Anleitung, dass die einzelnen Gegenstände derselben sich in zwei Classen, organische und unorganische, gruppiren lassen. Die erstern zeigen sich aus verschiedenen Theilen, Organen, zusammengesetzt, von denen jeder einzelne zu besondern, für die Erhaltung und Umbildung des Ganzen erforderlichen Zwecken dient, aber diese Zwecke nur im Zusammenhange mit dem Ganzen erfüllen kann, während zugleich dieses einen bestimmten Cyclus allmähliger Entwickelung und Absterbens durchläuft; bei den unorganischen nehmen wir eine solche Zusammensetzung und Umbildung nicht wahr.

Andererseits aber führt auch die Betrachtungsweise der Natur eine Theilung herbei. Einige Disciplinen, die beschreibenden, beschäftigen sich mit der Auffindung und Vergleichung der Merkmale der verschiedenen Naturgegenstände und der Classification derselben, andere betrachten die einzelnen Gegenstände in ihrem Verhältniss als Theile der ganzen Natur, ihrer räumlichen und zeitlichen Anordnung nach, und verfolgen die dadurch bedingten Erscheinungen; wieder ein anderer Theil endlich, die Naturlehre, untersucht die Beziehungen zwischen den verschiedenen Gegenständen, durch welche sie auf einander verändernd einwirken, die Bedingungen, unter welchen solche Einwirkungen stattfinden, und die Gesetze, nach welchen sie sich richten. Sie hat daher zum Zweck, ein solches Begriffssystem von der Natur zu bilden, wodurch wir in den Stand gesetzt werden, aus irgend einer stattfindenden Erscheinung eine oder mehrere durch sie bedingte vorauszusagen.

Die Naturlehre im engern Sinne des Wortes beschränkt sich dabei fast ganz auf die unorganische Natur, wovon sie nur da eine Ausnahme macht, wo es sich um die Einwirkungen der Natur auf unsere eigenen Organe handelt und daher auch diese in die Betrachtung hineingezogen werden müssen.

Sie zerfällt in zwei Theile, die Chemie und Physik, welche freilich nicht immer ganz scharf von einander gesondert werden können. Der Unterschied zwischen ihnen lässt sich kurz, wenn auch nicht ganz genau, so aussprechen, dass die Chemie diejenigen Einwirkungen der Naturgegenstände auf einander betrachtet, bei welchen diese ihrem ganzen Wesen nach verändert werden, während die Physik diejenigen Erscheinungen untersucht, welche auch ohne eine solche Umwandlung der Gegenstände, an welchen sie sich zeigen, hervortreten.

§. 2.

Unsere sinnlichen Wahrnehmungen sind auf das Innigste an die Vorstellungen des Raumes und der Zeit geknüpft; oder genauer gesprochen, sie finden in der Weise statt, dass wir den sie hervorbringenden Dingen gewisse Verhältnisse des Nebeneinanderbestehens oder des Raumes, und des Nacheinanderfolgens oder der Zeit zuschreiben. Um diese Verhältnisse bei den verschiedenen Erscheinungen auffassen, und sie mit einander vergleichen zu

können, bedürfen wir bestimmter Einheiten oder Maasse. Für die räumlichen Verhältnisse ist dazu die Länge einer bestimmten geraden Linie nothwendig und nach geometrischen Sätzen ausreichend; zur Erleichterung dient es aber neben dem Längenmaass noch ein Maass für Winkel oder Richtungsverschiedenheiten zu haben; für die zeitlichen wird ein bestimmter Zeitabschnitt erfordert; alle diese Maasse können natürlich willkürlich gewählt werden.

Hinsichtlich des Längenmaasses sind sehr verschiedene Einheiten gebräuchlich. Nach dem sogenannten metrischen oder neufranzösischen System ist das Meter die Einheit; es sollte dieses eigentlich $\frac{1}{40000000}$ der Länge eines durch die Pole der Erde gelegten grössten Kreises sein, wofür aber in Wahrheit eine etwas andere, aber an einem Normalstabe genau fixirte Länge gesetzt ist. Es wird eingetheilt in

1 Meter = 10 Decimeter = 100 Centimeter = 1000 Millimeter.

Bei physikalischen Messungen dient gewöhnlich das Millimeter als Einheit. Für sehr grosse Entfernungen ist die Einheit das Kilometer oder eine Länge von 1000 Metern.

Zur Vergleichung mit andern Maassen dienen folgende Angaben. Es ist die Länge eines Meters

in Pariser Fussen	= 3,07844,
in Londoner Fussen	= 3,280885,
in Rheinischen Fussen . . .	= 3,186199,
in Wiener Fussen	= 3,163532,
in Hannoverschen Fussen . .	= 3,423547,

Jeder Fuss wird in 12 Zoll und jeder Zoll in 12 Linien getheilt. Ferner ist die Länge eines Kilometers

in Französischen Lieues . . .	= 0,225,
in Englischen Meilen	= 0,621382,
in Seemeilen	= 0,54,
in geographischen Meilen . .	= 0,135.

Das Maass für Winkel ist ein Grad, oder der Winkel zwischen zwei nach den Endpunkten des 360sten Theils eines Kreisumfanges gezogenen Radien; jeder Grad wird in 60 Minuten, jede Minute in 60 Secunden getheilt, häufig indess dient auch der der Längeneinheit auf dem Umfange eines Kreises, dessen Radius ebenfalls der Längeneinheit gleich ist, entsprechende Centriwinkel als Winkelmaass, welches aber, wie die Geometrie lehrt, leicht auf das erstere Maass zurückgeführt werden kann.

Das Zeitmaass wird allgemein aus der Länge des Tages entnommen; es ist nämlich

1 Tag = 24 Stunden = 24 . 60 = 1440 Minuten = 24 . 60 . 60 = 86400 Secunden.

Die Secunde dient in der Physik meistens als Zeiteinheit.

§. 3.

Aus den Begriffen des Raumes und der Zeit wird, wie die reine Mechanik lehrt, der Begriff der Bewegung abgeleitet. Wegen der häufigen Anwendung der Bewegungslehre in der Physik müssen die wichtigsten Grundbegriffe derselben hier kurz erwähnt werden.

Die Stelle, welche irgend Etwas, wofür wir einen mathematischen Punkt z. B. annehmen können, im Raume entweder absolut genommen, oder in Bezug auf bestimmte andere Punkte einnimmt, heisst sein absoluter oder relativer Ort. Hat ein Punkt in aufeinanderfolgenden Zeitmomenten denselben Ort, so befindet er sich in Ruhe; erhält er nach und nach andere, so ist er in Bewegung begriffen. Die Begriffe der Ruhe und Bewegung können absolut oder relativ gefasst werden, je nachdem sie sich auf absolute oder relative Orte beziehen.

Der Zusammenhang der sämmtlichen Orte, welche bei einer Bewegung durchlaufen werden, heisst der Weg. Werden bei einer Bewegung in gleichen Zeiten immer gleich lange Wege beschrieben, so nennt man die Bewegung gleichförmig, im andern Falle ungleichförmig, und zwar beschleunigt oder verzögert, je nachdem die in den aufeinanderfolgenden Zeiträumen beschriebenen Wege nach und nach grösser oder kleiner werden.

Bei einer gleichförmigen Bewegung stehen die Zahlen, welche den in einem bestimmten Momente seit Anfang der Bewegung beschriebenen Weg s, und die während derselben verflossene Zeit t, jede dieser Grössen nach ihrer eigenen Einheit gemessen, darstellen, in einem constanten Verhältnisse, $v = \frac{s}{t}$, welches man die Geschwindigkeit nennt. Die absolute Einheit der Geschwindigkeiten ist diejenige, bei welcher in der Zeiteinheit, also in einer Secunde, ein Weg gleich der Längeneinheit, also ein Millimeter, beschrieben wird.

Bei ungleichförmigen Bewegungen kann in diesem Sinne von einer Geschwindigkeit nicht die Rede sein, weil die Bewegung in jedem Augenblicke eine andere ist. Allein wenn in irgend einem Augenblicke eine solche Bewegung aufhörte sich zu ändern, also in eine gleichförmige überginge, so würde die Geschwindigkeit dieser angegeben werden können. Bei einer ungleichförmigen Bewegung versteht man daher unter der Geschwindigkeit in einem bestimmten Momente diejenige, welche nach dem obigen Begriffe der Bewegung beigelegt werden müsste, wenn sie von diesem Momente an aufhörte sich zu ändern. Die Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung ist also in jedem Momente derselben verschieden.

Ist eine Bewegung so beschaffen, dass die Geschwindigkeitsänderung Δv in einer gegebenen Zeit Δt, dieser selbst proportional, also das Verhältniss $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ eine constante Zahl ist, so nennt man sie gleichförmig oder verzögert, je nachdem die Geschwindigkeiten wachsen oder abnehmen, d. h. je

nachdem das Verhältniss $\frac{\Delta v}{\Delta t} = w$ positiv oder negativ ist. Man nennt dieses Verhältniss die Beschleunigung, und es ist offenbar die Einheit der Beschleunigungen diejenige, welche einer gleichförmig beschleunigten oder verzögerten Bewegung zukommt, bei welcher die Geschwindigkeit in der Zeiteinheit um die Geschwindigkeitseinheit zu oder abnimmt.

Bei ungleichförmig beschleunigten oder verzögerten Bewegungen lässt sich wiederum von einer Beschleunigung in dem eben angegebenen Sinne nicht unmittelbar sprechen. Allein wie man unter der Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung in einem bestimmten Momente diejenige versteht, welche derselben zukommen würde, wenn sie von diesem Momente an gleichförmig würde, so nennt man auch Beschleunigung einer ungleichförmig beschleunigten oder verzögerten Bewegung in einem bestimmten Momente diejenige, welche stattfinden würde, wenn von diesem Momente an die Geschwindigkeit sich der Zeit proportional ändern würde.

Es ist daher die Beschleunigung bei den letzten Arten von Bewegungen eine veränderliche.

§. 4.

Insofern wir die Naturerscheinungen dadurch hervorgebracht annehmen, dass die Naturgegenstände sich gegenseitig in Bewegung setzen und überhaupt auf einander verändernd einwirken, schreiben wir diesen letztern Kräfte und Materialität zu, indem wir unter Kraft die Fähigkeit eines Gegenstandes verstehen, vermöge der er auf einen andern bewegend oder verändernd einwirken kann, und durch Materie den mit Kräften ausgestatteten Raum bezeichnen. In der Geometrie werden die räumlichen Grössen nur als solche betrachtet, und ebenso in der reinen Mechanik nur die Bewegungen räumlicher Grössen an sich; diese Wissenschaften können daher von ihren Grundbegriffen ausgehend durch blosse Verstandesoperationen sich aufbauen. Die Naturlehre dagegen betrachtet nur solche räumlichen Grössen, welche mit Kräften begabt, also materiell sind, und auch die Bewegungen derselben nur insofern, als sie zur Auffindung der Kräfte dienen, welche wir der Materie beilegen müssen, um daraus die Erscheinungen abzuleiten. Wir können also das vorher bezeichnete Ziel derselben anders so aussprechen, dass sie ein vollständiges Begriffssystem von der Materie und deren Kräften aufstellen soll, wobei der Chemie mehr die Betrachtung der Materien, der Physik mehr die der Kräfte zufällt.

§. 5.

Es ergiebt sich hieraus nun, dass die Methode der Physik wesentlich verschieden von der jener beiden mathematischen Disciplinen sein muss. Von der Beobachtung der Erscheinungen müssen wir nothwendig ausgehen, um die

physikalischen Begriffe zu bilden. Aus den beobachteten Erscheinungen müssen wir zu errathen suchen, welche Kräfte dieselben hervorbringen konnten, wir müssen über diese eine Vermuthung oder Hypothese aufstellen. Aber die so gewonnenen Vorstellungen werden dann noch der Bestätigung und Berichtigung bedürfen, indem es oft möglich ist, sehr verschiedene Vorstellungen aus einer Erscheinung abzuleiten. Um daher diese zu gewinnen, werden wir aus der gebildeten Hypothese Folgerungen ableiten über andere Erscheinungen, die unter gewissen Bedingungen eintreten müssen, falls die Hypothese richtig ist; wir müssen diese Bedingungen hervorzurufen suchen, d. h. wir müssen Versuche oder Experimente anstellen und sehen, ob die vorausgesagten Erscheinungen wirklich eintreten oder nicht. Im letztern Falle ist die Hypothese jedenfalls zu verwerfen, im erstern kann sie vorläufig bestehen bleiben, und wird weitern Versuchen zu unterwerfen sein.

Indem wir nun verschiedene Classen von Erscheinungen in dieser Art betrachten, werden wir aus jeder derselben eine oder mehrere Hypothesen ableiten. Jede derselben kann für ihren Kreis von Erscheinungen zulässig sein, aber doch können die verschiedenen Hypothesen mit einander in Widerspruch treten. Dann beginnt ein zweites Stadium der physikalischen Untersuchung, nämlich die einzelnen Hypothesen so umzuändern, dass sie noch für den besondern Kreis von Erscheinungen, für welche sie zunächst aufgestellt waren, gültig bleiben, aber doch unter einander in Harmonie treten, so dass zwei anfänglich getrennte Classen von Erscheinungen nun in eine einzige zusammengezogen werden.

So lange das Ziel der Physik nicht vollständig erreicht ist, so lange werden also noch verschiedene Gebiete, jedes mit besondern Hypothesen, darin bestehen; je weiter sie aber fortschreitet, um so geringer wird die Zahl dieser einzelnen Gebiete werden. Aber es ist klar, dass an eine Verschmelzung verschiedener Gebiete erst dann gedacht werden kann, wenn jedes derselben wenigstens bis zu einem gewissen Grade der Vollständigkeit hin für sich ausgebildet ist.

Erster Abschnitt.

Von der Schwere.

Erstes Capitel.

Vom Falle der Körper.

§. 1.

Eine Erscheinung, welche wir an den meisten Naturgegenständen häufig beobachten, ist die, dass sie, wenn sie nicht durch andere unterstützt oder gehalten werden, zur Erde fallen. Suchen wir sie dadurch am Fallen zu verhindern, dass wir einen Theil unseres Körpers unter dieselben bringen, oder sie mit der Hand festhalten, so fühlen wir ihr Bestreben, zur Erde zu fallen, an dem Drucke, den sie auf uns ausüben, oder der Anstrengung, die wir machen müssen, um das Fallen zu verhindern.

Alle Gegenstände, welche diese Eigenschaft haben, nennen wir physische Körper, und die Materien, aus welchen die physischen Körper bestehen, schwere oder ponderabele Materien; endlich die Ursache dieser Erscheinung oder die Kraft, welche einen nicht unterstützten oder gehaltenen Körper in Bewegung zur Erde setzt, bezeichnen wir kurz durch Schwere.

Wenn wir verschiedene Körper aufheben, oder halten, so dass sie nicht zur Erde fallen können, so bemerken wir sehr leicht, dass wir dazu einer verschieden starken Anstrengung bedürfen, oder dass sie einen ungleichen Druck ausüben; wir bezeichnen dieses dadurch, dass wir dem Körper, welcher einen stärkeren Druck als ein anderer ausübt, ein grösseres Gewicht als diesem zuschreiben. Unter dem Gewichte eines Körpers verstehen wir also den Grad, in welchem sich bei ihm das Bestreben, zur Erde zu fallen, zeigt.

§. 2.

Befestigen wir einen kleinen Körper von beträchtlichem Gewichte, z. B. eine Bleikugel, an dem einen Ende eines biegsamen Fadens, dessen anderes

Ende an irgend einen feststehenden Gegenstand geknüpft ist, während der übrige Faden und die daran befestigte Kugel frei gelassen wird, so wird der Faden nach einer bestimmten Richtung geradlinig gespannt, an deren unterm der Erde zunächst liegenden Ende sich die Kugel befindet. Eine solche Vorrichtung heisst ein Loth, Pendel oder Senkel. Wird dasselbe auf irgend eine Weise aus seiner Stellung abgelenkt, und dann wieder frei gelassen, so kehrt es nach verschiedenen Bewegungen endlich immer in jene Stellung wieder zurück, oder wenn es in Ruhe gekommen ist, so befindet es sich wieder in jener Lage.

Offenbar rührt dieses davon her, dass die Schwere die Kugel zwingt, sich der Erde so weit als möglich zu nähern, der Faden aber derselben nur gestattet, sich bis um die Länge desselben von dem Befestigungspunkte zu entfernen. Wir dürfen also erwarten, dass, wenn der Faden plötzlich durchschnitten wird, die Kugel in der Richtung des Pendels nun zur Erde fallen wird, und dieses findet in der That statt. Die Richtung des Pendels giebt uns also diejenige an, in welcher ein freigelassener Körper zur Erde fällt.

Wir nennen diese Richtung die verticale oder senkrechte, an der wir ein oberes und ein unteres Ende unterscheiden, und jede gegen diese rechtwinklig gezogene gerade Linie oder Ebene eine horizontale oder wagrechte Linie oder Ebene. Die letztere ist daher durch die erstere gegeben, und diese wird durch das Senkel gefunden.

In einer horizontalen Ebene oder dem Horizonte bestimmen wir verschiedene Richtungen, durch die Winkel, welche dieselben mit einer bestimmten Linie machen; als solche nimmt man meistens den Durchschnitt des Horizontes mit dem geographischen oder astronomischen Meridian an, d. h. einer senkrechten Ebene, in welcher sich der Mittelpunkt der Sonne zur Zeit ihrer höchsten täglichen Erhebung über dem Horizonte befindet. Bekanntlich fixirt man so die Richtungen nach Norden und Süden, und die darauf senkrechten nach Osten und Westen.

Auf diese Weise erhalten wir an jedem Orte drei auf einander rechtwinklige Coordinatenachsen, auf welche alle räumlichen Grössen bezogen werden können.

Hängen wir zwei Pendel neben einander auf, und messen wir ihre horizontalen Entfernungen von einander in verschiedenen Höhen, so finden wir immer dieselbe Entfernung. Daraus folgt also, dass die Richtung der Schwere an zwei neben einander liegenden Punkten als merklich parallel angesehen werden kann.

§. 3.

Wenn zwei Körper A und B an den beiden Endpunkten eines dünnen, aber hinlänglich starken biegsamen Fadens befestigt und mittelst dieses aufgehängt werden, indem der Faden über einen festen Gegenstand gelegt wird,

auf welchem er sich leicht nach der einen oder der andern Seite verschieben kann, so kann der eine Körper nur herabsinken, wenn zugleich der andere in die Höhe steigt, und umgekehrt. Indem nun jeder der beiden Körper zu fallen strebt, so wirken auf jeden von ihnen zwei Kräfte, von welchen die eine ihn abwärts, die andere aufwärts treibt. Wenn also beide Körper ein gleich grosses Bestreben zu fallen, d. h. ein gleiches Gewicht, haben, so wird keiner von ihnen fallen können; sie befinden sich dann also in Ruhe oder im Gleichgewicht der beiden auf sie wirkenden Kräfte.

Ist nun dieses der Fall, also das Gewicht von A dem von B gleich, und wird dann mit dem einen von ihnen, z. B. A, noch ein anderer Körper p verbunden, so dass A und p sich nur zusammen bewegen können, so sinkt A herab, und B steigt in die Höhe.

Hierdurch ist wenigstens die Möglichkeit gegeben, die Gewichte verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, und durch Zahlen auszudrücken; indem die Gewichte gleich sind, wenn die Körper in dem erwähnten Versuche in der ihnen willkürlich ertheilten Lage in Ruhe bleiben. Sind aber mehrere Körper gefunden, welche sämmtlich ein gleiches Gewicht p haben, so ist damit auch ein Mittel gegeben, das Gewicht eines andern Körpers B hierauf zurückzuführen, indem man ermittelt, wie viel dieser gleichen Gewichte p an dem einen Ende des Fadens befestigt werden müssen, um dem an dem andern Ende befestigten Körper B das Gleichgewicht zu halten. Ist diese Anzahl $= n$, so ist das Gewicht von B $n$mal so gross, als das jedes einzelnen p.

Die Schwierigkeit, dem Faden über dem festen Gegenstande eine leichte Verschiebbarkeit zu sichern, macht freilich für die wirkliche Vergleichung der Gewichte andere Einrichtungen erforderlich, die wir aber für jetzt noch unberücksichtigt lassen, indem wir uns damit begnügen, dass die Gewichte verschiedener Körper mit einander verglichen werden können.

Die Einheit für Gewichte ist natürlich willkürlich, es würde aber möglich sein, wie wir später sehen werden, die Einführung einer neuen willkürlichen Einheit gänzlich zu ersparen, indess hat man in verschiedenen Maasssystemen verschiedene willkürliche Einheiten gewählt.

Im neufranzösischen System ist die Gewichtseinheit das Gramm, oder das Gewicht eines Cubikcentimeters reinen Wassers (dessen Temperatur $= 0^{\circ}$ ist). Das Gramm wird eingetheilt in

1 Gramm = 10 Decigramm = 100 Centigramm = 1000 Milligramm;

andererseits sind grössere Gewichtseinheiten

1 Kilogramm = 10 Hektogramm = 100 Dekagramm = 1000 Gramm.

Zur Vergleichung mit andern Einheiten dienen folgende Angaben. Es ist ein Kilogramm

in Pariser Pfunden . . . . = 2,04288,
in Englischen Pfunden . . = 2,20463 (avoir du poids),
in Wiener Pfunden . . . . = 1,78568,
in Preussischen Pfunden . = 2,13807,
in Hannoverschen Pfunden = 2,13807.

In der Physik dient gewöhnlich das Milligramm als Gewichtseinheit.

§. 4.

Kehren wir zu dem vorigen Versuche zurück, in welchem ein biegsamer Faden, der an jedem Ende einen Körper trägt, über einem festen Körper, einem horizontalen Glascylinder z. B. oder einer leicht beweglichen Rolle, sich verschieben kann. Sind die Gewichte der beiden Körper, *A* und *B*, einander gleich, so werden sich beide immer in Ruhe befinden; aber in Bewegung gerathen, sobald dem einen, *A* z. B., ein Uebergewicht *p* zugelegt wird. Wird nun dieses, nachdem die Körper dadurch in Bewegung gesetzt sind, wieder abgehoben, so ist der Erfolg verschieden, je nach der Art des Abhebens. Geschieht dieses so, dass dabei die beiden Körper aufgehalten werden, so bleiben sie natürlich nach dem Abheben in Ruhe. Geschieht es aber so, dass sie dabei nicht durch eine äussere Ursache angehalten werden, z. B. dadurch, dass *A* durch einen Ring geht, der das Uebergewicht *p* nicht mit durchlässt, so hört die Bewegung keineswegs auf, vielmehr bewegt sich *A* doch noch abwärts, *B* aufwärts, obwohl auf jeden von ihnen 2 gleiche, nach entgegengesetzten Punkten treibende Kräfte wirken. Wir sehen also, dass 2 gleiche und entgegengesetzt gerichtete, auf einen Körper wirkende Kräfte, wenn der Körper ruht, ihn nicht in Bewegung setzen, wenn er aber in Bewegung begriffen ist, nicht zur Ruhe bringen, und daraus folgt, dass ein in Bewegung versetzter Körper, um zur Ruhe zu gelangen, einer äussern Kraft unterworfen werden muss, dass aber, wenn dieses nicht geschieht, seine Bewegung fortdauert, eben so wie er aus der Ruhe nur dann in Bewegung kommt, wenn irgend eine äussere Kraft ihn dazu bestimmt. Diese Eigenschaft der ponderabeln Materie nennen wir die Trägheit derselben.

Sie giebt sich noch in einem andern Versuche leicht zu erkennen. Wird nämlich ein Loth aus der verticalen Lage durch irgend eine äussere Ursache entfernt, und dann sich selbst überlassen, so sinkt es in jene zurück; aber wenn es in dieser angekommen ist, also die Lage angenommen hat, welche ihm die Schwere anweist, und aus der keine äussere Kraft es zu entfernen strebt, so bleibt es doch nicht in derselben, sondern entfernt sich zunächst nach der entgegengesetzten Seite von ihr, indem es die Ruhelage in derselben Richtung verlässt, in welcher es in dieselbe eingetreten ist.

Den Grund hiervon müssen wir in der Trägheit suchen, vermöge der die durch das Zurücksinken in die Gleichgewichtslage erlangte Bewegung auch nach dem Aufhören der Bewegungsursache noch fortdauert.

§. 5.

Beachten wir die Bewegung eines solchen Pendels noch etwas genauer, so sehen wir, dass, nachdem dasselbe durch die Verticale gegangen ist, die Bewegung nach und nach langsamer wird, und nachdem sie es um eine gewisse Grösse von der Verticalen entfernt hat, sie ihre Richtung umkehrt, es nun wieder in die Verticale zurück und nach der ersten Seite über diese hinaus führt u. s. f. Das Pendel macht auf diese Weise Schwingungen um die Verticale, die es abwechselnd nach der einen und der andern Seite aus derselben entfernen. Ohne die Bewegungen noch im Einzelnen näher zu verfolgen, sehen wir sogleich, dass sie ihren Ursprung der combinirten Wirkung der Schwere und der Trägheit verdanken, indem erstere bei jeder Lage das Pendel in die Verticale zu bringen strebt, die letztere aber wegen der Bewegung, die das Pendel in dieser besitzt, sie aus derselben wieder entfernt, welche Bewegung aber nach und nach erlischt, weil mit der Entfernung aus der Verticalen die Schwere das Pendel in dieselbe zurückzuführen strebt.

Messen wir nun die Entfernungen, bis in welche das Pendel in den aufeinanderfolgenden Schwingungen sich von der Verticalen entfernt, so ergeben sich diese, wenn der Faden hinlänglich lang und dünn ist, und das Lothgewicht ein nicht zu kleines Gewicht hat, aus einer längern Reihe von Schwingungen als merklich gleich.

Da also beim Beginn einer jeden Schwingung die Ablenkung aus der Gleichgewichtslage dieselbe ist, und da zugleich das Pendel in diesen Augenblicken die Richtung der Bewegung ändert, also dann gar keine Bewegung besitzt, so befindet es sich in diesen Momenten immer unter denselben Umständen; wir dürfen also annehmen, dass die aufeinanderfolgenden Schwingungen ebenfalls einander vollständig gleich sind, namentlich also auch gleich lange Zeiten zur Vollendung derselben erfordert werden.

Nach einer längern Reihe von Schwingungen hat allerdings die Grösse der Schwingungsbogen abgenommen, und wir haben keine Garantie dafür, dass damit nicht auch die Schwingungsdauer verändert ist; allein da erst nach vielen Schwingungen jene merklich kleiner geworden ist, so werden wir für eine geringere Reihe von Schwingungen, welche noch keine solche Abnahme zeigt, die Schwingungszeiten als bis auf sehr kleine Grössen einander gleich ansehen, und daher ein solches Pendel zur Messung der Zeit benutzen können.

Dass aber jedenfalls die Schwingungszeiten nur sehr wenig durch die Abnahme der Schwingungsbogen geändert werden, ergiebt sich daraus, dass, wenn wir ein Pendel A schwingen lassen, und damit die Anzahl der Schwingungen vergleichen, welche ein anderes Pendel B während einer Anzahl von Schwingungen von A macht, indem wir die Schwingungen von B bald durch grosse, bald durch kleine anfängliche Ablenkungen desselben aus der Verti-

calen einleiten, während die von A immer mit einer und derselben Ablenkung beginnen, sich dann immer Zahlen ergeben, die fast vollkommen gleich unter einander sind.

Vorderhand werden uns also die aufeinanderfolgenden Schwingungen eines Pendels als ein Mittel zur Messung der Zeit dienen.

§. 6.

Messen wir nun mit Hülfe eines solchen Pendels die Zeiten, welche die einander im Gleichgewicht haltenden beiden Gewichte A und B gebrauchen, um einen bestimmten Weg zurückzulegen, wenn sie durch ein Uebergewicht p auf A in Bewegung gesetzt sind, nachdem aber dieses wieder abgehoben ist, oder messen wir den Weg s, durch welchen diese Gewichte sich während einer bestimmten Zeit t bewegen, so finden wir $s = c \, . \, t$, wo c eine constante Grösse ist. Daraus ergiebt sich, dass sie dann in einer gleichförmigen Bewegung begriffen sind, deren Geschwindigkeit durch die Constante c gemessen wird.

Stellen wir aber denselben Versuch mehrere Male an, indem wir stets dieselben gleichen Gewichte A und B und dasselbe Uebergewicht p anwenden, dieses aber in den einzelnen Versuchen während der ungleich langen Zeiträume T_1, T_2, $T_3 \ldots$ auf A liegen lassen, diese von den Momenten an gerechnet, in welchen die gemeinschaftlichen Bewegungen der 3 Gewichte A, B und p begann, so ergeben sich für c die verschiedenen Werthe c_1, c_2, $c_3 \ldots$ und zugleich findet sich, dass

$$\frac{c_1}{T_1} = \frac{c_2}{T_2} = \frac{c_3}{T_3} \ldots = d,$$

also die erlangte Geschwindigkeit der Zeit proportional ist, während welcher das Uebergewicht p mit den beiden Gewichten A und B zusammen sich bewegt hat.

Wenn das Uebergewicht p gar nicht abgehoben wird, so werden die sämmtlichen Gewichte am Ende jedes dieser Abschnitte T_1, T_2, $T_3 \ldots$ dieselben Geschwindigkeiten c_1, c_2, c_3 haben, und da dann also die Geschwindigkeit proportional mit der Zeit wächst, so ist die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte, und das Maass der Beschleunigung ist d.

Denken wir uns nun die Zeit t, während welcher die sämmtlichen Gewichte zusammen in einem neuen Versuche sich bewegen, in eine Reihe gleicher Abschnitte getheilt, die der Zeiteinheit gleich sein mögen, so nimmt von einem dieser Abschnitte bis zum andern die Geschwindigkeit um die constante Grösse d zu, und da dies gleichmässige Wachsen der Geschwindigkeit ganz unabhängig von der Grösse dieser Abschnitte ist, so muss dasselbe auch während derselben stattfinden. Es wird daher während jedes Zeitabschnittes ein Weg durchlaufen, der seiner Grösse nach derselbe sein wird, als wenn während derselben Zeit die Bewegung eine gleichförmige

gewesen wäre, und eine Geschwindigkeit gehabt hätte, die dem Mittel aus der Anfangsgeschwindigkeit und der Endgeschwindigkeit gleich ist. Zu Anfang der Bewegung ist noch gar keine Geschwindigkeit vorhanden, diese also $= 0$, am Ende der ersten Zeiteinheit ist die Geschwindigkeit $= d$, folglich wird während derselben der Weg $\frac{d}{2}$ durchlaufen; zu Anfang der zweiten Zeiteinheit ist die Geschwindigkeit $= d$, am Ende derselben $= 2d$, es wird also während derselben der Weg $\frac{3d}{2}$ durchlaufen; zu Anfang der dritten Zeiteinheit ist die Geschwindigkeit $= 2d$, am Ende $= 3d$, es wird also während dieser der Weg $\frac{5d}{2}$ durchlaufen, u. s. f. Daraus folgt also, dass sich die in den aufeinanderfolgenden gleichen Zeittheilen durchlaufenen Wege wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, . . . zu einander verhalten.

Summiren wir der Reihe nach die in der ersten, die in der ersten und zweiten, die in der ersten, zweiten und dritten, die in der ersten, zweiten, dritten und vierten Zeiteinheit durchlaufenen Wege, u. s. f., so erhalten wir:

$\frac{d}{2}$ für eine Zeiteinheit,

$\frac{4d}{2}$ für zwei Zeiteinheiten,

$\frac{9d}{2}$ für drei Zeiteinheiten,

$\frac{16d}{2}$ für vier Zeiteinheiten,

u. s. f., so dass also die in 1, 2, 3, 4, . . . Zeiteinheiten durchlaufenen Wege sich wie die Zahlen 1, 4, 9, 16, . . . oder wie die Quadrate der Zahlen 1, 2, 3, 4, . . . zu einander verhalten. Es wird also allgemein der in einer bestimmten Zeit t durchlaufene Weg s durch die Grösse

$$s = \tfrac{1}{2}dtt$$

ausgedrückt, dessen Werth von der Beschleunigung d abhängt, welche das Uebergewicht p hervorbringt.

Um diese kennen zu lernen, genügt es, in einem einzigen Versuche den in einer bestimmten Zeit t durchlaufenen Weg s zu messen, während alle 3 Gewichte zusammen sich bewegen, oder auch den Weg zu messen, den nach abgehobenem Uebergewichte die beiden andern durchlaufen, während das Uebergewicht während einer bestimmten Zeit aufgelegen hat.

§. 7.

Der Werth der Beschleunigung d hängt, wie sich leicht durch Versuche ergiebt, von dem Verhältnisse des Uebergewichts p zu der ganzen Summe $A + B + p = Q$ der bewegten Gewichte ab.

Werden nun erstens die Beschleunigungen d_1, d_2, . . . bestimmt, welche bei demselben Gesammtgewichte Q durch verschiedene Uebergewichte $p_1, p_2, \ldots$

hervorgebracht werden, so ergiebt sich

$$\frac{d_1}{p_1} = \frac{d_2}{p_2} = \frac{d_3}{p_3} = \ldots = e.$$

Es ist also die Beschleunigung der Grösse des Uebergewichtes proportional, so dass wir allgemein $d = ep$ setzen können.

Bestimmt man aber die verschiedenen Werthe $e_1, e_2, e_3, \ldots$, welche verschiedenen Gesammtgewichten $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots$ zukommen, so findet man $e_1 \cdot Q_1 = e_2 \cdot Q_2 = e_3 \cdot Q_3 = \ldots g$, oder es ist e, also auch d, dem Gesammtgewichte umgekehrt proportional, und es wird $d = ep = g \cdot \frac{p}{Q}$, oder

$$d \cdot Q = g \cdot p.$$

Das Product $d \cdot Q$, d. h. die Beschleunigung, welche dem Gewichte ertheilt ist, multiplicirt mit der Grösse dieses Gewichtes, nennt man die beschleunigende oder bewegende Kraft, und da dieses Product immer $= gp$ ist, so ergiebt sich, dass durch ein bestimmtes Uebergewicht immer eine diesem Gewichte proportionale bewegende Kraft hervorgebracht wird. Aber diese bewegende Kraft bringt eine um so geringere Beschleunigung hervor, auf ein je grösseres Gewicht sie wirkt, und umgekehrt. Nun wirken in unserm frühern Versuche die beiden Körper A und B vermöge ihrer Gewichte in entgegengesetzter Weise; dennoch sehen wir, dass die Bewegung bei aufgelegtem Uebergewichte von der Summe ihrer Gewichte abhängt. Daraus ergiebt, dass hier nicht eigentlich die Gewichte das Bestimmende sind, sondern die diesen proportionalen Mengen von Materie, welche bewegt werden müssen. Die Trägheit nämlich beider Körper A und B muss bei der Bewegung überwunden werden; nun ist aber offenbar, dass, wenn wir die Trägheit als eine Eigenschaft der ponderabeln Materie betrachten, ein Körper um so träger sein, d. h. eine um so grössere bewegende Kraft gebrauchen muss, um eine bestimmte Beschleunigung zu erhalten, je grösser die Menge von Materie ist, aus der er besteht. Diese Menge nennen wir aber die Masse desselben, und da das Gewicht der Trägheit proportional ist, so wird es auch ein Maass der Masse sein.

Eigentlich haben wir unter Q nicht die Summe der schweren Materie, sondern die der trägen zu verstehen, indem die bewegte Masse nicht sowohl in ihrer Eigenschaft als schwere Masse, sondern in der ihrer Trägheit hier in Betracht kommt, und nur, weil letztere zugleich durch erstere gemessen wird, das Gewicht Q in unsere Formeln eingetreten ist; während auf der andern Seite p gerade in seiner Eigenschaft eines Gewichtes in Betracht kommt, indem von ihm die bewegende Kraft stammt.

§. 8.

Die Vergleichung der Massen verschiedener Körper durch ihre Gewichte führt noch auf einen andern wichtigen Begriff. Es können nämlich Körper gleicher räumlicher Grösse oder gleichen Volumens ungleiche Gewichte haben,

also aus ungleichen Mengen ponderabeler Materie bestehen. Das Verhältniss nun dieser Mengen in zwei gleichen Volumgrössen zweier Körper nennen wir das Verhältniss ihrer Dichtigkeiten oder auch ihrer specifischen Gewichte. Gewöhnlich nimmt man die Dichtigkeit, oder die Menge von ponderabeler Materie, welche in der Volumeinheit enthalten ist, eines bestimmten Körpers, meistens des Wassers, als Einheit der Dichtigkeiten oder specifischen Gewichte an, und giebt alle übrigen Dichtigkeiten nach dieser Einheit gemessen an.

Zwischen der Dichtigkeit d der Masse m und dem Volum v eines Körpers besteht nach der gegebenen Definition die Gleichung

$$m = d \cdot v,$$

wenn wir, wie es im französischen Maassystem geschieht, als Masseneinheit die Masse annehmen, welche die Volumeinheit des Körpers erfüllt, dessen Dichtigkeit die Einheit der Dichtigkeiten ist, oder es ist die Dichtigkeit oder das specifische Gewicht nach diesem Systeme gleich dem absoluten Gewichte von einem Cubikcentimeter desselben.

§. 9.

Für den Factor g in den vorher abgeleiteten Formeln erhalten wir denselben Werth, welche Verschiedenheiten auch die ponderabeln Materien zeigen mögen, aus denen die Körper bestehen, welche wir in den Versuchen anwenden. Der Zahlenwerth desselben ist nach den genauesten Versuchen, wenn wir das Millimeter als Längeneinheit und die Secunde als Zeiteinheit gebrauchen, $= 9808$.

Es hat indess derselbe noch eine besondere Bedeutung, welche sich leicht aus unsern Formeln ergiebt; setzen wir nämlich $p = Q$, so wird $d = g$, d. h. die Beschleunigung wird $= 9808$; nun wird aber $p = Q$, wenn $A + B = o$ ist, da $Q = A + B + p$ gesetzt war, d. h. dieser Fall tritt ein, wenn das Gewicht keines Theils des herabsinkenden Körpers in unsern Versuchen durch das gleiche eines zugleich in die Höhe steigenden aufgewogen wird, wenn also ein Körper ganz frei fällt. Die Zahl g nennt man daher die Beschleunigung der Schwere, und da in diesem Falle die Beschleunigung ganz unabhängig von dem Gewichte und der Natur des Körpers ist, so ergiebt sich, dass alle Körper vermöge der Schwere in ganz gleicher Weise fallen. Für die Endgeschwindigkeit c, welche ein Körper erlangt, wenn er während der Zeit t frei gefallen ist, und für den Weg s, den er während dieser Zeit zurückgelegt hat, ergeben sich leicht die Formeln

$$c = gt \text{ und}$$

$$s = \tfrac{1}{2} gtt,$$

woraus

$$t = \frac{c}{g} \text{ oder}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

folgt.

Diese Formeln, wenigstens die letzte derselben, können einer directen Prüfung unterworfen werden, indem man Körper von verschiedenen Höhen herabfallen lässt, und die Zeiten beobachtet, welche sie dazu gebrauchen. Soweit die Genauigkeit solcher Beobachtungen reicht, sind sie, wenigstens in den Fällen, wo nicht besondere andere Umstände Störungen bedingen, auf solchem Wege bestätigt. Im Allgemeinen sind aber diese Versuche ziemlich unsicher, indem wegen der Grösse von g sehr bedeutende Wege in kurzen Zeiträumen durchlaufen werden.

§. 10.

Das Resultat unserer Versuche über den Fall der Körper lässt sich so aussprechen, dass die Schwere in jedem Augenblicke einem Körper eine Beschleunigung ertheilt, vermöge der, wenn er frei beweglich wäre, seine Geschwindigkeit in abwärts gehender verticaler Richtung in jeder Secunde einen Zuwachs $= g$ erhalten würde; die wirkliche Bewegung des Körpers hängt aber ausserdem von der Geschwindigkeit ab, welche derselbe in Folge besonderer Umstände in dem Augenblicke besitzt, wo er der Wirkung der Schwere frei überlassen wird.

Hierdurch wird es nun auch leicht sein, die Bewegung zu bestimmen, in welche ein Körper geräth, welchem man zunächst eine vertical aufwärts gerichtete Geschwindigkeit ertheilt. Bezeichnen wir diese der Grösse nach durch c, so werden wir sie, da sie den Körper in entgegengesetzter Richtung wie die Schwere treibt, negativ nehmen müssen, wenn wir die der letztern als positiv betrachten. Die Geschwindigkeit des Körpers wird daher zur Zeit t nach dem Anfange der Bewegung, von wo an er der freien Wirkung der Schwere ausgesetzt wurde, durch den Ausdruck gegeben sein

$$- c_1 + gt.$$

Dieser Ausdruck ist so lange negativ, als c_1 absolut genommen grösser als gt, oder $t < \frac{c_1}{g}$ ist, so lange also bewegt sich der Körper aufwärts. Hat t diesen Werth erreicht, so wird die Geschwindigkeit 0, der Körper ruht also momentan, aber auch nur momentan, denn gleich darauf wird $gt > c_1$, also die Geschwindigkeit positiv, d. h. der Körper fällt herab. Ist $t = \frac{2c_1}{g}$ geworden, so ist die Geschwindigkeit $= - c_1 + 2c_1 = + c_1$, d. h. der Körper bewegt sich dann abwärts mit derselben Geschwindigkeit, mit welcher er im Anfange nach oben ging. Die Wege, welche der Körper in den beiden Momenten $t = \frac{c_1}{g}$ und $t = \frac{2c_1}{g}$ durchlaufen hat, ergeben sich leicht, durch Summation der beiden Wege, welche er in denselben Momenten vermöge der beiden einzelnen Theile der Geschwindigkeit für sich durchlaufen hätte; d. h. allgemein wird

$$s = - c_1 t + \tfrac{1}{2} gtt,$$

welches für $t = \frac{c_1}{g}$

$$s = -\frac{c_1 c_1}{g} + \frac{1}{2}\frac{c_1 c_1}{g} = -\frac{1}{2}\frac{c^1 c^1}{g}$$

giebt, und für $t = \frac{2c_1}{g}$

$$s = -\frac{2c_1 c_1}{g} + \frac{1}{2} \cdot 4\frac{c_1 c_1}{g} = 0.$$

In dem ersten Momente ist also der Körper am weitesten nach oben hin, und zwar um die Grösse $\frac{1}{2}\frac{c_1 c_1}{g}$, von seinem anfänglichen Orte entfernt, im zweiten ist er dort wieder angekommen.

Es folgt also daraus, dass ein vertical in die Höhe geworfener Körper an seinen ursprünglichen Ort mit derselben Geschwindigkeit aber in entgegengesetzter Richtung zurückkommt, mit welcher er denselben vorher verliess; dass ferner, so lange derselbe in die Höhe geht, er eine gleichmässig verzögerte Bewegung, beim Fallen aber eine gleichmässig beschleunigte hat.

§. 11.

Wenn ein Körper dadurch am Falle gehindert werden soll, dass er durch eine Unterlage gestützt wird, so muss diese so beschaffen sein, dass sie in einer jeden andern als der horizontalen Richtung die Bewegung des Körpers verhindert. Besteht die Unterlage z. B. aus einem Brette mit einer glatten ebenen Fläche, so muss diese Fläche horizontal gelegt werden. Ist dieses nicht der Fall, so sehen wir, dass der Körper zwar nicht vertical, aber in einer der Oberfläche des Brettes parallelen Richtung herabsinkt, falls nicht noch irgend eine andere Kraft auf ihn wirkt, welche vereint mit der Unterlage seine Bewegung hemmt; dass er also auch dann fällt. Die Wirkung eines solchen Bretts besteht aber offenbar darin, dass es eine Bewegung des Körpers in der gegen seine Oberfläche senkrechten Richtung verhindert, und ihn so zwingt, in einer andern als der durch die Schwere allein bestimmten Richtung sich zu bewegen.

Es ist aber diese geänderte Richtung nicht das Einzige, wodurch sich die Bewegung eines auf einer gegen den Horizont geneigten Ebene herabsinkenden Körpers von der des frei fallenden unterscheidet. Denn wenn wir denselben Körper mehrere Male auf dasselbe Brett legen, dieses aber unter verschiedenen Winkeln gegen den Horizont neigen, so sehen wir, dass der Körper um so rascher herabgleitet, je grösser dieser Winkel ist, so dass also in den einzelnen Fällen ausser der Richtung auch die Beschleunigung, oder, da die Masse des Körpers immer dieselbe ist, die bewegende Kraft geändert wird, welche die Schwere dem Körper ertheilt.

Um nun zu untersuchen, ob diese Bewegung auch noch in einer andern Weise von der eines frei fallenden Körpers sich unterscheidet, und auch,

wie die bewegende Kraft mit dem Winkel sich ändert, welchen die Richtung, in der er sich bewegt, mit der Verticalen macht, können wir, wie dieses von Galiläi in sehr genauen Versuchen wirklich ausgeführt ist, einen Körper auf einer solchen schiefen Ebene herabgleiten lassen, und die Wege messen, welche derselbe in den verschiedenen Zeiten seiner Bewegung durchläuft, und zugleich damit Messungen jenes Winkels verbinden.

Was nun zunächst die erste Frage betrifft, so haben Galiläi's Untersuchungen ergeben, dass der Körper ebenfalls mit einer gleichförmig beschleunigten Bewegung fällt, indem die in ungleich langen Zeiträumen durchlaufenen Wege sich wie die Quadrate der Zeiträume verhalten; dass also bei dieser Modification des Fallens nur die Richtung und die Grösse der bewegenden Kraft geändert wird.

§. 12.

Um aber die Abhängigkeit dieser letztern von dem Winkel zwischen der Richtung der Bewegung und der Verticalen, oder dem complementairen zwischen ersterer und dem Horizonte, d. h. dem Neigungswinkel der schiefen Ebene, zu ermitteln, können wir ein leichteres Mittel anwenden. Wird an den zum Herabfallen bestimmten Körper mittelst eines biegsamen Fadens ein Gewicht so befestigt, dass der Faden vom Körper aus parallel der schiefen Ebene aufwärts geht, und nachdem er um eine Rolle oder einen glatten Körper geschlungen ist, das Gewicht hier frei vertical herabhängt, so treibt dieses den Körper längs der schiefen Ebene aufwärts, und zwar mit einer Kraft, welche der Grösse des Gewichts proportional ist. Soll der Körper auf der schiefen Unterlage ruhen, so muss offenbar die Beschleunigung, welche er in der nach aufwärts gewendeten, der schiefen Ebene parallelen Richtung durch das angehängte Gewicht erfährt, derjenigen gleich sein, welche die eigene Schwere ihm nach abwärts und jener Ebene parallel ertheilt. Durch die Bestimmung der Grösse des Gewichts, welches, in der angegebenen Weise an den Körper gehängt, ihn in Ruhe auf der schiefen Ebene erhält, wird also die letztere gemessen werden können; indem, wenn P das Gewicht das Körpers, p das angehängte Gewicht bezeichnet, ferner g die Beschleunigung, welche die Schwere dem frei und vertical herabfallenden Körper ertheilt, und g^1 die Beschleunigung, mit welcher sie ihn längs der schiefen Ebene herabgleiten lassen würde, wenn das Gegengewicht ihn nicht zurückhielte, offenbar die Proportion besteht:

$$P : p = g : g^1,$$

woraus

$$g^1 = g \cdot \frac{p}{P} \text{ folgt.}$$

Führt man nun ein System von Versuchen aus, indem man die Neigung der schiefen Ebene gegen den Horizont, die durch φ bezeichnet sein möge, nach und nach ändert, und jedesmal den zugehörigen Werth von g^1 bestimmt,

so ergeben sich für das Verhältniss $\frac{p}{P}$ Werthe, welche bis auf so geringe Differenzen dem Sinus des zugehörigen Winkels φ proportional sind, dass die Unterschiede innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler fallen.

Es lässt sich dieses Resultat auch so aussprechen, dass, wenn ein Körper einer bewegenden Kraft unterworfen ist, die ihm in einer bestimmten Richtung eine bestimmte Beschleunigung g zu ertheilen strebt, aber irgend ein Hinderniss ihm nicht gestattet, sich in dieser Richtung zu bewegen, sondern nur in einer andern, dann die Beschleunigung, welche der Körper in dieser Richtung erhält, gleich dem Producte aus jener Beschleunigung g in den Cosinus des Winkels ist, welchen die Richtung der wirklichen Bewegung mit der Richtung macht, in der ihn die bewegende Kraft forttreiben würde, wenn der Körper ihr ungestört folgen könnte.

§. 13.

Man pflegt diese Verminderung der Beschleunigung eines bewegten und durch ein Hinderniss aus der Richtung der ursprünglich bewegenden Kraft abgelenkten Körpers wohl als das Resultat einer Zerlegung der bewegenden Kraft vorzustellen.

Es ist nämlich ein an sich deutlicher Satz der reinen Bewegungslehre, dass, wenn ein Körper oder Punkt zwei geradlinige und gleichförmige Bewegungen zugleich ausführt, deren Richtungen einen beliebigen Winkel mit einander einschliessen, er sich weder in der Richtung der einen noch der andern, sondern nur in einer mittlern bewegen kann, und ebenso weder mit der Geschwindigkeit der einen noch der andern Bewegung. Vielmehr ist die Richtung und Geschwindigkeit der wirklichen Bewegung gegeben durch die Lage und Grösse der Diagonale des Parallelogramms, dessen Seiten mit den Richtungen der beiden einzelnen Bewegungen parallel sind, und Längen besitzen, welche den beiden Geschwindigkeiten resp. proportional sind. Erstere nennt man die resultirende oder Mittelbewegung, letztere die componirenden oder Seitenbewegungen.

Umgekehrt kann man nun aber auch jede gleichförmige geradlinige Bewegung als das Resultat zweier andern gleichzeitig ausgeführten Bewegungen ansehen, deren Richtung und Geschwindigkeit durch die Seiten eines Parallelogramms dargestellt werden, dessen Diagonale mit der Richtung der einfachen Bewegung zusammenfällt, und durch ihre Länge deren Geschwindigkeit misst.

Da aber eine gegebene Gerade die Diagonale unendlich vieler verschiedener Parallelogramme sein kann, wenn über Lage oder Grösse der beiden oder einer Seite keine besondern Bestimmungen gemacht sind, so kann jede Bewegung als die Resultante sehr vieler verschiedener Paare von Componenten betrachtet werden.

Ferner kann eine jede Resultante wieder selbst eine Componente, oder umgekehrt jede Componente eine Resultante sein, und so ist es möglich, durch successive Anwendung der Construction die Bewegung zu finden, welche ein Körper wirklich ausführt, indem er mehreren von einander unabhängigen Bewegungen gleichzeitig unterworfen ist, oder umgekehrt jede Bewegung als das Resultat vieler verschiedener gleichzeitig ausgeführter Bewegungen zu betrachten.

Indem wir aber jede Bewegung als die Wirkung einer bewegenden Kraft betrachten, können wir dieselben Constructionen auch unmittelbar auf die bewegenden Kräfte übertragen, diese also zusammensetzen oder zerlegen, indem wir ihre Richtungen durch Richtungen gerader Linien und ihre Grössen durch deren Längen darstellen.

Wenden wir dieses auf den vorher betrachteten Fall an, so können wir uns die von der Schwere herrührende, auf den Körper wirkende verticale bewegende Kraft in zwei Componenten so zerlegt denken, dass die Richtung der einen mit der Normale auf die schiefe Ebene zusammenfällt, also gar nicht zur Wirkung kommt, indem die Unterlage eine Bewegung des Körpers in dieser Richtung verhindert, während die andere der Ebene parallel gerichtet ist, in welcher Richtung die Unterlage die Bewegung nicht hindert.

Berechnen wir aber die Längen der Seiten des Parallelogramms, dessen Diagonale die Länge g hat und vertical gerichtet ist, während die erste Seite gegen die Unterlage normal, die zweite dieser parallel ist, und die Unterlage selbst mit dem Horizonte den Winkel φ macht, so ergiebt sich die Länge der ersten $= g \,.\, \cos \varphi$, die der zweiten $= g \,.\, \sin \varphi$, d. h. ebenso gross, als der Versuch die bewegende Kraft ergeben hat, die den Körper längs der Unterlage herabtreibt.

§. 14.

Die erste Componente, welche durch die Unterlage verhindert wird, eine Bewegung in ihrer Richtung hervorzubringen, zeigt sich in dem Drucke, welchen der Körper gegen die Unterlage ausübt. Die Grösse desselben ist die eines Gewichtes, welches dem Körper, dessen Gewicht wir $= P$ annehmen, eine Beschleunigung $= g \cos \varphi$ ertheilen würde, wie die obige Rechnung zeigt. Man kann dieses Resultat der Rechnung bestätigen. Wird nämlich an dem Körper ein zweiter biegsamer Faden befestigt, und so über eine Rolle geschlagen, dass seine Richtung normal gegen die schiefe Ebene ist, so kann die Unterlage entfernt werden, ohne dass sich der Körper bewegt, wenn an das andere vertical herabhängende Ende des Fadens ein Gewicht p^1 gehängt wird, dessen Grösse durch die Proportion gegeben ist:

$$p^1 : P = g \cos \varphi : g, \text{ oder}$$

$$p^1 = P \,.\, \cos \varphi.$$

Alsdann befindet sich der Körper in Ruhe, obwohl er drei bewegenden Kräften unterworfen ist, nämlich einer vertical abwärts gerichteten und zwei gegen

den Horizont unter den Winkeln φ und $90^0 - \varphi$ aufwärts geneigten. Allein wirkend würden diese drei bewegenden Kräfte dem Körper in diesen Richtungen der Reihe nach die Beschleunigungen g, $g \cos \varphi$ und $g \sin \varphi$ ertheilen.

Die beiden letztern, nach dem Parallelogramm der Kräfte vereinigt, ergeben eine vertical aufwärts gerichtete Kraft, welche für sich wirkend eine Beschleunigung $= g$, d. h. eine gleich grosse aber entgegengesetzt gerichtete Beschleunigung, hervorbringen würde, wie die, welche der Körper durch seine eigene Schwere erhalten würde.

Wir können diesen letzten Versuch noch etwas abändern; vertauschen wir nämlich eines der drei Gewichte, P, p, p', mit einem andern, so ändert sich sogleich die Neigung der beiden nach aufwärts gerichteten Fäden gegen einander und gegen die Verticale; immer aber, wenn das System zur Ruhe gekommen ist, ergeben die an den beiden aufwärts gerichteten Fäden wirkenden Kräfte, nach dem Parallelogramm der Kräfte mit einander vereinigt, eine Mittelkraft, welche die Beschleunigung $- g$ hervorbringt, indem das negative Vorzeichen eine aufwärts, d. h. der Richtung der Schwere entgegengesetzte Richtung anzeigt.

§. 15.

Von der schiefen Ebene macht man häufig eine Anwendung, wenn es sich darum handelt, ein Gewicht von einer bestimmten Grösse, eine Last P, durch eine Kraft Q auf einer bestimmten Höhe zu erhalten oder gar auf diese zu heben, obgleich die bewegende Kraft, welche dazu verwendet werden kann, an und für sich nur eine geringere Beschleunigung der zu bewegenden Last hervorbringt, als die Schwere dieser ertheilt. Das Maass der vermöge der Schwere auf die Last vertical wirkenden bewegenden Kraft ist aber $= Pg$; und wenn φ der Neigungswinkel einer schiefen Ebene, auf welche die Last gelegt wird, gegen den Horizont ist, so ist die dieser Ebene parallele bewegende Kraft, die von der Schwere der Last herrührt, $= P \sin \varphi$, wenn also die bewegende Kraft Q dieser Ebene parallel wirkt, so wird die Last ruhen, wenn $Q = P \sin \varphi$ ist, und der Ebene parallel aufwärts sich bewegen, sobald $Q > P \sin \varphi$ ist. Wenn Q und P ihrer Grösse nach gegeben sind, so wird man φ immer so wählen können, dass dieses letztere stattfindet, so dass man also mit Hülfe der schiefen Ebene eine Last auf eine Höhe durch eine Kraft heben kann, welche direct diese Wirkung nicht hervorbringen könnte.

In zwei besondern Formen wendet man die schiefe Ebene unter besondern Namen auch dann an, wenn eine Last, welche irgend eine auf sie wirkende Kraft nach einer andern als der vertical abwärts gehenden Richtung zu bewegen strebt, durch eine kleinere Kraft in ihrer Lage erhalten oder gar in entgegengesetzter Richtung bewegt werden soll.

In diesen Formen erhält die schiefe Ebene den Namen des Keils und der Schraube.

Der Keil ist ein prismatischer Körper, dessen Endflächen 2 gewöhnlich sehr spitzwinklige Dreiecke bilden; die eine der beiden breitern Seitenflächen liegt auf einer Unterlage fest auf, gegen die andere, welche eine schiefe Ebene vorstellt, wirkt in einer gegen die Unterlage senkrechten Richtung die Last und gegen die schmale Seitenfläche die Kraft.

Die Schraube ist eine schiefe Ebene, die um einen Cylinder gleichsam aufgewickelt sich erhebt; die Last, welche auf dieser liegt, wirkt in der Richtung der Cylinderachse, die Kraft dagegen so, dass sie die Schraube um diese Achse dreht.

Die Theorie beider kommt, abgesehen von der später genauer zu betrachtenden Drehung, vollkommen auf die der schiefen Ebene zurück.

§. 16.

Ausser dem eben betrachteten Falle eines Körpers auf einer schiefen Ebene kommt es in der Natur noch sehr häufig vor, dass ein Körper in einer andern als der verticalen Richtung fällt.

Wird z. B. ein auf einer horizontalen begrenzten Unterlage liegender Körper auf dieser so weit fortgestossen, dass er über die Grenze der Unterlage hinaus kommt, so fällt er nun freilich; allein wenn nicht schon der unmittelbare Anblick es zeigt, so wird die Beobachtung eines von der Grenze der Unterlage herabgelassenen Senkels, wenigstens in den meisten Fällen, ergeben, dass der Körper sich beim Fallen von dieser Verticalen nach der Richtung entfernt hat, in der er sich vor dem Falle bewegte.

Ebenso zeigt sich eine Abweichung eines fallenden Körpers von der Verticalen, wenn man besonders einen etwas leichten Körper bei starkem Winde im Freien von einer Höhe herabfallen lässt, und zwar liegt die Abweichung in der Richtung, nach welcher der Wind hin weht.

Der Grund dieser Abweichungen ist unschwer darin zu erkennen, dass der Körper beim Fallen ausser der durch die Schwere ihm ertheilten Bewegung noch zugleich andere Bewegungen ausführte, im erstern Beispiel weil sein Beharrungsvermögen im Anfange des Falles und sodann während desselben ihn in jedem Augenblicke in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit, die er gerade besass, auch dann würde haben sich weiter bewegen lassen, wenn die Schwere aufgehört hätte, ihm eine Beschleunigung zu ertheilen, und in der Wirklichkeit nun beide Bewegungen zu einer resultirenden von abweichender Richtung sich zusammengesetzt haben. Im zweiten Beispiele ist es ausserdem der Wind, welcher den Körper während des Fallens seitlich bewegt, ihm also fortwährend andere und anders gerichtete Bewegungen ertheilt hat.

Es ist offenbar, dass je nach der Richtung und der verhältnissmässigen Stärke dieser Bewegungen, die in der wirklichen Bewegung mit der von der Schwere herrührenden combinirt erscheinen, die Bahn des fallenden Körpers eine sehr

verschiedene sein kann. Aber in dem Satze von der Zusammensetzung der Bewegungen oder der bewegenden Kräfte haben wir das Mittel, wenn alle einzelnen bewegenden Kräfte gegeben sind, die wirkliche Bahn vorauszubestimmen.

Als Beispiel für eine solche Bestimmung der Bahn eines fallenden Körpers wollen wir den einfachen zuerst genannten Fall betrachten, wo ein Körper, der eine horizontale Bewegung besitzt, plötzlich zu fallen anfängt.

In diesem Momente hat der Körper nur eine constante Geschwindigkeit c in horizontaler Richtung, er wird sich also mit dieser auch horizontal bewegen, aber indem die Schwere fortwährend ihm eine bestimmte Beschleunigung in verticaler Richtung ertheilt, erhält er zugleich eine stets wachsende Geschwindigkeit in dieser Richtung, vermöge der er nach der Zeiteinheit um $\frac{1}{2}g$ unter den Anfangspunkt herabgesunken sein würde, wenn die Schwere allein wirkte. Nehmen wir die Zeiteinheit sehr klein, so können wir uns denken, die Schwere hätte ihn während derselben mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $\frac{1}{2}g$ abwärts geführt, daraus bestimmt sich sein wahrer Ort als der Endpunkt der Diagonale des Parallelogramms, dessen horizontale Seite $= c$, dessen verticale $= \frac{1}{2}g$ ist; in der folgenden Zeiteinheit würde das Beharrungsvermögen allein ihn in derselben Richtung um dieselbe Grösse $\sqrt{cc + \frac{1}{4}gg}$ weiter führen, die Schwere allein in verticaler Richtung um die Grösse $\frac{3}{2}g$, woraus sich in ähnlicher Weise sein Ort für das Ende der zweiten Zeiteinheit bestimmt, indem die neue Geschwindigkeit in verticaler Richtung während der zweiten Zeiteinheit $= \frac{3}{2}g - \frac{1}{2}g = g$ ist, u. s. f. Nehmen wir nun ein rechtwinkliges Coordinatensystem an, dessen Abscissenachse vertical, dessen Ordinatenachse horizontal ist, und dessen Anfangspunkt in dem Punkte liegt, in welchem der Körper der Schwere zuerst folgen kann, und nennen wir $x_1, x_2, x_3, \ldots$ die Abscissen der Bahn am Ende der ersten, zweiten, dritten, . . . Zeiteinheit, und ebenso $y_1, y_2, y_3, \ldots$ die Ordinaten derselben am Ende der ersten, zweiten, dritten, . . . Zeiteinheit, so ergiebt sich hieraus

$$x^1 = \tfrac{1}{2}g, \quad x_2 = \tfrac{4}{2}g = 2g,$$
$$y_1 = c, \quad y_2 = 2c,$$

und ebenso ergiebt sich weiter

$$x_3 = \tfrac{9}{2}g, \quad x_4 = \tfrac{16}{2}g,$$
$$y_3 = 3c, \quad y_4 = 4c, \text{ u. s. f.}$$

Es findet also für den Endpunkt der $n$ten Zeiteinheit die Beziehung statt, dass

$$\frac{x_n}{y_n} = \frac{g}{2c} \cdot n,$$

oder

$$\frac{x_n}{y_n y_n} = \frac{g}{2cc} \text{ ist,}$$

d. h. dass der Quotient der Abscisse dividirt durch das Quadrat der Ordinate eine constante Grösse ist.

Da aber die Eintheilung der Zeit in Zeiteinheiten eine ganz willkürliche ist, so muss dieses nicht bloss für die Endpunkte der Zeiteinheiten, sondern auch ganz allgemein für einen beliebigen Augenblick gelten. Bezeichnen wir also allgemein durch x und y zwei zusammengehörige Coordinaten der Bahn, so findet die Gleichung statt

$$x = \frac{g}{2cc} yy.$$

Dieses ist aber die Gleichung einer Parabel, und so ergiebt sich, dass die Bahn des Körpers eine solche ist.

In ähnlicher Weise ergiebt sich auch für solche fallende Körper, welche im Anfange des Fallens eine beliebig gerichtete Geschwindigkeit besassen oder erhielten, die Parabel als Bahn, deren besondere Lage und Form von der Richtung und Grösse der anfänglichen Geschwindigkeit abhängt.

Daraus können die Regeln für die Berechnung der sogenannten Wurfbewegungen abgeleitet werden, die auch bei Geschossen zur Anwendung kommen.

Experimentelle Prüfungen der so gewonnenen Resultate zeigen, soweit die Voraussetzungen der Rechnungen erfüllt sind, Uebereinstimmung damit, wenngleich meistens, namentlich bei Geschossen, noch verschiedene andere Umstände gewisse Modificationen erheischen.

Zweites Capitel.

Von den drehenden Bewegungen.

§. 17.

Bei den bisher betrachteten durch die Schwere bewirkten Bewegungen haben wir einen jeden Körper gewissermassen nur als einen Punkt betrachtet; indem nämlich jeder Punkt desselben immer dieselbe Bewegung wie ein anderer ausführte, war es nur nöthig, die Bewegungen eines Punktes desselben zu betrachten, und wenn wir irgend einen Punkt festhielten, so geschah es unter einer stillschweigenden Voraussetzung so, dass dadurch zugleich jeder andere Punkt des Körpers ebenfalls festgehalten wurde.

Nun zeigen aber unzählige Wahrnehmungen, dass ein Körper auch eine andere Art Bewegung ausführen kann, worin seine einzelnen Punkte verschiedene Bewegungen haben; indem wir z. B. einen geraden Stab an seinem einen Ende zwischen 2 Spitzen leicht einklemmen, so dass alle zwischen diesen in einer geraden Linie liegenden Punkte ihren Ort nicht verändern können, sehen wir, wenn der Stab übrigens frei gelassen wird, diesen von selbst in die verticale Richtung sich einstellen, indem das freie Ende herabsinkt.

Wir müssen daraus schliessen, dass die Schwere nicht nur auf das Ganze eines Körpers, sondern auf alle einzelnen Theile desselben bewegend wirkt, und dass die Bewegung, welche der Stab in diesem Falle ausführt, das Resultat aller der bewegenden Kräfte sei, welche die Schwere auf seine einzelnen Theile ausübt, modificirt durch den Zusammenhang seiner einzelnen Theile unter einander und die Befestigung der zwischen den Spitzen eingeklemmten Punkte desselben.

Bevor wir aber solche durch die Schwere hervorgebrachten Bewegungen genauer untersuchen, müssen wir einige allgemeine Betrachtungen über die Natur der Bewegungen vorausschicken, in welche ein solcher Körper mit einer unbeweglichen geraden Linie überhaupt nur versetzt werden kann.

Es ist offenbar, dass sich jeder Punkt des Körpers nur in einem Kreise bewegen kann, dessen Halbmesser die Entfernung des Punktes von jener festgehaltenen Linie ist, die Bewegung heisst deshalb eine drehende, und die festgehaltene Linie die Drehungsachse.

Betrachten wir nun eine durch die Drehungsachse gehende und auf dieser senkrechte gerade Linie im Körper, so wird, wenn irgend ein Punkt derselben sich bewegt, nothwendig jeder andere Punkt derselben mit Ausnahme des Durchschnittspunktes mit der Drehungsachse sich auch bewegen müssen. Aber nicht alle Punkte derselben werden gleichzeitig gleich lange Wege zurücklegen; sondern wenn wir die Linie in zwei verschiedenen Momenten der Bewegung betrachten, so wird sie darin die Schenkel eines Winkels bilden, der natürlich für alle Punkte der Geraden derselbe ist, und da die zu einem Winkel gehörigen Bogen zweier Kreise ihrer Länge nach sich wie die Halbmesser der Kreise verhalten, so werden bei einer drehenden Bewegung zwei ungleich weit von der Drehungsachse entfernte Punkte in gleichen Zeiten Wege beschreiben, deren Längen sich zu einander wie die Abstände der Punkte von der Drehungsachse verhalten.

Alle Punkte des Körpers dagegen, welche gleiche Abstände von der Drehungsachse haben, müssen in derselben Zeit gleiche Wege beschreiben; denn wenn wir 2 gerade durch die Drehungsachse gehende und auf dieser senkrechte Linien im Körper betrachten, so müssen diese bei der Bewegung in derselben Zeit ihre Lagen um gleiche Winkel ändern.

Wenn wir also durch φ den in Theilen des Halbmessers ausgedrückten Winkel bezeichnen, um den sich die irgend einen Punkt A des Körpers mit der Drehungsachse verbindende und auf dieser senkrechte Gerade in einer bestimmten Zeit dreht, und wenn a der Abstand des Punktes A von der Drehungsachse ist, so wird der Punkt A in derselben Zeit den Weg $a \, . \, \varphi$ zurücklegen, wo φ für alle Punkte des Körpers einen und denselben Werth hat.

Für die Charakterisirung einer gleichmässigen progressiven Bewegung eines Körpers, d. h. einer solchen, bei der alle Punkte gleiche Geschwin-

digkeit besassen, war die Angabe der Geschwindigkeit, oder das Verhältniss des Weges zu der Zeit, in welcher dieser beschrieben wird, hinreichend; bei der drehenden Bewegung, wo dieses Verhältniss für jeden Punkt des Körpers ein besonderes ist, kann dieses nicht ausreichen; allein da der oben bezeichnete Winkel φ für alle Punkte des Körpers immer derselbe ist, so kann die Angabe der Grösse, um welche dieser in einer bestimmten Zeit durch eine drehende Bewegung sich ändert, zur nähern Bestimmung dieser Bewegung dienen.

Ist also eine drehende Bewegung so beschaffen, dass vermöge derselben jeder Punkt eine gleichförmige Bewegung besitzt, so nennen wir das Verhältniss des Winkels φ, um welchen sich in einer bestimmten Zeit t eine durch die Drehungsachse gehende auf dieser senkrechte Gerade dreht, zu der Zeit t die Winkelgeschwindigkeit der gleichförmigen drehenden Bewegung; und wenn wir diese durch χ bezeichnen, so haben wir

$$\chi = \frac{\varphi}{t},$$

oder wenn v die lineare Geschwindigkeit eines Punktes im Abstande a von der Umdrehungsachse bezeichnet, während u der in der Zeit t von ihm beschriebene Weg ist, so ist, da

$$u = a \,.\, \varphi$$

und
$$v = \frac{u}{t} \text{ ist,}$$

$$v = a \,.\, \chi.$$

Ist eine drehende Bewegung nicht gleichförmig, so muss der Begriff der Winkelgeschwindigkeit ganz in der nämlichen Weise gefasst werden, wie wir den Begriff der linearen Geschwindigkeit bei einer ungleichförmigen progressiven Bewegung abgeleitet haben.

Ebenso aber, wie wir bei der progressiven Bewegung das Verhältniss der Zunahme der Geschwindigkeit zur Zeit, in welcher die Zunahme stattfindet, die Beschleunigung genannt haben, nennt man auch bei der drehenden Bewegung das Verhältniss der Zunahme der Winkelgeschwindigkeit zur Zeit, in welcher dies stattfindet, die Winkelbeschleunigung, und wenn wir wieder die lineare Beschleunigung eines Punktes im Abstande a von der Drehungsachse durch w, die Winkelbeschleunigung durch ψ bezeichnen, so haben wir

$$w = a \,.\, \psi.$$

§. 18.

Während es bei der Betrachtung solcher Bewegungen, wobei alle Punkte des bewegten Körpers sich in gleicher Weise bewegen, gleichgültig war, in welchem Punkte die Kraft auf den Körper wirkte, welche die Bewegung desselben hervorbrachte, kann dieses offenbar nicht mehr stattfinden, wenn es sich um drehende Bewegungen handelt; wir müssen daher bei jeder Kraft,

die auf einen drehbaren Körper wirkt, ausser ihrer Richtung und Grösse noch ihren Angriffspunkt kennen, um zu bestimmen, welche Bewegungen sie hervorbringen wird.

Dass die Lage dieses letztern von Einfluss auf die Wirkung der Kraft ist, ergiebt sich schon daraus, dass, wenn wir uns an einem drehbaren Körper eine Kraft von einer bestimmten Richtung und Grösse wirkend denken, diese drei verschiedenartige Wirkungen je nach der Lage ihres Angriffspunktes haben kann. Liegt dieser in der Drehungsachse oder so, dass die Richtung der Kraft durch diese geht, so kann die Kraft gar keine Drehung hervorbringen; eine Drehung tritt nur bei einer andern Lage des Angriffspunktes ein, und zwar nach der einen oder der entgegengesetzten Richtung hin, je nachdem der Angriffspunkt auf der einen oder der andern Seite der Drehungsachse liegt. Eine und dieselbe Kraft hat also je nach der Lage des Angriffspunktes Ruhe, oder Bewegung in einer, oder Bewegung in der entgegengesetzten Richtung zur Folge.

Denken wir uns nun eine Kraft, die auf einen um eine Achse drehbaren Körper in einem bestimmten Punkte wirkt, in zwei andere zerlegt, von denen die eine der Drehungsachse parallel ist, und die andere in der gegen letztere senkrechten durch den Angriffspunkt gehenden Ebene liegt, so kann die erstere Componente keinen Punkt des Körpers bewegen, weil sonst zugleich die Drehungsachse mit bewegt werden müsste. Wir brauchen daher nur die in jener Ebene liegende Componente zu berücksichtigen; aber auch diese können wir wieder in zwei Componenten zerlegen, von denen die eine in der Richtung der Geraden liegt, welche den Angriffspunkt mit dem Durchschnittspunkte der Achse und dieser Ebene verbindet, und daher ebenfalls keine Bewegung hervorbringen kann, ohne die Drehungsachse zu bewegen, die wir als fest voraussetzen.

Von allen auf einen Punkt eines um eine Achse drehbaren Körpers wirkenden Kräften können daher nur diejenigen eine Drehung hervorbringen, welche in einer gegen die Drehungsachse senkrechten Ebene und in dieser senkrecht gegen die Verbindungslinie des Angriffspunktes mit der Drehungsachse wirken, oder welche senkrecht auf einer durch den Angriffspunkt und die Drehungsachse gelegten Ebene stehen.

§. 19.

Hieraus ergiebt sich, dass ein Körper mit einer festen verticalen Drehungsachse für sich durch die Schwere in gar keine drehende Bewegung gesetzt werden kann; ein solcher Körper wird daher, wenn keine andern Kräfte auf ihn wirken, in einer jeden Lage, die wir ihm geben, in Ruhe bleiben; und indem wir auf einzelne Punkte desselben horizontale Kräfte wirken lassen, können wir die drehenden Bewegungen ungestört von dem Einflusse der Schwere untersuchen.

Lassen wir auf irgend einen Punkt desselben, der sich in dem Abstande a von der Drehungsachse befindet, eine horizontale Kraft A wirken, die senkrecht gegen die Verbindungslinie des Angriffspunktes mit der Drehungsachse ist, z. B. dadurch, dass wir einen Faden an diesen Punkt knüpfen, und denselben über eine glatte Unterlage horizontal und in der genannnten Richtung fortführen, während an dem andern Ende ein bestimmtes Gewicht hängt, so geräth der Körper in Drehung.

Wir können ihn aber in seiner ersten Lage festhalten, wenn an demselben Angriffspunkte noch eine gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft B angebracht wird.

Wird nun diese zweite Kraft B parallel mit sich verschoben, so dreht sich der Körper wieder, und zwar nach derselben Seite hin, wie vorher, wenn der Angriffspunkt der Kraft B der Drehungsachse genähert wird, nach der entgegengesetzten Seite dagegen, wenn er von der Drehungsachse entfernt wird. Eine Kraft bringt daher um so leichter eine Drehung eines Körpers hervor, je weiter der Angriffspunkt derselben von der Drehungsachse entfernt ist.

Wenn wir aber, indem wir die Kraft der Drehungsachse nähern, zugleich dieselbe vergrössern, so ist es möglich, das Gleichgewicht zwischen beiden Kräften wiederherzustellen. Bestimmen wir aber die Grösse, welche wir der Kraft B geben müssen, wenn sie in verschiedenen Entfernungen b von der Umdrehungsachse der Kraft A in der Enfernung a von der Drehungsachse das Gleichgewicht halten soll, so finden wir, dass jedes Mal die Gleichung besteht:

$$A : B = b : a,$$

oder dass $Aa = Bb$ ist.

Wenn also zwei senkrecht gegen die Verbindungslinie der Angriffspunkte mit der Drehungsachse wirkende und entgegengesetzt drehende Kräfte einen drehbaren Körper im Gleichgewicht halten sollen, so müssen die Producte jeder Kraft in die Entfernung ihres Angriffspunktes von der Drehungsachse einander gleich sein; oder da man das Product aus der Entfernung einer drehenden Kraft von der Umdrehungsachse in die Kraft selbst das Drehungsmoment derselben nennt, so müssen die Drehungsmomente der beiden Kräfte einander gleich sein.

Dieser Satz lässt sich noch etwas erweitern, indem der Versuch ergiebt, dass das Gleichgewicht auch dann nicht gestört wird, wenn wir eine der beiden Kräfte, z. B. B, durch zwei andere in gleichem Sinne drehende, C und D, ersetzen, wenn nur deren Entfernungen c und d von der Umdrehungsachse so gewählt werden, dass

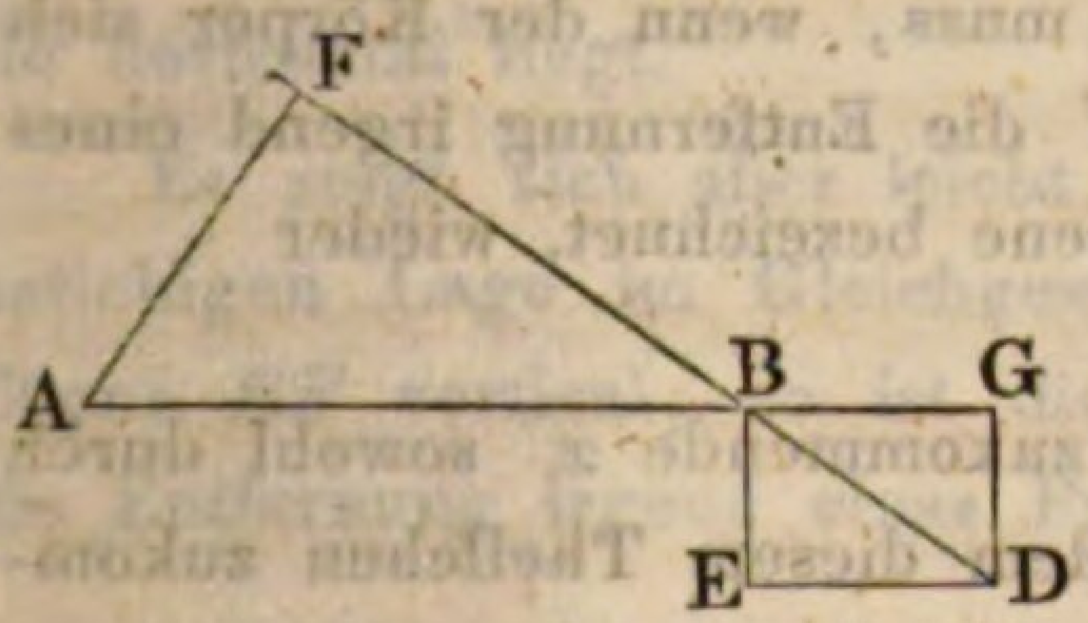
$$Bb = Cc + Dd$$

ist. Ein drehbarer Körper findet sich also unter der Einwirkung mehrerer drehender Kräfte im Gleichgewicht, wenn die Summe der Drehungsmomente

der Kräfte, die ihn in der einen Richtung zu drehen streben, gleich der Summe der Drehungsmomente der Kräfte ist, die ihn in der entgegengesetzten Richtung zu drehen streben; oder wenn wir die Entfernungen auf der einen Seite der Drehungsachse als positive, die auf der andern als negative ansehen, und ebenso Kräfte gleicher absoluter Richtung als positive, entgegengesetzter Richtung als negative betrachten, wo wir dann auch positive und negative Drehungsmomente erhalten, so befindet sich ein drehbarer Körper im Gleichgewicht, wenn die Summe der Drehungsmomente aller auf ihn wirkenden Kräfte gleich Null ist.

In der Anwendung ist es häufig bequem, nur die Kräfte von vornherein auszuschliessen, welche der Drehungsachse parallel wirken, aber auf sämmtliche in der gegen diese senkrecht liegenden Ebene wirkenden Kräfte unmittelbar die Regel der Momente anzuwenden, ohne sie erst in die mit der Verbindungslinie des Angriffspunktes mit der Drehungsachse parallel gerichteten, d. h. wirkungslosen, und die hiergegen senkrechten allein in Betracht kommenden Kräfte zu zerlegen.

Fig. 1.



Bezeichnet nämlich *BD*, Fig. 1, der Richtung und Grösse nach die in der gegen die Drehungsachse senkrechten Ebene liegende Kraft, *AB* die Verbindungslinie des Angriffspunktes mit der Drehungsachse, so ist, wenn *AF* das Perpendikel ist, welches von der Drehungsachse auf die Richtung der Kraft *BD* gefällt werden kann, d. h. die Entfernung der Kraft *BD* von der Drehungsachse, das Moment der ganzen Kraft $= BD \,.\, AF$.

Zerlegen wir aber *BD* in die beiden Componenten *BG* und *BE*, von denen die erstere in die Richtung *AB* fällt, die letztere senkrecht auf *AB* steht, so ist das Moment der wirksamen Componente $= AB \,.\, BE$. Da aber die Dreiecke *ABF* und *BED* einander ähnlich sind, so ist:

$$AB : AF = BD : BE, \text{ oder}$$

$$AB \,.\, BE = BD \,.\, AF,$$

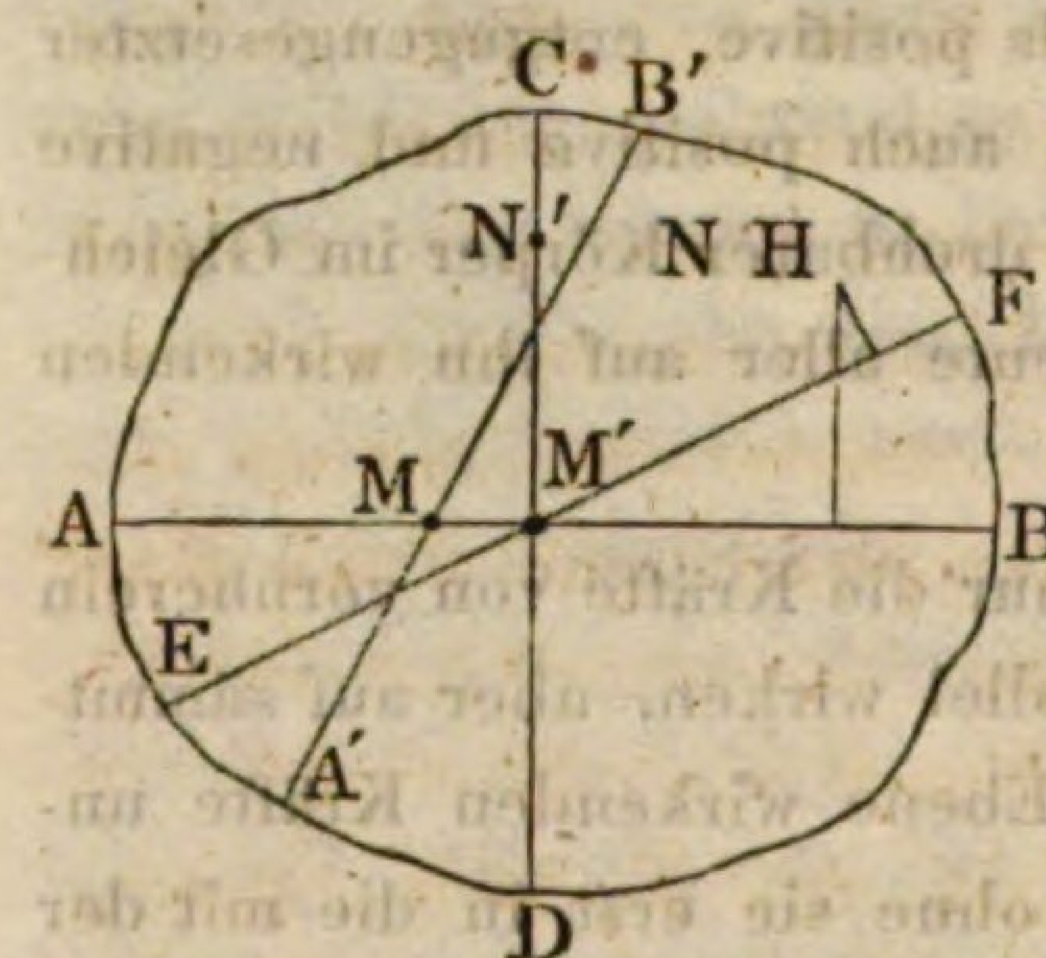
d. h. das Moment der allein wirksamen Componente der Kraft *BD* ist dem Momente der ganzen Kraft gleich.

§. 20.

Wenn ein Körper an einer horizontalen Drehungsachse aufgehängt ist, so befindet er sich im Allgemeinen nicht in einer jeden Lage im Gleichgewicht, sondern sich selbst überlassen dreht er sich, was beweist, dass die Schwere auf alle einzelnen Theile desselben bewegend wirkt. Wenn er aber in einer bestimmten Lage sich selbst überlassen in Ruhe bleibt, so müssen wir nach dem Vorhergehenden daraus schliessen, dass die einzelnen Theile desselben

dann eine solche Lage gegen die Drehungsachse haben, dass die Summe der Drehungsmomente aller von der Schwere auf seine einzelnen Theile ausgeübten Kräfte gleich Null ist. Stellt nun $ABCD$, Fig. 2, einen Durchschnitt des

Fig. 2.



Körpers mit einer gegen die Drehungsachse senkrechten Ebene vor, und AB den Durchschnitt dieser Ebene mit einer darauf senkrechten durch die Drehungsachse im Punkte M gehenden Verticalebene, wenn der Körper sich in Ruhe befindet, und bezeichnen wir durch p das Gewicht eines einzelnen Theils des Körpers, durch x seine Entfernung von der Ebene AB, so haben wir

$$\Sigma px = 0,$$

wenn das Zeichen Σ die Summe aller daneben stehenden Ausdrücke bezeichnet, die den einzelnen Punkten des Körpers entsprechen.

Wird nun der Körper gedreht, so dass z. B. die Gerade $A'B'$ in dem Durchschnitte vertical zu stehen kommt, so muss, wenn der Körper sich wieder im Gleichgewicht befinden soll, und x' die Entfernung irgend eines Punktes von der durch $A'B'$ vorgestellten Ebene bezeichnet, wieder

$$\Sigma px' = 0 \text{ sein.}$$

Da jedoch das irgend einem Theilchen zukommende x' sowohl durch seine Grösse als durch sein Vorzeichen von dem diesem Theilchen zukommenden x verschieden sein kann, so wird diese Bedingung im Allgemeinen nicht erfüllt, mithin kein Gleichgewicht in dieser Lage vorhanden sein.

Ferner ist leicht zu sehen, dass der Körper in seiner ursprünglichen Lage, wo AB vertical stand, nicht im Gleichgewichte verharren kann, wenn die Drehungsachse parallel mit sich nach der einen oder andern Seite aus der Ebene AB verschoben wird. Dagegen muss der Körper sich noch in derselben Lage wie früher im Gleichgewicht befinden, wenn irgend eine andere Gerade in der Ebene AB zur Drehungsachse gemacht wird, also auch wenn die Drehungsachse parallel mit sich in der Ebene AB aufwärts oder abwärts am Körper verschoben wird; denn alsdann ist noch immer die für das Gleichgewicht zu erfüllende Bedingung

$$\Sigma px = 0,$$

welche der Voraussetzung nach stattfindet.

Bringen wir jetzt den Körper in eine solche Lage, dass die Gerade AB des bisher betrachteten Durchschnittes horizontal zu liegen kommt, und hängen ihn an einer horizontalen Drehungsachse darin auf, so werden wir dieser eine solche Lage geben können, dass der Körper sich selbst überlassen in dieser Lage in Ruhe bleibt; denn ist z. B. N der Durchschnitt einer solchen beliebig gewählten Drehungsachse, und bleibt der Körper nicht in Ruhe, sondern dreht

sich, indem A sinkt, so brauchen wir nur die Achse parallel mit sich und mit AB weiter nach A hin zu verschieben, so wird die Summe der Momente, welche A abwärts treiben, verkleinert, die der von entgegengesetzter Richtung vergrössert; und wenn die Achse beträchtlich genug verschoben ist, wird sogar der Körper jetzt in entgegengesetzter Richtung gedreht; es wird also eine Lage derselben geben müssen, wo AB horizontal bleibt. Liege dieser Punkt N' z. B. in der dann vertical stehenden Ebene CD, so wird der Körper nach dem Vorhergehenden auch noch in Ruhe bleiben, wenn die Achse parallel mit sich in der Ebene CD aufwärts oder abwärts verschoben wird, und wenn wir mit y die Entfernung eines Punktes des Körpers von der Ebene CD bezeichnen, so ist dann

$$\Sigma py = 0.$$

Unter allen möglichen Lagen der Drehungsachse in der Ebene CD ist aber eine M', in welcher sie zugleich auch in der Ebene AB liegt, nämlich die Durchnittslinie der beiden Ebenen AB und CD.

Wird diese also zur Drehungsachse gemacht, so befindet sich der Körper im Gleichgewicht, sowohl wenn die Ebene AB vertical steht, als auch wenn sie horizontal liegt.

Es zeigt sich aber leicht, dass der Körper sich dann auch bei jeder beliebigen Lage im Gleichgewicht befindet. Denn befinde sich z. B. die Ebene EF vertical, so ist die Bedingung für das Gleichgewicht, wenn r die Entfernung irgend eines Punktes von der Ebene EF bezeichnet,

$$\Sigma pr = 0.$$

Nennen wir nun R die Entfernung eines Punktes H des Körpers von der Achse M', setzen wir den Winkel $BM'H = \psi$ und den Winkel $BM'F = \varphi$, so ist

$$x = R \sin \psi, \quad y = R \cos \psi,$$

$$r = R \sin (\psi - \varphi) = R \sin \psi \cos \varphi - R \cos \psi \sin \varphi,$$

oder

$$r = x \cos \varphi - y \sin \varphi.$$

Folglich ist

$$\Sigma rp = \Sigma px \cos \varphi - \Sigma py \sin \varphi,$$

oder da φ eine von x oder p unabhängige constante Grösse ist,

$$\Sigma rp = \cos \varphi \, \Sigma px - \sin \varphi \, \Sigma py.$$

Da aber der Voraussetzung nach

$$\Sigma px = 0 \text{ und } \Sigma py = 0$$

ist, so muss auch $\Sigma pr = 0$, d. h. auch in der angenommenen Lage Gleichgewicht vorhanden sein.

Wenn also die Summe der von der Schwere hervorgebrachten Momente eines Körpers in Bezug auf jede von zwei sich rechtwinklig schneidenden Ebenen gleich Null ist, so findet dasselbe auch in Bezug auf jede Ebene statt, die durch deren Durchnittslinie gelegt werden kann.

Denken wir uns nun eine dritte Ebene IK senkrecht gegen die beiden Ebenen AB und CD so durch den Körper gelegt, dass wenn z den Abstand eines Punktes des Körpers von dieser Ebene bezeichnet,

$$\Sigma pz = 0$$

ist, was nach dem Vorhergehenden immer möglich ist, so wird sich der Körper um jeder in dieser Ebene möglichen Drehungsachse im Gleichgewicht befinden, wenn diese Ebene vertical steht.

Diese Ebene wird nothwendig von der Durchschnittslinie der beiden Ebenen AB und CD in einem Punkte S geschnitten, und sie hat ausserdem eine Gerade mit der Ebene AB und eine mit der Ebene CD gemein, welche sich in dem Punkte S schneiden.

Für jede dieser Geraden gilt wieder dasselbe wie früher für die Durchschnittslinie der Ebene AB und CD, dass nämlich, wenn eine derselben zur Drehungsachse gemacht wird, der Körper sich in jeder Lage im Gleichgewicht befindet.

Da aber statt AB und CD auch zwei andere sich in derselben Durchschnittslinie wie bisher rechtwinklig schneidende Ebenen gesetzt werden können, so bleibt der Körper in jeder Lage im Gleichgewicht, wenn er an einer in der Ebene IK liegenden und durch den Punkt S gehenden Umdrehungsachse aufgehängt wird.

Dasselbe gilt auch noch für jede in der Ebene AB und CD liegende und durch den Punkt S gehende Ebene, weil CD und IK, oder CD und AB durch irgend zwei andere sich in derselben Durchschnittslinie rechtwinklig schneidende Ebenen ersetzt werden können, und zwar bei jeder Lage der Ebene AB oder CD, die nur durch den Punkt S geht.

Daraus folgt also allgemein, dass, um jede durch den Punkt S gehende Umdrehungsachse der Körper sich in jeder Lage im Gleichgewicht befindet.

Die Lage des Punktes S ist aber dadurch gegeben, dass wenn x, y, z die Coordinaten eines Punktes des Körpers bezeichnen, gemessen auf einem rechtwinkligen Coordinatensystem, welches in S seinen Anfangspunkt hat, die 3 Gleichungen stattfinden:

$$\Sigma px = 0, \quad \Sigma py = 0, \quad \Sigma pz = 0.$$

Hieraus folgt nun auch, dass, wenn der Punkt S festgehalten wird, die Schwere keine drehende Bewegung des Körpers hervorbringen kann, und da sie dann ihn auch in keine progressive Bewegung versetzen kann, so ist alle Wirkung der Schwere auf den Körper aufgehoben, wenn der Punkt S festgehalten ist.

Wenn aber der Körper an einer andern Drehungsachse befestigt ist, welche nicht durch den Punkt S geht, so wird im Allgemeinen, wenn wieder x die Entfernung eines Punktes des Körpers von der durch die Drehungsachse gelegten Verticalebene bezeichnet, die Summe Σpx nicht gleich Null sein. Es lässt sich aber der Werth derselben leicht angeben, wenn man das

Gewicht P des ganzen Körpers und den Abstand ξ des Punktes S von der durch die Drehungsachse gelegten Verticalebene kennt. Nennen wir nämlich x' den Abstand irgend eines Punktes von der durch den Punkt S gelegten der Drehungsachse parallelen Ebene, so ist

$$x = \xi + x', \text{ und daher}$$

$$\Sigma px = \Sigma p\xi + \Sigma px'.$$

Nun ist aber ξ eine constante Grösse, und da nach der Definition des Punktes S $\Sigma px' = 0$ ist, so wird

$$\Sigma px = \xi \, . \, \Sigma p = \xi \, . \, P,$$

d. h. die Summe der auf die einzelnen Theile des Körpers wirkenden Drehungsmomente ist einem Drehungsmomente gleich, welches auf den Körper wirken würde, wenn seine ganze Masse in dem Punkte S vereinigt wäre. Mithin ist stets die bewegende Kraft, welche die Schwere des Körpers hervorbringt, gleich der bewegenden Kraft, welche auf den Punkt S wirken würde, wenn in diesem die ganze schwere Masse des Körpers vereinigt wäre; und daher wird dieser Punkt der Schwerpunkt des Körpers genannt.

§. 21.

Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich leicht für die Bedingung des Gleichgewichts eines um eine horizontale Achse drehbaren Körpers, auf den keine andern Kräfte als die Schwere seiner eigenen Theile wirken, die einfache Regel, dass der Schwerpunkt sich in der durch die Umdrehungsachse gehenden Verticalebene befinden muss, und ebenso für das Gleichgewicht eines in einem Punkte unterstützten oder aufgehängten Körpers, dass der Schwerpunkt in der durch den Befestigungspunkt gehenden Verticale liegen muss; denn in diesem Falle ist immer $P \, . \, \xi = 0$, P und ξ in der Bedeutung des vorigen Paragraphen genommen.

Ist diese Bedingung erfüllt, so kann aber doch noch, je nach der Lage des Schwerpunktes gegen die Achse oder den Befestigungspunkt, das Gleichgewicht von sehr verschiedener Art sein. Geht zunächst die Achse durch den Schwerpunkt, so befindet sich der Körper in jeder Lage im Gleichgewicht, und man sagt, er sei im indifferenten Gleichgewicht.

Sobald aber der Schwerpunkt ausserhalb der Umdrehungsachse oder des Befestigungspunktes liegt, so kann der Körper nur in zwei bestimmten Lagen im Gleichgewicht sein, nämlich in denjenigen, in welchen sich der Schwerpunkt vertical über oder unter der Umdrehungsachse oder dem Aufhängepunkte befindet.

Ist das erstere der Fall, so wird durch eine jede Drehung des Körpers derselbe in eine solche Lage gebracht, dass die Schwere ihn noch weiter aus derselben zu entfernen strebt, indem der Schwerpunkt unter die Drehungsachse oder den Aufhängepunkt herabsinkt. Die Schwere führt also dann den Körper nicht von selbst in die ursprüngliche Gleichgewichtslage zurück. Dieses findet

aber statt, wenn die zweite Lage ursprünglich statt hatte. Man unterscheidet daher dieses letztere Gleichgewicht als stabiles von dem erstern, oder dem labilen.

Aus der Definition des Schwerpunktes ergiebt sich, dass bei Körpern von überall gleicher Dichtigkeit in ihren einzelnen Theilen der Schwerpunkt mit dem Mittelpunkte ihrer geometrischen Gestalt zusammenfällt, und die Lage desselben bei solchen Körpern, wenn sie zugleich eine geometrisch leicht bestimmbare Gestalt haben, durch Rechnung gefunden werden kann. Bei solchen Körpern jedoch, deren verschiedene Theile eine ungleiche Dichtigkeit besitzen, ist die Berechnung dieser Lage um so schwieriger, je unregelmässiger die Vertheilung der Dichtigkeit und die Gestalt derselben ist, so dass sie in sehr vielen Fällen fast unmöglich wird.

Empirisch lässt sich jedoch die Lage des Schwerpunktes dadurch ermitteln, dass man den Körper in zwei verschiedenen Punkten nach einander aufhängt, da die durch die beiden Aufhängepunkte in der jedesmaligen Lage gezogenen Verticalen sich im Schwerpunkte schneiden müssen.

Das Feststehen eines Körpers auf einer Unterlage beruht darauf, dass der Schwerpunkt desselben auf eine gesicherte Weise unterstützt ist, d. h. so, dass eine kleine Veränderung in der Lage des Körpers eine vom Schwerpunkte herabgehende Verticale nicht ausserhalb der unterstützten Fläche des Körpers bringt. Ein Körper steht daher um so fester, je grösser die unterstützte Basis desselben ist, und je tiefer sein Schwerpunkt liegt.

Das Balanciren von Körpern besteht in der Erhaltung derselben im labilen Gleichgewicht.

§. 22.

Wenn ein Körper an einer horizontalen Drehungsachse aufgehängt ist, die nicht durch seinen Schwerpunkt geht, und er aus der Gleichgewichtslage gebracht wird, so ist die Grösse des von der Schwere auf ihn ausgeübten Drehungsmomentes offenbar abhängig von der Drehung, um welche der Körper aus seiner Gleichgewichtslage gebracht ist. Denn nennen wir l die Länge einer Linie, die durch den Schwerpunkt geht und senkrecht auf der Drehungsachse steht, und φ den Winkel, um welchen diese Linie aus der Verticalen gedreht ist, in welcher sie sich in der Gleichgewichtslage befindet, so ist die Entfernung der im Schwerpunkte vertical wirkenden Kraft von der Drehungsachse $= l \sin \varphi$; ist nun M die Masse des Körpers und g wieder die Beschleunigung der Schwere, so ist Mg die Grösse dieser Kraft, mithin wird $Mgl \sin \varphi$ die Grösse des Drehungsmomentes sein, welche von der Schwere auf den Körper ausgeübt wird, oder wenn wir auch auf den Sinn derselben Rücksicht nehmen, so wird dasselbe $= - Mgl \sin \varphi$ zu setzen sein, da dieses Drehungsmoment den Winkel φ zu verkleinern strebt; wenn wir diejenigen Drehungsmomente als positiv rechnen, welche den Körper nach der Seite hin zu drehen streben, wohin der Winkel φ positiv gezählt wird.

Dieses Moment wird $= 0$, wenn $\varphi = 0$ oder $= 180^0$ wird, d. h. wenn der Schwerpunkt vertical unter oder über der Umdrehungsachse liegt; es erreicht seinen grössten Werth $\mp Mgl$, wenn $\varphi = 90^0$ oder $= 270^0$ wird, d. h. wenn der Schwerpunkt mit der Umdrehungsachse sich in einer horizontalen Ebene befindet. Wir können es also als das Product aus dem veränderlichen Factor $-\sin\varphi$ und dem constanten Factor Mgl ansehen, den man die Directionskraft nennt, so dass also, wenn diese durch D bezeichnet wird, das dem Winkel φ entsprechende Drehungsmoment $= - D \sin\varphi$ wird.

Um aber zu berechnen, welche Bewegungen der Körper in Folge dieses Drehungsmomentes ausführt, ist noch die der Bewegung entgegenwirkende Trägheit in Betracht zu ziehen. Die Trägheit eines Körpers oder eines Punktes eines Körpers können wir uns aber als eine Kraft vorstellen, welche der Beschleunigung, die eine bewegende Kraft demselben ertheilt, immer gerade entgegenwirkt; sie wird also ein zu überwindendes Drehungsmoment hervorbringen, welches dem Producte aus der Masse des gegebenen Körpers oder Punktes in seine Entfernung von der Drehungsachse gleich ist, so dass also dieselbe Masse, wenn wir sie uns in der doppelten Entfernung von der Drehungsachse denken, ein doppeltes Drehungsmoment erfordern wird, um eine bestimmte Beschleunigung zu erhalten.

Denken wir uns daher in einem drehbaren Körper nur einen trägen Punkt, dessen Masse $= m$, dessen Entfernung von der Drehungsachse $= a$ sei, so wird, wenn ein auf den Körper wirkendes Drehungsmoment F jenem Punkte eine Beschleunigung w ertheilt,

$$F = a \cdot m \cdot w$$

sein müssen. Besteht der Körper aus mehreren trägen Punkten, deren Massen durch $m', m'', m''', \ldots$ deren Entfernungen von der Drehungsachse durch $a', a'', a''', \ldots$ bezeichnet werden, und die durch das auf den Körper wirkende Drehungsmoment F die Beschleunigungen $w', w'', w''', \ldots$ erhalten, so findet die Gleichung statt:

$$F = a'm'w' + a''m''w'' + a'''m'''w''' + \ldots$$

Für die Beschleunigungen $w', w'', w''', \ldots$ können wir aber, wenn ψ die gemeinsame Winkelbeschleunigung aller Punkte bezeichnet, die Producte $a'\psi, a''\psi, a'''\psi, \ldots$ setzen, und wir erhalten daraus die Gleichung:

$$\begin{aligned} F &= a'a'm'\psi + a''a''m''\psi + a'''a'''m'''\psi + \ldots \\ &= \psi\,(a'a'm' + a''a''m'' + a'''a'''m''' \ldots) \\ &= \psi \Sigma aam. \end{aligned}$$

Das Product aam der Masse m eines Punktes in das Quadrat seines Abstandes a von der Drehungsachse nennt man das Trägheitsmoment des Punktes und die Summe der Trägheitsmomente aller Punkte eines Körpers das Trägheitsmoment dieses; bezeichnen wir also dieses letztere durch K, so ist die Grundgleichung für die Bewegung der um eine Achse drehbaren Körper

$$F = \psi \cdot K.$$

Wenden wir nun dieses auf die Bewegung eines Körpers an, der an einer horizontalen nicht durch seinen Schwerpunkt gehenden Achse aufgehängt und aus der Gleichgewichtslage um den Winkel φ entfernt ist, so haben wir hierfür die Gleichung:

$$-D \sin \varphi = \psi \,.\, K.$$

§. 23.

Da sowohl das Drehungsmoment F als auch das Trägheitsmoment K von der Lage der Drehungsachse abhängig sind, so kann bei einem Körper nur dann von bestimmten Werthen derselben die Rede sein, wenn die Drehungsachse eine bestimmte Lage hat. So viele verschiedene Lagen einer Drehungsachse an einem Körper möglich sind, so viele verschiedene Trägheitsmomente besitzt derselbe auch.

Das Trägheitsmoment eines gegebenen Körpers in Bezug auf eine gegebene Drehungsachse kann in manchen Fällen durch Rechnung gefunden werden, wenn nämlich die Gestalt und die Vertheilung der Dichtigkeit im Innern des Körpers nach einfachen geometrischen Regeln gegeben sind. In vielen Fällen ist dieses dagegen nicht leicht möglich, und man kann es dann auf einem andern Wege bestimmen, wobei folgender Satz der Mechanik von Wichtigkeit ist.

Denken wir uns die Entfernung a eines Punktes des Körpers von der Drehungsachse durch zwei rechtwinklige Coordinaten x und y gegeben, die wir in einer gegen die Drehungsachse senkrechten Ebene ziehen, so ist $aa = xx + yy$; das Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf die gegebene Drehungsachse ist also $= \Sigma m\,(xx + yy)$. Nennen wir nun p und q die Coordinaten des Schwerpunktes des Körpers, und x_1 und y_1 die Coordinaten eines Punktes des Körpers, wenn wir den Anfangspunkt des Coordinatensystems in den Schwerpunkt verlegen, so ist

$$x = p + x_1,$$
$$y = q + y_1,$$

folglich wird

$$\Sigma m\,(xx + yy) = \Sigma mxx + \Sigma myy = \Sigma mpp + \Sigma 2mpx_1 + \Sigma mx_1x_1 + \Sigma mqq + \Sigma 2mqy_1 + \Sigma my_1y_1,$$
$$= (pp + qq)\,\Sigma m + 2p\Sigma mx_1 + 2q\Sigma my_1 + \Sigma mx_1x_1 + \Sigma my_1y_1.$$

Nun ist aber $\Sigma mx_1 = 0$ und $\Sigma my_1 = 0$ nach der Definition des Schwerpunktes, ferner ist $\Sigma m = M$, wo M die ganze Masse des Körpers bezeichnet, und also $(pp + qq)\,M$ das Trägheitsmoment des Schwerpunktes in Bezug auf die gegebene Drehungsachse, wenn in diesem die ganze träge Masse des Körpers vereinigt wäre, und endlich ist $\Sigma mx_1x_1 + \Sigma my_1y_1 = \Sigma m\,(x_1x_1 + y_1y_1)$ das Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende der gegebenen parallele Drehungsachse.

Es ist also allgemein das Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf eine beliebige Drehungsachse der Summe zweier andern Trägheitsmomente

gleich, nämlich desjenigen, welches der im Schwerpunkt vereinigten Masse in Bezug auf die gegebene Achse zukommt, und desjenigen, welches der Körper in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende der gegebenen parallele Achse besitzt. Diese beiden können aber, wie sich später an einem Beispiele erläutern wird, experimentell bestimmt werden.

§. 24.

Aus der Gleichung

$$F = \psi \cdot K,$$

welche die Beziehungen zwischen dem Drehungsmomente F, dem Trägheitsmomente K und der Winkelbeschleunigung ψ giebt, welche dem Körper durch das Drehungsmoment ertheilt wird, ergiebt sich, dass auf einen Körper ein um so grösseres Drehungsmoment wirken muss, um ihm eine bestimmte Beschleunigung zu geben, je grösser das Trägheitsmoment desselben ist. Umgekehrt muss aber auch, um einen in einer drehenden Bewegung begriffenen Körper in Ruhe zu bringen, ein um so grösseres Drehungsmoment hemmend wirken, je grösser sein Trägheitsmoment ist.

Wenn nun auf irgend eine Vorrichtung, die zum Heben einer Last dient, und die man im Allgemeinen eine Maschine nennt, eine Kraft stossweise wirkt, so wird die Bewegung der Maschine eine ungleichmässige sein, indem sie bei jedem Stosse eine bestimmte Beschleunigung erhält, die dadurch erhaltene Geschwindigkeit wird aber, weil die Last der Bewegung stetig entgegenwirkt, bis zum nächsten Stosse wieder abnehmen, dann wieder plötzlich wachsen u. s. f.

Sind an der Maschine Theile vorhanden, die bei der Bewegung gedreht werden, so wird die plötzliche Geschwindigkeitszunahme bei jedem Stosse um so geringer, die allmählige Abnahme nach demselben aber um so langsamer sein, je grössere Trägheitsmomente die drehbaren Theile besitzen. Durch hinreichende Vergrösserung der Trägheitsmomente der drehbaren Theile einer Maschine wird man also eine stossweise Bewegung derselben in eine nahezu gleichförmige umwandeln können. Da nun das Trägheitsmoment einer gegebenen Masse um so grösser ist, in je weiterm Abstande sie sich von der Drehungsachse befindet, so bringt man an einer Welle einer solchen Maschine ein sogenanntes Schwungrad, d. h. ein grosses hauptsächlich am Rande schweres Rad an, dessen Mittelpunkt in der Drehungsachse zu liegen kommt.

Ein solches Schwungrad muss jedoch so angebracht werden, dass die einzelnen Theile desselben keine andere neue bewegende Kräfte in die Maschine einführen, als es ihre Trägheit nöthig macht, was sie thun würden, wenn sie ungleichmässig um die Achse vertheilt wären, d. h. der Schwerpunkt desselben muss in die Drehungsachse fallen, und die ganze Masse muss um diese möglichst gleichmässig vertheilt sein.

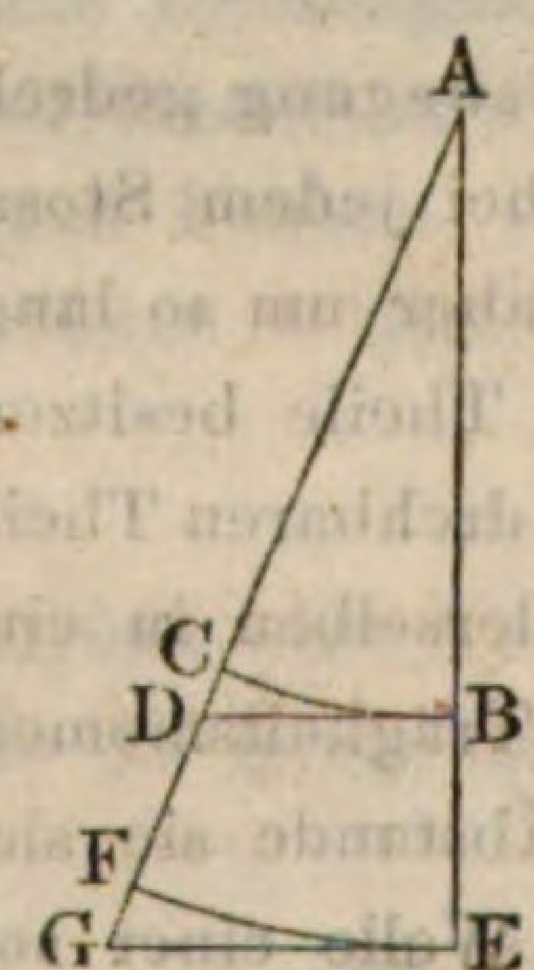
§. 25.

Die Trägheit der Körper kommt bei den drehenden Bewegungen derselben noch in einer andern Weise in Betracht. Es muss nämlich bei diesen jeder Punkt des Körpers, da er sich nur in einem Kreise um die Drehungsachse bewegen kann, in jedem Momente die Richtung seiner Bewegung ändern. Denkt man sich aber einen bestimmten Punkt des Körpers während der Drehung plötzlich ausser Verbindung mit der Drehungsachse gesetzt, so würde er von diesem Momente an vermöge seiner Trägheit mit der Geschwindigkeit in derselben Richtung weiter gehen, die er in diesem Augenblicke besitzt, sich also von der Drehungsachse entfernen.

Diese Kraft, welche durch die Drehung eines Körpers um eine Achse entsteht, und welche die einzelnen Theile desselben von dieser entfernt, wenn sie nicht durch eine feste Verbindung oder eine andere Kraft aufgehoben wird, nennt man die Centrifugalkraft.

Betrachten wir einen einzelnen Theil des Körpers, so ist zunächst klar, dass die Centrifugalkraft desselben seiner Masse m proportional ist; ausserdem aber wird sie auch seiner Entfernung a von der Achse proportional sein. Denn denken wir uns dieselbe Masse in der Entfernung a^1 von der Achse mit derselben Angulargeschwindigkeit, die wir der Einfachheit wegen constant annehmen, gedreht, so wird er eine lineare Geschwindigkeit haben, welche sich zu der in der Entfernung a wie $a^1 : a$ verhält. Stellen nämlich BC und EF, Fig. 3, die Bogen vor, welche der Punkt in den beiden Entfernungen $AB = a$, und $AE = a^1$ in der kleinen Zeit Δt bei gleicher Angulargeschwindigkeit durchläuft, und BD und EG die Wege, welche er geradlinig durchlaufen würde, wenn er in B oder in E von der Achse losgelassen würde, also sich nur vermöge seiner Trägheit weiter bewegte, so werden CD und FG resp. die Beschleunigungen bezeichnen, welche er während der Zeit Δt in beiden Fällen durch die Centrifugalkraft erhalten würde. Wenn aber Δt hinreichend klein genommen wird, so werden die Punkte A, C, D, F, G in einer geraden Linie liegen. Dann ist aber

Fig. 3.



$$CD : FG = AD - AC : AG - AF,$$

oder da

$$AD : AG = a : a^1 \text{ ist,}$$

so ergiebt sich:

$$CD : FG = (AD - a) : \left(\frac{ADa^1}{a} - a^1\right),$$

$$= (AD - a) \,.\, a : (AD - a)\, a^1 = a : a^1.$$

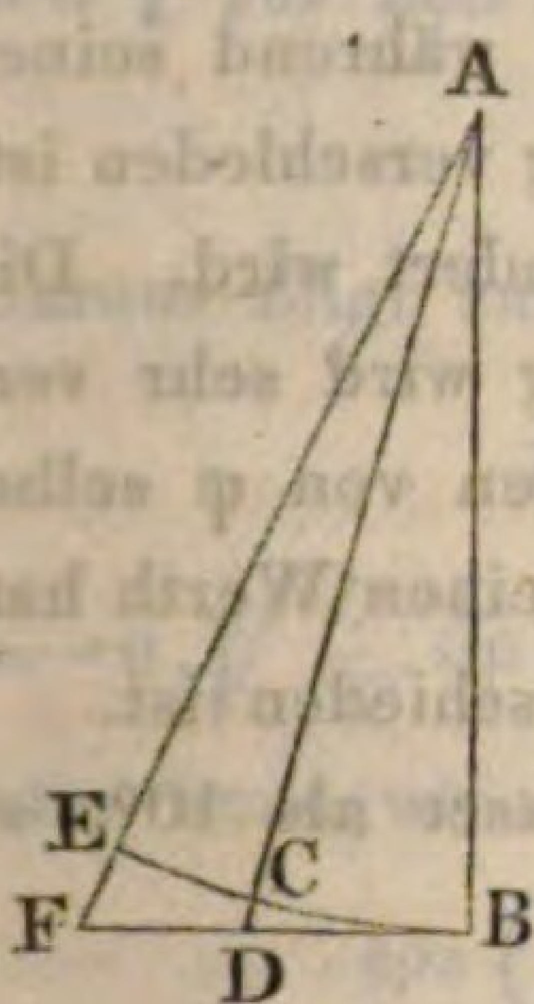
Zwei auf eine und dieselbe Masse wirkende Kräfte verhalten sich aber wie die Beschleunigungen, welche sie in einer gleichen kleinen Zeit derselben

ertheilen; folglich verhalten sich auch die Centrifugalkräfte zu einander, wie die Entfernungen von der Umdrehungsachse.

Endlich wird aber auch die auf eine und dieselbe Masse m in einer bestimmten Entfernung a von der Umdrehungsachse wirkende Centrifugalkraft geändert, wenn sie mit verschiedenen angularen Geschwindigkeiten bewegt wird.

Wäre einmal mit der angularen Geschwindigkeit χ, Fig. 4, der Bogen BC um A, und einmal mit der Geschwindigkeit χ^1 der Bogen BE in der kleinen Zeit Δt beschrieben, und würde die Trägheit den freigelassenen Punkt B im ersten Falle um BD, im zweiten um BF bewegt haben, so würden die von den Centrifugalkräften bewirkten Beschleunigungen von der Achse weg resp. CD und EF gewesen sein.

Fig. 4.



Nun ist

$$BD^2 = AD^2 - aa,$$
$$BF^2 = AF^2 - aa,$$

ferner ist

$$BD = a \,.\, \chi,$$
$$BF = a \,.\, \chi^1,$$

also

$$aa\chi\chi = AD^2 - aa,$$
$$aa\chi^1\chi^1 = AF^2 - aa,$$

folglich

$$AD^2 - aa : AF^2 - aa = \chi\chi : \chi^1\chi^1,$$

oder

$$(AC + CD)^2 - aa : (AE + FE)^2 - aa = \chi\chi : \chi^1\chi^1,$$

oder

$$(2CDa - CD^2) : (2EFa - EF^2) = \chi\chi : \chi^1\chi^1.$$

Wenn aber die Zeit Δt nur klein ist, so sind CD und EF nur klein gegen a, und dann ist

$$CD : EF = \chi\chi : \chi^1\chi^1.$$

Die Beschleunigung durch die Centrifugalkraft, und mithin diese selbst, ist also dem Quadrate der angularen Geschwindigkeit proportional, mit der der Körper gedreht wird. Im Allgemeinen wird also die Centrifugalkraft $F = m \,.\, a \,.\, \chi\chi$ sein.

Die Centrifugalkraft zeigt sich dann auch durch Bewegungen, wenn ein Körper um eine Achse gedreht wird, dessen einzelne Theile sich der Drehungsachse nähern oder von dieser entfernen können, während, wenn dieses nicht der Fall ist, die Bewegungen durch die feste Verbindung der Theile unter einander und mit der Drehungsachse aufgehoben werden.

§. 26.

Kehren wir hiernach zu der Betrachtung der Bewegungen zurück, in welche die Schwere einen Körper versetzt, der an einer horizontalen nicht

durch seinen Schwerpunkt gehenden Drehungsachse aufgehängt ist, wenn dieser aus seiner Ruhelage gebracht und dann sich selbst überlassen ist. Ein solcher Körper wird ebenfalls, wie ein an einem Faden aufgehängter Körper, ein Pendel genannt.

Die Gleichung, welche im §. 22 zwischen der Directionskraft D, dem Trägheitsmomente K, der angularen Beschleunigung ψ und der Ablenkung φ aus der Ruhelage abgeleitet ist, nämlich

$$-D \sin \varphi = \psi \cdot K,$$

zeigt, dass die Beschleunigung, welche ein solches Pendel während seiner Bewegung erhält, in den einzelnen Momenten der Bewegung verschieden ist, da durch die Bewegung selbst der Winkel φ immer verändert wird. Die Bestimmung der Natur der Bewegung aus dieser Gleichung wird sehr vereinfacht, wenn wir darin statt des Sinus von φ den Bogen von φ selbst setzen, was so lange erlaubt ist, als der Winkel φ einen kleinen Werth hat, weil dann der Sinus von φ nicht sehr von dem Bogen verschieden ist.

Wird z. B. bei der Bewegung der Winkel φ nie grösser als 10^0, so ist immer

$$\sin \varphi < 0{,}17365 \text{ und}$$

$$\varphi < \frac{10^0 \cdot 2\varpi}{360^0} = 0{,}17453,$$

also der Unterschied zwischen dem Sinus und dem Bogen, wenn er am grössten ist, nur $= 0{,}00088$. Mit der Beschränkung also, dass φ immer nur klein bleibe, können wir

$$-D \cdot \varphi = \psi \cdot K$$

setzen. Es lässt sich nun nachweisen, dass eine solche Gleichung sich wirklich ergiebt, wenn wir annehmen, die Ablenkung φ von der Gleichgewichtslage ändere sich mit der Zeit t nach einem Gesetze, welches durch

$$\varphi = \alpha \cdot \cos\left(t\sqrt{\frac{D}{K}}\right)$$

gegeben ist, worin die Zeit t von dem Momente an gezählt ist, wo das Pendel sich am weitesten von der Gleichgewichtslage und zwar um den Winkel α entfernt hatte.

Denn nehmen wir dieses Gesetz an, so wird in dem um die kleine Zeit Δt spätern Momente $t + \Delta t$ der Winkel φ den Werth $\varphi + \Delta\varphi$ erhalten haben, und

$$\varphi + \Delta\varphi = \alpha \cdot \cos\left((t + \Delta t)\sqrt{\frac{D}{K}}\right) \text{ sein;}$$

oder wir erhalten

$$\varphi + \Delta\varphi = \alpha \cdot \cos\left(t\sqrt{\frac{D}{K}}\right) \cdot \cos\left(\Delta t\sqrt{\frac{D}{K}}\right)$$
$$- \alpha \cdot \sin\left(t\sqrt{\frac{D}{K}}\right) \cdot \sin\left(\Delta t\sqrt{\frac{D}{K}}\right).$$

Wenn aber Δt sehr klein ist, so können wir

$$\cos\left(\Delta t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) = 1 \text{ und } \sin\left(\Delta t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) = \Delta t \sqrt{\frac{D}{K}}$$

setzen, und dann ergiebt sich

$$\varphi + \Delta\varphi = \alpha \,.\, \cos\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) - \alpha \,.\, \Delta t \sqrt{\frac{D}{K}} \,.\, \sin\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right),$$

also $$\Delta\varphi = -\alpha \,.\, \Delta t \,.\, \sqrt{\frac{D}{K}} \sin\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right).$$

Da aber Δt sehr klein sein soll, so können wir die angulare Geschwindigkeit χ zur Zeit t durch Division von $\Delta\varphi$ mit Δt erhalten, und es ergiebt sich:

$$\chi = -\alpha \,.\, \sqrt{\frac{D}{K}} \sin\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right).$$

Daraus folgt zur Zeit $t + \Delta t$ die Geschwindigkeit $\chi + \Delta\chi$ und

$$\chi + \Delta\chi = -\alpha \,.\, \sqrt{\frac{D}{K}} \,.\, \sin\left((t + \Delta t) \sqrt{\frac{D}{K}}\right)$$

$$= -\alpha \,.\, \sqrt{\frac{D}{K}} \,.\, \sin\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) \cos\left(\Delta t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) - \alpha \,.\, \sqrt{\frac{D}{K}} \cos\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) \sin\left(\Delta t \sqrt{\frac{D}{K}}\right),$$

oder wenn wir wieder

$$\cos\left(\Delta t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) = 1 \text{ und } \sin\left(\Delta t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) = \Delta t \sqrt{\frac{D}{K}}$$

setzen:

$$\chi + \Delta\chi = -\alpha \sqrt{\frac{D}{K}} \,.\, \sin\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) - \alpha \,.\, \frac{D}{K} \,.\, \Delta t \cos\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right),$$

oder da $$\chi = -\alpha \sqrt{\frac{D}{K}} \,.\, \sin\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right)$$

und $$\varphi = \alpha \cos\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right) \text{ ist,}$$

$$\Delta\chi = -\Delta t \,.\, \varphi \,.\, \frac{D}{K}.$$

Unter der Voraussetzung eines sehr kleinen Werthes von Δt ist aber $\frac{\Delta\chi}{\Delta t}$ nichts anderes als die Beschleunigung ψ zur Zeit t, und mithin ergiebt sich

$$\psi \,.\, K = -D \,.\, \varphi,$$

oder dieselbe Gleichung, welche zwischen der Beschleunigung und der Ablenkung bei der Bewegung eines Pendels stattfinden soll.

Es wird also die Ablenkung φ eines Pendels zur Zeit t von seiner Ruhelage durch den Ausdruck

$$\varphi = \alpha \,.\, \cos\left(t \sqrt{\frac{D}{K}}\right)$$

gegeben sein, wenn t von der Zeit an gerechnet wird, wo φ den willkürlich zu nehmenden Werth α hatte, aber immer nur kleine Winkel bedeutet. Ueberhaupt ist dieser Ausdruck für alle Bewegungen gültig, welche dadurch hervorgebracht werden, dass eine Directionskraft D auf einen Körper wirkt, der an einer Drehungsachse befestigt ist, und nie um grosse Winkel aus seiner Ruhe gebracht wird.

Aus dieser Formel ergiebt sich, dass φ abwechselnd positive und negative Werthe enthält, d. h. dass das Pendel bald nach der einen, bald nach der andern Seite aus der Gleichgewichtslage entfernt ist; denn es ist φ positiv für alle Werthe von $t\sqrt{\frac{D}{K}}$, welche zwischen 0 und $\frac{\varpi}{2}$ liegen, oder zwischen $\frac{3\varpi}{2}$ und $\frac{5\varpi}{2}$, zwischen $\frac{7\varpi}{2}$ und $\frac{9\varpi}{2}$ u. s. f., dagegen negativ für alle Werthe von $t\sqrt{\frac{D}{K}}$, welche zwischen $\frac{\varpi}{2}$ und $\frac{3\varpi}{2}$, oder $\frac{5\varpi}{2}$ und $\frac{7\varpi}{2}$, oder $\frac{9\varpi}{2}$ und $\frac{11\varpi}{2}$ u. s. f. liegen.

Erhält $t\sqrt{\frac{D}{K}}$ einen der Werthe, welche in dem Ausdrucke $\frac{2m+1}{2}\varpi$ enthalten sind, worin m eine ganze Zahl bezeichnet, so wird $\varphi = 0$, d. h. das Pendel findet sich in den aufeinanderfolgenden Momenten, wo t den Werth $\sqrt{\frac{K}{D}} \cdot \frac{2m+1}{2}\varpi$ hat, in der Gleichgewichtslage; dagegen wird φ abwechselnd $= +\alpha$ oder $= -\alpha$, wenn $t\sqrt{\frac{D}{K}} = 0$, oder $= \varpi$, oder $= 2\varpi, \ldots$ oder allgemein $= m\varpi$ ist, also $t = 2m\varpi\sqrt{\frac{K}{D}}$ ist. Ueberhaupt wird, wenn φ zu einer bestimmten Zeit t den Werth β hat, φ den Werth $-\beta$ zu einer Zeit haben, die durch $t + \varpi\sqrt{\frac{K}{D}}$ dargestellt wird.

Es vollführt also das Pendel Schwingungen um die Gleichgewichtslage, vermöge deren die Ablenkung aus der Gleichgewichtslage nach Verlauf einer Zeit $T = \varpi\sqrt{\frac{K}{D}}$ immer denselben absoluten Werth wieder erhält. Diese Zeit nennt man die Schwingungsdauer des Pendels.

Wenn also zwei Pendel die Schwingungsdauern T und T^1 besitzen, K und K^1 ihre Trägheitsmomente, und D und D^1 die auf sie wirkenden Directionskräfte vorstellen, so ist

$$T : T^1 = \sqrt{\frac{K}{D}} : \sqrt{\frac{K^1}{D^1}}, \text{ oder}$$
$$TT : T^1T^1 = KD^1 : K^1D.$$

Durch Beobachtung der Schwingungsdauern zweier Pendel kann man also, wenn das Verhältniss der auf sie wirkenden Directionskräfte bekannt ist, das ihrer Trägheitsmomente finden, und umgekehrt, wenn das letztere Verhältniss bekannt ist, das erstere.

§. 27.

Könnte man ein Pendel construiren, dessen ganze Masse wirklich im Schwerpunkte vereinigt wäre, so würden K und D sich sehr leicht bestimmen

lassen; es wäre dann nämlich unter Beibehaltung der im §. 22 gebrauchten Bezeichnungen

$$D = Mlg, \text{ und}$$

$$K = M \,.\, ll,$$

also:

$$\frac{K}{D} = \frac{l}{g}, \text{ und}$$

daher

$$TT = \varpi\varpi \,.\, \frac{l}{g}.$$

Müsste man dem Abstande l des Schwerpunktes von der Drehungsachse, den man die Pendellänge nennt, den Werth L geben, damit die Schwingungsdauer gerade eine Zeiteinheit, d. h. eine Secunde, wäre, so bestände die Gleichung:

$$1 = \varpi\varpi\frac{L}{g}, \text{ oder}$$

$$g = \varpi\varpi L.$$

Durch Messung der Grösse L, die man die Länge des Secundenpendels nennt, könnte man also die Beschleunigung der Schwere bestimmen.

In der Wirklichkeit lässt sich ein solches sogenanntes mathematisches Pendel nun freilich nicht darstellen, indem einerseits jeder Körper eine bestimmte Ausdehnung hat, die um so grösser ist, aus je weniger dichter Masse er besteht, und andererseits derselbe mit der Drehungsachse durch einen andern Körper verbunden werden muss, der dann also sowohl die Directionskraft als auch das Trägheitsmoment etwas ändert. Allein wenn wir eine kleine aber sehr dichte Masse von einer sehr einfachen, z. B. kugelförmigen Gestalt wählen, so lässt sich der Schwerpunkt derselben mit dem Mittelpunkte zusammenfallend betrachten, und wenn diese Masse durch einen Körper von verhältnissmässig sehr geringer Masse, z. B. einen dünnen Faden, mit der Drehungsachse verbunden wird, so wird dadurch weder der Schwerpunkt noch das Trägheitsmoment merklich verändert, und ein solches Pendel kann daher bis auf eine gewisse Grenze hin wie ein mathematisches betrachtet und zur Messung der Länge des Secundenpendels benutzt werden.

Ein anderes weniger directes Mittel zur Bestimmung dieser Länge beruht auf dem Gebrauche des sogenannten Reversionspendels, d. h. eines Pendels, welches an zwei einander parallelen Drehungsachsen aufgehängt werden kann, die so liegen, dass es bei beiden Aufhängungen eine gleiche Schwingungsdauer besitzt.

Bezeichnen wir nämlich durch M die Masse des ganzen Pendels, durch K sein Trägheitsmoment in Bezug auf eine Achse, welche durch seinen Schwerpunkt geht und den beiden Drehungsachsen des Pendels parallel ist, die in einer Ebene liegen mögen, worin auch der Schwerpunkt liegt, durch l den Abstand beider Achsen von einander, durch l' und l'' die Abstände der beiden

Achsen vom Schwerpunkte, und durch T' und T'' die Schwingungsdauern, wenn es an der einen oder der andern Achse aufgehängt ist; so ist:

$$T'T' = \frac{\varpi\varpi(K + Ml'l')}{g \,.\, M \,.\, l'},$$

$$T''T'' = \frac{\varpi\varpi(K + Ml''l'')}{g \,.\, Ml''} = \frac{\varpi\varpi(K + M[l - l']^2)}{gM(l - l')}.$$

Durch eine zweckmässige Vertheilung der einzelnen Massen des Pendels wird man es nun dahin bringen können, dass

$$\frac{K + Ml'l'}{l'} = \frac{K + M(l - l')^2}{l - l'},$$

also auch $T' = T''$ wird; daraus ergiebt sich nun:

$$K(l - l') + Ml'l'(l - l') = Kl' + Ml'(l - l')^2,$$

oder

$$K(l - 2l') = Ml'(l - l')(l - l' - l')$$
$$= Ml'(l - l')(l - 2l')$$

oder

$$K = Ml'(l - l'),$$

und wenn wir damit den gemeinschaftlichen Werth der Schwingungsdauer bestimmen:

$$TT = \frac{\varpi\varpi(Ml'[l - l'] + Ml'l')}{gMl'},$$
$$= \frac{\varpi\varpi \,.\, M \,.\, ll'}{gMl'} = \frac{\varpi\varpi l}{g}.$$

Die Schwingungsdauer eines solchen Reversionspendels ist also dieselbe, wie die eines mathematischen Pendels von der Länge l, um welche die beiden parallelen Achsen auseinanderstehen.

Nachdem man also durch Versuche den Achsen eine solche Lage gegeben hat, dass das Pendel für beide Achsen eine gleiche Schwingungsdauer besitzt, wird man nur den Abstand dieser von einander genau zu messen haben, um die Länge des mathematischen Pendels von gleicher Schwingungsdauer zu finden. Diese Messung, so wie die Bestimmung der Schwingungsdauer lässt sich aber mit grosser Schärfe ausführen; und es ergiebt sich alsdann die Länge L des Secundenpendels aus der Gleichung:

$$TT : 1 = l : L,$$

oder

$$L = \frac{l}{TT}.$$

Indem durch Messung der Länge des Secundenpendels, welche einer grossen Genauigkeit fähig ist, besonders wenn man einige leicht der Rechnung zu unterwerfende Störungen, die bei der Ausführung der Versuche immer mitwirken, beachtet, die Beschleunigung der Schwere g sehr genau gemessen werden kann, so ist das Pendel von grosser Wichtigkeit für die Lehre von der Schwere geworden. So sind besonders von Bessel sehr verschiedenartige Körper als Pendel benutzt, und mit allen immer derselbe

Werth von g gefunden worden, so dass dadurch die sicherste Bestätigung dafür gewonnen ist, dass die Beschleunigung, welche die Schwere den Körpern ertheilt, von der besondern Beschaffenheit dieser unabhängig ist.

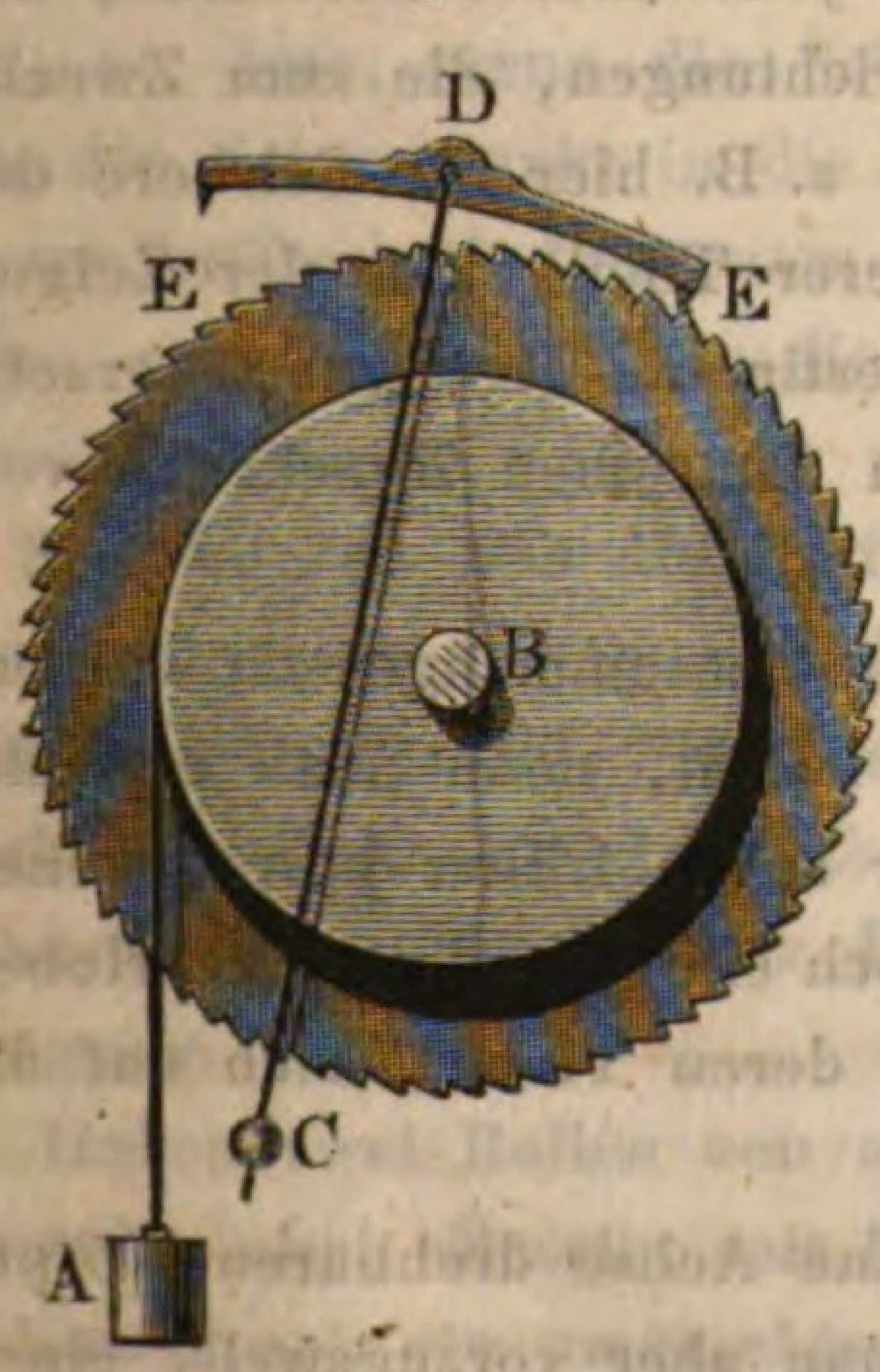
§. 28.

Die allgemeinste Anwendung findet das Pendel zur Zeitmessung im Metronom oder Tactmesser und als Regulator von Uhren.

Die Aufgabe eines Uhrwerks ist die, entweder eine vollkommen gleichförmige Bewegung hervorzubringen, so dass der zurückgelegte Weg ein Maass der darauf verwendeten Zeit ist, oder auch eine sich stets in gleicher Weise wiederholende Bewegung, so dass durch eine Zählung der in einer gewissen Zeit stattgefundenen Wiederholungen die Länge dieser Zeit gemessen werden kann.

Wenn nun ein Gewicht A eine bestimmte Zeit lang fällt, so durchläuft es einen bestimmten Weg, der, wenn die Zeit und die sonstigen Umstände bei wiederholtem Fallen sich gleich bleiben, immer dieselbe Grösse behält. Ist das Gewicht an dem Umfange eines um seine geometrische Achse drehbaren Cylinders B durch einen um diesen geschlungenen Faden befestigt, so wird während jedes Falles des Gewichtes der Cylinder sich immer um denselben Winkel drehen, ein an derselben befestigter Zeiger, der über einem in gleiche Theile getheilten Zifferblatte spielt, wird also auch während jedes Falles um gleich viel Theile auf diesem weiterrücken. So erhält man also durch eine derartige Vorrichtung ein Uhrwerk, wenn man noch bewirkt, dass der Fall des Gewichtes nach stets gleichen Zeiten aufgehoben und dann wieder freigelassen wird. Dieses letztere wird durch den Regulator erreicht, der bei Pendeluhren in einem Pendel C, Fig. 5, besteht, das bei jeder Umkehr seiner Schwingungsrichtung die Bewegung des Cylinders anhält. Zu dem Zwecke ist es z. B. mit einem Doppelhaken D versehen, welcher auf der einen oder andern Seite in den angegebenen Lagen gegen einen der zahnartigen Fortsätze E greift, die an dem Umfange des Cylinders stehen, wodurch der Cylinder und also auch das daran hängende Gewicht angehalten wird; während der Schwingung des Pendels aber lässt dieser Haken den Zahn frei, und die Bewegung geht fort, bis bei der nächsten Umkehr des Pendels wieder ein Zahn angehalten wird u. s. f., so dass während jeder Schwingung der Cylinder sich um die Weite eines Zahnes dreht.

Fig. 5.



Durch Verbindung dieses einfachsten Uhrwerkes mit complicirteren Maschinerieen wird es bewirkt, dass das Gewicht sehr viele messbare Bewegungen des Zeigers hervorbringen kann, ehe der Faden ganz vom Cylinder abgewickelt ist, und daher das Gewicht keine Drehung des Cylinders mehr hervorbringen kann, wo dann das Gewicht von Neuem aufgewunden, die Uhr aufgezogen werden muss. Ebenso wird durch die sonstige Maschinerie bewirkt, dass, während der Zeiger das ganze Zifferblatt durchwandert, ein zweiter Zeiger um einen Theilstrich sich weiter bewegt, wodurch die Zählung erleichtert wird, ja dass ein dritter Zeiger in ähnlicher Weise die ganzen Umdrehungen dieses angiebt, u. s. f., je nach dem Gebrauche, für welchen die Uhr bestimmt ist.

Um eine solche Uhr zu reguliren, d. h. zu bewirken, dass der Zeitraum, während welches das Gewicht fällt, genau eine bestimmte Länge habe, besteht das Pendel aus einer längern Stange und einem an dieser befestigten aber auf ihr verschiebbaren Gewichte. Wird dieses der Drehungsachse genähert, so wird die Pendellänge und damit die Schwingungsdauer verkürzt, wird es von derselben entfernt, so werden beide vergrössert; man wird daher durch Versuche es in einer solchen Lage befestigen können, dass die Schwingungsdauer genau eine bestimmte Grösse, z. B. eine Secunde wird, d. h. wenn das Zifferblatt in 60 Theile getheilt ist, und der zweite Zeiger, der die Minuten zählt, um einen Theil vorrückt, während der erste oder Secundenzeiger das ganze Zifferblatt durchwandert, und der dritte, der Stundenzeiger, durch 5 Theile vorrückt, während der Minutenzeiger die ganze Umdrehung ausführt, dass der letztere genau in der Zeit zweimal das Zifferblatt durchläuft, welche die Astronomie einen Tag nennt.

§. 29.

Ein solches Uhrwerk besteht demnach, wie jede andere Maschine, aus einer Verbindung verschiedener einfacher Vorrichtungen, die zum Zwecke haben, eine bestimmte bewegende Kraft, wie z. B. hier die Schwere des Gewichtes, so zu leiten, dass dadurch ein anderer Theil, hier der Zeiger, auf den sie nicht unmittelbar wirkt, in eine bestimmte Bewegung versetzt wird; oder auch mehrere bewegende Kräfte zu demselben Zwecke zu verbinden.

Diese einzelnen Theile, aus welchen Maschinen zusammengesetzt werden, und deren wir hier schon einige angewendet haben, nennt man einfache Maschinen. Man rechnet zu diesen ausser der schon früher besprochenen schiefen Ebene in ihren verschiedenen Formen noch einige andere, den Hebel, die Rolle, das Rad, das Rad an der Welle, deren Theorie sich auf die Gesetze der Drehungen um eine Achse stützt.

Im weitern Sinne kann man jeden um eine Achse drehbaren Körper einen Hebel nennen; im engern Sinne nennt man aber vorzugsweise einen

solchen Körper so, der in einer gegen die Drehungsachse senkrechten Richtung eine geradlinig oder gekrümmt gestrekte Gestalt besitzt; er dient dazu, um durch eine gegebene Kraft eine andere gegebene Kraft, die Last, im Gleichgewichte zu erhalten oder in einer Richtung zu bewegen, welche nicht mit der Richtung zusammenfällt, in der sich die sich selbst überlassene Last bewegen würde. Da jeder Hebel nothwendig ein Körper, also der Schwere unterworfen ist, so wird bei jeder andern Stellung der Drehungsachse als der Verticalen oder einer solchen, in der sie nicht durch den Schwerpunkt des Hebels geht, durch die eigene Schwere ein Drehungsmoment auf denselben ausgeübt, welches sowohl im Sinne der Last als auch im Sinne der Kraft (in engerer Bedeutung) wirken kann. In den meisten Anwendungen ist jedoch dieses Moment gegen die Momente der Last und der Kraft so unbedeutend, dass man darauf nicht Rücksicht zu nehmen braucht. Abgesehen hiervon gilt der allgemeine Satz, dass das Moment der Kraft dem der Last gleich sein muss, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, und dass, um die Last zu bewegen, das Moment der Kraft das jener übersteigen muss.

Man unterscheidet zweiarmige und einarmige Hebel, je nachdem die Achse zwischen den beiden Angriffspunkten oder auf derselben Seite beider liegt. Liegt beim einarmigen Hebel der Angriffspunkt der Kraft weiter von der Drehungsachse als der der Last, so nennt man ihn Druckhebel; alsdann wird die Last durch eine kleinere Kraft im Gleichgewicht erhalten, oder selbst bewegt, aber bei der Bewegung hat der Angriffspunkt der Kraft eine grössere Geschwindigkeit als der der Last. Bei der umgekehrten Lage der Angriffspunkte, welche den Wurfhebel charakterisirt, ist zwar zur Ueberwindung der Last eine grössere Kraft erforderlich, aber es wird dann die Last geschwinder bewegt, als die Kraft.

Die Rolle ist streng genommen ein Hebel von einer scheibenförmigen Gestalt, dessen Drehungsachse mit der geometrischen Achse dieser zusammenfällt, so dass, wenn die Scheibe überall eine gleiche Dichtigkeit besitzt, auch der Schwerpunkt in die Drehungsachse fällt, die Rolle sich also ohne äussere Kräfte im indifferenten Gleichgewicht befindet. Last und Kraft haben beide, vermöge eines um die Rolle geschlungenen biegsamen Fadens oder Seiles, an deren Enden sie wirken, ihre Angriffspunkte an dem Umfange der Scheibe; da also die Entfernungen dieser von der Achse gleich sind, so können sie sich nur im Gleichgewicht halten, wenn sie ihrer Grösse nach einander gleich sind. Bei der Bewegung der Rolle erhalten beide immer gleiche Geschwindigkeiten; aber da sie in verschiedenen Richtungen wirken, so besteht der Nutzen der Rolle in der Veränderung der Richtung einer Bewegung.

Haben zwei Rollen von ungleichem Durchmesser, die fest mit einander verbunden sind, dieselbe mit beiden concentrische Drehungsachse, und wirkt die Last durch ein umgeschlungenes Seil am Umfange der einen, z. B. der

kleinern, die Kraft am Umfange der grössern, so kann eine geringere Kraft eine grössere Last im Gleichgewichte halten, oder im Sinne der Kraft bewegen; die kleinere Rolle heisst dann Welle, die grössere Rad. Je nach den besondern Anwendungen erhält das Rad an der Welle besondere Formen, und erhält dann besondere Namen: Haspel, Winde, Göpel u. s. w., wie es die angewandte Mechanik lehrt.

Wenn mehrere Räder und Wellen mit einander verbunden werden sollen, so geschieht es theils durch umgeschlungene Fäden oder Seile, theils dadurch, dass sie an ihren Rändern mit zahnartigen Fortsätzen versehen werden, die in einander eingreifen, wodurch wieder je nach der Stellung und Form der Zähne besondere Arten in der angewandten Mechanik unterschieden werden, z. B. Stirnrad, Kammrad, Trieb.

§. 30.

Die Hebelgesetze finden eine wichtige Anwendung in der Construction von Wagen, d. h. solcher Vorrichtungen, welche zu einer genauen und bequemen Vergleichung und Messung von Gewichten dienen. Die gewöhnlichste Wage ist die gleichschenklige; sie besteht aus einem Wagebalken, der mit einer Drehungsachse in seiner Mitte versehen ist, und zwei Wagschalen, die an den Endpunkten desselben hängen, und zur Aufnahme des zu wiegenden Körpers auf der einen Seite und eines Gegengewichtes oder Maassgewichtes auf der andern Seite bestimmt sind; an dem Wagebalken ist die Zunge befestigt, d. h. ein Zeiger, der, wenn die von der Schwere auf beiden Seiten der Drehungsachse auf die unbelastete Wage ausgeübten Drehungsmomente sich aufheben, auf ein an dem Gestell befestigtes Zeichen, Mire, hinweist. Alsdann muss die die Aufhängepunkte der Wagschalen mit einander verbindende Gerade, welche zugleich die Drehungsachse senkrecht schneiden muss, horizontal stehen. Sind ferner beide Arme der Wage genau gleich lang, d. h. sind die beiden Aufhängepunkte gleich weit von der Drehungsachse entfernt, und spielt der Zeiger wieder auf die Mire ein, wenn in jede Wagschale ein Körper gelegt ist, so sind offenbar die Gewichte beider einander gleich. Ist dieses letztere nicht der Fall, und befindet sich der Schwerpunkt der unbelasteten Wage, wie es für das stabile Gleichgewicht erforderlich ist, unter der Drehungsachse, so wird der Wagebalken sich auf der Seite des schwereren Gewichtes senken. Da aber dabei das nach der entgegengesetzten Seite drehende Moment des Wagebalkens selbst wächst, so wird die Wage in einer andern Lage zur Ruhe kommen, die von der Ruhelage der unbelasteten Wage sich durch einen um so grössern Ausschlag der Zunge unterscheidet, je grösser einerseits das Uebergewicht des schwerern aufgelegten Gewichtes über das leichtere ist, und je näher andererseits der Schwerpunkt der unbelasteten Wage der Drehungsachse liegt. Um also für ein kleines Uebergewicht einen grossen Ausschlag zu

erhalten, d. h. um die Wage empfindlich zu machen, muss der Schwerpunkt der unbelasteten Wage sehr nahe unter der Drehungsachse liegen.

Die Drehungsachse muss eine feste gerade Linie sein, und man bildet sie daher dadurch, dass in die Mitte des Wagebalkens eine scharfe nach unten gekehrte gerade Schneide aus einem sehr harten, d. h. nicht leicht zu verletzenden Körper eingelassen ist, welche auf einer ebenen horizontalen ebenfalls harten Unterlage aufliegt. An ähnlichen aufwärts gekehrten Schneiden werden die Wagschalen durch Haken aufgehängt.

Feine Wagen sind der bessern Erhaltung wegen mit einer Arretirung versehen, d. h. einer Vorrichung, durch welche der Wagebalken sowohl als auch die Wagschalen leicht und sanft von den tragenden Schneiden abgehoben und wieder aufgelegt werden können, welches letztere nur beim Gebrauch selbst geschieht.

Die Wägung wird, nachdem der zu wiegende Körper in die eine Wagschale gelegt ist, entweder so ausgeführt, dass man auf der andern Seite so lange grössere und kleinere Körper von bekanntem Gewichte, Gewichtsstücke, auflegt, bis der Zeiger auf die Mire einsteht, oder genauer so, dass man diese Tarirung mit einer Menge kleinerer Körper, Hagel, Sand u. dgl., ausführt, dann den zu wiegenden Körper von der Wagschale abhebt, und ihn durch die Gewichtsstücke ersetzt, die mit der Tara auf der andern Seite nun wieder ins Gleichgewicht gebracht werden. In beiden Fällen giebt die Summe der aufgelegten Gewichtsstücke unmittelbar das Gewicht des Körpers an.

Eine gewöhnlich weniger genaue, aber leicht zu handhabende Wage ist die Schnellwage, bei welcher die Arme des Wagebalkens ungleich lang sind, die Aufhängepunkte aber wieder bei unbelasteter Wage horizontal stehen, indem zugleich der Zeiger auf die Mire einspielt, und der Schwerpunkt unter der Drehungsachse sich befindet. An dem kürzern Arme wird die zu wiegende Last an einem constanten Aufhängepunkt aufgehängt, an dem längern Arme ein constantes Gewicht an einem veränderlichen Aufhängepunkte, dessen Entfernung von der Drehungsachse bei einspielendem Zeiger die Grösse des Gewichtes angiebt.

Um grössere Lasten zu wiegen, bedient man sich der ebenfalls ungleichschenkligen Decimalwage, bei der die Aufhängepunkte constant sind, aber der für die Gewichtsstücke bestimmte in einer 10 mal grössern Entfernung von der Umdrehungsachse sich befindet, als der für die Last bestimmte, so dass jedes Gewichtsstück einen 10 mal grössern Werth auf dieser Wage als auf einer gleichschenkligen besitzt. Die für die Aufnahme der Last dienende Wagschale besteht dann gewöhnlich aus einem grössern Brette, der Brücke, die durch mehrere Hebelstangen an dem Wagebalken aufgehängt ist, und in dieser Form heisst die Wage eine Brückwage.

Drittes Capitel.

Von der Verschiedenheit der Schwere an verschiedenen Punkten der Erde und der allgemeinen Gravitation.

§. 31.

Wenn uns auch unsere ersten Beobachtungen über die Schwere gezeigt haben, dass innerhalb einer beschränkten Ausdehnung, in einem Zimmer z. B., die Richtung, in welcher die Schwere die Körper zu bewegen strebt, oder die Verticalrichtung überall als parallel zu betrachten ist, so ist doch damit keineswegs dieser Parallelismus in einer jeden beliebigen Ausdehnung, z. B. für zwei sehr weit von einander entfernte Punkte auf der Erde, nachgewiesen. Astronomie und Geodäsie lehren uns, dass die Erde ein von einer in sich zurücklaufenden Fläche ringsum begrenzter Körper ist. Fände daher ein vollständiger Parallelismus der Verticalen statt, so müsste es offenbar an der Oberfläche der Erde Stellen geben, wo die Schwere die Körper von der Erde zu entfernen strebte. Dieses findet aber keineswegs statt, vielmehr ist allenthalben die Richtung der Schwere dem Innern der Erde zugewendet, und wenig abweichend von der Normale auf der Erdoberfläche. Oder vielmehr, es lässt sich eine in sich zurücklaufende Fläche denken, die allenthalben senkrecht gegen die Richtung der Schwere ist, und die mit der wirklichen Oberfläche der Erde so nahe zusammenfällt, dass sie sich von dieser allenthalben nur um Grössen entfernt, die gegen die Dimensionen der Erde sehr klein sind; so dass die wirkliche Oberfläche der letztern nur als eine durch zufällige und geringe Unregelmässigkeiten von jener idealen Fläche verschiedene Fläche erscheint. In astronomischen, geodätischen und manchen physikalischen Untersuchungen, überall da, wo man die Erde im Ganzen nach ihren räumlichen Verhältnissen betrachtet, versteht man daher unter der Erdoberfläche jene ideale Fläche.

Betrachten wir den die Erde ringsumgebenden Fixsternhimmel von verschiedenen Punkten aus, so sind freilich von diesen aus gleichzeitig ganz oder zum Theil verschiedene Theile desselben sichtbar, allein an den von verschiedenen Punkten gleichzeitig sichtbaren Theilen desselben bieten die darauf befindlichen Fixsterne doch immer dasselbe Bild ihrer gegenseitigen Lage zu einander dar, welche Entfernungen auch die Standpunkte auf der Erde von einander trennen mögen. Daraus müssen wir schliessen, dass die Entfernungen der Fixsterne von uns so bedeutend sind, dass die Entfernungen auf der Erde dagegen gänzlich verschwinden, dass wir mithin die von verschiedenen Punkten der Erde nach demselben Fixstern gezogenen Linien als merklich parallel betrachten können. Solche Geraden können also dazu dienen, die Richtungen der Verticalen an verschiedenen Punkten der Erde mit einander zu vergleichen. Derartige Vergleichungen ergeben, dass

die an den verschiedenen Punkten der Erdoberfläche gezogenen Verticalen bei gehöriger Verlängerung sich gegenseitig in Punkten schneiden, die so nahe zusammenliegen, dass sie bei einer ersten allgemeinen Betrachtung als ein einziger betrachtet werden können, dass also die ideale Erdoberfläche im Ganzen sich einer Kugelfläche nähert, deren Mittelpunkt mit jenem Durchschnittspunkte zusammenfällt.

Wenn wir also die Erde als eine Kugel betrachten, so erscheint der Mittelpunkt derselben mit einer Kraft ausgerüstet, vermöge der er die Körper anzieht, und das Maass dieser Kraft ist die Beschleunigung g der Schwere, die, wie wir gesehen haben, durch Bestimmung der Länge des Secundenpendels einer genauen Messung fähig ist, und die in den bisher erwähnten Versuchen, welche sämmtlich an demselben Orte angestellt sind, sich als eine constante Grösse ergeben hat.

Wie aber die Richtung der Schwere sich als eine verschiedene an sehr weit auseinanderliegenden Punkten der Erde ergeben hat, so finden auch Verschiedenheiten in der Grösse dieser Kraft an solchen Punkten statt, die freilich nicht sehr bedeutend aber doch merklich sind und eine gewisse Regelmässigkeit zeigen. Aus den Messungen der Länge des Secundenpendels ergiebt sich nämlich, dass sie im Allgemeinen am Aequator am kleinsten ist und nach beiden Polen hin von dort aus zunimmt. So ist z. B. unter L die Länge des Secundenpendels verstanden, in

Rawak	unter der Breite	$0^0\ 1'34''$,	$L = 990{,}9466^{mm}$	oder $g = 9780{,}252^{mm}$,
Paris	„ „ „	$48^0 50' 14''$,	$L = 993{,}8606^{mm}$	„ $g = 9809{,}012^{mm}$,
Spitzbergen	„ „ „	$79^0 49' 58''$,	$L = 996{,}0359^{mm}$	„ $g = 9828{,}219^{mm}$,

und eine ähnliche regelmässige Zunahme der Schwere mit der Breite ergiebt sich auch aus andern Pendellängenmessungen.

Nehmen wir nun an, dass die Schwere von einer Anziehung herstamme, die der Mittelpunkt der Erde auf die Körper ausübt, so ist es natürlich anzunehmen, dass diese Anziehung dieselbe am Aequator wie an den Polen sein würde, wenn die Körper an beiden sich unter ganz gleichen Umständen befänden, dass also die Verschiedenheit derselben von gewissen Verschiedenheiten äusserer Umstände herrühre.

§. 32.

Eine Ursache, welche eine solche Verminderung der Anziehungskraft vom Mittelpunkt der Erde auf die Körper am Aequator hervorbringen könnte, würde sich nun zunächst ergeben, wenn wir annehmen, dass die Erde in einer Drehung um eine durch ihre Pole gehende Achse begriffen ist, wie die Astronomie dieses als eine sehr wahrscheinliche Hypothese aufstellt.

Denn unter dieser Voraussetzung ist jeder nicht in der Drehungsachse befindliche Körper einer Centrifugalkraft unterworfen, welche der Schwere zum Theil wenigstens entgegenwirkt, und welche an verschiedenen Stellen

der Erde einen ungleichen Werth haben muss. Nennen wir nämlich m die Masse, r die Entfernung eines Körpers von der Drehungsachse und χ die angulare Geschwindigkeit, mit der die Erde sich dreht, so ist die senkrecht gegen die Drehungsachse gerichtete Centrifugalkraft $= mr\chi\chi$.

Betrachten wir nun die Erde als eine Kugel vom Halbmesser R, und bezeichnen wir durch φ die geographische Breite eines Ortes auf der Erde, d. h. den in Winkeln zu messenden Abstand desselben vom Aequator, so ist $r = R . \cos \varphi$, die Centrifugalkraft wird also $= mR . \cos \varphi . \chi\chi$.

Da aber diese Kraft senkrecht gegen die Drehungsachse wirkt, die Schwere aber in der Richtung nach dem Mittelpunkte der Erde, so wirkt nur die dieser letztern Richtung parallele Componente der Schwere entgegen; da also beide Richtungen den Winkel φ einschliessen, so ist die Centrifugalkraft noch mit $\cos \varphi$ zu multipliciren, wodurch sich eine Verminderung der Beschleunigung der Schwere $= R . \cos^2 \varphi . \chi\chi$ ergiebt.

Da dieser Ausdruck für $\varphi = 90^0$ verschwindet, und seinen grössten Werth $R . \chi\chi$ für $\varphi = 0$ erhält, so ergiebt sich, dass wirklich durch die Centrifugalkraft eine Verminderung der Beschleunigung der Schwere von den Polen nach dem Aequator hin hervorgebracht werden kann.

Dass aber wirklich eine Drehung der Erde um ihre durch die Pole gehende Achse stattfindet, kann nicht allein als eine Hypothese aus der Astronomie entlehnt, sondern durch physikalische Experimente nachgewiesen werden.

Denn da, eine solche Drehung angenommen, die lineare Geschwindigkeit eines Körpers auf der Erde in dem Sinne der Drehung von West nach Ost um so grösser sein muss, in je grösserem Abstande derselbe sich von der Drehungsachse befindet, so hat die Spitze eines Thurms z. B. eine grössere Geschwindigkeit, als der vertical unter derselben liegende Punkt am Fusse desselben. Wenn nun ein Körper von der Spitze herabfällt, so hat er eine grössere Geschwindigkeit in der angegebenen Richtung, als die Punkte, zu welchen er kommt, d. h. er muss sich so bewegen, als ruhte die Erde und er selbst hätte im Anfange seines Fallens eine Geschwindigkeit von West nach Ost erhalten, die der Differenz der wirklichen Geschwindigkeiten gleich ist. Er kann dann also nicht genau in der Verticale niederfallen, sondern muss sich von dieser nach Osten hin entfernen. Nun können zwar diese Differenzen nur gering sein, da alle uns zugänglichen und zu solchen Versuchen brauchbaren Höhen über der Erdoberfläche nur klein gegen die Entfernungen von der Drehungsachse der Erde sind; allein Versuche, die in dieser Hinsicht von Guglielmini in Bologna, von Benzenberg in Hamburg und in einem westphälischen Bergwerke, und von Reich in einer Freiburger Grube angestellt sind, haben wirklich ein solches Abweichen frei fallender Körper von der Verticalen nach Osten hin ergeben, und die numerischen Grössen stimmen ziemlich mit den Zahlen überein, welche Gauss nach mechanischen Gesetzen

aus der astronomisch und geodätisch ermittelten Umdrehungszeit und Grösse der Erde, und aus den beobachteten Polhöhen und Thurmhöhen berechnet hat.

In neuerer Zeit hat Foucault einen noch leichter anzustellenden Versuch mit einem an einem biegsamen Faden aufgehängten Pendel angestellt, der ebenfalls einen Beweis von der Achsendrehung der Erde liefert.

Bei einem solchen Pendel kann eigentlich von einer Drehungsachse nicht gesprochen werden, da nur der obere Anknüpfungspunkt des Fadens befestigt ist und die Biegsamkeit des Fadens eine jede Bewegung gestattet, bei welcher die Entfernung der an den Faden geknüpften Masse von diesem Aufhängepunkte dieselbe bleibt; es ist daher auch ein Heraustreten eines Punktes desselben, z. B. ihres Schwerpunktes aus der Ebene bei der Bewegung möglich. Ruht der Aufhängepunkt, und setzt allein die Schwere das Pendel in Bewegung, nachdem dieses aus der Ruhelage abgelenkt ist, so wird der Schwerpunkt allerdings immer in der Verticalebene bleiben müssen, welche durch die anfängliche Ablenkung festgelegt ist, weil die Trägheit denselben immer in der Richtung fortführt, in der er sich gerade bewegt und die Schwere ihn immer nach derselben Geraden hin zu führen strebt und dann ist es so gut, als drehte sich das Pendel um eine feste Drehungsachse. Allein wenn der Aufhängepunkt bewegt wird, so dass die durch denselben gehende Verticale immer andere und andere Lagen erhält, so verändert sich während der Bewegung selbst die Richtung, in der die Schwere den Schwerpunkt des Pendels fortführt; es wird dann daher das Pendel aus seiner Ebene heraustreten müssen.

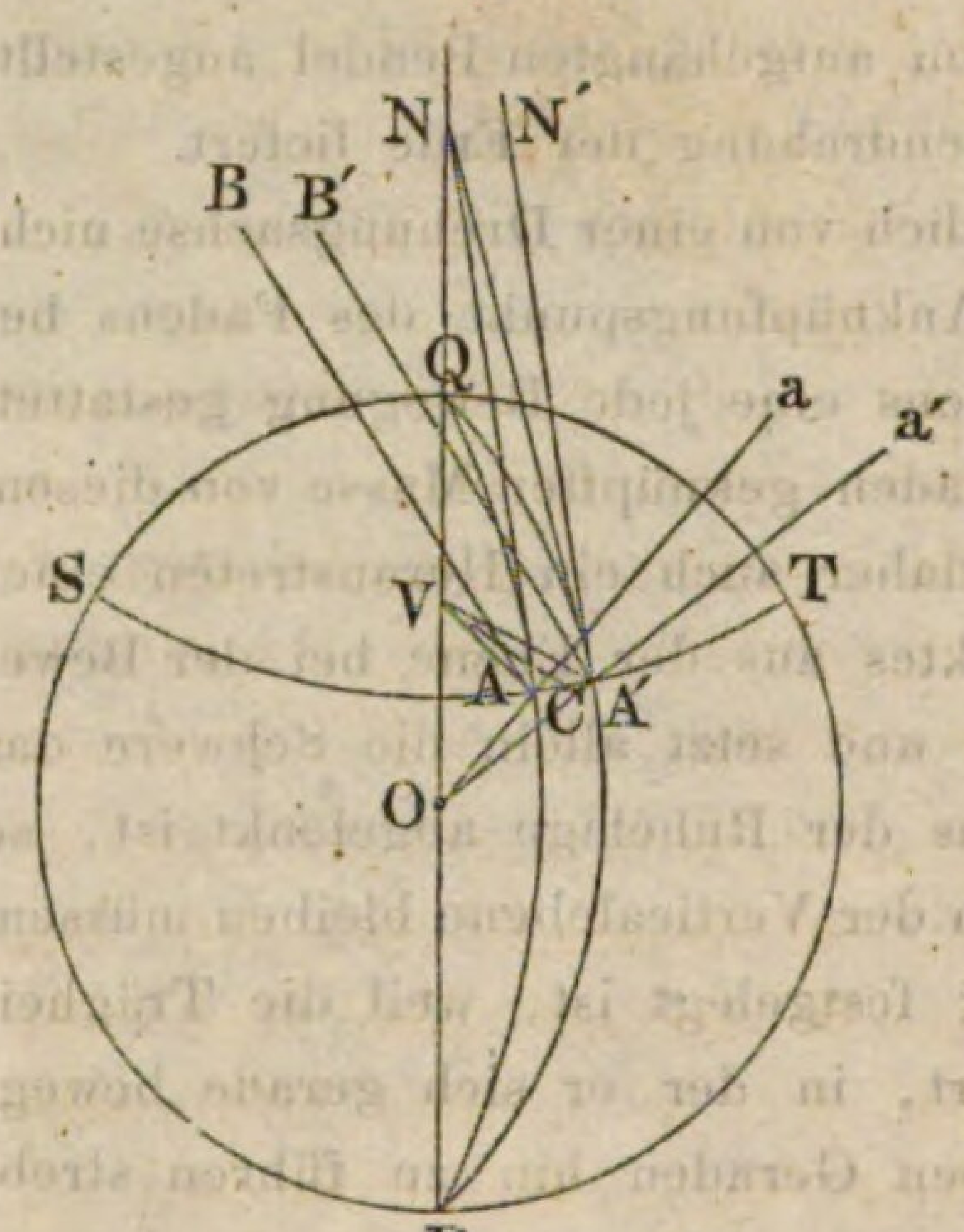
Am Pole wird durch die Drehung die Lage des Aufhängepunktes nicht verändert, die Richtung der Schwere bleibt hier immer dieselbe, das Pendel wird daher immer in derselben Ebene bleiben müssen, und indem sich die Erde von West nach Ost dreht, wird für einen mit der Erde sich drehenden Beobachter der Anschein entstehen, als drehe sich die Schwingungsebene des Pendels von Ost nach West, und zwar in derselben Zeit genau einmal herum, in welcher sich die Erde einmal um die Achse dreht.

Am Aequator dagegen verändert die durch den Aufhängungspunkt gehende Verticale zwar fortwährend ihre Lage, aber sie bleibt immer in einer gegen die Drehungsachse senkrechten Ebene, und da der Schwerpunkt des Pendels ausser der durch die Schwere ihm ertheilten Bewegung dieselbe Bewegung wie der Aufhängungspunkt hat, so wird eine durch den Schwerpunkt des Pendels gelegte Verticalebene stets einen und denselben Winkel mit der Aequatorebene machen müssen, worin sich die Verticale des Aufhängepunktes bewegt, d. h. die Schwingungsebene desselben wird in Bezug auf die sich drehende Erde eine unveränderte sein.

An jedem andern Punkte der Erde beschreibt die durch den Aufhängepunkt des Pendels gehende Verticale während einer Drehung der Erde ein Stück einer Kegelfläche, deren Spitze im Mittelpunkte der Erde und deren

Basis der von dem Aufhängepunkte während einer Drehung der Erde beschriebene Kreis ist.

Fig. 6.



Es bezeichne nun O, Fig. 6, den Mittelpunkt der Erde, PQ die Drehungsachse derselben, A einen Ort auf der Oberfläche derselben, die Ebene APQ den Meridian und die Ebene AST den Parallelkreis dieses Ortes; zieht man die Gerade OAa, so wird Aa die Lage der Verticalen des Punktes A sein. Nach einer bestimmten kleinen Zeit Δt wird durch die Drehung der Erde A nach A', und die Verticale dieses Punktes in die Lage $A'a'$ gekommen sein, wenn $OA'a'$ eine Gerade ist. Während der betrachtete Punkt sich in A befindet, muss die Schwingungsebene des Pendels durch Aa gehen, während er sich in A' befindet, dagegen durch $A'a'$. Stellt ABa die Schwingungsebene im ersten Fälle vor und ziehen wir durch A' die Parallele $A'B'$ mit AB, so wird $A'B'a'$ die Schwingungsebene im zweiten Falle sein. Nennen wir α den Winkel, welchen die Ebene ABa mit dem Meridian PAQ macht, und β den Winkel, welchen die Ebene $A'B'a'$ mit dem Meridian $PA'Q$ macht, so wird, während der Aufhängepunkt des Pendels von A nach A' fortrückt, die Schwingungsebene des Pendels die scheinbare Drehung $\alpha - \beta$ ausgeführt haben. Ziehen wir nun durch A und A' die Tangenten AN und $A'N$ an die Kreise PAQ und $PA'Q$, welche die Achse PQ im Punkte N schneiden mögen, und zugleich durch A' die Parallele $A'N'$ mit AN, so werden die Ebenen $NA'a'$ und $N'A'a'$ denselben Winkel $\alpha - \beta$ mit einander bilden. Da aber, wenn Δt, und also auch AA', nur klein ist, NA und folglich auch $N'A'$ senkrecht auf der Ebene AOA' stehen, so wird $NA'N'$ dieser Winkel sein; dieser ist aber gleich dem Winkel ANA'. Nun ist, wenn V der Mittelpunkt des Parallelkreises $SAA'T$ ist, φ die geographische Breite von A und A', und R den Erdhalbmesser bezeichnet, $VA = VA' = R \cos \varphi$. Halbirt nun C die Sehne AA', so ist $AC = A'C = VA \sin \frac{1}{2} AVA'$; wenn sich also die Erde während der Zeit Δt um den Winkel h gedreht hat, so ist

$$AC = R \cos \varphi \sin \tfrac{1}{2} h, \text{ und da}$$

$$AN = R \operatorname{cotg} \varphi \text{ und}$$

$$\sin \tfrac{1}{2} ANA' = \frac{AC}{AN} = \sin \varphi \sin \tfrac{1}{2} h \text{ ist,}$$

so ergiebt sich

$$\sin \tfrac{1}{2} (\alpha - \beta) = \sin \varphi \sin \tfrac{1}{2} h$$

oder, da $\alpha - \beta$ und h nur kleine Winkel sind,

$$\alpha - \beta = h \sin \varphi,$$

d. h. während der kleinen Zeit Δt dreht sich die Schwingungsebene des Pendels scheinbar um einen Winkel, welcher dem Producte des Winkels h, um welchen sich die Erde in derselben Zeit dreht, in den Sinus der Breite proportional ist.

Am Pole ist $\sin \varphi = 1$, folglich $\alpha - \beta = h$, am Aequator ist $\sin \varphi = 0$, also $\alpha - \beta = 0$, für einen Ort wie Hannover, dessen Breite $= 52^{0}23'$, ergiebt sich $\alpha - \beta = h . 0{,}79212$; daraus folgt, dass hier in einem Tage die Schwingungsebene des Pendels sich um $285^{0}\, 9',6$ dreht, oder dass sie, um sich um 360^{0} zu drehen, $30^{h}\, 17'\, 56'',4$ gebraucht.

Die Beobachtungen, welche an solchen Pendeln angestellt sind, erweisen nicht nur eine scheinbare Drehung der Schwingungsebene in dem angegebenen Sinne von Ost nach West, sondern stimmen auch mit dem für die Grösse der Drehung abgeleiteten Gesetze überein, so dass die Drehung der Erde um ihre Achse hierdurch einen neuen sichern Beweis erhalten hat.

§. 33.

Um nun den numerischen Werth der Verminderung der Schwere zu berechnen, welcher sich aus der durch die genannten Beweise erwiesenen Achsendrehung der Erde ergiebt, ist zu beachten, dass die Dauer einer Erdumdrehung, wie die Astronomie lehrt, $= 23^{h}\, 56'\, 4'',1$ ist, woraus sich für die Secunde als Zeiteinheit die angulare Geschwindigkeit $\chi = \frac{2\varpi}{86164{,}1}$ ergiebt; während, wenn wir die Erde als eine Kugel ansehen, der Halbmesser $R = 6366000000$ angenommen werden kann, wenn wir das Millimeter wie bisher auch hier als Längeneinheit gebrauchen. Daraus folgt $R . \chi\chi = 33{,}695$.

Nennen wir daher g die Beschleunigung der Schwere, wie sie ohne die Centrifugalkraft sein würde, so ist sie an einem Orte unter der Breite φ gleich $g - 33{,}695 . \cos^2 \varphi$.

Oder wenn wir die Beschleunigung derselben unter dem Aequator durch $g^0 = g - 33{,}695$ setzen, so würde für einen Ort unter der Breite φ der wahre Werth G derselben sein müssen

$$G = g^0 + 33{,}695 . \sin^2 \varphi.$$

Wenn man aber aus den sämmtlichen bekannten und genauen Messungen der Pendellängen die Werthe von G berechnet, und durch einen Ausdruck von der Form

$$G = g^0 + a . \sin^2 \varphi$$

darzustellen sucht, so ergiebt sich freilich, dass dieses möglich ist, dass

aber dem Factor a ein anderer Werth gegeben werden muss, als der so eben berechnete; man findet dann nämlich

$$g_0 = 9780{,}6, \quad a = 50{,}59.$$

Daraus folgt also, dass ausser der Achsendrehung der Erde noch andere Gründe vorhanden sein müssen, welche die Schwere am Aequator im Vergleich mit der in höhern Breiten vermindern, wenn nämlich wirklich eine vom Mittelpunkt der Erde ausgehende Anziehungskraft der Grund der Schwere ist.

Nun ist es aber erstens wahrscheinlich, dass, wenn dem Mittelpunkte der Erde eine solche anziehende Kraft wirklich zukommt, diese eine verschiedene Grösse hat, je nach der Entfernung, in welcher sich der angezogene Körper von demselben befindet, und da eine genauere Untersuchung der Gestalt der Erde zeigt, dass dieselbe keine vollkommene Kugel ist, sondern sich vielmehr der eines an den Polen abgeplatteten Rotationsellipsoides nähert, so folgt daraus, dass die Körper unter dem Aequator weiter vom Mittelpunkte entfernt sind als die unter den Polen. Da nun die Geodäsie das Verhältniss dieser Entfernungen ermittelt hat, so könnten die Pendelbeobachtungen dazu dienen, das Gesetz zu ermitteln, nach welchem die anziehende Kraft des Mittelpunktes der Erde mit der Entfernung von demselben abnimmt.

Allein dabei dürfen wir zweitens nicht vergessen, dass, wenn wir die Erde nicht mehr als Kugel betrachten, es auch nicht mehr erlaubt ist, den Mittelpunkt derselben als den Anziehungsmittelpunkt zu betrachten, indem sich die Richtungen der Schwerkraft nicht genau in diesem schneiden, sondern in unzählig vielen Punkten, die alle freilich in der Nähe dieses Mittelpunktes liegen.

Daraus folgt dann, dass nicht ein einziger Punkt der Erde, sondern jedenfalls mehrere mit der anziehenden Eigenschaft begabt sein müssen, woraus, wenn wir voraussetzen, dass sie je nach den Entfernungen, in der sich ein Körper von ihnen befindet, andere Kräfte auf ihn ausüben, es erklärlich sein würde, dass die Resultante sämmtlicher Anziehungen an den verschiedenen Punkten der Erdoberfläche in ihrer Grösse variiren und zugleich auch nicht sämmtlich in einem Punkte zusammenlaufende Richtungen besitzen.

Da wir aber keinen Grund haben, nur gewissen Punkten der Erde anziehende Kräfte beizulegen, so ist die einfachste Voraussetzung, dass wir sie jedem Punkte zuschreiben; und da das Gewicht eines Körpers seiner Masse proportional ist, so ist es wahrscheinlich, dass auch jeder Punkt der Erde eine Anziehung ausübt, welche seiner Masse proportional ist. Um daher diese Hypothese prüfen zu können, würde es nöthig sein, die Vertheilung der Massen im Innern der Erde zu kennen, und ausserdem das Gesetz zu haben, nach welchem die Anziehung zwischen zwei Massen mit ihrer gegenseitigen Entfernung sich ändert.

Ueber Beides sind wir völlig im Dunkeln, allein verschiedene Umstände, die theils andern Wissenschaften angehören, theils im weiteren Verlaufe noch näher erörtert werden sollen, machen es wahrscheinlich, dass im Ganzen genommen, die Dichtigkeit der Erde von Aussen nach Innen nach Art concentrischer Schichten zunehme, und dass die Kraft zwischen zwei schweren Massen dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional sei.

Nimmt man diese Hypothesen an, und betrachtet man die Erde als ein abgeplattetes Rotationsellipsoid, so ergiebt sich, dass an der Oberfläche derselben an jedem Punkte eine gegen diese Oberfläche senkrechte und nach Innen zu gerichtete Kraft auf einen Körper wirken muss, welche der Masse dieses proportional ist, und dieser eine Beschleunigung g ertheilt, welche sich durch

$$g = g_0 + a \, . \sin^2 \varphi$$

vorstellen läst, worin g_0 die Beschleunigung am Aequator, φ die geographische Breite des betrachteten Ortes bezeichnet, und die Constante $a = \frac{5}{2}\gamma - g_0 \, . \, \varepsilon$ ist, wenn γ die von der Centrifugalkraft am Aequator hervorgebrachte Verminderung der Beschleunigung der Schwere, und ε die Abplattung des Rotationsellipsoids ist, d. h. das Verhältniss der Differenz der beiden Halbachsen der erzeugenden Ellipse zur halben grossen Achse derselben.

Dieses letztere ist nach dem Ergebnisse geodätischer Messungen $= \frac{1}{298{,}3186} = 0{,}003352$, und für γ haben wir den Werth $\gamma = 33{,}695$ gefunden. Daraus folgt also:

$$g = g_0 + (84{,}2375 - g_0 \, . \, 0{,}003352) \, . \sin^2 \varphi;$$

und da die Pendellängenmessungen

$$g = 9780{,}6 + 50{,}59 \, . \sin^2 \varphi$$

ergeben haben, also $g_0 = 9780{,}6$, so ergiebt die obige Formel den berechneten Werth von

$$g = 9780{,}6 + 51{,}45 \, . \sin^2 \varphi,$$

welche mit der obigen fast vollkommen übereinstimmt, so dass mit den Verschiedenheiten in der Richtung und Grösse der Schwere, welche auf der Erde wirklich beobachtet sind, die von uns gemachten Voraussetzungen über die Ursache der Schwere und über die Vertheilung der Dichtigkeit im Innern der Erde im Einklang stehen.

§. 34.

Wenn auch hierdurch die aufgestellten Hypothesen eine sehr grosse Wahrscheinlichkeit erhalten haben, so ist es doch von Wichtigkeit, alle Erscheinungen zu betrachten, welche entweder zu einer Bestätigung oder zu einer Verwerfung derselben führen können.

Was nun zunächst die Annahme betrifft, dass die Schwere nicht bloss durch eine Anziehung eines oder einiger Punkte der Erde hervorgebracht werde, sondern von allen Punkten derselben ausgehe, so erhält diese in

gewisser Weise eine Bestätigung dadurch, dass die Pendellängenbeobachtungen, aus welchen die beiden Constanten gewissermassen als Mittelwerthe in der Schlussformel abgeleitet sind, dieser Formel nicht genau sich unterordnen lassen, d. h. der aus dieser Formel für einen bestimmten Ort berechnete Werth von g stimmt nicht vollkommen genau mit dem beobachteten überein, eine Differenz, die zum Theil von unvermeidlichen Fehlern bei den Beobachtungen herrührt. Aber wenn man diejenigen Orte zusammenstellt, wo die Beobachtung einen grössern Werth von g als die Rechnung ergiebt, und ebenso diejenigen, wo das Umgekehrte stattfindet, so zeigt sich, dass an den ersten Orten der ganze Erdboden meist aus sehr dichten, an den zweiten dagegen aus weniger dichten Massen besteht, woraus folgt, dass ein sehr dichter Erdboden an einem Orte die Schwere vergrössert, dass also die Schwere von den zunächst liegenden Punkten der Erde, die eben ihrer grösseren Nähe wegen nach der Voraussetzung einen verhältnissmässig grösseren Einfluss auf das Resultat haben müssen, als entferntere, merklich abhängig ist.

Noch auffallender zeigt sich eine solche locale Abweichung bedingt durch Unregelmässigkeiten der Dichtigkeit oder Gestalt der obersten Erdschichten da, wo eine isolirte Masse derselben sich beträchtlich über andere erhebt. Beobachtungen über Richtung oder Stärke der Schwerkraft zu den Seiten oder auf der Spitze eines Berges zeigen, dass die Masse des Berges eine nach dem Innern desselben gerichtete Veränderung der Richtung und Grösse derselben hervorbringt, so dass an der Seite desselben die Verticale z. B. nicht genau mit der Normale auf das abgeplattete Rotationsellipsoid zusammenfällt, welches die ideale Gestalt der Erde ist. Wo man die Masse eines solchen Berges bestimmen kann, indem man das Volumen und die Gestalt desselben, so wie die Dichtigkeit der ihn zusammensetzenden Gesteine kennt, hat man sogar versucht, aus der Grösse der Veränderung der Schwere die Masse der Erde mit der Masse des Berges zu vergleichen, und da das Volumen der Erde bekannt ist, so die mittlere Dichtigkeit derselben unter Zugrundelegung der vorher angeführten Hypothesen zu berechnen. Derartige Versuche sind angestellt worden von Maskelyne am Shehallian und von Carlini am Mont Cenis, woraus die mittlere Dichtigkeit der Erde vom ersteren einmal $= 4,5589$ und einmal $= 4,867$ und von letzterem $= 4,837$ gefunden ist.

Nach einer andern genaueren Methode, aber in etwas anderer Weise mit der später genauer zu beschreibenden Torsionswage haben Cavendish und später Baily und Reich die mittlere Dichtigkeit der Erde bestimmt. Cavendish fand sie so $= 5,48$, Baily $= 5,66$, Reich $= 5,45$ und später $= 5,58$.

Diese Versuche sind insofern noch besonders wichtig, als sie nachgewiesen haben dass wirklich irgend eine Masse, z. B. eine Metallkugel,

auf eine andere ihr genäherte eine Anziehung ausübt, welche dem Product ihrer Massen direct und dem Quadrate ihrer Entfernungen umgekehrt proportional ist. Die Dichtigkeit der Erde wurde dann bestimmt, indem die Anziehungen mit einander verglichen wurden, welche eine und dieselbe Masse einerseits von der Erde, und andererseits von einer andern genau bestimmten Masse aus einer ebenfalls genau ermittelten Entfernung erfährt.

Wenn nun auch die letzteren Versuche eine etwas grössere Dichtigkeit als die ersteren ergeben haben, so ist der Grund davon wohl darin zu suchen, dass die ersteren Versuche auf sehr unsichern Schätzungen über die Masse von Bergen beruhen, während in den letzteren Versuchen die ablenkenden Massen weit genauer bestimmt werden können.

Jedenfalls stimmen aber alle diese Messungen darin überein, dass die mittlere Dichtigkeit der Erde bei weitem grösser ist, als die der Oberfläche nahen uns zugänglichen Schichten, welche man im Mittel nur auf höchstens etwa 2,5 schätzen kann, und damit gewinnt auch die andere Voraussetzung an Wahrscheinlichkeit, dass die Dichtigkeit der Erde von aussen nach innen in concentrischen Schichten zunehme. Als Hauptresultat der Reich'schen Untersuchung muss aber noch einmal wiederholt werden, dass dadurch das hypothetisch angenommene Gesetz der Massenanziehung eine directe Bestätigung gewonnen hat.

§. 35.

Wenn dieses Gesetz richtig ist, so muss die Schwere eines Körpers abnehmen, in je weitere Entfernung von der Erde er gebracht wird, und zwar muss sie dem Quadrate der Entfernung von dem Mittelpunkte der Erde umgekehrt proportional sein. Alle Entfernungen, in welche wir Körper von der Oberfläche der Erde bringen können, sind freilich so gering gegen die Dimensionen dieser, dass sich in der Weise diese Folgerung aus dem Gesetze keiner genauen Prüfung unterwerfen lässt. Allein wenn wir annehmen, dass auch der Mond aus schwerer und träger Materie besteht, so ergiebt sich, dass, wenn wir die mittlere Entfernung desselben von dem Mittelpunkte der Erde 60,487 mal so gross annehmen, als die des Poles der Erde, welche $= 6355,7 \,.\, 10^6$ Millimeter zu setzen ist, während die Beschleunigung der Schwere an diesem Punkte $= 9831,2$ ist, die Beschleunigung der Schwere, welcher der Mond in seiner mittleren Entfernung unterworfen ist, $= \frac{9831,2}{60,487^2} = 2,69$ sein muss.

Vermöge dieser Beschleunigung müsste derselbe zur Erde fallen, wenn nicht eine andere Kraft derselben entgegenwirkte. Da er sich aber um die Erde dreht, so wird er einer Centrifugalkraft unterworfen sein müssen, die ihm eine entgegengesetzte Beschleunigung ertheilt. Da seine Umlaufszeit $= 27^d\, 7^h\, 43'\, 11'' = 2360591''$ ist, so ergiebt sich für die mittlere Entfernung

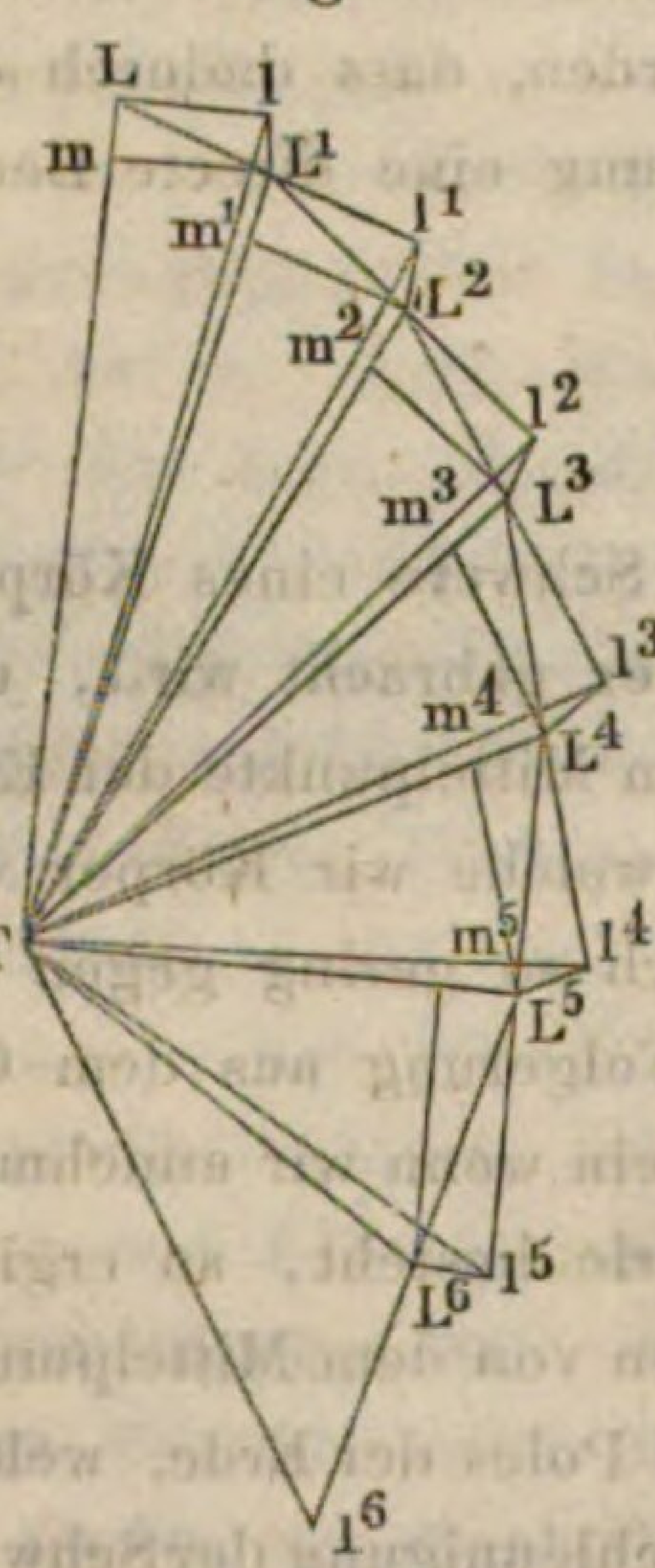
diese $= \frac{4\varpi\varpi}{2360591^2} \cdot 6355{,}7 \cdot 10^6 \cdot 60{,}437 = 2{,}73$, welche Zahl der obigen fast gleich ist, so dass sich beide nahezu aufheben.

Hieraus würde sich also ein Erklärungsgrund für die Erhaltung der mittleren Entfernung des Mondes von der Erde ergeben, wenigstens wenn wir von der geringen Differenz der beiden obigen Zahlen absehen. Diese rührt zum grossen Theile daher, dass der Mond sich nicht genau in einer kreisförmigen Bahn um die Erde und in derselben auch nicht mit vollkommen gleicher Geschwindigkeit bewegt, welches beides stattfinden müsste, wenn die obige Rechnung vollkommen genau sein sollte.

Die Astronomie weist nun nach, dass mit Rücksicht hierauf die Bewegung des Mondes um die Erde sich wirklich als das Resultat einer einmal dem Monde mitgetheilten Geschwindigkeit und der fortdauernden Anziehung der Erde nach dem angeführten Gesetze ergiebt.

Um aber wenigstens die Grundlagen dieser Nachweisung noch etwas genauer kennen zu lernen, bezeichne T, Fig. 7, den Mittelpunkt der Erde,

Fig. 7.



L den des Mondes, der in einem beliebigen Momente eine Geschwindigkeit besitzen möge, vermöge der er sich, wenn weiter keine Kraft auf ihn wirkte, in der kleinen Zeit Δt nach l bewegen würde. Zugleich wirke aber auf ihn eine Kraft, die in derselben Zeit, allein wirkend, ihn um die Grösse Lm dem Punkte T nähern würde, so wird der Mond in Folge beider am Ende der Zeit Δt im Punkte L^1 sich befinden, wenn wir aus Ll und Lm das Parallelogramm $LlmL^1$ construiren und die Zeit Δt so klein annehmen, dass während derselben die Richtung und Stärke der auf ihn von T aus wirkenden Kraft keine merkliche Aenderung erleiden. In der folgenden Zeit Δt würde er vermöge der erlangten Geschwindigkeit sich nach l^1 bewegen, wenn $L^1L^2l^1$ eine gerade Linie und $L^1l^1 = LL^2$ ist; die von T aus wirkende Kraft wird ihn aber allein wirkend T um ein Stück L^1m^1 nähern, er gelangt also nach L^2, wenn wiederum $L^1l^1m^1L^2$ ein Parallelogramm ist. In ähnlicher Weise ergeben sich L^3, L^4, L^5, ... für die Orte des Mondes am Ende des dritten, vierten, fünften, ... Zeittheiles Δt. Da die Anziehung von T aus stetig wirkt, und die Grösse und Richtung derselben in Wahrheit einer stetigen Veränderung unterworfen ist, statt, wie wir bei dieser Betrachtung annahmen, einer sprungsweisen, so wird die wahre Bahn des Mondes eine stetig gekrümmte sein. Es ist aber klar, dass je kleiner die Zeittheilchen Δt angenommen werden, die durch die Construction entstehende gebrochene

Linie mit der wahren Bahn um so genauer zusammenfallen wird, so dass, was von der erstern gilt, auf die letztere um so mehr angewandt werden kann, je kleinere Werthe man den Zeittheilen Δt ertheilt.

Nun ist zunächst ersichtlich, dass, wenn man die Geraden TL, TL^1, TL^2, ... zieht, die von je zwei solcher Geraden und dem zwischenliegenden Stücke der Bahn eingeschlossenen Flächenräume einander gleich sind; denn diese Flächenräume kommen in ihrer Grösse den Dreiecken TLL^1, TL^2L^3, u. s. w. um so näher, je kleiner Δt genommen wird; die Flächenräume dieser Dreiecke sind aber unter einander gleich, indem, wenn wir noch die Geraden Tl, Tl^1, Tl^2, . . . ziehen, z. B. $\Delta TLL^1 = \Delta TLl$ ist, und da zugleich auch $\Delta TLl^1 = \Delta TL^1L^2$ ist, so ist auch $\Delta TLL^1 = \Delta TL^1L^2$ u. s. f.

Ist daher ein Flächenraum von dem Stücke der Bahn, welches in n kleinen Zeittheilen beschrieben ist, und den von T nach den Endpunkten gezogenen geraden Linien, eingeschlossen, und ein anderer von einem Bahnstücke, das in n' solchen kleinen Zeittheilen beschrieben ist, und den von T nach den zugehörigen Endpunkten gezogenen geraden Linien: so verhalten sich die Flächenräume zu einander, wie n zu n', oder die in verschiedenen Zeiten von dem Radius Vector der Bahn beschriebenen Flächenräume sind den Zeiten proportional, in denen sie beschrieben sind.

Betrachten wir nur zwei in den kleinen gleichen Zeiträumen Δt beschriebene Flächenräume, z. B. TLL^1 und TL^4L^5, so werden wir LL^1 und L^4L^5 als gerade Linien und zugleich als Repräsentanten der Geschwindigkeiten c und c' in den Punkten L und L^4 ansehen können. Nennen wir ferner p und p' die vom Punkte T auf die Tangenten der Bahn in den Punkten L und L^4 gefällten Perpendikel, so ist:

$$\Delta TLL^1 = \tfrac{1}{2}\, LL^1 \,.\, p \text{ und}$$
$$\Delta TL^4L^5 = \tfrac{1}{2}\, L^4L^5 \,.\, p'.$$

Folglich ergiebt sich

$$cp = c'p'$$
$$\text{oder } c : c' = p' : p,$$

d. h. die Geschwindigkeiten an zwei verschiedenen Punkten der Bahn müssen sich umgekehrt wie die vom Anziehungspunkte T auf die Tangenten der Bahn in diesen Punkten gefällten Perpendikel verhalten.

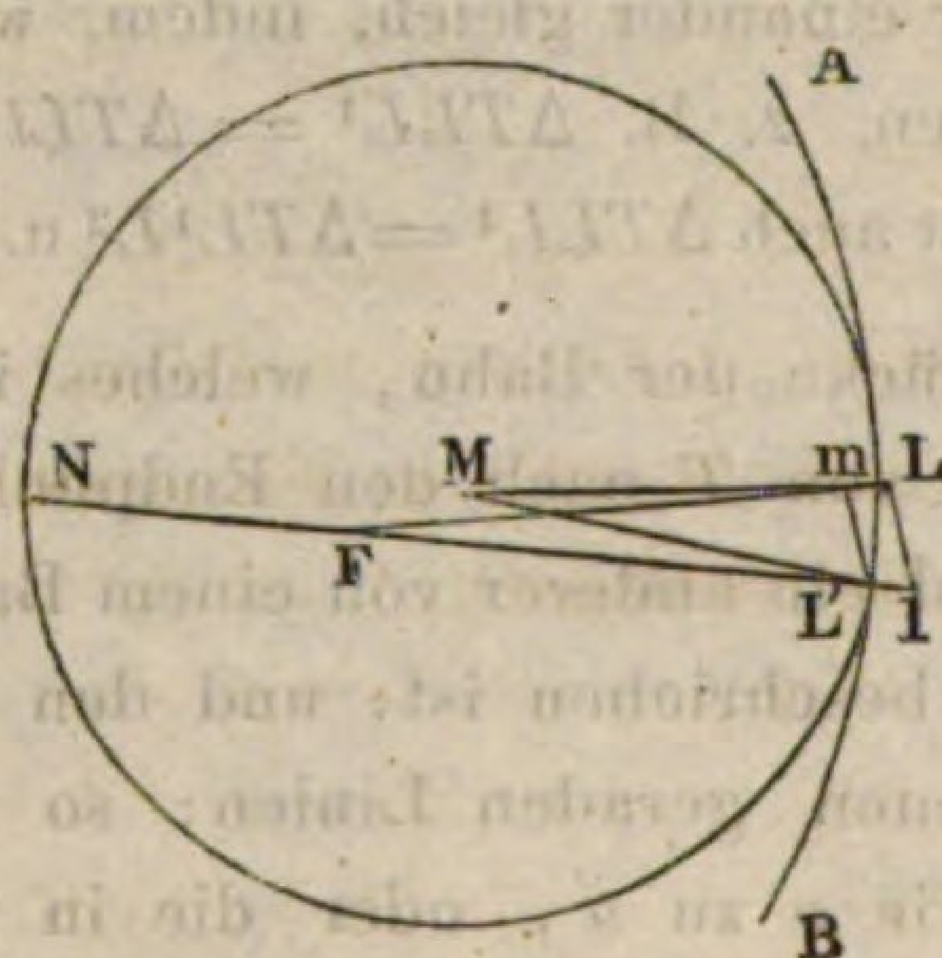
Eine genauere Bestimmung der Natur der Bahn ergiebt sich leicht aus diesem Satze, wenn wir damit die gemachte Voraussetzung verbinden, dass die nach dem Punkte T hinwirkende Kraft dem Quadrate der Entfernung r von demselben umgekehrt proportional ist, und wenn wir hieraus die Krümmungshalbmesser der Bahn berechnen.

Unter einem Krümmungshalbmesser versteht die analytische Geometrie den Halbmesser eines Kreises, der mit einer gegebenen Curve um so ge-

nauer zusammenfällt, je näher 3 Punkte der Curve, durch welche die Peripherie des Kreises hindurchgeht, zusammenliegen, so dass beide in allen zwischen diesen 3 Punkten liegenden Punkten eine gemeinschaftliche Tangente haben.

Bezeichnet also LL', Fig. 8, ein Stück der Curve AB, und M den Mittelpunkt eines mit ML als Halbmesser beschriebenen Kreises, der in dem kleinen Stücke LL'' mit der Curve um so genauer zusammenfällt, je kleiner LL' genommen wird, so wird $ML = ML' = \varrho$ der Krümmungshalbmesser der Curve in dem Stücke LL'' sein. Ist ferner F der Anziehungsmittelpunkt, das Stück Ll der Tangente in L die Geschwindigkeit c des Mondes in diesem Punkte, Lm die Geschwindigkeit, welche die Anziehung von F in der Richtung LF demselben ertheilen müsste, wenn er sich durch LL' mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegte, so wird Lm um so weniger von $L'l$ verschieden sein, je kleiner LL' genommen wird. Nennen wir also g die Beschleunigung, welche die Anziehung von F in der Einheit der Entfernung hervorbringen würde, so wird $L'l = \frac{g}{2rr}$ gesetzt werden müssen. Schneidet nun die Gerade $lL'F$ den um M mit dem Krümmungshalbmesser beschriebenen Kreis im Punkte N, und ziehen wir LN, so ist

Fig. 8.



$$\Delta LNL \backsim \Delta LL'l,$$

folglich

$$lN : Ll = Ll : L'l$$

oder da lN um so mehr mit $L'N$ zusammenfällt, je kleiner LL' genommen wird,

$$L'N : Ll = Ll : L'l,$$

also

$$Ll^2 = L'l \,.\, L'N$$

oder

$$cc = \tfrac{1}{2}\,\frac{g}{rr} \,.\, L'N.$$

Nun ist aber $\frac{1}{2} L'N = L'M \,.\, \cos NL'M$

$$= \varrho \,.\, \cos NL'M.$$

Der Winkel NLM ist aber das Complement des Winkels, welchen die von F nach L oder L' gezogene Gerade, d. h. der zu LL' gehörige Radius Vector mit der Tangente an LL' bildet, und, da der Sinus dieses Win-

kels $= \frac{p}{r}$ ist, wenn p das von F auf diese Tangente gefällte Perpendikel bezeichnet, so ist $\cos NL'M = \frac{p}{r}$, folglich ist

$$\tfrac{1}{2}\, L'N = \frac{\varrho p}{r},$$

also

$$cc = \frac{g\varrho \cdot p}{r^3}.$$

Daraus ergiebt sich

$$\varrho = \frac{cc \cdot r^3}{g \cdot p}.$$

Bezeichnet nun ϱ' den Krümmungshalbmesser an einem andern Orte der Bahn, wo die Geschwindigkeit den Werth c', der Radius Vector den Werth r' und das von dem Anziehungsmittelpunkte F auf die Tangente der Bahn gefällte Perpendikel den Werth p' hat, so ist ebenso

$$\varrho' = \frac{c'c' \cdot r'^3}{g \cdot p'}.$$

Da nun aber

$$c : c' = p' : p$$

oder

$$c' = \frac{pc}{p'}$$

ist, so ist

$$\varrho' = \frac{pp \cdot cc \cdot r'^3}{g \cdot p'^3}.$$

Mithin ergiebt sich

$$\varrho : \varrho' = \frac{r^3}{p} : \frac{pp \cdot r'^3}{p'^3} = \frac{r^3}{p^3} : \frac{r'^3}{p'^3}.$$

Nun lehrt aber die analytische Geometrie, dass eine Curve, in welcher 2 Krümmungshalbmesser sich wie die dritten Potenzen des Verhältnisses des Radius Vector zu dem vom Anfangspunkte dieses auf die Tangente der Curve gefällten Perpendikels verhalten, ein Kegelschnitt ist, dessen einer Brennpunkt mit dem Anfangspunkte des Radius Vector zusammenfällt.

Es folgt daraus also, dass die Schwere des Mondes verbunden mit einer diesem einmal ertheilten Geschwindigkeit eine Bewegung desselben in einem Kegelschnitte hervorbringen muss, und dass die Geschwindigkeiten in diesem durch das früher abgeleitete Gesetz

$$c : c' = p' : p$$

bestimmt sind. Die besondere Beschaffenheit dieses Kegelschnittes hängt von dem Verhältnisse der anfänglichen Geschwindigkeit zu der Beschleunigung der Schwere ab; und da der Mond sich in einer geschlossenen nicht kreisförmigen Bahn bewegt, so muss seine Bahn eine Ellipse sein, in deren einem Brennpunkte die Erde steht. Dieses findet nun aber, wie die Beob-

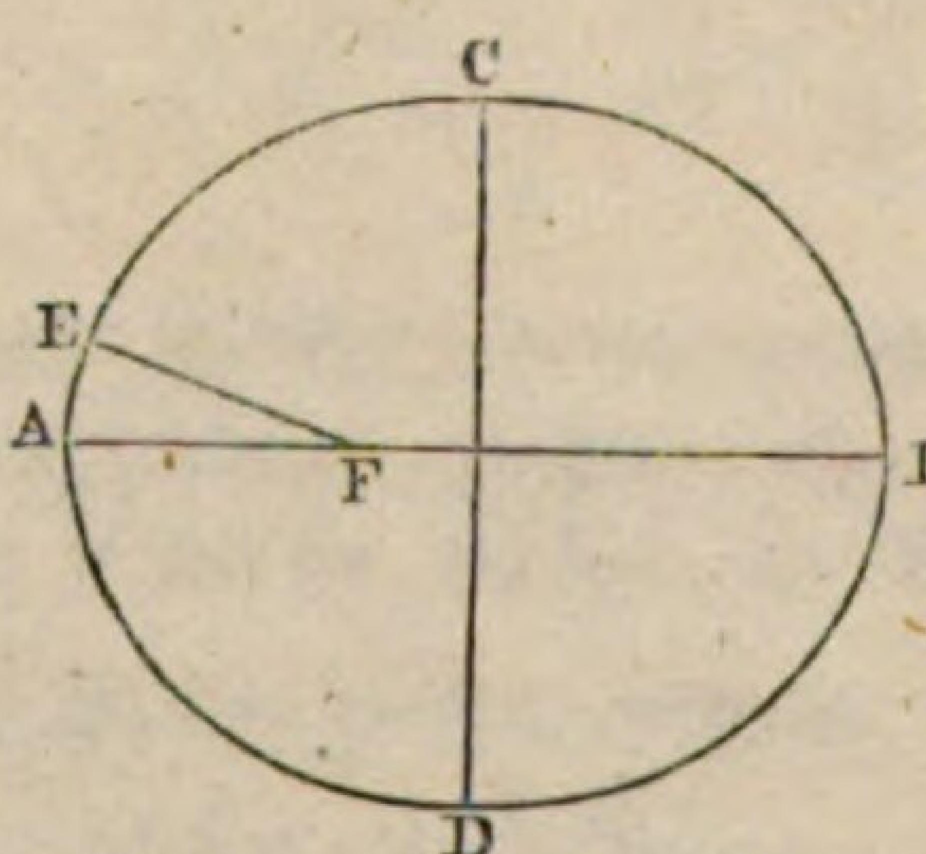
achtungen zeigen, wirklich statt, und die Geschwindigkeit in derselben ändert sich ebenfalls nach dem obigen Gesetze, so dass wir also in der Schwere den Grund für die Bewegung des Mondes in seiner bestimmten Bahn erkennen, wodurch das hypothetische Gesetz der Körperanziehung eine neue Bestätigung erhält.

§. 36.

Nehmen wir an, dass ausser dem Monde, welcher die Erde umkreist, noch ein zweiter vorhanden wäre, der ebenfalls eine Ellipse um dieselbe beschriebe, so würde sich, falls die Bahnen beider gegeben wären, das Verhältniss ihrer Umlaufszeiten leicht bestimmen lassen.

Sei nämlich AB, Fig. 9, die grosse, CD die kleine Achse der elliptischen Bahn, F der Brennpunkt, in welchem sich die Erde befindet, so ergiebt sich die Umlaufszeit T leicht aus der Proportion

Fig. 9.



$$T : \Delta t = F : \Delta f,$$

wenn F die ganze Fläche der Ellipse bezeichnet, und Δf das kleine Flächenstück, welches der Radius Vector während der Zeit Δt beschreibt. Betrachten wir den Mond an dem einen Endpunkte, z. B. A der grossen Achse, und ist AE der während der kleinen Zeit Δt beschriebene Weg, so werden wir AEF als ein bei A rechtwinkliches Dreieck ansehen können, und es ist $\Delta f = \frac{AE.AF}{2}$.

Nun ist $AE = c$, wenn c die Geschwindigkeit in A bezeichnet, und $AF = a - \sqrt{aa - bb}$. Da aber allgemein $cc = \frac{g\varrho p}{r^3}$ ist, wenn ϱ den Krümmungshalbmesser, p das von F auf die Tangente der Bahn gefällte Perpendikel und r die Entfernung von F bezeichnet, so ist in diesem Falle, indem $p = r = AF = a - \sqrt{aa - bb}$ wird:

$$cc = \frac{g\varrho}{(a - \sqrt{aa-bb})^2},$$

also

$$c = \frac{\sqrt{g}.\sqrt{\varrho}}{a - \sqrt{aa-bb}},$$

folglich:

$$\Delta f = \tfrac{1}{2}\sqrt{g}.\sqrt{\varrho}.$$

Der Krümmungshalbmesser einer Ellipse ist aber an dem Ende der grossen Achse, wie die analytische Geometrie lehrt, $= \frac{bb}{a}$, folglich ergiebt sich $\Delta f = \frac{b\sqrt{g}}{2\sqrt{a}}$.

Mithin wird die Umlaufszeit $T = \frac{F.\Delta t}{\Delta f} = \frac{2F.\sqrt{a}}{b.\sqrt{g}}.\Delta t$.

Bezeichne nun T' die Umlaufszeit eines zweiten hypothetisch angenommenen Mondes, F' die von seiner Bahn umschlossene Fläche, a' und b' die halbe grosse und halbe kleine Achse dieser, so ist ebenso:

$$T' = \frac{2F'\sqrt{a'}}{b'\sqrt{g}}.\Delta t.$$

Mithin wird

$$T : T' = \frac{F\sqrt{a}}{b} : \frac{F'\sqrt{a'}}{b'}$$

oder

$$TT : T'T' = \frac{FFa}{bb} : \frac{F'F'a'}{b'b'}.$$

Nun verhalten sich aber die Flächeninhalte zweier Ellipsen zu einander, wie die Producte aus den halben grossen und kleinen Achsen, es ist also

$$F : F' = ab : a'b' \text{ oder}$$

$$FF : F'F' = aabb : a'a'b'b',$$

folglich

$$\frac{FFa}{bb} : \frac{F'F'a'}{b'b'} = a^3 : a'^3.$$

Es ergiebt sich also

$$TT : T'T' = a^3 : a'^3,$$

d. h. wenn die Erde noch einen zweiten Mond besässe, so würden die Quadrate der Umlaufszeiten beider Monde sich zu einander wie die Cuben ihrer halben grossen Achsen verhalten müssen, vorausgesetzt, dass die Trägheit und die Schwere allein die Bahnen derselben bestimmten.

Die Erde besitzt freilich nur einen einzigen Mond, allein die Astronomie lehrt uns ein anderes Körpersystem kennen, in welchem eine Reihe von Körpern, die Planeten, sich in in sich geschlossenen Bahnen um einen Centralkörper, die Sonne, bewegen. Diese Bewegungen finden, wie aus Beobachtungen ermittelt ist, nach den folgenden sogenannten Keppler'schen Gesetzen statt:

1) die Planeten bewegen sich in elliptischen Bahnen, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht,
2) die von dem Radius Vector eines jeden Planeten beschriebenen Flächenstücke verhalten sich wie die Zeiten, während welcher sie beschrieben sind,
3) die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Cuben der halben grossen Achsen der Bahnen.

Da diese Gesetze nun dieselben sind, wie die, welche sich für die Bewegungen solcher Körper ergeben, die, nachdem sie bestimmte Geschwindigkeiten erhalten haben, nun von einem Körper im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung angezogen werden, so müssen wir schliessen, dass dieselbe Kraft, welche auf der Erde die Erscheinungen der Schwere hervorbringt, auch die Bewegungen des Planetensystems bestimmt, nur dass der Anziehungsmittelpunkt derselben in der Sonne liegt.

§. 37.

Die Genauigkeit, welcher die astronomischen Beobachtungen fähig sind, erlaubt die Bewegungen der Planeten mit einer grossen Schärfe zu verfolgen, und wenn auch die genauesten Beobachtungen uns zeigen, dass im Allgemeinen diese Bewegungen den obigen Gesetzen folgen, so geben sie doch mitunter einzelne Abweichungen zu erkennen, indem der eine oder der andere Planet aus seiner Bahn für eine kurze Zeit gleichsam heraustritt. Aber diese Störungen, wie diese Abweichungen genannt werden, weit entfernt davon, von Ausnahmen des allgemeinen Anziehungsgesetzes herzurühren, geben vielmehr neue noch feinere Bestätigungen desselben.

Wenn nämlich auch die Planeten unter einander sich anziehen, was, wenn die Massenanziehung eine allgemeine Eigenschaft aller Körper ist, stattfinden muss, so stammt die Beschleunigung, welche ein bestimmter Planet in einem gegebenen Augenblicke erfährt, nicht nur von der Anziehung her, welche die Sonne gemäss seiner dermaligen Entfernung von dieser auf ihn ausübt, sondern auch von denjenigen Anziehungen, die alle übrigen Planeten, je nach ihren Entfernungen von ihm auf ihn ausüben.

Wären diese Anziehungen unveränderlich in ihrer Richtung und änderten sie ihre Grösse stets proportional mit der von der Sonne ausgehenden Anziehung, so würde der Effect derselben der Art nach kein anderer sein, als der von der Sonne allein ausgehenden Anziehung.

Da aber die Entfernungen sich sehr beträchtlich ändern, so kommen zu der von der Sonne ausgehenden Centralkraft noch andere in Richtung und Stärke veränderliche Kräfte hinzu, welche eben diese Störungen hervorbringen.

Da diese aber nur klein sind, so sind offenbar die anziehenden Kräfte aller übrigen Planeten auf einen derselben, z. B. die Erde, nur klein im Verhältniss zu der von der Sonne ausgehenden Anziehung; und da die störenden Planeten der Erde nicht selten nahe stehen, und nie in Entfernungen, gegen welche die Entfernung derselben von der Sonne als sehr klein zu betrachten wäre, so muss die Kleinheit dieser Anziehungen davon herrühren, dass die Massen aller Planeten gegen die der Sonne nur klein sind. Auf diese Weise lassen sich selbst die Verhältnisse der Massen der einzelnen Planeten zu der der Sonne ermitteln, und die Beobachtungen der

Störungen ergeben immer für denselben Planeten dasselbe Verhältniss, so dass also damit die Hypothese der Massenanziehung bestätigt wird.

Auch für die Kometen gelten ähnliche Gesetze wie für die Planeten, nur dass deren Bahnen sämmtlich entweder sehr lang gestreckte Ellipsen oder Hyperbeln sind, und dass, wie die Störungen ergeben, ihre Massen selbst gegen die der Planeten verschwinden.

So erkennen wir also in der nach dem umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung sich ändernden Massenanziehung oder in der Gravitation die Kraft, welche vereint mit der Trägheit der Massen die Bewegungen der Körper des Sonnensystems so gut wie die Gesetze des Falls auf der Erde bestimmt, ja sogar sind Anzeichen vorhanden, welche es nicht unwahrscheinlich machen, dass auch noch ausserhalb unseres Sonnensystems die übrigen Himmelskörper derselben Kraft unterworfen sind; und es hat sich sonach als ein Resultat unserer Untersuchungen über die Schwere die allgemeine Eigenschaft der ponderabeln Materie ergeben, wonach je zwei Theile derselben sich mit einer Kraft anziehen, welche dem Product ihrer Massen direct und dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist. Bezeichnen wir also durch m und m' zwei Massen, durch r ihre Entfernung, so ist die Kraft, mit welcher die eine, z. B. m, die andere anzieht, $= \frac{m \, . \, m'}{rr}$, die Beschleunigung, welche dadurch die Masse m' erhält, ist also $= \frac{m}{rr}$. Hätten wir für die Massen noch kein besonderes Maass angenommen, so würde dieser Ausdruck zur Festsetzung eines absoluten Massenmaasses dienen können, indem wir als Einheit der Massen diejenige ansähen, welche einer andern ihr gleichen in der Einheit der Entfernung von ihr befindlichen Masse eine Beschleunigung $= 1$ ertheilte.

§. 38.

Bevor wir die Schwere der Himmelskörper verlassen, müssen wir noch einer Erscheinung auf der Erde von allgemeiner Ausbreitung gedenken, welche von der Anziehung besonders des Mondes herrührt. Da die Entfernung desselben von der Erde nur etwa 60 Mal so gross, als der Halbmesser dieser ist, so werden die Anziehungen, welche verschiedene Theile der Erde auf ihn ausüben, oder umgekehrt, welche diese von ihm erfahren, merklich verschieden von einander sein. Könnten die einzelnen Theile der Erde, wie wir es bisher vorausgesetzt haben, und wie es auch grösstentheils der Fall ist, sich nicht gegen einander verschieben, so würden durch den Zusammenhang der Theile untereinander die sämmtlichen Kräfte gewissermaassen so untereinander ausgeglichen werden, dass wir für dieselben eine einzige auf den Schwerpunkt der Erde wirkende annehmen könnten. Diese Substitution haben wir bisher vorgenommen, wo wir die Bewegungen des

Mondes um die Erde betrachteten. Allein in Wahrheit ist die Erde zum Theil mit einer sehr beweglichen Masse, dem Meere bedeckt, welche sich gegen den gegen einander nicht beweglichen Theil der Erde verschieben lässt. Die Bewegungen dieses müssen also die Differenzen der an verschiedenen Stellen der Erde verschiedenen Werthe der Mondanziehung abspiegeln. Ziehen wir z. B. eine Gerade vom Monde durch den Schwerpunkt des letztern Theils der Erde, welche zweimal durch das Meer an der Oberfläche der Erde hindurchgehen mag. An dem ersten Durchschnittspunkte wird die Mondanziehung grösser, am zweiten kleiner als in dem Schwerpunkte sein; es wird also so gut sein, als ob an beiden Punkten zu der nach dem Schwerpunkte der Erde gerichteten mittlern Schwerkraft eine von diesem weg wirkende Kraft käme; es wird daher hier das Meer vom Mittelpunkte der Erde sich entfernen, d. h. steigen müssen, wofür es an zwischenliegenden Punkten der Erdoberfläche sinkt. Durch die Drehung der Erde in 24 Stunden um ihre Achse würde, wenn der Mond gegen die Erde feststände, in dieser Zeit zweimal an einem gegebenen Punkte der Erdoberfläche ein Steigen und zweimal ein Sinken des Meeres eintreten. Da aber der Mond sich selbst um die Erde dreht, so wird dadurch die Zeit, binnen welcher das zweimalige Steigen und Sinken, Fluth und Ebbe genannt, eintritt, noch etwas verlängert.

In ähnlicher Weise bringt auch die Sonne eine solche Fluth und Ebbe hervor, welche aber, da die Dimensionen der Erde zu ihrer Entfernung von der Sonne in einem weit geringern Verhältnisse stehen, als zu der des Mondes von der Erde, weit geringere Differenzen darbieten. Durch die Verschiedenheiten beider Perioden wird es bedingt, dass zuweilen eine Sonnenfluth mit einer Mondfluth zusammenfällt, dann verstärken sich beide und es findet eine Springfluth statt; zu andern Zeiten aber fällt eine Sonnenebbe mit einer Mondfluth zusammen, wodurch letztere geschwächt, eine Nippfluth hervorgebracht wird.

Das Phänomen der Fluth und Ebbe würde ein sehr einfaches sein, wenn die Erde allenthalben mit einem gleichtiefen Meere bedeckt wäre; da dieses aber nicht der Fall ist, so werden durch das Zusammentreffen von Land und Meer, und durch den Widerstand, welchen ersteres den Bewegungen des letztern entgegensetzt, noch besondere Verwickelungen herbeigeführt, die die Erscheinung im Einzelnen modificiren, wodurch die vollständige Theorie sehr erschwert wird; hier möge es genügen, nur auf die Fundamentalerscheinung und den Zusammenhang aufmerksam gemacht zu haben, in welchem sie mit der Gravitation und den Bewegungen der Erde und des Mondes steht.

Zweiter Abschnitt.

Von den Aggregatzuständen der Körper.

Erstes Capitel.

Von den festen Körpern.

§. 39.

Wenn auf die verschiedenen Theile eines Körpers Kräfte wirken, welche ganz oder zum Theil einander entgegengesetzt gerichtet oder selbst auch nur ihrer Grösse nach verschieden sind, so kann dadurch, wie dies bei dem im letzten Paragraphen des ersten Abschnittes behandelten Gegenstande der Fall ist, eine verschiedene Bewegung der einzelnen Theile des Körpers hervorgerufen werden, wodurch die gegenseitige Lage dieser zu einander verändert wird. Bei einigen Körpern ist für diese Verschiebung der Theile gegen einander nur eine geringe Differenz in der Richtung und Stärke der Kräfte nöthig, bei andern dagegen wird sie erst dann merklich, wenn die Differenz sehr bedeutend ist. Es haben daher bei verschiedenen Körpern die zwischen ihren Theilen wirksamen Kräfte sehr verschiedene Grösse.

In der Gravitation haben wir eine der ponderabeln Materie eigenthümliche Kraft kennen gelernt, vermöge der je zwei Theile derselben sich mit einer Kraft anziehen, welche dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist. Man könnte also denken, dass diese Kraft es sei, welche den Zusammenhang der Theile eines Körpers bedinge. Denken wir uns nämlich einen Körper aus einzelnen Theilen zusammengesetzt, so müsste die Kraft, mit der diese zusammenhängen, um so grösser sein, je näher die Theile einander liegen. Wenn wir also noch annähmen, dass bei verschiedenen Körpern die Theile in verschiedenen Entfernungen von einander sich befänden, so würde auch die die einzelnen Theile zusammenhaltende Kraft verschieden sein müssen. Allein abgesehen davon, dass diese Vorstellung ausser der Gravitation noch eine andere Kraft voraussetzte, welche die Theile in bestimmten Abständen von einander erhielte, zeigt ein einfaches Beispiel,

dass sie nicht zur Erklärung des Zusammenhanges dienen kann. Es würde aus derselben nämlich folgen, dass der Zusammenhang zwischen den Theilen eines Körpers um so stärker sein müsste, je kleiner der gegenseitige Abstand dieser von einander, d. h. je dichter der Körper wäre. Nun ist aber z. B. das Quecksilber ein sehr dichter Körper, gleichwohl lassen sich die einzelnen Theile desselben sehr leicht gegen einander verschieben, ja sogar von einander trennen, während der viel weniger dichte Quarz sehr beträchtliche Kräfte für eine solche Verschiebung oder Trennung erfordert.

Wir sind daher gezwungen, den Theilen der ponderabeln Körper ausser der allgemeinen Gravitation noch andere Kräfte zuzuschreiben, welche den Zusammenhang zwischen denselben bedingen, und wenn wir auch über diese Kräfte noch weiter nichts Bestimmtes aussagen können, so ergiebt sich doch schon soviel, dass sie nicht, wie die Gravitation, allein von der Masse und gegenseitigen Entfernung abhängen, sondern auch noch von der besondern Beschaffenheit der verschiedenen Körper.

Man nennt diese Kraft, welche den Zusammenhang der Theile der Körper unter einander unabhängig von der allgemeinen Gravitation bewirkt, die Cohäsion, und den durch sie bedingten Zustand eines Körpers seinen Aggregatzustand.

Obwohl wir nun hiernach streng genommen so viele verschiedene Aggregatzustände unterscheiden müssten, als Grade von Cohäsion vorkommen, so lassen sich doch die Körper in drei Classen hinsichtlich desselben zerlegen, und darnach unterscheidet man drei Hauptaggregatzustände.

Die Körper der ersten Classe, oder die festen Körper, besitzen eine selbstständige Gestalt, d. h. sie setzen jeder Verschiebung oder Trennung ihrer Theile einen gewissen Widerstand entgegen, der erst durch andere Kräfte überwunden werden muss, bevor sie eintritt, und wenn ihre Theile von einander getrennt sind, lassen sich diese durch einfaches Zusammenlegen nicht wieder zu dem vorigen Ganzen vereinigen. Die der zweiten Classe, die tropfbarflüssigen, dagegen entbehren eine selbstständige Gestalt; ihre Theile können beliebig gegen einander verschoben und von einander getrennt werden, und die getrennten Theile lassen sich, ohne nachher eine Spur der Trennung zu zeigen, wieder vereinigen; aber auch ohne die Wirkung äusserer Kräfte bewahren sie ein bestimmtes Volumen. Den Körpern der dritten Classe endlich, den ausdehnsam flüssigen oder gasförmigen, fehlt wie den tropfbar flüssigen die selbstständige Gestalt, ausserdem aber auch das selbstständige Volum, indem sie jeden Raum erfüllen können, den ihnen äussere Kräfte einzunehmen erlauben.

§. 40.

Unter den festen Körpern finden sich nun wieder grosse Verschiedenheiten hinsichtlich des Zusammenhanges ihrer Theile unter einander. Bei

einigen derselben reichen schon geringe Kräfte hin, diese von einander zu trennen, während bei andern sehr beträchtliche Kräfte dazu erforderlich sind. Den Widerstand, welchen sie einer Trennung ihrer Theile entgegensetzen, nennt man ihre Festigkeit. Diese wird durch die Grösse einer Kraft gemessen, welche eine Trennung zu bewirken strebt, und eine solche Grösse hat, dass sie dieselbe zwar nicht bewirken kann, dass aber eine jede Vergrösserung ihrer sie zur Folge hat.

Ein vollkommen fester Körper würde hiernach ein solcher sein, welcher durch keine noch so grosse Kraft in Theile zerlegt werden könnte. Einen solchen kennen wir aber nicht, vielmehr kann man durch Anwendung hinreichender Kräfte jeden Körper mechanisch theilen, d. h. in Theile zerlegen, ohne dabei die sonstige Beschaffenheit dieser zu ändern.

Setzt man die mechanische Theilung eines Körpers immer fort, so kann man sie so weit treiben, dass wir nicht mehr im Stande sind, die Dimensionen der Theile zu messen.

Ob aber der mechanischen Theilung eine Grenze gesetzt sei, d. h. ob die Körper aus kleinsten untheilbaren Theilen bestehen, ist eine oft aufgeworfene Frage, die jedoch auf physikalischem Wege bis jetzt wenigstens keine Beantwortung gefunden hat.

In der Chemie wird es als eine wenigstens nicht unwahrscheinliche Vermuthung aufgestellt, dass wirklich eine Grenze der mechanischen Theilbarkeit bestehe, d. h. dass die stete Fortsetzung derselben endlich auf Atome oder Theile führe, welche nur in ungleichartige Theile noch zerlegt werden können, und darnach könnte man sich vorstellen, dass die Atome der auch chemisch einfachen Körper, mathematisch betrachtet, Punkte seien, die aber mit Kräften ausgestattete, d. h. materielle, Punkte wären. Man müsste alsdann annehmen, dass die Atome in jedem Körper durch gewisse, unmessbar kleine Abstände von einander getrennt seien. Die Atome oder letzten mechanisch untheilbaren Theile der chemisch nicht einfachen Körper würden dann freilich keine Punkte mehr, sondern körperliche Gruppen von chemisch einfachen und verschiedenen Punkten sein, welche Gruppen bisweilen Moleküle genannt werden.

§. 41.

Wenn man die Festigkeit eines Körpers untersuchen will, so geschieht dieses in der Weise, dass man auf verschiedene Punkte desselben entgegengesetzt gerichtete Kräfte wirken lässt, z. B. einen oder einige befestigt, und dann eine Kraft an andern Punkten anbringt, welche diese von jenen entfernen. Indem man diese Kraft allmählig vergrössert, wird endlich ein Punkt eintreten, wo die Trennung eintritt, und die unmittelbar vorher wirkende Kraft wird man als Maass der Festigkeit ansehen können.

Wenn man nun in dieser Weise verfährt, so findet man, dass ein und derselbe Körper sehr verschiedene Grade von Festigkeit zeigt, je nach der Art und Weise, wie die trennenden Kräfte an demselben angebracht sind. Man hat darnach verschiedene Arten von Festigkeit zu unterscheiden, nämlich:

1) Zugfestigkeit, oder die Festigkeit, womit ein Körper dem Zerreissen durch geradlinig aus einander wirkende Kräfte widersteht;
2) Druckfestigkeit, oder die Festigkeit, womit er dem Zerdrücken durch geradlinig gegen einander gerichtete Kräfte widersteht;
3) Bruchfestigkeit, oder die Festigkeit, welche einer Trennung durch geradlinig gegen einander aber nicht durch dieselben Angriffspunkte gehende Kräfte sich entgegensetzt;
4) Drehfestigkeit, oder die Festigkeit, welche das Voneinanderdrehen durch entgegengesetze, an verschiedenen Theilen des Körpers wirkende Drehkräfte verhindert; und
5) Härte, welche das Eindringen einer scharfen Kante oder Ecke eines andern Körpers oder das Ritzen seiner Oberfläche hindert.

Den Grad dieser letztern pflegt man nach einer willkürlich gewählten relativen Skala anzugeben, wonach man als Grade der Härte die der folgenden Körper annimmt:

die	des	Talks	gleich	1,
„	„	Steinsalzes	„	2,
„	„	Kalkspaths	„	3,
„	„	Flussspaths	„	4,
„	„	Apatits	„	5,
„	„	Feldspaths	„	6,
„	„	Quarzes	„	7,
„	„	Topases	„	8,
„	„	Korunds	„	9,
„	„	Diamants	„	10.

Jeder Körper, der einen bestimmten dieser Körper ritzt, hat einen grösseren, jeder, der von ihm geritzt wird, einen kleineren Härtegrad als der betreffende Körper der Skala.

Die vier übrigen Arten der Festigkeit werden in der früher angegebenen Weise bestimmt, indem man die betreffende Festigkeit eines bestimmten Körpers als Einheit annimmt, und die Festigkeitsgrade anderer Körper durch Zahlen ausdrückt, welche den die Festigkeit messenden Kräften proportional sind.

Die Zugfestigkeit ist vorzugsweise an Metallen, besonders an Drähten geprüft worden, indem man sie auf die des Silbers als Einheit bezogen hat. Man nimmt hinsichtlich ihrer gewöhnlich an, dass sie dem gegen die zerreissende Kraft normalen Querschnitte des zu zerreissenden Körpers proportional sei; indessen ist dieses keineswegs strenge richtig, namentlich darf man von der Zugfestigkeit von Drähten hiernach nicht auf die von Stäben

schliessen. Auch zeigen sich bei Körpern derselben Art nicht selten beträchtliche Verschiedenheiten, so dass man bei Benutzung der Angaben über die Festigkeit zu praktischen Zwecken immer nur einen conventionellen Bruchtheil derselben in Anwendung bringt.

In noch grösserer Unsicherheit über die Gesetze der Festigkeit befinden wir uns hinsichtlich der übrigen Arten. Die Druckfestigkeit eines Körpers pflegt man seinem Querschnitt direct, seiner Länge umgekehrt proportional anzunehmen. Die Bruch- und Drehfestigkeit sind ausser von der Substanz und den Dimensionen des Körpers auch von dessen Gestalt abhängig. Die erstere setzt man unter übrigens gleichen Verhältnissen für einen parallelopipedischen Balken seiner Länge umgekehrt, seiner Breite direct und dem Quadrate seiner Höhe ebenfalls direct proportional. Ausserdem aber hängt sie von der Art seiner Unterstützung und der Vertheilung der auf ihn drückenden Last ab. Am grössten ist sie, wenn beide Enden desselben nicht allein unterstützt, sondern auch vollständig befestigt sind, und die Last gleichmässig über denselben vertheilt ist; sind beide Enden nur unterstützt, so ist sie nur die Hälfte dieses Maximums; wirkt ausserdem die Last nur in der Mitte desselben, so sinkt sie auf ein Viertel herab; ist er nur an einem Ende befestigt, so ist sie bei gleichmässiger Vertheilung der Last nur ein Achtel, und endlich, wenn im letztern Falle die Last am freien Ende allein wirkt, nur ein Sechszehntel jenes Maximums. Aus der Abhängigkeit der Bruchfestigkeit von Höhe und Breite des Körpers ergiebt sich, dass sie für eine Röhre grösser als für einen vollen Körper von gleicher Masse und Länge ist. Dasselbe gilt auch von der Drehfestigkeit, welche man der Länge umgekehrt und dem Quadrate des Querschnitts direct proportional annimmt.

§. 42.

In vielen Fällen werden die Gesetze der Festigkeit dadurch noch verwickelter, dass die letztere an ein und demselben Körper in verschiedenen Richtungen verschieden sein kann. Hierher gehören viele Körper organischen Ursprunges, welche eine eigenthümliche, oft faserförmige Structur zeigen, und worin die Festigkeit in der Richtung der Fasern einen andern Werth als in einer gegen diese senkrechten Richtung hat, wie dieses z. B. bei den Hölzern der Fall ist. Besonders deutlich zeigt es sich aber an solchen Körpern, welche Krystalle bilden, d. h. deren natürliche äussere Gestalten von ebenen, unter besimmten Winkeln sich schneidenden Flächen begrenzt sind. Wenn man einen solchen Körper, z. B. einen Kalkspathkrystall, durch einen Schlag mit einem Hammer zerschlägt, so zerspringt derselbe meistens freilich in unregelmässig gestaltete Stücke, allein unter den Begrenzungsflächen derselben findet sich immer eine grössere oder geringere Zahl von Ebenen oder Bruchstücken von Ebenen, und wenn man die Lage dieser Ebenen in Bezug auf den wieder als ganz gedachten Krystall

untersucht, so findet man, dass sie sämmtlich einer beschränkten Anzahl, in dem genannten Falle meist 3, bestimmter Ebenen parallel sind. Daraus ergiebt sich, dass die Trennung der Theile in diesen Richtungen leichter als in andern erfolgt. Dieses zeigt sich auch unmittelbar dadurch, dass in diesen Richtungen der Krystall mit Leichtigkeit so gespalten werden kann, dass die Trennungsflächen Ebenen sind, während dieses in andern Richtungen nicht möglich ist. Man nennt daher diese Richtungen Spaltungsrichtungen oder auch Blätterdurchgänge.

Mit grösserer oder geringerer Leichtigkeit sind sie fast bei jedem krystallisirten Körper wahrzunehmen. Auch nicht krystallisirte, sogenannte amorphe, Körper zeigen häufig eine verschiedene Cohäsion in verschiedenen Richtungen, allein die Spaltungen liegen dann meistens unregelmässig durcheinander, und zeigen kein solches bestimmtes Vorherrschen in einzelnen Richtungen, wie dieses bei den Krystallen der Fall ist.

Bei letztern ist es nun noch von besonderm Interesse, dass die Spaltungsrichtungen im innigsten Zusammenhange mit der äussern Gestalt der Krystalle stehen, indem sie entweder einzelnen ihrer äussern Grenzebenen parallel sind, oder wenigstens eine Lage haben, welche krystallographisch leicht auf diese zu beziehen ist.

Da nun die Existenz der Spaltungsrichtungen eine Ungleichheit der Cohäsion in verschiedenen Richtungen zu erkennen giebt, so muss man schliessen, dass auch die Krystallisation durch die ungleiche Cohäsion in verschiedenen Richtungen bedingt sei.

Es müssen deshalb, wenn auch die Krystallographie nicht wesentlich zur Physik gehört, doch wenigstens die Fundamentalbegriffe derselben hier erwähnt werden.

§. 43.

In jedem Krystalle lassen sich bestimmte Richtungen, krystallographische Achsen, auffinden, auf welche sich die Lagen der Grenzflächen sehr einfach beziehen lassen. Nach der Zahl und Lage dieser Achsen und dem Verhalten der Grenzflächen gegen dieselben unterscheidet man 7 Krystallsysteme:

1) das reguläre System ist durch 3 auf einander rechtwinklige und gleichwerthige Achsen charakterisirt, d. h. die sämmtlichen Grenzebenen der zu ihnen gehörigen Krystalle lassen sich in 3 Gruppen so ordnen, dass die zur ersten Gruppe gehörigen Flächen gegen eine Achse ebenso liegen, wie die zur zweiten gehörigen gegen eine zweite Achse, und endlich wie die zur dritten gehörigen gegen die dritte Achse;

2) das quadratische System besitzt ebenfalls 3 rechtwinklige Achsen, von denen aber nur zwei unter einander gleichwerthig sind, aber ungleichwerthig gegen die dritte, die Hauptachse;

3) das hexagonale System hat 4 Achsen, von welchen 3 einander unter Winkeln von 60° schneidende und gleichwerthige in einer Ebene liegen, gegen welche die Hauptachse senkrecht steht;
4) das rhombische System hat 3 auf einander senkrechte, aber ungleichwerthige Achsen;
5) das monoklinoëdrische System hat 3 ungleichwerthige Achsen, von welchen zwei sich unter einem schiefen Winkel scheiden, während die dritte auf beiden senkrecht steht;
6) im diklinoëdrischen System stehen 2 ungleichwerthige Achsen auf einander senkrecht, während sie beide mit der dritten ungleichwerthigen Achse schiefe Winkel einschliessen; und
7) endlich im triklinoëdrischen System schliessen alle 3 ungleichwerthigen Achsen schiefe Winkel mit einander ein.

Die Lage einer Fläche an einem Krystalle wird durch Angabe der Verhältnisse der Entfernungen ihrer Durchschnittspunkte mit den Achsen von dem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte dieser bestimmt, wobei die Einheiten der Entfernungen auf den gleichwerthigen Achsen dieselben sind, aber auf den ungleichwerthigen verschieden sein können; im letztern Falle bilden die auf dieselben Achsen zurückführbaren Krystalle eine Krystallreihe.

Unter einfachen Formen versteht man die Verbindungen solcher Flächen, von denen jede durch dasselbe Lagengesetz gegen die Achsen bestimmt ist. Häufig werden aber die Krystalle von Verbindungen mehrerer einfachen Formen, sogenannten Combinationen, begrenzt.

Wenn eine einfache Form sämmtliche durch das Lagengesetz gegebene Flächen enthält, so heisst sie holoëdrisch oder vollzählig; es kommen aber auch Fälle vor, wo nur die Hälfte der Flächen, oder nur ein Viertel derselben, und zwar nach einer regelmässigen Abwechslung vorhanden sind; erstere Formen heissen hemiëdrische, letztere tetartoëdrische.

§. 44.

Wenn ein Körper der Wirkung von Kräften ausgesetzt wird, welche ihn zu zertheilen streben, diese aber nicht so gross sind, dass sie die ihnen entgegenwirkende Festigkeit des Körpers überwinden, so erfährt der Körper dadurch nicht selten eine Veränderung seiner Gestalt; er wird gedehnt, zusammengedrückt, gebogen oder gedreht.

Aber auch in dieser Beziehung zeigen sich mannichfaltige Verschiedenheiten unter den verschiedenen Körpern, und darnach schreibt man ihnen verschiedene Eigenschaften zu. Man nennt sie dehnbar, geschmeidig und plastisch, biegsam oder drehbar, je nachdem sie durch ziehende, drückende, biegende oder drehende Kräfte verhältnissmässig beträchtliche Gestaltveränderungen erleiden können, ohne getrennt zu werden, spröde dagegen, wenn dieses nicht der Fall ist.

Wenn die Gestalt eines Körpers durch äussere Kräfte verändert worden ist, und dann die letztern aufhören zu wirken, so zeigt sich ebenfalls ein verschiedenartiges Verhalten des Körpers je nach seiner Natur und der Grösse der Kräfte, die die Gestaltveränderung hervorgebracht haben. Einige Körper kehren, wenigstens wenn diese Kräfte eine gewisse Grösse nicht überstiegen haben, vollkommen zu ihrer frühern Gestalt zurück, oder nähern sich dieser doch, während andere durch die Wirkung auch schon sehr kleiner Kräfte eine bleibende Gestaltveränderung erleiden. Die Körper der ersten Art nennt man elastische, die der zweiten unelastische.

Wenn man z. B. einen Eisendraht durch ein angehängtes Gewicht spannt, d. h. ihn mit seinem einen Ende befestigt, während an das andere ein Gewicht gehängt wird, so wird er durch eine Vergrösserung des letztern verlängert, ist aber diese Vergrösserung nicht sehr beträchtlich, so nimmt er nach Wiederabnahme desselben seine frühere Länge wieder an; er verhält sich dann also vollkommen elastisch. Hat aber das hinzugelegte Uebergewicht eine bestimmte Grösse überschritten, so besitzt der Draht nach Abnahme derselben eine grössere Länge als vor Hinzufügung des Uebergewichtes; da er zugleich aber sich verkürzt hat gegen diejenige Länge, welche er bei aufliegendem Uebergewichte besass, also durch dieses theils eine bleibende, theils eine vorübergehende Verlängerung erfahren hat, so hat er sich unvollkommen elastisch verhalten. Würde er aber nach Abnahme des Uebergewichtes noch dieselbe Länge gehabt haben, als während des Aufliegens dieses, so würde er vollkommen unelastisch sein.

Wie es scheint, verhalten sich alle Körper unter einer gewissen Grenze der äussern die Gestalt verändernden Kräfte vollkommen elastisch; nur zeigen sich beträchtliche Verschiedenheiten in der Grenze der vollkommenen Elasticität, und man nennt meistens nur solche Körper, bei welchen diese einigermaassen beträchtlich ist, elastisch, dagegen solche, für welche sie sehr klein ist, unelastisch.

Bei manchen Körpern bemerkt man auch verschiedene Grenzen der vollkommnen Elasticität, je nach der Grösse der äussern wirkenden Kräfte; z. B. verhält sich ein Eisendraht, der durch ein Gewicht P gespannt ist, elastisch bis zur Vergrösserung des Gewichts um p; bei einer Spannung durch ein Gewicht $P^1 > P + p$ erfährt er eine bleibende Verlängerung; aber in diesem verlängerten Zustande ist er wieder vollkommen elastisch bis zur Grenze $P^1 + p^1$; erst nach Ueberschreiten dieser erfährt er eine neue bleibende Veränderung, in welchem Zustande er wieder eine neue Grenze der vollkommenen Elasticität besitzt, u. s. f. Wird das spannende Gewicht sehr beträchtlich vergrössert, so zerreisst endlich der Draht, aber meistens wenigstens tritt vor dem Zerreissen an der Stelle, wo dieses später stattfindet, eine beträchtliche Verlängerung ein, die zugleich mit einer Verkleinerung des Querschnittes verbunden ist, und daraus entsteht eine eigenthümliche

Unsicherheit in der Bestimmung der Abhängigkeit der Zugfestigkeit von Drähten von der Grösse ihres Querschnittes, und damit auch für die vergleichenden Bestimmungen der Zugfestigkeiten verschiedener Metalle.

§. 45.

Wenn man einen elastischen Körper ausdehnenden oder zusammendrückenden Kräften unterwirft, so wird man, indem man theils diese Kräfte selbst, theils die Verlängerungen oder Verkürzungen misst, welche der Körper durch dieselben erleidet, das Gesetz ermitteln können, wonach die Grösse der letztern von der der erstern abhängig ist. Bleiben die spannenden oder zusammendrückenden Kräfte innerhalb der Grenzen der vollkommenen Elasticität, so ergeben die Versuche, dass beide Grössen einander proportional sind. Ist also für einen Körper einmal eine Constante a ermittelt, womit die spannende oder drückende Kraft v zu multipliciren ist, um die Verlängerung oder Verkürzung d zu erhalten, welche er durch dieselbe erleidet, so sind damit die Verlängerungen und Verkürzungen desselben Körpers für alle auf ihn wirkenden spannenden oder drückenden Kräfte gegeben, vorausgesetzt, dass die letztern immer unter der Grenze der vollkommenen Elasticität bleiben.

Bestimmt man diese Constante für Körper derselben Natur aber von ungleichen Querschnitten f und ungleichen Längen l, so findet man, dass sie dem erstern umgekehrt, dem letztern direct proportional ist, oder es ergiebt sich für Körper gleicher Natur die Gleichung:

$$d = \frac{b \,.\, l \,.\, v}{f},$$

worin b eine von der Natur des Körpers abhängige Zahl bedeutet. Nimmt man als spannendes oder drückendes Gewicht einen Körper von derselben Natur und demselben Querschnitte wie der zu untersuchende, aber von der Länge L, so ist

$$v = L \,.\, f \,.\, s \,.\, g,$$

wenn s das specifische Gewicht des Körpers und g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet. Setzt man nun noch $\frac{1}{b \,.\, s \,.\, g} = M$, so ergiebt sich

$$d = \frac{b \,.\, l \,.\, v}{f} = \frac{b \,.\, l \,.\, L \,.\, f \,.\, s \,.\, g}{f} = \frac{1}{M} \,.\, L \,.\, l.$$

Die Constante M in dieser Formel kann als ein Maass der Elasticität des Körpers unabhängig von seinen Dimensionen gelten, in welcher Weise sie auch wirklich gebraucht und Elasticitätsmodulus genannt wird.

Der Elasticitätsmodulus lässt sich auf eine einfache Weise definiren. Wenn wir nämlich annehmen, die Grenze der vollkommenen Elasticität eines Körpers reichte so weit, dass er eine Verlängerung bis auf seine doppelte

Länge ertragen könnte, ohne dass diese überschritten wäre, so würde die Formel

$$d = \frac{L \cdot l}{M}$$

auch auf diesen Fall anwendbar und in diesem $d = l$ sein, woraus sich $M = L$ ergäbe; d. h. der Elasticitätsmodulus eines Körpers ist diejenige Länge, welche man einem andern Körper von gleicher Natur und gleichem Querschnitte geben müsste, damit derselbe, als Gewicht an jenen gehängt, die Länge desselben verdoppelte, vorausgesetzt, dass dabei die Grenze der vollkommenen Elasticität nicht überschritten würde.

Es folgt hieraus, dass der Elasticitätsmodulus nach dem Längenmaasse gemessen wird. Zuweilen giebt man ihn aber auch wohl in Gewichten ausgedrückt an, indem man das Gewicht eines Körpers von der Länge desselben, dem Querschnitte = 1, und der Natur des zu prüfenden Körpers berechnet, welches nichts Anderes als das Product des Elasticitätsmodulus in das specifische Gewicht des Körpers ist.

Aus dem Elasticitätsmodulus M oder seinem Gewichte Q ergiebt sich in jedem Falle, wo die Grenze der vollkommenen Elasticität nicht überschritten wird, die Verlängerung d, welche ein Körper von der Länge l erleidet, wenn er durch einen Körper von gleicher Natur und gleichem Querschnitte und der Länge L, oder durch ein Gewicht P gespannt wird nach der Formel

$$d = \frac{l \cdot L}{M} \text{ oder}$$

$$d = \frac{l \cdot P}{Q}.$$

§. 46.

In den bisherigen Betrachtungen über die Elasticität haben wir unser Augenmerk auf den endlichen Zustand gerichtet, in welchen ein Körper durch äussere Kräfte versetzt wird, die seine Gestalt zu verändern streben, oder in welchen er kommt, wenn diese aufhören zu wirken. Bei dem Uebergange des Körpers aus dem einen Zustande in den andern müssen aber von ihm oder seinen Theilen erst gewisse Bewegungen vollführt werden, die durch ihre Aehnlichkeit mit den Pendelschwingungen merkwürdig sind. Nachdem nämlich die wirkenden Kräfte Bewegungen eingeleitet haben, combinirt sich mit der unmittelbaren Wirkung derselben die Trägheit der bewegten Theile und bewirkt, dass nicht allein die Orte erreicht werden, wohin die Kräfte die einzelnen Punkte zu führen streben, sondern dass diese noch überschritten werden, und dann die Bewegung umgekehrt wird u. s. f.

Man bemerkt dieses sehr deutlich an einer elastischen, z. B. aus einem Drahte gewundenen, Spirale, die, wenn sie durch irgend eine Kraft aus-

gedehnt und dann sich selbst überlassen ist, abwechselnde Verlängerungen und Verkürzungen in der Richtung ihrer Achse erleidet. Wenn nun auch bei den meisten festen Körpern derartige Verlängerungen und Verkürzungen wegen der schwer zu beobachtenden geringen Grösse derselben oder vielleicht auch der grossen Geschwindigkeit in dem Wechsel eine unmittelbare Beobachtung nicht gestatten, so müssen wir doch schliessen, dass sie auch bei ihnen vorhanden sind, da sich bei ihnen dieselben Ursachen solcher Bewegungen finden.

Betrachten wir z. B. einen elastischen Körper von der Länge l, der innerhalb der Grenzen der vollkommenen Elasticität durch eine Kraft um die Grösse d ausgedehnt und dann sich selbst überlassen ist. Die Kraft, welche ihm, wenn er sich selbst überlassen wird, seine frühere Länge wiederzugeben strebt, wird der Kraft, welche die Verlängerung d hervorbrachte, der Grösse nach gleich, aber entgegengesetzt gerichtet sein.

Ebenso ist die Kraft v, welche ihn in einem spätern Momente, wo die Verlängerung d in Δ übergegangen ist, in seinen natürlichen Zustand zu bringen strebt, der Kraft u gleich, aber entgegengesetzt gerichtet, welche, wenn sie spannend auf den Körper wirkte, die Verlängerung Δ hervorbringen würde, mithin $v = - u$.

Da nun $$\Delta = \frac{blu}{f} = \frac{l}{f} \, \frac{u}{s.gM}$$
ist, f, b, s, g und M, in der Bedeutung des §. 45 genommen, also
$$u = \frac{\Delta . f . s . g . M}{l},$$
so ist
$$v = - \frac{\Delta . f . s . g . M}{l}.$$

Gäbe diese Kraft allen Punkten des Körpers eine gleiche Beschleunigung w', so würde, wenn m die Masse des Körpers bezeichnet,
$$v = m . w'$$
sein müssen. Dieses ist aber nicht der Fall, sondern das freie Ende des Körpers erhält eine grössere Beschleunigung w, als alle übrigen Punkte desselben, und es wird also $w > w'$ sein; d. h. man kann $w = \alpha . w'$ setzen, wo α eine Zahl > 1 bezeichnet. Man erhält daher
$$v = m . \frac{w}{\alpha} \text{ oder}$$
$$w = \frac{\alpha . v}{m}.$$
Da nun $$v = - \frac{\Delta . f . s . g . M}{l} \text{ und}$$
$$m = s . f . l \text{ ist,}$$
so ergiebt sich $$w = - \frac{\alpha . \Delta . g . M}{ll}$$

für die Beschleunigung, welche die Elasticität dem freien Ende des Körpers in dem Momente ertheilt, wo die Verlängerung des Körpers, d. h. die Verschiebung des freien Endes aus seiner Ruhelage $= \Delta$ ist.

Der Form nach stimmt diese Gleichung aber mit derjenigen überein, welche im §. 26 der Untersuchung über die Pendelschwingungen zu Grunde gelegt ist, nämlich

$$\psi = -\varphi \frac{D}{K},$$

worin ψ die Beschleunigung, entsprechend der Ablenkung φ aus der Ruhelage, ist; da nun aus der letztern Gleichung die Dauer der isochronen Pendelschwingungen abgeleitet wurde $T = \varpi \sqrt{\frac{K}{D}}$, so wird aus dieser Gleichung folgen, dass das freie Ende des Körpers in Folge der Elasticität ebenfalls isochrone Schwingungen um seine Ruhelage macht, deren Dauer $T = \varpi \frac{1}{\sqrt{\alpha g M}}$ ist.

Eine genauere mathematische Untersuchung von Poisson hat ergeben, dass man $\frac{\varpi}{\sqrt{\alpha}} = 2$, oder $\sqrt{\alpha} = \frac{\varpi}{2}$, oder $\alpha = \frac{\varpi\varpi}{4} = 2{,}4674\ldots$ setzen muss, oder dass die Schwingungsdauer $T = \frac{2l}{\sqrt{gM}}$ ist.

Es ergiebt sich also, dass die Dauer solcher Schwingnngen eines Körpers, welche man, da sie in der Richtung der Länge desselben stattfinden, Longitudinalschwingungen nennt, der Länge des schwingenden Körpers direct, und der Quadratwurzel aus dem Elasticitätsmodulus umgekehrt proportional ist. Die experimentelle Bestätigung dieses Resultates wird, da sie nicht leicht unmittelbar zu erhalten ist, einer spätern Gelegenheit auf mittelbarem Wege vorbehalten.

§. 47.

In leichterer Art lassen sich die Transversalschwingungen der Körper oder diejenigen beobachten, bei welchen die Körper seitliche Ausbiegungen erleiden.

Wenn man einen steifen elastischen Körper, z. B. eine dünne Metalllamelle, mit ihrem einen Ende fest einklemmt, und das andere Ende, nachdem es seitlich gebogen ist, frei lässt, so biegt sie sich abwechselnd nach der einen und der andern Seite, und bei hinreichender Länge und nicht zu grosser Dicke derselben ist es leicht, die einzelnen Schwingungen zu beobachten. Vergleicht man sie mit den Schlägen einer Secundenuhr, so bemerkt man leicht, dass die Schwingungen ebenfalls isochron sind; und wenn man die Lamelle verschiedentlich so einklemmt, dass ungleiche Längen derselben in den einzelnen Versuchen schwingen, so ergiebt sich, dass die Schwingungsdauer dem Quadrate dieser Länge proportional ist.

Stellt man die Versuche aber mit Lamellen verschiedener Dicke aus derselben Substanz an, so ergiebt sich die Schwingungsdauer der Dicke umgekehrt proportional, so dass also die Dauer der Transversalschwingungen steifer mit einem Ende befestigter Körper durch den Ausdruck

$$T = \frac{a \,.\, ll}{d}$$

gegeben ist, wo l die Länge, d die Dicke des schwingenden Körpers und a eine Constante bezeichnet.

Manche Körper, wie Fäden, Saiten, Seile u. dgl. sind so biegsam, d. h. der Widerstand, welchen sie einer Gestaltveränderung in der gegen ihre Länge senkrechten Richtung entgegensetzen, und folglich auch ihre Elasticität, sind so klein, dass schon die eigene Schwere ihrer einzelnen Theile hinreicht, sie zu überwinden und Biegungen der Körper hervorzubringen. Sie besitzen daher in gewisser Weise eine nicht vollkommen selbstständige Gestalt, und es ist nicht möglich, Transversalschwingungen derselben vermöge dieser Elasticität hervorzubringen.

Diesen Mangel der Elasticität kann man aber gleichsam durch eine äussere Kraft ersetzen, welche sie in der Richtung ihrer Länge gespannt erhält, dadurch z. B., dass man das eine Ende befestigt, und nachdem das Seil, die Saite oder der Körper ähnlicher Beschaffenheit über eine Rolle geführt und durch ein angehängtes Gewicht gespannt ist, auch das andere Ende nun befestigt wird. Giebt man der Saite alsdann eine seitliche Ausbiegung und überlässt sie dann sich selbst, so macht sie ebenfalls Transversalschwingungen in Folge der ihr durch das Gewicht ertheilten Spannung.

Beobachtet man die Schwingungsdauer einer solchen Saite, indem man ihr theils verschiedene Längen giebt, theils sie durch verschiedene Gewichte spannt, so findet man erstere der Länge direct und der Quadratwurzel aus dem spannenden Gewichte umgekehrt proportional. Es stimmt dieses mit Poisson's Theorie überein, welche für die Schwingungsdauer einer gespannten Saite den Ausdruck

$$T = \sqrt{\frac{p \,.\, l}{g \,.\, P}}$$

giebt, worin p und l das Gewicht und die Länge der Saite, P das spannende Gewicht und g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet. Denn wenn man f den Querschnitt und s das specifische Gewicht der Saite nennt, so ist $p = s \,.\, f \,.\, l$ und daher

$$T = l \sqrt{\frac{s \,.\, f}{g \,.\, P}}.$$

Es folgt hieraus, dass, wenn eine solche Saite in ihrer Mitte festgehalten und nur die eine Hälfte derselben in Schwingung versetzt wird, diese dann nur die halbe Schwingungsdauer besitzt. Die Beobachtung be-

stätigt dieses nun allerdings, allein sie zeigt zugleich, dass auch die andere Hälfte ebenfalls in solche Schwingungen geräth.

Ebenso vollführt, wenn man ein Drittel der Saite in Schwingungen versetzt, indem man sie beim Endpunkte dieses Drittels festhält, nicht allein dieses Schwingungen, deren Dauer ein Drittel von der der ganzen Saite ist, sondern auch jedes der beiden andern Drittel, indem sich dabei von selbst dieselben in zwei für sich schwingende Theile theilen, die durch einen ruhenden Punkt, einen Knotenpunkt, getrennt werden. Ueberhaupt theilt sich die Saite in m für sich schwingende und durch $m - 1$ Knotenpunkte getrennte Stücke, wenn direct nur $\frac{1}{m}$ der Länge der Saite in Schwingung versetzt wird, und die Schwingungsdauer ist dann $\frac{1}{m}$ von der der ganzen Saite.

§. 48.

Eine derartige Theilung einer Saite in einzelne für sich schwingende und durch Knotenpunkte von einander getrennte Stücke erfolgt auch, zumal wenn die Saite eine beträchtliche Länge hat, häufig, ohne dass man einen Punkt derselben festzuhalten braucht, wenn man die Saite durch seitliche Schläge oder Stösse gegen dieselbe in Schwingung zu setzen versucht.

Um die Entstehungsweise dieser einzeln schwingenden Theile und die Knotenbildung etwas genauer zu verfolgen, wollen wir an dem einen Ende einer längern nur schwach gespannten Schnur eine Ausbiegung eines Stückes derselben nach einer Seite hin hervorbringen. Wir beobachten alsdann, dass diese Ausbiegung an der Stelle, an welcher sie erregt wurde, wieder verschwindet, aber gleich darauf an nach und nach andern Stellen der Schnur ähnliche ebenfalls gleich wieder verschwindende Ausbiegungen nach derselben Seite hin auftreten, so dass also gleichsam die erste Ausbiegung von dem einen Ende der Schnur längs dieser nach dem andern Ende hinläuft. Eine solche vorübergehende und an der Schnur hinlaufende Ausbiegung nennt man eine Welle, und die Entfernung zweier auf einander folgender Punkte der Schnur von einander, von welchem der eine in demselben Momente anfängt, die ursprüngliche Lage zu verlassen, in welchem der andere in diese zurückkehrt, die Wellenlänge. Diese Länge dividirt durch die Zeit, während welcher die Welle durch einen bestimmten Punkt geht, d. h. welche dieser gebraucht, um von seiner Ruhelage ausgehend von dieser sich vermöge der Ausbiegung zu entfernen und in dieselbe wieder zurückzukehren, oder die Schwingungsdauer, ist offenbar die Geschwindigkeit, mit welcher die Welle an der Schnur hinläuft, oder die Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben.

Die Entstehung einer Welle können wir uns so vorstellen, dass, während durch den Schlag gegen eine bestimmte Stelle der Schnur zunächst

diese Stelle nur in Bewegung gesetzt wird, doch dieselbe sich nicht bewegen kann, ohne auch noch andere Theile mit in Bewegung zu setzen, indem sie mit diesen in fester Verbindung steht. Der unmittelbar in Bewegung versetzte Theil giebt also den zunächst an ihm liegenden Theilen, nachdem er selbst seine Bewegung begonnen hat, einen Theil seiner Beschleunigung ab, vermöge deren nun auch diese ebenfalls in eine ähnliche Bewegung gerathen. Diese aber können sich wiederum nicht bewegen, ohne auch die ihnen zunächst liegenden Theile mit in die Bewegung hineinzuziehen u. s. f. Weil aber jedem Theile erst dann eine Beschleunigung ertheilt wird, wenn der unmittelbar vorhergehende seine Bewegung bereits begonnen hat, so muss eine gewisse Zeit darüber hingehen, bis die Bewegung von irgend einer Stelle nach einer andern entferntern Stelle übertragen ist.

Betrachten wir nur irgend einen bestimmten Querschnitt des in Bewegung begriffenen Theils der Schnur, so ist, je nachdem derselbe seine grösste Entfernung von der Ruhelage schon erreicht hat, oder von der letztern sich noch entfernt, oder ihr schon wieder nähert, derselbe zwischen 2 Querschnitten, die beide der Ruhelage näher sind, oder von denen der vordere näher und der hintere weiter von derselben entfernt ist, oder umgekehrt der vordere entfernter und der hintere näher ist. Die Beschleunigung jedes dieser Querschnitte in der Nähe der grössten Entfernung nimmt aber bei Entfernung von der Ruhelage ab, bei Näherung an dieselbe zu; es wird also zwischen der äussersten Entfernung und der Ruhelage des mittlern Querschnitts ein Moment eintreten, wo die Wirkungen des vordern und hintern Querschnitts auf ihn sich aufheben, und indem von dieser bis zur Ruhelage der weiter von seiner Ruhelage entfernte Querschnitt ihn stärker von der Ruhelage entfernt, als der hintere, so wird die Geschwindigkeit des mittlern Querschnitts von da an abnehmen, und wenn er in seine Ruhelage gekommen ist, ist sie ganz Null geworden, und da dann auch keine bewegende Kraft mehr auf ihn wirkt, so bleibt er in Ruhe. Es zeigt sich dieses darin, dass die Ausbiegung sich nur einfach wiederherstellt, ohne unmittelbar nachher nach der entgegengesetzten Richtung hin sich zu bilden.

Wäre aber jeder Theil der ganzen Schnur anfänglich aus der Ruhelage abgelenkt, so dass alle gleichzeitig ihre Bewegung nach dieser hin beginnen, wäre also die Wellenlänge gewissermassen der ganzen Schnurlänge gleich, so dass die Welle gar nicht fortschreiten könnte, so würde, weil nun alle Querschnitte sich gleichzeitig nach derselben Richtung hin bewegten, die Geschwindigkeit jedes bis zu seiner Ruhelage hin zunehmen, die Schnur also, nachdem sie in ihre ursprüngliche Lage gekommen ist, sich aus dieser nach der entgegengesetzten Seite hin entfernen, und daher wiederholte Schwingungen vollführen.

Der Unterschied zwischen der Bewegung bei einer solchen sogenannten stehenden Schwingung und einer fortschreitenden Welle besteht also darin, dass bei der letztern jeder Querschnitt an den anliegenden einen Theil seiner Beschleunigung abgiebt, wodurch er in seiner Gleichgewichtslage nach Durchlaufung eines einzigen Hin- und Herganges in Ruhe kommt, während er bei der erstern, wo eine derartige Abgabe nicht stattfindet, die letzte Bewegung fortsetzt.

Wenn aber nun eine Welle an das befestigte Ende der Schnur gelangt, so befinden sich vor den bewegten Theilen keine andere mehr, an welche die Bewegung übertragen werden kann; indem also dann die die Bewegung hemmenden vorliegenden Theile fehlen, dauert diese auch nach Erreichung der Gleichgewichtslage fort, diese wird in der ursprünglichen Bewegungsrichtung entgegengesetzter Richtung durchschritten, und die Welle läuft wie vorher an der Schnur entlang aber nun zurück, wobei jedoch die Ausbiegung nach der entgegengesetzten Seite wie vorher gerichtet ist. Dieses können wir auch so ausdrücken, dass, wenn wir die Ausbiegungen nach der Seite der ursprünglichen positive Wellen oder Wellenberge nennen, und demgemäss die nach der entgegengesetzten Seite gerichteten negative Wellen oder Wellenthäler, ein an einer Schnur entlang laufender Wellenberg, wenn er das feste Ende der Schnur erreicht hat, als Wellenthal an derselben zurückläuft; man sagt in diesem Falle auch, die Welle werde an dem festen Ende der Schnur reflectirt. Die Reflexion einer Welle beobachten wir leicht an der Schnur, ja man sieht das zurücklaufende Wellenthal am ersten Ende sich wieder in einen Wellenberg verwandeln, der in der ersten Richtung an der Schnur entlang läuft und so fort.

Dabei bemerkt man aber, dass die Wellenhöhe, d. h. das Maximum der Entfernung eines Querschnittes der Schnur von der Gleichgewichtslage immer geringer wird, so dass nach und nach die an der Schnur hin- und herlaufenden Wellenberge und Wellenthäler unmerklich werden und nicht mehr zu beobachten sind. Unter günstigen Umständen kann man sie aber so lange erhalten, dass man mit einiger Genauigkeit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit messen kann, indem man die Zeit beobachtet, innerhalb welcher eine Schnur von gegebener Länge eine bestimmte Anzahl Male von einer Welle durchlaufen wird. Die allmählige Abnahme der Wellenhöhe muss man hauptsächlich wohl dem Umstande zuschreiben, dass auch die biegsamste Schnur doch nicht absolut biegsam ist, sondern immer noch einen gewissen Widerstand der Biegung entgegensetzt, wodurch ein Theil der bewegenden Kraft aufgehoben, diese allmählig verzehrt wird. Dieser Mangel an vollständiger Biegsamkeit macht sich überall bemerklich, wo bewegende Kräfte auf Lasten vermittelst gebogener Schnüre, Seile u. s. w. wirken, indem dann jedesmal ein Theil der bewegenden Kraft auf die Biegung verwandt werden muss, und daher für die Bewegung der Last verloren wird.

§. 49.

Wenn wir an derselben längern Schnur zwei Wellen in einem bestimmten Abstande hintereinander erregen, und ihren Verlauf längs derselben beobachten, so sehen wir, dass sie immer in demselben Abstande von einander bleiben, in welchem Verhältnisse auch ihre Längen zu einander stehen mögen. Es folgt also daraus, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen von ihrer Länge unabhängig ist. Noch bestimmter ergiebt sich dieses aus directen Messungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten von Wellen verschiedener Länge an derselben Schnur. Es steht dieses auch in Uebereinstimmung damit, dass die Schwingungsdauer einer Saite der Länge derselben proportional ist, welches, wenn wir es auf die Wellen übertragen, heisst, dass die Schwingungsdauer der Wellenlänge proportional ist; und da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Quotient aus der Länge der Welle in die Schwingungsdauer ist, so muss erstere von der Wellenlänge unabhängig sein. Dagegen ist sie der Quadratwurzel aus der Spannung der Schnur direct proportional, da die Schwingungsdauer derselben umgekehrt proportional ist.

Wenn in dem obengenannten Versuche, wo zwei Wellen in einem bestimmten Abstande hintereinander an einer Schnur erregt wurden, die Beobachtung auch dann noch fortgesetzt wird, wenn die voraufgehende Welle schon reflectirt ist, so haben wir an derselben Schnur zwei in entgegengesetzter Richtung sich bewegende Wellen, nämlich vorausgesetzt, dass die ursprünglichen Wellen Wellenberge waren, einen vorwärts gehenden Wellenberg und ein rückwärts gehendes Wellenthal. An irgend einer Stelle der Schnur müssen diese also zusammentreffen, und die Beobachtung zeigt, dass bei gleicher Grösse der Wellen an dieser Stelle die Schnur in Ruhe bleibt, bei ungleicher Grösse derselben sie nur eine Ausbiegung entsprechend der Differenz beider Wellen erleidet. Beobachtet man aber den weitern Verlauf, so sieht man auf der einen oder andern Seite dieser Stelle die Schnur gerade solche Ausbiegungnn erleiden, als wäre nur die eine oder die andere Welle vorhanden gewesen. Es ergiebt sich daraus also, dass zwei oder mehrere Wellen ohne gegenseitige Störung durcheinander hindurchgehen können, und dass an der Stelle des Zusammentreffens derselben, oder der Interferenzstelle, die wirkliche Bewegung die algebraische Summe der Bewegungen ist, welche hier in Folge der einzelnen Wellen stattfinden müssen.

Nehmen wir nun an, dass an einer Schnur eine Reihe von gleich langen Wellen in Zeitmomenten erregt werden, die um die Schwingungsdauer von einander entfernt sind, und dass die Wellen abwechselnd einen Wellenberg und ein Wellenthal darstellen. Alsdann wird in einem bestimmten Momente vor der Reflexion der ersten Welle die Schnur in gleich lange Stücke von der Länge der Wellen zerfallen, die durch Punkte getrennt sind, welche sich in der Gleichgewichtslage befinden, während in den zwischenliegenden

Stücken die Schnur abwechselnd nach der einen und der andern Seite ausgebogen ist. Sei in diesem Momente die erste Welle gerade bis zum festen Ende der Schnur gelangt, und befindet sich vor diesem z. B. ein Wellenberg, so wird in einem um die Schwingungsdauer spätern Momente eines Theils an die Stelle dieses Wellenbergs das nachfolgende Wellenthal getreten, zugleich aber der Wellenberg durch die Reflexion in ein Wellenthal an derselben Stelle verwandelt sein, in Folge davon findet sich hier jetzt ein verstärktes Wellenthal; wieder um die Schwingungsdauer später ist dem Wellenthale ein vorschreitender Wellenberg gefolgt, und dieser mit dem durch die Reflexion in einen Wellenberg verwandelten Wellenthale hat hier einen verstärkten Wellenberg hervorgebracht u. s. f., so dass also an diesem Ende sich abwechselnd verstärkte Wellenthäler und Wellenberge befinden. Ganz dasselbe gilt auch von jedem andern ähnlichen Stücke der Schnur, von der Länge der Wellenlänge und von dem festen Ende um eine ganze Zahl von Wellenlängen entfernt. Ist also die Länge der Schnur ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge, so laufen die Wellen in der Weise an derselben hin und her, dass die Schnur in Stücke von der Wellenlänge zerfällt, die abwechselnd einen Wellenberg und ein Wellenthal bilden. Durch die Grenzpunkte dieser Stücke gehen immer gleichzeitig ein Wellenberg und ein Wellenthal; diese bleiben also in Ruhe, und die ganze Schnur zerfällt in abwechselnd nach entgegengesetzten Seiten schwingende Stücke, die durch beständig ruhende Punkte getrennt sind; die Schnur befindet sich dann in einer stehenden Schwingung und besitzt Knotenpunkte.

Auf diese Weise müssen wir uns auch die zufällig entstehende Theilung einer schwingenden Saite entstanden denken. Wenn man nämlich eine Schwingung einer Schnur hervorbringen will, so hält es schwer, besonders wenn dieselbe lang ist, die ganze Schnur gleichzeitig in Bewegung zu setzen; auch giebt man der Stelle, wo man die Ausbiegung hervorbringt, in der Regel eine Menge von einzelnen rasch auf einander folgenden Impulsen. Es entstehen daher eine Menge hintereinander herlaufender Wellen, unter welchen leicht eine Anzahl sich finden wird, welche um einen aliquoten Theil der Schnurlänge von einander abstehen, und daher um die diesem Theile als Wellenlänge entsprechende Schwingungsdauer der Zeit nach auf einander folgen. Indem diese mehrere Male an der Schnur hin- und herlaufen, verstärken sie sich gegenseitig, während die übrigen unregelmässig vertheilten sehr rasch nach ihrer Höhe abnehmen, und so ergiebt sich als Erfolg einer Reihe rasch auf einander folgender Impulse eine stehende Schwingung der Schnur in durch Knotenpunkte getrennten Abtheilungen.

Die Gestalt, welche eine schwingende Schnur oder Saite in irgend einem Momente der Schwingung besitzt, kann, wie leicht ersichtlich ist, je nach den Umständen, unter welchen dieselbe hervorgebracht wurde, eine sehr verschiedene sein. Die Geschichte der mathematischen Behandlung

schwingender Saiten zeigt aber, dass ein langer Streit über dieselbe geführt ist, bis man auf mathematischem Wege dieses Resultat gewonnen hat.

§. 50.

Bei der Erregung von Longitudinalschwingungen in einem längern steifen Körper wird ein ganz ähnliches Verhältniss wie bei den Transversalschwingungen stattfinden, hinsichtlich der wellenförmigen Fortpflanzung derselben und der Bildung von Knotenpunkten.

Auch hier wird nämlich unmittelbar nur eine einzelne Stelle des Körpers in eine Bewegung gesetzt, vermöge der sie sich den zunächst anliegenden Stellen nähern oder von ihnen entfernen würde, wenn nicht die Elasticität des Körpers eine solche Zusammendrückung oder Ausdehnung verhinderte, oder wenigstens die hervorgebrachten wieder ausgliche. Eine Folge davon ist, dass, nachdem an der unmittelbar betroffenen Stelle eine Zusammendrückung z. B. entstanden ist, die nach dem Innern des Körpers zu liegenden Schichten auf die ihnen anliegenden ebenfalls einen Druck ausüben, welcher dann eine Zusammendrückung mehr im Innern hervorbringt u. s. f. Es läuft daher eine Verdichtung in ähnlicher Art durch den Körper, wie vorher ein Wellenberg längs der Schnur hin, und diese kann man eine Verdichtungswelle nennen, während einem Wellenthale eine Verdünnungswelle entsprechen würde. Für die Fortpflanzung dieser Wellen durch den Körper hin wird also ebenfalls eine bestimmte Zeit nöthig sein, und auch diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit wird wieder der Quotient der Wellenlänge und der Schwingungsdauer sein, wenn wir unter ersterer die Längendimension des ganzen Raumtheiles verstehen, in welchem eine Verdichtung oder Verdünnung gleichzeitig stattfindet, und unter Schwingungsdauer die Zeit, welche verfliesst, während eine solche Welle durch einen Querschnitt hindurchgeht, d. h. während in einer unbestimmt dünnen Schicht des Körpers zuerst wachsende, dann aber abnehmende Verdichtung oder Verdünnung vorhanden ist, welche also durch zwei auf einander folgende Momente begrenzt ist, in welchen in dieser Schicht die normale Dichtigkeit vorhanden ist.

Diese Verdichtungs- oder Verdünnungswellen werden am Ende des Körpers nun in ganz analoger Weise reflectirt, wie die Transversalwellen an einer Schnur, d. h. nach der Reflexion ist eine Verdichtungswelle in eine Verdünnungswelle und umgekehrt eine letztere in eine erstere umgewandelt.

Ebenfalls werden auch diese in ähnlicher Weise wie die Transversalwellen mit einander interferiren, d. h. ohne gegenseitige Störung durch einander hindurchgehen, und nur an den Interferenzstellen eine Summation ihrer Wirkungen hervorbringen.

Folgen mehrere Wellen in dieser Art auf einander, so werden durch sie ebenfalls stehende Schwingungen hervorgebracht werden können.

Da ferner die Dauer longitudinaler Schwingungen der Länge des gleichartig schwingenden Theiles, d. h. der Wellenlänge direct und der Quadratwurzel aus dem Elasticitätsmodulus umgekehrt proportional ist, so wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen der letztern direct proportional, aber von der Wellenlänge unabhängig sein.

Alle diese Folgerungen aus der Uebertragung der für transversale Schwingungen aus den Beobachtungen abgeleiteten Sätze auf die longitudinalen Schwingungen können freilich bei der Schwierigkeit, dieselben der directen Beobachtung zu unterwerfen, auf diesem Wege nicht bestätigt werden. Sie erhalten aber ihre experimentelle Bestätigung in einem andern Gebiete der Physik, wo wir darauf zurückkommen werden.

§. 51.

Es bleibt uns jetzt noch übrig, die Bewegungen zu untersuchen, welche die Körper in Folge ihrer Torsionselasticität, d. h. dann ausführen, wenn ihre Gestalt durch drehende Kräfte abgeändert ist, und sie nun sich selbst überlassen werden.

Wenn ein Draht an seinem einen Ende befestigt und durch ein an das andere Ende geknüpftes Gewicht vertical gespannt ist, so stellt sich ein an dem letztern angebrachter horizontaler Zeiger immer in ein bestimmtes Azimuth ein, in welches derselbe, wenn er durch eine drehende Kraft aus demselben abgelenkt ist, wieder zurückkehrt, so lange wenigstens die Ablenkungen aus demselben eine gewisse Grenze, die durch die Grenze der vollkommenen Elasticität des Drahtes gegeben ist, nicht überschritten haben.

Das Azimuth der Ruhelage des Zeigers an einem solchen Drahte ändert sich, wenn man das spannende Gewicht verändert, und daraus folgt, dass die Lage der einzelnen Theile des Drahtes gegen einander von der Spannung desselben abhängig ist.

Wird aber der Draht immer durch ein und dasselbe Gewicht gespannt erhalten, und lenkt man durch verschiedene drehende Kräfte den Zeiger aus seiner Ruhelage ab, so findet man, dass, so lange die Grenze der vollkommenen Elasticität nicht überschritten wird, die Ablenkungen den Momenten der ablenkenden Kräfte proportional sind.

Es ergiebt sich dieses am leichtesten daraus, dass, wenn man die Dauer der Schwingungen beobachtet, welche der Zeiger um seine Ruhelage macht, wenn er aus dieser abgelenkt und dann sich selbst überlassen ist, man diese constant findet, woraus nach den Schwingungsgesetzen zu schliessen ist, dass die angulare Beschleunigung ψ, welche die Torsionskraft bei irgend einer Drehung φ dem Draht ertheilt, der Grösse der Drehung proportional ist; wenn also das Trägheitsmoment des Gewichtes und des Drahtes in Bezug

auf die geometrische Achse des letztern, welche hier die Drehungsachse ist, durch K bezeichnet wird, so besteht die Gleichung

$$K \cdot \psi = a \cdot \varphi,$$

woraus für die Schwingungsdauer T der Ausdruck folgt:

$$T = \varpi \cdot \sqrt{\frac{K}{a}}.$$

Es ist hierin a eine Constante, welche von der Natur, den Dimensionen und der Spannung des Drahtes abhängig sein kann. Indem man diese letztern nach und nach abändert, und die dadurch bewirkte Aenderung der Schwingungsdauer beobachtet, wird man die Abhängigkeit jener Constante von den Dimensionen und der Spannung des Drahtes ermitteln und ihren Werth für verschiedene Substanzen bestimmen können.

In dieser Beziehung ergeben die Versuche:

1) dass die Schwingungsdauer der Quadratwurzel aus der Länge l des Drahtes proportional ist, oder durch

$$T = \varpi \cdot \sqrt{\frac{K \cdot l}{b}}$$

dargestellt wird, worin b eine von der Länge des Drahtes unabhängige Constante bezeichnet;

2) dass die Schwingungsdauer der Grösse f des Querschnittes umgekehrt proportional ist, oder durch

$$T = \varpi \cdot \sqrt{\frac{K \cdot l}{c \cdot ff}}$$

dargestellt wird, worin c von den Dimensionen des Drahtes unabhängig ist;

3) endlich, wenn man als spannende Gewichte cylindrische Gewichte von gleichem Durchmesser aber verschiedener Höhe anwendet, und diese so wählt, dass das Trägheitsmoment und Gewicht des Drahtes gegen die Trägheitsmomente und Gewichte dieser Cylinder verschwindend klein ist, so ergiebt sich die Schwingungsdauer der Höhe dieser Cylinder, also auch der Grösse der spannenden Gewichte proportional; da aber dann auch die Trägheitsmomente diesen Grössen proportional sind, so folgt daraus, dass die Constante c von der Grösse der Spannung unabhängig ist, daher allein durch die Substanz des Drahtes bestimmt wird.

Es folgt daraus also, dass die Torsionsschwingungen durch die Gleichung bestimmt sind:

$$K \cdot \psi = \frac{c \cdot ff}{l} \cdot \varphi,$$

d. h. dass die Torsionskraft eines Drahtes seiner Länge umgekehrt und dem Quadrate seines Querschnittes direct proportional, von der Spannung des Drahtes aber unabhängig ist.

§. 52.

Von der Elasticität der Körper macht man nicht selten Anwendungen, theils um mit ihrer Hülfe Bewegungen anderer Körper hervorzubringen, theils um Kräfte oder Zeiten zu messen. Wenn man einem durch grosse Kräfte zusammengedrückten oder gebogenen Körper plötzlich sich wieder auszudehnen oder zurückzubiegen erlaubt, wobei er einen andern Körper mit fortreissen muss, so ertheilt er diesem eine beträchtliche Geschwindigkeit, vermöge deren derselbe, wenn er mit dem elastischen Körper nicht fest verbunden ist, fortfliegt, worauf die Wirkung von Armbrüsten, Bogen, den Katapulten und Ballisten der Alten u. s. w. beruht. Wenn man aber einen solchen Körper, z. B. eine spiralförmig aufgewundene Feder langsam sich wieder ausdehnen lässt, so kann man dadurch längere Zeit eine bestimmte Bewegung erhalten; zu dem Zwecke ersetzt man z. B. das Gewicht, welches eine Uhr in Bewegung setzen soll, durch derartige Spiralfedern. Zugleich kann man aber auch den zweiten Theil einer Uhr, das Pendel, durch eine Feder ersetzen, indem diese wie jenes isochrone durch ihre Länge zu regulirende Schwingungen macht, welche wie die Pendelschwingungen zur Zeitmessung dienen können. Beide Benutzungsweisen der Elasticität von Stahlfedern liegen der Construction von Taschenuhren, Chronometern u. s. w. zu Grunde.

Zur Messung von Kräften können sehr elastische Körper benutzt werden, indem man die Gestaltveränderung beobachtet, welche diese unter der Einwirkung derselben erleiden, nachdem man, je nach der Einrichtung solcher Dynamometer und Federwagen, die Gestalt der Körper, die sie unter der Einwirkung bestimmter Kräfte annehmen, entweder experimentell durch mehrere Versuche ermittelt, oder sie aus der bekannten oder durch einen Versuch ermittelten Elasticität nach den Elasticitätsgesetzen bestimmt hat. Vorzugsweise zur Messung sehr grosser Kräfte und Gewichte bedient man sich solcher Dynomometer und Federwagen, und namentlich da, wo es mehr auf Raschheit und Leichtigkeit in der Ausführung der Messungen als auf eine sehr grosse Genauigkeit derselben ankommt.

Aber auch zur Messung sehr kleiner Kräfte liefert die Elasticität ein empfindliches und in der neuern Physik sehr vielfach gebrauchtes Instrument, die Torsionswage. Wenn nämlich auf einen Körper eine bewegende Kraft wirkt, und man ihn an dem Ende eines horizontalen Hebelarmes aufhängt, der selbst in seinem Drehpunkte von einem vertical herabhängenden Drahte getragen wird, so wird das Azimuth, in welches sich der Hebelarm einstellt, bezogen auf dasjenige, in welches er sich in Folge der Torsion des Drahtes allein einstellt, von dem Verhältnisse der fremden Kraft, welcher der Körper unterworfen ist, zu der Torsionskraft abhängen, und da die letztere der Ablenkung aus der Ruhelage proportional ist, so wird die Messung der Ablenkung ein Maass der Kraft geben, welcher der Körper ausgesetzt ist.

Andererseits wird aber auch die Schwingungsdauer des Hebels verändert werden, wenn auf ihn eine Kraft ausser der Torsion des Drathes wirkt, welche ihn in einer bestimmten Lage hält, und daher auch die Beobachtung dieser zur Messung solcher Kräfte benutzt werden können. Mit dieser Torsionswage sind z. B. die im §. 34 erwähnten Beobachtungen von Cavendish, Baily und Reich angestellt, woraus theils eine directe Bestätigung des Gravitationsgesetzes, theils der Werth der mittlern Dichtigkeit der Erde abgeleitet worden ist, indem die anziehende Wirkung, welche eine gegebene Masse von bestimmten Dimensionen und Lagen auf eine andere ebenfalls bestimmte und an der Torsionswage aufgehängte Masse ausübt, mit der von der Erde herrührenden Anziehung verglichen wurde.

Zuweilen giebt man der Torsionswage noch eine etwas andere Einrichtung, indem man den Hebelarm bifilar, d. h. an zwei Drähten oder Fäden von gleicher Spannung aufhängt, wodurch dann ebenfalls eine ihrer Grösse nach bestimmte Kraft erhalten wird, welche dem Hebel eine bestimmte Lage ertheilt, deren Veränderung bei jeder Ablenkung des Hebels aus dieser Lage durch die Grösse dieser Ablenkung gemessen werden kann, so dass es möglich ist, andere ebenfalls auf den Hebel wirkende Kräfte damit zu vergleichen und so diese zu messen.

§. 53.

Die Wirkung, welche eintritt, wenn zwei ungleich bewegte Körper zusammentreffen, oder die Wirkung des Stosses der Körper, wird nothwendig von den Elasticitätsverhältnissen der Körper bestimmt werden.

Jedesmal, wenn ein bewegter Körper mit einem andern ruhenden oder in einer andern Weise bewegten zusammentrifft, so dass ihre Oberflächen einander berühren, tritt immer eine Modification der Bewegung ein, indem entweder die Richtung oder die Geschwindigkeit eines oder beider so abgeändert wird, dass beide Körper nicht gleichzeitig an einer und derselben Stelle sich befinden. Die Eigenschaft der Materie, vermöge der sie einen eigenen Raum für sich in Anspruch nimmt, den sie nicht mit einer andern theilen kann, nennen wir die Undurchdringlichkeit derselben. Die Abänderung der Bewegung durch den Stoss aber, welche durch die Undurchdringlichkeit nothwendig gemacht wird, kann sehr verschieden sein, theils nach der relativen Richtung und Geschwindigkeit des Zusammentreffens, theils nach der Masse und Form der zusammentreffenden Körper, theils endlich nach dem Grade ihrer Elasticität und Festigkeit.

Nennen wir M und M' die Massen und c und c' die Geschwindigkeiten zweier Körper in dem Momente ihres Zusammentreffens, so wird, wenn keine andere bewegende Kraft auf dieselben wirkt, die Summe der Producte jeder Masse in ihre Geschwindigkeit, welche Summe man die Grösse der Bewegung zu nennen pflegt, nach dem Grundsatze der Trägheit durch das Zusammen-

treffen nicht geändert werden können. Findet also das Zusammentreffen in der Weise statt, dass nur progressive Bewegungen stattfinden, d. h. auch nach dem Stosse alle Punkte des einen und des andern Körpers gleiche Geschwindigkeiten haben, so wird, wenn wir diese durch k und k' bezeichnen, die Gleichung erfüllt sein müssen:

$$Mc + M'c' = Mk + M'k'.$$

Sind nun die Körper vollkommen unelastisch, d. h. stellen sie eine etwa beim Stosse eintretende Aenderung ihrer Gestalt in keiner Weise wieder her, so werden sich nach der Berührung die Körper nicht wieder von einander entfernen können, d. h. sie bewegen sich dann mit einer gleichen Geschwindigkeit, und diese bestimmt sich, indem dann $k = k'$ ist, aus der Gleichung

$$Mc + M'c' = k(M + M') \text{ oder}$$

$$k = \frac{Mc + M'c'}{M + M'}.$$

Daraus ergeben sich die Geschwindigkeitsänderungen $c - k$ und $c' - k$, welche beide Körper durch den Stoss erfahren:

$$c - k = \frac{M'(c - c')}{M + M'} \text{ und}$$

$$c' - k = -\frac{M(c - c')}{M + M'}.$$

Wären dagegen die Körper vollkommen elastisch, so würden beide eine Zusammendrückuug erleiden, welche nach dem Stosse sich gleich wieder ausgleichen, d. h. die Körper auseinandertreiben würde; und da die Kraft, mit welcher ein elastischer Körper seine Gestalt wieder herstellt, seiner Zusammendrückung proportional oder der dieselbe hervorbringenden Kraft gleich aber entgegengesetzt ist, so werden die Geschwindigkeitsänderungen vollkommen elastischer Körper doppelt so gross sein, als die vollkommen unelastischer; denn nachdem von der Berührung bis zur grössten Zusammendrückung Geschwindigkeitsänderungen stattgefuuden haben, welche, wenn die Zusammendrückung bliebe, in den obigen Formeln für völlig unelastische Körper gegeben sind, werden die Körper durch die Wiederausgleichung der Zusammendrückung von einander getrennt, wodurch sie noch einmal dieselben Aenderungen der Geschwindigkeit erleiden. Bezeichnen also k und k' wieder die Geschwindigkeiten nach dem Stosse, so ist

$$c - k = 2\,\frac{M'(c - c')}{M + M'} \text{ und}$$

$$c' - k' = -\,2\,\frac{M(c - c')}{M + M'},$$

und folglich

$$k = c - 2\,\frac{M'(c - c')}{M + M'} \text{ und}$$

$$k' = c' + 2\,\frac{M(c - c')}{M + M'}.$$

Sind die Körper nicht vollkommen elastisch, so werden zwar die Geschwindigkeitsunterschiede vor und nach dem Stosse ebenfalls grösser als in dem Falle unelastischer Körper, aber kleiner als in dem Falle vollkommen elastischer Körper sein. Es werden daher die Geschwindigkeiten k und k' nach dem Stosse dann durch die Grössen

$$k = c - n \cdot \frac{M'(c - c')}{M + M'} \text{ und}$$

$$k' = c' + n \cdot \frac{M(c - c')}{M + M'}$$

ausgedrückt werden, wo $n > 1$ und $n < 2$ ist, aber dem letztern Werthe um so näher liegt, je vollkommener elastisch die Körper sind.

Für 2 vollkommen elastische Körper von gleicher Masse ergiebt sich leicht, dass diese ihre Geschwindigkeiten nach dem Stosse gegen einander ausgetauscht haben.

Diese so wie andere Folgerungen aus der Formel kann man durch Versuche prüfen, indem man 2 Kugeln neben einander sich berührend aufhängt, dann eine oder beide um bestimmte Winkel aus der Verticalen entfernt, und, nachdem man sie hat fallen und zusammenstossen lassen, die Ausschläge beobachtet, welche sie dann machen.

Die Voraussetzung, welche wir hierbei gemacht haben, dass nach dem Stosse beide Körper nur progressiv sich bewegen, findet dann statt, wenn die Richtung, in welcher die Körper auf einander treffen, mit der Verbindungslinie ihrer Schwerpunkte zusammentreffen, oder wenn der Stoss central ist. Denn da bei jedem Stosse die Körper nur in einzelnen Punkten oder Flächen zusammentreffen, also auch zunächst nur die Bewegungen dieser Punkte und Flächen modificirt, d. h. nur auf diese bewegende Kräfte ausgeübt werden, alle übrigen Punkte aber vermöge ihrer Trägheit einer Bewegung sich widersetzen, so wird im Allgemeinen ein Stoss eine drehende Bewegung um den Schwerpunk, der zugleich auch der Mittelpunkt der trägen Masse ist, hervorbringen. Nur wenn die bewegenden Kräfte gerade auf diesen gerichtet sind, kann eine solche Drehung nicht stattfinden, sondern nur eine progressive.

Beim nicht centralen Stosse werden wir die relative Geschwindigkeit beider Körper in 2 Componenten zerlegen müssen, von welchen die eine durch den Schwerpunkt gehende eine progressive, die andere senkrecht hiergegen gerichtete eine Drehung um den Schwerpunkt hervorbringt.

Endlich macht es auch noch einen Unterschied, ob der Stoss gegen einen Körper gerade oder schief ist, d. h. ob er normal oder schief gegen seine Oberfläche gerichtet ist; im letztern Falle muss er in 2 Componenten, eine der Oberfläche parallele und eine gegen sie senkrechte zerlegt werden. Die Geschwindigkeit in der Richtung der erstern wird nicht geändert, nur die in der letztern, und die Gasammtwirkung ergiebt sich aus der Zusammensetzung beider Geschwindigkeiten nach dem Stosse. Hieraus folgt z. B.,

dass eine schief gegen eine elastische Wand geworfene elastische Kugel mit derselben absoluten Geschwindigkeit von derselben zurückspringt, mit welcher sie auf dieselbe traf, und in einer Richtung, welche mit der Normale gegen die Wand denselben aber entgegengesetzten Winkel bildet, wie die Richtung, in der sie sich der Wand näherte.

§. 54.

Wenn wir im Anfange unserer Betrachtungen über die Cohäsion oder den Zusammenhang der Theile eines Körpers gesehen haben (im §. 39), dass wir dadurch gezwungen werden, der Materie der ponderabeln Körper ausser der im ersten Abschnitte betrachteten allgemeinen Gravitation noch andere nicht blos von der Masse und der gegenseitigen Entfernung zweier Theile derselben abhängige Kräfte zuzuschreiben, oder dass wir, um vollständig die Beziehungen auszudrücken, welche zwischen zwei Theilen derselben bestehen, der Formel, welche wir im ersten Abschnitte abgeleitet haben, noch eine Ergänzung hinzufügen müssen; so können wir nun jetzt nach der Betrachtung der Erscheinungen, worin sich uns die Cohäsion der festen Körper offenbart, fragen, wie diese Ergänzung beschaffen sein müsse.

Bei dem gegenwärtigen Stande unserer Kenntnisse scheint es nun zwar noch nicht möglich zu sein, diese Aufgabe vollständig zu lösen, allein es ergeben sich doch einige Bedingungen, welchen diese Ergänzung genügen muss.

Mögen wir uns die ponderabele Materie als continuirlich den Raum erfüllend, oder als aus einzelnen materiellen Punkten oder Gruppen von Punkten bestehend denken, die durch unmessbar kleine Entfernungen von einander getrennt sind: immer beweist die fortdauernde Trennung zweier einmal getrennten Theile eines festen Körpers, dass, wenn diese einmal um eine gewisse Entfernung aus einander gebracht sind, sie sich dann mit einer beträchtlich schwächern Kraft anziehen als vorher, welche nicht mehr vermag, sie in ihre frühere Lage zurückzuführen.

Die Möglichkeit aber, das Volumen und die Gestalt eines festen Körpers durch äussere Kräfte zu verändern, namentlich auch ihn in einen kleinern Raum zusammenzudrängen, scheint die atomistische Ansicht wahrscheinlicher zu machen.

Bleiben wir also bei dieser stehen, so müssen wir uns die Kräfte der Atome so vorstellen, dass diese dieselben in bestimmten gegenseitigen Entfernungen von einander halten, also sowohl einer Entfernung als einer Annäherung derselben unter einander widerstreben. Dieses findet aber nur dann statt, wenn die zwischen zwei Theilen stattfindende Kraft beim Durchgange durch diese Normalentfernung aus einer Anziehung in eine Abstossung oder umgekehrt übergeht; fände ein solcher Uebergang nicht statt, so könnten freilich die Theilchen in ihrer Normalentfernung bleiben, aber wenn sie aus derselben entweder nach der einen oder andern Seite auch noch so wenig verschoben wären, so würden sie dann in die vorige Lage nicht wieder zurück-

kommen können, sie befänden sich in ihrer Normalstellung dann also in einer Art labilen Gleichgewichts. Die Elasticität zeigt aber, dass sie im stabilen Gleichgewichte sich befinden. Da aber äussere störende Kräfte auch dauernde Aenderungen des Volumens und der Gestalt hervorbringen können, so muss das Gleichgewicht bei verschiedenen Lagen der Theile gegen einander stabil sein können.

Da nun aber bei messbaren Abständen zweier Körper von einander sich nur solche Kräfte zwischen ihnen finden, welche auf eine Anziehung der Theile im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats ihrer gegenseitigen Entfernung zurückführbar sind, so müssen die übrigen Glieder des Ausdruckes, welcher die vollständige Beziehung zwischen zwei Theilchen darstellt, so beschaffen sein, dass sie bei allen messbaren Entfernungen gegen jenen ersten Theil verschwinden, d. h. sie müssen bei wachsender Entfernung viel rascher als dieser abnehmen. Wir können dieses dadurch ausdrücken, dass wir sie höhern Potenzen als dem Quadrate der gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportional setzen. Wir werden daher die zwischen zwei Theilen der Materie, deren Massen m und m' sind, in der gegenseitigen Entfernung r von einander stattfindende Kraft durch einen Ausdruck von der allgemeinen Form darstellen können:

$$\frac{m \cdot m'}{rr} + \frac{a}{r^3} + \frac{b}{r^4} + \cdots\cdot$$

worin a, b, . . . Grössen sind, die von den Massen und andern Eigenschaften des einen und des andern Theiles abhängig sind, und auch negativ oder von denen auch einzelne $= 0$ sein können.

Dieser Ausdruck zeigt die Möglichkeit an:

1) dass in allen messbaren Entfernungen alle Glieder ausser dem ersten gegen dieses verschwindend klein sein können,
2) dass in Entfernungen, die unter einer gewissen Grenze liegen, das erste Glied gegen die folgenden verschwindet, die Anziehung also in einem andern Verhältnisse als dem umgekehrten des Quadrats der Entfernung sich ändert,
3) dass von einer bestimmten Grenze an die Anziehung in eine Abstossung übergehen kann,
4) dass dieser Uebergang bei noch kleinern Entfernungen ein umgekehrter sein, und bei noch kleinern sich ein oder mehrere Male wiederholen kann,
5) endlich dass in solchen Entfernungen, wo die Anziehung nicht mehr allein durch das erste Glied dargestellt wird, dieselbe noch von andern Eigenschaften der Theile als von ihren Massen und ihrer gegenseitigen Entfernung abhängt.

Eine Aufgabe der Physik in dieser Richtung bleibt es, die Anzahl und Beschaffenheit der Grössen a, b, . . . in diesem Ausdrucke zu ermitteln, der daher keineswegs als eine Lösung des Problems der Cohäsion, sondern nur als eine mathematische Einkleidung desselben anzusehen ist.

§. 55.

Die Verschiedenartigkeit der Anziehung in messbaren und unmessbaren Entfernungen zweier Körper von einander zeigt sich noch in einem andern Phänomen, der sogenannten Adhäsion. Es ist dieses das Anhaften getrennter Körper an einander, wenn sie mit einander in Berührung gebracht, d. h. sich bis auf unmessbare Entfernungen genähert werden. Nicht allein feine Körper, Staub u. dgl., haften so an andern, sondern auch grössere. Aber im letzten Falle ist es nothwendig, dass sie sich in sehr vielen Punkten berühren, damit die Adhäsion merklich werde. Die Oberflächen solcher Körper müssen daher möglichst eben sein. Drückt man nun zwei mit ebenen Oberflächen versehene Körper, z. B. zwei Platten, gegen einander, so muss man nachher eine merkliche Kraft anwenden, um sie von einander zu trennen, ja die Adhäsion kann selbst so stark sein, dass dadurch die eine getragen wird, wenn man die andere festhält, und die Trennungsebene horizontal steht, in welcher Lage die Adhäsion der Schwere direct, also mit ihrem vollen Werthe entgegenwirkt.

Auf den ersten Blick könnte man freilich glauben, es offenbare sich darin die Gravitation der beiden Platten gegen einander; dass aber diese nicht die Ursache sein kann, ergiebt sich daraus, dass weder die grössere oder geringere Dichtigkeit der adhärirenden Platten, noch die Dicke derselben, d. h. ihre Masse, auf die Grösse der Adhäsion von Einfluss ist, diese vielmehr hauptsächlich durch die Grösse und Ebenheit der Berührungsfläche und die Substanz der sich berührenden Körper bedingt wird.

Die Stärke der Adhäsion kann man ermitteln, indem man die Gewichte bestimmt, welche man anwenden muss, um durch sie zwei aufeinanderliegende Platten zu trennen. Auf diese Weise findet man, dass dieselbe der Grösse der Platten proportional ist. Sind beide Platten von gleicher Substanz, so ergiebt sich für jede Substanz bei einer gegebenen Grösse der Berührungsflächen ein bestimmter Werth; ordnet man verschiedene Substanzen nach der Grösse dieses Werthes und bestimmt man die Adhäsion zweier verschiedener Platten, so findet sich diese immer gleich der grössten derjenigen, welche zwischen je zwei gleichartigen Platten aus den beiden Substanzen gelten, so dass, wenn A und B zwei Substanzen bezeichnen, a die Adhäsion zwischen 2 Platten aus der Substanz A, b die zwischen 2 Platten aus der Substanz B, die Adhäsion zwischen einer Platte A und einer Platte B, dem grössten der beiden Werthe a und b gleich ist.

§. 56.

Eine andere Art von Anziehung zwischen sich berührenden Körpern giebt sich in der Reibung zu erkennen, oder in dem Widerstande, welchen sie einer Bewegung längs ihrer Berührungsfläche gegen einander entgegensetzen.

Hauptsächlich rührt diese allerdings wohl daher, dass es schwer ist, den Körpern vollkommen glatte, d. h. von Rauhigkeiten gänzlich freie Oberflächen zu geben, welche, indem sie bei zwei sich berührenden Körpern zahnartig in einander fassen, es nöthig machen, dass die Körper bei der Bewegung längs ihrer Berührungsfläche über diese hinweggehoben werden. Man vermindert daher die Reibung, indem man die Berührungsflächen möglichst glättet, oder die Unebenheiten derselben mit weichen Körpern ausfüllt. Allein man kann sie dadurch nie ganz aufheben, sondern nur einer bestimmten Grenze nähern, welche von der Natur der reibenden Körper abhängig ist, woraus hervorgeht, dass die Rauhigkeiten allein nicht die Ursache der Reibung sind. Auch in der Adhäsion kann der Grund derselben nicht gesucht werden, indem sie sonst unter übrigens gleichen Umständen der Grösse der Berührungsfläche proportional sein müsste, was aber, wie Versuche zeigen, nicht der Fall ist, indem sie vielmehr wenigstens für nicht zu kleine Drucke der Körper gegen einander von der Grösse dieser Berührungsfläche unabhängig ist.

Ausserdem haben Versuche ergeben, dass die Reibung dem Drucke proportional ist, mit welchem die beiden Körper gegen einander gepresst werden, dagegen von der Geschwindigkeit unabhängig, aber beim Anfange der Bewegung grösser als während derselben.

Das Verhältniss zwischen der Reibung und dem Drucke, womit die Körper gegen einander gepresst sind, nennt man den Reibungscoefficienten, welcher, wie erwähnt wurde, von der Natur der einzelnen Körper abhängig ist.

Je nach der Art der Bewegung der beiden Körper gegen einander hat man dreierlei Arten der Reibung zu unterscheiden; nämlich gleitende Reibung, wenn die Berührungsstellen an beiden Körpern sich ändern, Zapfenreibung, wenn an dem einen Körper die Berührungsstelle dieselbe bleibt, aber an dem andern geändert wird, und rollende Reibung, wenn die Berührungsstellen an beiden Körpern sich ändern. Im ersten Falle ist sie immer am beträchtlichsten, im letztern am geringsten. Daraus ergiebt sich der Vortheil von Rollen und Rädern unter fortzubewegenden Lasten, sowie der sogenannten Frictionsrollen.

Eine Folge der Reibung ist es zum Theil wenigstens, dass ein in Bewegung gesetzter Körper trotz seines Beharrungsvermögens nach und nach in Ruhe kommt, wenn nicht eine bewegende Kraft auf ihn wirkt, welche den Einfluss der Reibung aufhebt.

Zweites Capitel.

Von den tropfbarflüssigen Körpern.

§. 57.

Von den festen Körpern unterscheiden sich die flüssigen durch den Mangel einer selbstständigen Gestalt, so dass sie mit Leichtigkeit eine beliebige äussere Form annehmen können, ihre Theile also eine völlig freie Beweglichkeit gegen einander besitzen. Um ihnen eine bestimmte Gestalt zu geben, oder um die Theile einer bestimmten Menge eines solchen Körpers zusammenzuhalten muss man sie daher in ein Gefäss einschliessen.

Wenn eine bestimmte Menge Wasser in ein Gefäss, welches einen grössern Rauminhalt besitzt, als das Wasser einzunehmen vermag, gefüllt wird, so zeigt sich, dass es sich im untern Theile desselben ansammelt, und dass nur oben sich eine freie ebene Fläche des Wassers bildet.

Daraus folgt also einerseits, dass die Theile des Wassers so tief als möglich sinken, also schwer sind, und andererseits dass es ein selbstständiges, von dem Gefässe, worin es enthalten ist, unabhängiges Volumen besitzt.

Alle Flüssigkeiten, welche sich in dieser Art ebenso wie das Wasser verhalten, nennt man tropfbare Flüssigkeiten. Sie theilen also mit den festen Körpern die Schwere, was noch genauer daraus hervorgeht, dass ein mit einer tropfbaren Flüssigkeit erfülltes Gefäss, wenn es als Pendel an einem Faden aufgehängt wird, dieselbe Schwingungsdauer besitzt, wie das leere Gefäss, woraus folgt, dass die Schwere den tropfbaren Flüssigkeiten dieselbe Beschleunigung wie den festen Körpern ertheilt. Sie haben daher wie diese Theil an der allgemeinen Gravitation.

Wird an irgend einer Stelle auf die freie Oberfläche des Wassers, das in einem oben offenen Gefässe enthalten ist, ein verticaler Druck ausgeübt, z. B. ein fester, das Gefäss nicht ganz absperrender Stempel auf die Oberfläche gesetzt, und durch eine bestimmte Kraft herabgedrückt, so weicht einerseits das Wasser vor demselben zurück, andererseits steigt es aber neben demselben in die Höhe. Während also der Druck an der Stelle, wo der Stempel das Wasser berührt, vertical abwärts gerichtet ist, findet sich an den freien Stellen der Oberfläche ein vertical aufwärts gerichteter. Das Wasser erhält also sein Volumen, indem es den in einer bestimmten Richtung wirkenden Druck nach allen Seiten hin vertheilt, wo eine Wirkung desselben, d. h. ein Zurückweichen des Wassers, möglich ist.

Es ergiebt sich dieses auch noch daraus, dass aus einem mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefülltem Gefässe mit verticalen Wänden diese aus einer in der Seitenwand befindlichen Oeffnung ausfliesst, sogar ein diese schliessendes, durch eine bestimmte Kraft dagegen gedrücktes Ventil in

horizontaler Richtung zurücktreiben kann, obwohl die Schwere an sich nur in verticaler Richtung eine Bewegung hervorbringen würde.

Durch diese von der vollkommenen Beweglichkeit ihrer Theilchen herrührende Eigenschaft, eine jede auf sie wirkende Kraft oder Druck von bestimmter Richtung nach allen Richtungen hin durch sich fortpflanzen zu können, unterscheiden sich die flüssigen Körper sehr wesentlich von den festen.

§. 58.

Eine Folge dieser Eigenschaft ist, dass in der ganzen Ausdehnung einer jeden ruhenden Grenzfläche, die sich an einer Flüssigkeit von selbst, d. h. unabhängig von den Wänden des sie einschliessenden Gefässes, bildet, wenn die Flüssigkeit irgend welchen Kräften oder Drucken unterworfen ist, der senkrecht gegen diese Grenzfläche gerichtete Druck immer constant sein muss. Denn wäre dieses nicht der Fall, also an irgend einer Stelle der freien Oberfläche der Druck z. B. kleiner als an einer andern, so müsste in Folge der erwähnten Eigenschaft sogleich eine Bewegung der Flüssigkeit in der Richtung von Innen nach Aussen senkrecht gegen die Fläche stattfinden, es würde dann also die Ruhe der Oberfläche gestört werden.

Das Vorhandensein einer freien Oberfläche an einer Flüssigkeit kann also als ein Anzeichen dafür dienen, dass der senkrecht gegen diese gerichtete Druck allenthalben gleich ist, oder wenn auf die verschiedenen Punkte der Oberfläche einer Flüssigkeit Drucke wirken, welche einander gleich sind, dabei aber die Flüssigkeit nicht durch entgegenstehende Wände in ihrer freien Beweglichkeit gehemmt wird, so bildet sich die letztere so, dass, wenn die Flüssigkeit zur Ruhe gekommen ist, sie allenthalben normal gegen die Richtung des Druckes an dieser Stelle ist.

Betrachten wir aber die oberste überall gleich dicke Schicht einer in einem offenen Gefässe enthaltenen Flüssigkeit, so übt die Schwere auf jedes gleich grosse Element dieser Schicht eine vertical wirkende gleiche Kraft aus, es muss daher die freie Oberfläche eine horizontale Ebene bilden.

Es kann daher die freie Oberfläche einer in einem weiten offenen Gefässe enthaltenen tropfbaren Flüssigkeit dienen, um den Horizont zu bestimmen, und damit auch die verticale Richtung. In dieser Beziehung kann sie also ein Senkel ersetzen.

Die horizontale Oberfläche einer Flüssigkeitsmasse geht aber verloren, wenn zu dem von der Schwere herrührenden verticalen Drucke sich noch ein anderer gesellt. Wenn man z. B. ein oben offenes Gefäss mit Wasser auf die Scheibe einer Centrifugalmaschine so stellt, dass die geometrische Achse des Gefässes etwa mit der Drehungsachse zusammenfällt, so kommt bei der Drehung der Maschine noch die Centrifugalkraft des Wassers hinzu, welche an der Peripherie grösser als in der Nähe der Achse ist. Dadurch

ergeben sich für die verschiedenen Stellen der Oberfläche je anders und anders gegen die Verticale geneigte Drucke. Die freie Oberfläche wird dann eine trichterartig gekrümmte, indem sie wieder allenthalben normal gegen den resultirenden Druck sich stellt.

§. 59.

Denken wir uns nun im Innern einer Flüssigkeitsmasse, die in einem cylindrischen verticalstehenden und oben offenen Gefässe enthalten ist, eine horizontale Ebene, so ist offenbar der verticale Druck gegen diese grösser als ein etwa auf der obern Fläche lastender Druck, indem auf diese Fläche noch ausserdem die über derselben befindliche Flüssigkeitsmasse drückt.

Eine solche Fläche können wir auch äusserlich darstellen, indem wir in dasselbe Gefäss zwei verschiedene sich chemisch nicht verbindende und ungleich dichte Flüssigkeiten giessen, z. B. Quecksilber und Wasser. Die schwerere Flüssigkeit, das Quecksilber, nimmt dann die tiefsten Schichten des Gefässes ein, und darüber findet sich das Wasser; die Trennungsfläche zwischen beiden muss offenbar wieder horizontal sein, denn da das Wasser vollkommen beweglich ist, so ist es dem Quecksilber gestattet, eine freie Oberfläche zu bilden, welche nach dem vorigen Paragraphen horizontal ist.

Nehmen wir an, es wirke auf die freie ebenfalls horizontale Oberfläche des Wassers kein äusserer Druck weiter, so ist der Gesammtdruck, der auf die freie Quecksilberfläche drückt, dem Gewichte der darüber befindlichen Wassermasse gleich, d. h. wenn wir den Querschnitt des Gefässes mit F, die Höhe der obern Flüssigkeitsschicht mit H, und die Dichtigkeit derselben mit d bezeichnen, so ist dieser Gesammtdruck $= F \, . \, H \, . \, d$. Dieser Druck vertheilt sich aber gleichmässig auf alle Stücke der Quecksilberfläche, auf ein der Einheit gleiches Stück wirkt also der Druck $d \, . \, H$, d. h. wenn wir uns das Quecksilber wieder durch Wasser ersetzt denken, auf jede Flächeneinheit einer horizontalen Ebene im Innern einer Flüssigkeit wirkt ein der Höhe der über dieser Fläche befindlichen Flüssigkeitsschicht proportionaler Druck, ausser einem etwa auf die freie Oberfläche desselben wirkenden; oder der Druck im Innern einer Flüssigkeit nimmt mit der Tiefe unter der freien Oberfläche proportional zu.

Würde an irgend einer Stelle die Wand des Gefässes geöffnet, so würde auch, wenn hier derselbe Druck wie an der obern freien Oberfläche des Wassers gegen die Flüssigkeit drückte, doch ein Ausfliessen stattfinden, welches durch jenen Drucküberschuss hervorgebracht würde, indem dieser eine Bewegung der Flüssigkeit nach jeder Richtung hervorbringt, wo diese nicht durch eine feste Wand oder einen gerade entgegenwirkenden Druck aufgehoben wird. Es findet also gegen die Wände eines Gefässes, worin Flüssigkeit enthalten ist, ein von Innen nach Aussen gerichteter Druck statt, der an jeder Stelle der Höhe der über dieser befindlichen Flüssigkeitsschicht

proportional ist. Offenbar ist es aber dabei ganz einerlei, ob die Wand horizontal oder vertical oder schief steht, indem der Druck immer normal gegen dieselbe wirkt. Wenn also z. B. das Gefäss eine Flaschenform hat, also die obere Fläche der Flüssigkeit nicht ganz frei, sondern durch schräg aufsteigende oder selbst horizontale Wände begrenzt ist, so übt die Flüssigkeit gegen diese auch schräg oder vertical aufwärts gerichtete Drucke aus. Ist die Höhe der Flüssigkeitsschicht so gross, dass der daraus hervorgehende Druck, der die Wände des Gefässes auseinanderzutreiben strebt, die Festigkeit dieser überwiegt, so wird das Gefäss zerbrochen. So lange dieses aber nicht der Fall ist, so finden sich immer von Innen nach Aussen gerichtete Drucke, welche die Wände des Gefässes und damit dieses selbst zu bewegen streben, aber da sie paarweise einander gleich und entgegengesetzt gerichtet sind, so bringen sie keine Bewegung des Gefässes hervor. Diese tritt aber ein, wenn an einer Stelle die Wand durchbrochen und damit der eine Druck gegen das Gefäss aufgehoben wird; alsdann wird die entgegengesetzte Wand von dem Drucke fortgetrieben, vorausgesetzt dass das Gefäss nicht durch stärkere Kräfte festgehalten wird. Ein Beispiel hierfür bieten die sogenannten Reactionsräder dar, welche man auch practisch anwendet, um Maschinen in Bewegung zu setzen.

§. 60.

Wenn zwei mit einer Flüssigkeit gefüllte Gefässe in ihren untern Theilen durch eine Röhre mit einander in Verbindung stehen, so bilden sie gleichsam nur ein einziges Gefäss, indem dann die Flüssigkeit aus dem einen in das andere treten kann. Vorausgesetzt also, dass nicht in der einen Röhre durch äussere Kräfte ein anderer Druck auf die Flüssigkeit ausgeübt wird, als in der andern, werden die beiden freien Oberflächen in den beiden communicirenden Röhren nur als getrennte Stücke einer einzigen freien Oberfläche anzusehen sein, und daher beide in derselben Horizontalebene liegen; oder von einer bestimmten Horizontalebene an gerechnet, haben die beiden Flüssigkeitssäulen gleiche Höhen.

Wenn aber auf die eine derselben noch ein anderer äusserer Druck als auf die andere wirkt, so muss in der zweiten die Flüssigkeit so lange steigen, bis die dadurch über das Niveau in der ersten Röhre gehobene Flüssigkeitssäule gerade einen ebenso grossen Druck auf jedes Element ihrer Grundfläche ausübt, als der Ueberschuss des äussern Druckes in der ersten Röhre auf jedes horizontale Flächenelement in dieser. Ist der äussere Druck in der ersten Röhre z. B. durch eine Schicht einer andern Flüssigkeit hervorgebracht, welche über die erste gegossen ist, so ist, wenn H die Höhe dieser Schicht und d ihre Dichtigkeit bezeichnet, der Druck auf die Flächeneinheit der Grenzschicht beider Flüssigkeiten gleich $d \,.\, H$. Ist ebenso H' die Höhe der dadurch in der zweiten Röhre gehobenen Flüssigkeit von der Dichtigkeit

d', so ist der Druck dieser auf die Einheit ihrer Grundfläche gleich $d' \cdot H'$; und da beide einander gleich sein müssen, so ist

$$dH = d'H' \text{ oder}$$
$$d : d' = H' : H;$$

d. h. die Höhen der Flüssigkeitssäulen über dem Niveau der Grenzschicht verhalten sich umgekehrt wie die Dichtigkeiten oder specifischen Gewichte der Flüssigkeiten. Die Beobachtung der Höhen zweier Flüssigkeitssäulen in solchen communicirenden Röhren gewährt daher ein Mittel, das Verhältniss der Dichtigkeiten der beiden Flüssigkeiten zu bestimmen.

Nimmt man Wasser als die eine Flüssigkeit, so ergiebt sich, da man die Dichtigkeit dieses als Einheit der Dichtigkeiten ansieht, die Dichtigkeit einer andern Flüssigkeit, indem man die Höhe der Wassersäule durch die Höhe der Säule dieser zweiten Flüssigkeit dividirt.

Es ist diese Bestimmung der Dichtigkeiten unabhängig von der meistens nur schwer zu bewerkstelligenden Messung der Volumina, indem die Grösse des Querschnitts der Säulen nicht in Betracht kommt. Der Druck einer kleinen Flüssigkeitsmenge in einer engen Röhre kann dem Drucke einer grossen Flüssigkeitsmenge gleicher Dichtigkeit in einer weiten mit jener communicirenden Röhre das Gleichgewicht halten. Wenn daher auf die Oberfläche der Flüssigkeit in der engen Röhre ein kleiner Druck, z. B. durch einen engschliessenden und mit einem Gewichte p belasteten Stempel, ausgeübt wird, so muss, wenn dieser durch einen Druck auf einen ähnlichen Stempel in der weitern Röhre aufgehoben werden soll, der zweite Stempel mit einem weit grössern Gewichte P belastet werden, welches nämlich zu dem Gewichte p sich wie der Querschnitt F der weitern Röhre zu dem Querschnitte f der engern Röhre verhält. Oder wenn auf den kleinen Stempel das Gewicht p drückt, so wird dadurch auf den grossen Stempel ein Druck $P = p\frac{F}{f}$ ausgeübt.

Man benutzt dieses in der hydraulischen Presse, um durch geringe drückende Kräfte, die man durch Hebelvorrichtungen noch ausserdem in verstärkter Weise auf den Stempel in der engern Röhre wirken lässt, sehr beträchtliche Drucke hervorzubringen.

§. 61.

Die Proportionalität zwischen der Zunahme des Druckes im Innern einer tropfbaren Flüssigkeit mit der Tiefe unter der Oberfläche derselben setzt wesentlich voraus, dass diese Flüssigkeiten nicht oder wenigstens nicht in bemerklichem Grade zusammengedrückt, oder verdichtet werden können. Denn wäre dieses letztere der Fall, so würden die Gewichte zweier Flüssigkeitssäulen von gleichem Querschnitte und verschiedenen Höhen nicht dieser letztern proportional sein, sondern indem die untern Schichten einer jeden

Flüssigkeitssäule durch die Gewichte der darüber liegenden zusammengedrückt würden, würde die Dichtigkeit nach unten hin zunehmen, also eine untere Schicht ein grösseres Gewicht als eine obere Schicht von gleicher Höhe haben; es müsste also der Druck in einem stärkern Verhältnisse als die Tiefe unter der Oberfläche zunehmen.

Da nun aber die Versuche, welche man über die Druckzunahme mit der Tiefe unter der Oberfläche anstellen kann, indem man z. B. die Gewichte bestimmt, welche gegen Ventile drücken müssen, die in der Wand eines mit einer Flüssigkeit gefüllten Gefässes in verschiedenen Höhen angebracht sind, um dieselben verschlossen zu halten, keine merkliche Abweichung von der vorher genannten Proportionalität ergeben, so folgt daraus, dass die tropfbaren Flüssigkeiten durch zusammendrückende Kräfte keine einigermaassen beträchtliche Verdichtung erleiden. Man nennt sie daher auch wohl incompressibele Flüssigkeiten.

Feinere Versuche zeigen indess, dass, wie die meisten festen Körper durch starke drückende Kräfte geringe Verdichtungen erfahren, ebenso auch, aber freilich in noch geringerem Grade, die tropfbaren Flüssigkeiten zusammengedrückt werden können. Man muss ihnen sogar eine gewisse Elasticität, freilich nur in Beziehung auf ihr Volumen, zuschreiben, da sie, wenn sie durch beträchtliche Kräfte comprimirt sind, und diese zu wirken aufhören, ihr früheres Volumen wieder annehmen.

Die die Zusammendrückung tropfbarer Flüssigkeiten betreffenden Versuche erfordern deshalb grosse Vorsicht, weil die Gefässe, in welche die Flüssigkeiten dabei eingeschlossen werden müssen, theils selbst zusammengedrückt, theils aber auch deren Wände auseinandergebogen und so ihre innern Räume erweitert werden, so dass z. B. die Möglichkeit, einen in einem cylindrischen Gefässe genau passenden und auf einer Flüssigkeit liegenden Stempel durch beträchtliche Kräfte herabzudrücken, unmittelbar noch keinen Beweis für die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit liefert. Man kann sich jedoch von der letzten mit Hülfe eines sogenannten Sympiezometers überzeugen. Es ist dieses eine mit einer engen und graduirten, oben offenen und trichterförmig erweiterten engen Glasröhre versehene hohle Glaskugel, in welche die zu untersuchende Flüssigkeit bis zu einer Marke an dem obern Ende der graduirten Röhre gefüllt, und darin unmittelbar mit etwas Quecksilber gesperrt wird. Dieses Gefäss wird dann in einem weitern Gefässe mit der zu untersuchenden Flüssigkeit umgeben und mit dieser den zusammendrückenden Kräften unterworfen. Auf diese Weise ist die Ausbiegung der Gefässwände und die dadurch entstehende Erweiterung des Gefässes gänzlich beseitigt, weil die Gefässwände von Aussen und Innen gleich stark gedrückt werden, während das Eintreten des Quecksilbers in die graduirte Röhre bis zu tiefern Theilstrichen derselben die Volumveränderung der Flüssigkeit anzeigt, wenn man noch die zu bestimmende aus der Zusammen-

drückbarkeit der Glaswände hervorgehende geringe Volumerweiterung in Betracht zieht.

In dieser Weise sind wirklich verschiedene tropfbare Flüssigkeiten als zusammendrückbar erkannt, und auch die Grössen der Zusammendrückungen, welche dieselben durch bestimmte Kräfte erleiden, bestimmt worden.

Da jedoch dieselben selbst bei sehr beträchtlichen Kräften nicht sehr bedeutend sind, so wird man in der Regel die tropfbaren Flüssigkeiten als incompressibel ansehen können, also auch die Proportionalität der Zunahme des Druckes mit der Tiefe unter der Oberfläche wenigstens da immer als vollkommen betrachten dürfen, wo die Flüssigkeiten nicht allzu beträchtliche Tiefen haben, die tiefsten Schichten also nicht durch zu grosse Kräfte comprimirt werden.

§. 62.

Wenn ein fester Körper sich im Innern einer tropfbaren Flüssigkeit befindet, so sind die verschiedenen Theile desselben, indem sie in ungleich tiefen Schichten der Flüssigkeit sich befinden, ungleichen Drucken ausgesetzt. Die Richtung des Druckes auf irgend ein Element der Oberfläche des Körpers ist normal gegen dasselbe, und die Grösse gleich dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule, deren Querschnitt das Element ist, und deren Höhe von diesem bis zur freien Oberfläche der Flüssigkeit reicht. Jeden dieser Drucke können wir in eine horizontale und in eine verticale Componente zerlegen. Die erstern sind paarweise einander gleich und entgegengesetzt gegen das Innere des Körpers gerichtet, sie bringen daher eine mehr oder weniger merkliche Zusammendrückung desselben in horizontalen Richtungen hervor. Die verticalen sind zwar auch paarweise einander entgegengesetzt gerichtet, aber einander nicht gleich, vielmehr sind die auf die untere Fläche des Körpers wirkenden, also aufwärts gerichteten Componenten grösser, als die auf die obere Fläche desselben wirkenden abwärts gerichteten. Die letztern bringen daher nur mit einem Theile der erstern eine Zusammendrückung des Körpers in verticaler Richtung hervor, der Ueberschuss aber der aufwärts gerichteten Componenten über die abwärts gerichteten strebt den ganzen Körper aufwärts zu bewegen, d. h. der in der Flüssigkeit befindliche Körper erleidet einen Gewichtsverlust, welcher jenem Ueberschusse gleich ist. Die Grösse dieses Ueberschusses oder des Gewichtsverlustes des eingetauchten Körpers lässt sich leicht in folgender Weise finden.

Denken wir uns den ganzen Körper in lauter verticale Prismen von so kleinem Querschnitte getheilt, dass der Druck gegen alle Punkte einer der Endflächen eines jeden dieser Prismen als gleich anzusehen ist, so wird die verticale Componente des gegen die untere Endfläche einer dieser Prismen gerichteten Druckes gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule von dem Querschnitte dieses Prismas und einer Länge sein, die von der Grenzfläche

des Prismas, d. h. dem Theil der untern Fläche des Körpers, der innerhalb dieses Prismas fällt, bis zur freien Oberfläche der Flüssigkeit reicht. Ebenso ist der gegen die obere Endfläche dieses Prismas abwärts gerichtete verticale Druck dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule gleich, deren Querschnitt der horizontale Querschnitt desselben Prismas ist, und deren Länge von der obern Grenze des Prismas bis zur freien Oberfläche der Flüssigkeit reicht. Die Differenz beider Drucke oder der Gewichtsverlust des betreffenden verticalen Prismas des Körpers ist also dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule gleich, welche gleiches Volumen mit dem Prisma hat. Da nun dasselbe von jedem der Prismen gilt, in welchen wir uns den Körper zerlegt denken, so ist der gesammte Gewichtsverlust des Körpers dem Gewichte einer solchen Flüssigkeitsmenge gleich, welche gleiches Volumen mit dem Körper hat.

Es folgt daraus also, dass ein in eine Flüssigkeit getauchter Körper um so viel von seinem Gewichte verliert, als das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit beträgt.

Wenn also ein Körper in eine Flüssigkeit eingetaucht wird, dessen Gewicht geringer, als das eines gleich grossen Volumens der Flüssigkeit ist, so besitzt er nun ein negatives Gewicht, d. h. er wird aufwärts getrieben. Indem er aber in der Flüssigkeit aufsteigt, wird endlich ein Theil desselben aus der Flüssigkeit herausragen; dann wird das Volumen der von ihm verdrängten Flüssigkeitsmenge immer geringer, die ihn aufwärts treibende Kraft folglich kleiner. Würde er so weit gehoben, dass er von der freien Oberfläche der Flüssigkeit nur an seiner untern Fläche berührt würde, so wäre der Gewichtsverlust gänzlich verschwunden, dann würde ihn also sein Gewicht wieder abwärts treiben. Es wird also nothwendig eine Tiefe geben müssen, bis zu welcher der Körper eingetaucht weder aufwärts noch abwärts getrieben wird, und in welcher er daher ohne Mitwirkung anderer Kräfte verharrt. In dieser Lage schwimmt der Körper auf der Flüssigkeit. Es ist aber, wie man sieht, zum Schwimmen erforderlich, dass das Gewicht des Körpers geringer ist, als ein gleich grosses Volumen der Flüssigkeit.

Ist es gerade so gross wie dieses, so wird das Gewicht durch den aufwärts gerichteten Druck der Flüssigkeit gerade aufgehoben, und der Körper kann dann, bei vorausgesetzter vollständig gleicher Dichtigkeit der Flüssigkeit in ihren verschiedenen Schichten, in jeder Tiefe der Flüssigkeit beharren bleiben.

Ist sein Gewicht aber grösser, so sinkt er unter, und zwar in dem genannten Falle mit einer gleichförmig beschleunigten Bewegung bis zum Grunde, deren Beschleunigung aber geringer, als die in einem von der Flüssigkeit leeren Raume sein muss, und auch ausserdem noch durch die Trägheit der Flüssigkeitstheilchen gemindert wird, die bei der Bewegung des Körpers verdrängt werden müssen.

Hat die Flüssigkeit eine bedeutende Tiefe, so dass die Zusammendrückung, welche die untern Schichten durch das Gewicht der auf ihnen lastenden erleiden, nicht mehr vernachlässigt werden darf, so kommt der Körper beim Sinken in immer dichtere Schichten. Es wird dann also nicht allein die Beschleunigung immerfort abnehmen, der Körper also sehr langsam sinken, sondern es wird sogar bei hinreichender Tiefe der Flüssigkeit der Fall eintreten können, dass die von dem Körper verdrängte Flüssigkeit ein gleiches Gewicht wie dieser hat, so dass er nun nicht tiefer sinken kann, sondern in einer bestimmten Tiefe in der Flüssigkeit schweben bleibt. Dieses zeigt sich z. B. bei Gründungsversuchen in tiefen Meeren, wo es beträchtliche Schwierigkeiten hat, das Loth bis zum Grunde des Meeres hinabzubringen, und jedenfalls immer eine nicht unbeträchtliche Zeit dazu erfordert wird, wodurch derartige Versuche sehr umständlich und schwierig werden.

§. 63.

Wenn ein Körper auf einer Flüssigkeit schwimmt, so ist sein Gesammtgewicht gleich dem der von seinen eingetauchten Theilen verdrängten Flüssigkeitsmenge. Es werden daher Gefässe, deren Wandungen aus sehr dichten oder schweren Massen bestehen, und die vielleicht noch mit schweren Massen belastet sind, schwimmen können, wenn nur im Innern derselben so viel Raum bleibt, dass jene Bedingung noch erfüllt ist, und die Flüssigkeit verhindert wird, in das Innere des Gefässes einzudringen. Hierauf beruht die Möglichkeit der Schifffahrt.

Damit aber die letzte Bedingung erfüllt wird, müssen alle in den Wänden des Gefässes etwa befindlichen Oeffnungen über der Oberfläche der äussern Flüssigkeit liegen, und wenn solche vorhanden sind, so muss dafür gesorgt werden, dass sie auch bei etwaigen Drehungen des Körpers um eine horizontale Achse desselben nicht in die Flüssigkeit tauchen.

Ist also das Gefäss solchen Drehungen ausgesetzt, so muss man dafür sorgen, dass es doch immer wieder in die ursprüngliche Lage von selbst zurückkehrt, d. h. das Gefäss muss in dieser stabil schwimmen. Es ist dazu erforderlich, dass der Schwerpunkt des Gefässes eine solche Lage hat, dass derselbe bei irgend einer Drehung aus seiner ursprünglichen Lage nur durch eine dieser entgegengesetzte Drehung wieder tiefer sinken kann, so dass dann die Schwere das Gefäss von selbst in die ursprüngliche Lage zurückführt.

Auf einen schwimmenden Körper wirken nämlich zwei einander entgegengesetzte vertical gerichtete Kräfte, die Schwere, deren Angriffspunkt im Schwerpunkt liegt, und ausserdem der Druck der Flüssigkeit. Letzterer wirkt freilich auf jeden einzelnen Theil des Körpers, aber wir können uns auch diese Kräfte in eine einzige mit einem gemeinschaftlichen Angriffspunkte zusammengezogen denken, so dass sie keine Bewegung hervorbringen

können, wenn dieser Punkt festgehalten ist. Dieser letztere Punkt ist offenbar der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmasse. Liegen beide Punkte bei einer bestimmten Lage des Körpers in einer Verticalen, so können sie keine Drehung des Körpers hervorbringen; dieses muss aber der Fall sein, wenn sie nicht in eine Verticale fallen. Die Lage des stabilen Schwimmens muss also jedenfalls eine solche sein, dass in dieser der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit und der Schwerpunkt des Körpers in eine Verticale fallen. Ausserdem ist aber noch erforderlich, dass, wenn der Körper aus dieser Lage gebracht wird, wodurch im Allgemeinen der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit ein anderer wird, und nicht mehr in der durch den Schwerpunkt des Körpers gehenden Verticale liegt, die dann eintretende Drehung ihn von selbst in dieselbe zurückführt.

Denken wir durch die beiden Schwerpunkte in der ersten Lage eine Gerade gezogen, so wird diese die durch den Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in der zweiten Lage gehende Verticale in einem Punkte schneiden, den man das Metacentrum nennt. In diesem Punkte können wir uns ebenfalls den aufwärts treibenden Druck der Flüssigkeit wirkend denken. Liegt nun der Schwerpunkt über dem Metacentrum, so wird die Schwere den schwimmenden Körper um diesen so drehen, dass derselbe umschlägt, liegt er unter demselben, so kehrt der Körper in die frühere Lage zurück, fallen beide zusammen, so bringt die Schwere gar keine Drehung hervor.

Für das stabile Schwimmen ist daher die Bedingung, dass der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers so tief liegt, dass er bei allen Drehungen, welchen dieser ausgesetzt ist, unter dem Metacentrum bleibt; dieses wird um so eher stattfinden, je tiefer der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers liegt, wenn dieser sich in seiner normalen Lage befindet. Daher die Nothwendigkeit des Ballastes in Schiffen, und einer gehörigen Vertheilung der Lasten, mit welchen sie beladen werden.

§. 64.

Der Gewichtsverlust, welchen ein in eine Flüssigkeit getauchter Körper erleidet, giebt ein bequemes Mittel zur Bestimmung der Dichtigkeiten oder specifischen Gewichte fester Körper. Bezeichnen wir nämlich mit v das Volumen, mit d die Dichtigkeit und mit p das Gewicht eines Körpers, so ist $p = d \cdot v$.

Der Gewichtsverlust, welchen derselbe beim Eintauchen in eine Flüssigkeit von der Dichtigkeit d' erleidet, ist aber, da er dem Gewichte eines gleichen Volums v dieser Flüssigkeit gleich ist, $= d' \cdot v$.

Nennen wir also p' das Gewicht des in die Flüssigkeit getauchten Körpers, welches wir durch eine Abwägung finden können, während der Körper in der Flüssigkeit an dem einen Arme einer Wage hängt, so ist:

$$p : p - p' = d : d'$$

oder
$$d = \frac{p \cdot d'}{p - p'}.$$

Ist die Flüssigkeit, in welche der Körper getaucht ist, Wasser, so ist $d' = 1$, und dann ergiebt sich die Dichtigkeit $d = \frac{p}{p - p'}$.

Wägen wir denselben Körper einmal im Wasser, und dann in einer andern Flüssigkeit von der Dichtigkeit d'', und finden wir dann das Gewicht p'', so ist ebenso
$$d = \frac{p \cdot d''}{p - p''},$$
und folglich
$$\frac{p}{p - p'} = \frac{p \cdot d''}{p - p''}$$
oder:
$$d'' = \frac{p - p''}{p - p'}.$$

Auf diese Art lassen sich also auch die Dichtigkeiten der Flüssigkeiten bestimmen.

Man kann dieses Verfahren auch noch etwas abkürzen, mit Hülfe des Nicholson'schen Aräometers. Es ist dieses ein cylindrischer Körper, mit einer Wagschale an seinem untern und einer an seinem obern Ende, letztere durch einen dünnern mit einer Marke versehenen Stiel getragen. Das Gewicht und die Lage des Schwerpunktes ist so eingerichtet, dass das Aräometer mit vertical stehender Längenachse auf Wasser so schwimmt, dass noch ein beträchtlicher Theil aus diesem herausragt. Legt man den zu untersuchenden Körper auf die obere Wagschale, und noch so viele Gewichte auf diese, dass die Marke gerade in die Oberfläche des Wassers kommt, ersetzt alsdann den Körper durch Gewichte, bis das Aräometer wieder bis an die Marke eintaucht, so giebt die Differenz der in beiden Fällen aufgelegten Gewichte das Gewicht des Körpers an. Legt man alsdann den letztern auf die untere Wagschale und hebt so viel Gewichte oben ab, bis die Marke wieder in die Oberfläche des Wassers zu liegen kommt, so erfährt man den Gewichtsverlust des Körpers im Wasser, woraus sich dann seine Dichtigkeit wie vorher ergiebt.

Für die Bestimmung der Dichtigkeit von Flüssigkeiten richtet man die Aräometer auch noch in einer andern Weise so ein, dass man stets denselben Körper auf verschiedenen Flüssigkeiten schwimmen lässt, und das Volumen des eingetauchten Theils misst. Dieses letztere geschieht, indem der unten mit einem bestimmten Gewicht beschwerte cylindrische Körper des Aräometers seiner Länge nach in gleiche Theile getheilt ist, so dass das Volumen des zwischen zwei Theilstrichen der Scale enthaltenen Theiles einen bekannten aliquoten Theil desjenigen Volumens bildet, welcher in das Wasser eintaucht, wenn man das Instrument auf diesem schwimmen lässt.

Auf diese Weise misst man die Volumina gleich grosser Gewichte verschiedener Flüssigkeiten, welche deren specifischen Gewichten umgekehrt proportional sind, so dass letztere sich entweder leicht berechnen lassen, oder unmittelbar an der Scale schon angegeben sind.

Diese letzteren Aräometer werden häufig für bestimmte, practisch wichtige Fälle besonders construirt, indem man sich derselben bedient, um die Mischungsverhältnisse zweier verschiedenen Flüssigkeiten, die zu einem homogenen Ganzen verbunden sind, zu ermitteln, z. B. den procentischen Alcoholgehalt einer Mischung von Wasser und Alcohol, oder den Säuregehalt einer verdünnten Säure u. s. w. Es ist hierbei indess zu bemerken, dass die Mischung zweier sich überhaupt mischenden Flüssigkeiten nicht in der Art vor sich geht, dass das Volumen der Mischung genau der Summe der Volumina der beiden getrennten Flüssigkeiten gleich ist. In diesem Falle würde, wenn d und d' die Dichtigkeiten beider Flüssigkeiten bezeichnen, m und m' die Mengen derselben in dem Gemisch und D die Dichtigkeit des letztern

$$\frac{m+m'}{D} = \frac{m}{d} + \frac{m'}{d'},$$

also

$$\frac{m'}{m+m'} = \frac{d'}{D} \cdot \frac{d-D}{d-d'}$$

sein. Es würde dann also die Kenntniss der Dichtigkeiten beider Flüssigkeiten für sich und die Beobachtung der Dichtigkeit des Gemisches unmittelbar zu einer Bestimmung des Mischungsverhältnisses genügen.

Da jedoch bei der Mischung zweier Flüssigkeiten meistens eine Volumveränderung derselben vor sich geht, so muss für je zwei bestimmte Flüssigkeiten die Dichtigkeit der verschiedenen Mischungen zunächst experimentell ermittelt werden, um von der beobachteten Dichtigkeit auf das Mischungsverhältniss schliessen zu können. Sollen daher die Aräometer direct das letztere angeben, so müssen sie für je 2 Flüssigkeiten besonders construirt werden. Man gebraucht daher besondere Alcoholometer, Bierproben u. s. w.

§. 65.

Die Mischbarkeit zweier Flüssigkeiten von ungleichem specifischen Gewichte zu einem homogenen Ganzen, wie wir sie z. B. am Wasser und Alcohol bemerken, giebt zu erkennen, dass zwischen den einzelnen Theilen derselben noch andere Kräfte als die allgemeine Massenanziehung thätig sind. Denn wäre nur dieses letztere der Fall, so müssten sich je zwei solche Flüssigkeiten schichtenweise über einander lagern, die schwerere nach unten sinken, die leichtere durch eine horizontale Schicht von ihr getrennt darüber schweben, wie dieses allerdings manche Flüssigkeiten auch thun, z. B. Wasser und fette Oele.

Aus der Mischung zweier ungleich schweren Flüssigkeiten folgt also, dass die Theile der einen die der andern durch Kräfte halten, welche eine solche Trennung verhindern. Eine solche Mischung, welche von einer eigentlichen chemischen Verbindung sich dadurch unterscheidet, dass sie in beliebigen Mengenverhältnissen der Mischungsbestandtheile vor sich gehen kann, während jene immer an ganz bestimmte Verhältnisse geknüpft ist, und dass mit Ausnahme vielleicht der vorher erwähnten Dichtigkeitsänderung die Mischung nicht wesentlich andere Eigenschaften als die beiden Bestandtheile besitzt, stellt noch eine vollkommen flüssige Masse dar.

Es sind daher im Innern einer Flüssigkeit, d. h. zwischen deren Theilen, noch besondere Kräfte möglich, ohne den flüssigen Zustand aufzuheben, wenn auch die vollkommene Beweglichkeit der Flüssigkeiten darauf schliessen lassen könnte, dass die einzelnen Theile derselben ganz gleichgültig neben einander lägen, oder höchstens nur solchen Verschiebungen sich widersetzten, bei welchen das Volumen der Flüssigkeit geändert werden müsste.

Andererseits finden sich nun aber auch Flüssigkeiten gleicher Dichtigkeit, welche sich nicht beliebig durch einander mischen lassen.

Stellt man z. B. aus Wasser und Alcohol ein Gemisch von einer eben solchen Dichtigkeit her, wie sie ein fettes Oel besitzt, und giesst man beide zusammen, so vertheilt sich zwar das letztere im erstern meist in kleinern Massen, die in derselben schweben, aber diese Vertheilung findet doch nicht in der Weise statt, dass man die Mischung ein homogenes Ganze nennen könnte, was der Fall sein müsste, wenn die Oeltheilchen sich ganz beliebig zwischen die Theilchen des Wasser- und Alcoholgemisches lagern könnten. Vielmehr schwebt das Oel immer in einzelnen kleinern oder grössern Massen von kugelähnlicher Gestalt, Tropfen, in der Mischung, oder umgekehrt die wässerige Mischung in Tropfen in dem Oele.

Solche Tropfenbildung nehmen wir auch sonst wahr, wenn kleinere Massen einer Flüssigkeit sich selbst überlassen sind, z. B. beim fallenden Regen; und von dieser Eigenschaft Tropfen zu bilden, rührt eben der Name tropfbare Flüssigkeiten her.

Es müssen also auch zwischen den Theilen einer homogenen tropfbaren Flüssigkeit Kräfte bestehen, welche sie bestimmen, die Tropfenform anzunehmen, wenn nicht andere grössere Kräfte sie daran verhindern und der Flüssigkeitsmasse eine andere Gestalt geben, oder wir müssen auch den tropfbaren Flüssigkeiten eine gewisse Cohäsion zuschreiben, die freilich weit geringer als bei den festen Körpern ist, so dass sie schon durch sehr geringe äussere Kräfte gestört werden kann.

Von dem Verhältnisse der Cohäsion einer Flüssigkeit zu der Anziehung, welche sie von den Theilen einer andern Flüssigkeit erfährt, mit der sie in Berührung gebracht wird, wird es nun abhängen, ob beide sich mit einander mischen oder sich in gesonderten Massen von einander trennen. Im

ersteren Falle wird die Cohäsion der einen oder beider grösser, im letztern werden beide kleiner als ihre gegenseitige Anziehung sein.

Ebenso aber wie wir die Cohäsionserscheinungen bei den festen Körpern als durch Kräfte hervorgebracht ansehen, die mit der Entfernung sehr rasch abnehmen, so dass sie in messbaren Entfernungen unmerklich sind, werden wir auch die Cohäsion der tropfbaren Flüssigkeiten auf derartige, sogenannte Molecularkräfte, zurückführen müssen, nur dass hier vielleicht die Kräfte mit der Entfernung in einem noch beträchtlicheren Verhältnisse sich ändern, so dass schon die geringste Verschiebung der Theile aus ihrer Gleichgewichtslage hinreicht, sie aus dem Bereich der Kräfte zu bringen, die sie in dieselbe zurückzuführen streben.

Offenbar gehören in das Bereich dieser Molecularkräfte auch diejenigen Kräfte, welche die chemischen Verbindungen der Körper bestimmen, da auch diese sich nur dann zeigen, wenn zwei chemisch verbindbare Körper sich bis zur Berührung genähert werden.

§. 66.

Auch zwischen festen und tropfbarflüssigen Körpern nehmen wir solche Molecularkräfte wahr, indem bei der Berührung beider theils eine Auflösung des festen Körpers vor sich geht, wie z. B. von gewissen Salzen in Wasser, wobei entweder die chemische Natur des festen Körpers nicht wesentlich verändert, sondern er nur in den flüssigen Zustand übergeführt wird, oder zugleich auch eine chemische Verbindung stattfindet, theils aber der feste Körper seine Festigkeit nicht verliert, aber doch ein Anhaften beider an einander eintritt, welches erst durch Anwendung besonderer Kräfte wieder aufgehoben werden muss. Dieser letztere Vorgang stimmt mit dem Anhaften zweier sich berührender Körper an einander überein, und wird wie dieses Adhäsion genannt.

Sie zeigt sich z. B., wenn eine ebene Glasplatte an dem einen Arme einer Wage horizontal hängend äquilibrirt ist, und nun unter dieselbe ein Gefäss mit Wasser so gebracht wird, dass die Platte die freie Wasserfläche gerade berührt. Man muss alsdann, um die Platte zu heben, noch ein beträchtliches Uebergewicht auf die andere Wagschale legen, während, wenn die Platte nicht vom Wasser berührt würde, schon das geringste Uebergewicht ein Ausschlagen des Zeigers zur Folge gehabt haben würde.

Auf diese Weise kann man die Adhäsion verschiedener fester Körper gegen verschiedene Flüssigkeiten ermitteln. Es ist aber dabei zu beachten, dass sich in dem Verhalten verschiedener Platten gegen eine und dieselbe Flüssigkeit, oder einer Platte gegen verschiedene Flüssigkeiten ein wesentlicher Unterschied zeigt, nämlich darin, dass in einigen Fällen die Platte nach dem Abreissen Tropfen der Flüssigkeit an sich hängen hat, von dieser benetzt ist, in andern Fällen dagegen nicht.

In den erstgenannten Fällen ist offenbar nicht die Berührung zwischen der Platte und der Flüssigkeit aufgehoben, sondern nur der Zusammenhang zwischen den Flüssigkeitstheilen; dann ist also auch nicht die Adhäsion zwischen dem Körper und der Flüssigkeit, sondern die Cohäsion der letztern, welche dann kleiner als die Adhäsion ist, gemessen, und nur, wenn die Platte von der Flüssigkeit nicht benetzt, die Cohäsion der Flüssigkeit also grösser als die Adhäsion zwischen ihr und der Platte ist, kann die Adhäsion in dieser Weise bestimmt werden. Die Auflösung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit kann man sich als die Folge des dritten hier möglichen Falles denken, dass nämlich die Adhäsion stärker als die Cohäsion des festen Körpers ist, so dass sie die Theilchen des letztern zu trennen vermag, welche sich nun in der Flüssigkeit verbreiten.

Da die Flüssigkeiten eine leichte Verschiebbarkeit ihrer Theile gegen einander besitzen, so wird die Berührung zwischen einem festen und einem flüssigen Körper viel inniger sein, d. h. in viel mehr Punkten stattfinden, als zwischen zwei auch noch so glatten festen Körpern. Die Adhäsion wird daher im erstern Falle weit merklicher als im letztern, unter übrigens gleichen Umständen.

Zwischen zwei sich berührende Körper, die fest an einander haften sollen, bringt man daher häufig eine Schicht einer Flüssigkeit, die gegen beide eine grosse Adhäsion hat. Man sichert ausserdem dann das Anhaften noch dadurch, dass man die Cohäsion der Flüssigkeit verstärkt, indem man sie durch geeignete Mittel in einen festen Körper umwandelt. Hierauf beruht das Leimen und ähnliche technische Operationen.

§. 67.

Durch das gegenseitige Verhältniss zwischen der Cohäsion einer Flüssigkeit und der Adhäsion derselben gegen einen sie berührenden festen Körper wird eine eigenthümliche Veränderung in der Gestalt der freien Oberfläche einer in einem Gefässe enthaltenen Flüssigkeit bedingt, welche wir am Rande des Gefässes oder in der Nähe der Gefässwände beobachten.

Obwohl nämlich in einem weiteren Gefässe die Flüssigkeit in der Mitte eine ebene horizontale Oberfläche annimmt, so findet sich in der Nähe der Gefässwand doch stets eine Krümmung derselben, die entweder concav ist, so dass die Flüssigkeit am Rande höher als in der Mitte steht, wie z. B. Wasser in einem Glase, oder umgekehrt convex, so dass die Flüssigkeit in der Mitte höher als am Rande steht, wie z. B. Quecksilber in einem Glase.

Das erstere tritt dann ein, wenn die Substanz des Gefässes von der Flüssigkeit benetzt werden kann, das letztere, wenn nicht. Daraus ergiebt sich dann sogleich diese Erscheinung als durch das Verhältniss der Adhäsion und Cohäsion bedingt.

In der Nähe der Gefässwand nämlich kommt zu der Schwere und der Cohäsion der Flüssigkeit, die die Gestalt der freien Oberfläche so bestimmen, dass diese normal auf der Resultante sämmtlicher Drucke steht, noch die Adhäsion der Gefässwand hinzu, welche die ihr zunächst liegenden Theile der Flüssigkeit der Wand zu nähern strebt. Während also, wenn wir eine verticale Ebene durch die Flüssigkeit legen, in der Mitte der letztern auf alle Theile in dieser Ebene die horizontalen Kräfte auf beiden Seiten derselben sich entgegengesetzt und gleich sind, sich also gegenseitig aufheben, so dass nur noch eine verticale Kraft bleibt, ist am Rande diese Gleichheit der zu beiden Seiten einer der Gefässwand parallelen verticalen Ebene auf die in ihr enthaltenen Flüssigkeitstheilchen horizontal wirkenden Kräfte aufgehoben; die Resultante sämmtlicher Kräfte ist also hier nicht mehr vertical, sondern der Gefässwand zugeneigt, wenn die Adhäsion die Cohäsion überwiegt, dem Innern des Gefässes dagegen zugeneigt, wenn das Entgegengesetzte stattfindet. Die Abweichung von der Verticalen ist in beiden Fällen um so beträchtlicher, je näher die betrachteten Punkte der Flüssigkeit der Gefässwand liegen. Es muss daher im ersten Falle die Oberfläche eine concave, im letztern eine convexe Krümmung annehmen, wie dieses auch wirklich stattfindet.

Nur ein Umstand ist noch zu beachten, der diese Erklärungsweise des Phänomens scheinbar modificirt. Die Gestaltveränderung der Oberfläche ist nämlich, wie die Möglichkeit der Beobachtung derselben schon zeigt, nicht auf unmessbare Entfernungen von der Gefässwand beschränkt, während doch die Adhäsionskräfte in allen messbaren Entfernungen keine merklichen Anziehungen mehr hervorbringen. Allein wenn auch eine unmittelbare Wirkung der Adhäsion in messbaren Entfernungen nicht stattfindet, so kann sie auf mittelbarem Wege sich doch bis in diese erstrecken.

Im Innern der Flüssigkeit, wo die horizontalen auf die Flüssigkeitstheilchen wirkenden Kräfte überall gleich sind, ist die Dichtigkeit der Flüssigkeit überall eine und dieselbe.

Am Rande dagegen sind diese horizontalen Kräfte grösser oder geringer, als in der Mitte, je nachdem die Adhäsion oder Cohäsion überwiegt; es wird daher eine wenn auch noch so geringe Vermehrung oder Verminderung der Dichtigkeit der der Wand unmittelbar anliegenden Schicht stattfinden. Diese wirkt aber in einem ähnlichen Sinne nur schwächer auf die nächste Schicht, wie die Wand auf sie wirkte, d. h. also, entweder erhebend und comprimirend, oder deprimirend und ausdehnend, diese Schicht wirkt dann wieder ebenso auf die folgende u. s. f., so dass also nach dem Innern der flüssigen Masse hin abnehmend die Wirkung der Wandung gleichsam fortgepflanzt wird, wodurch dann die Möglichkeit gegeben ist, dass diese noch in messbaren Entfernungen von der Wand merklich ist.

Wenn das Gefäss, in welchem sich die Flüssigkeit befindet, nur eng ist, so wird der Theil der freien Oberfläche, welcher eine horizontale Ebene bildet, nur klein im Vergleich mit dem gekrümmten Theile sein; je näher zwei gegenüber stehende Wände des Gefässes einander sind, um so kleiner wird er werden, ja bei einer gewissen Nähe derselben ganz verschwinden, und endlich, wenn die Wände noch näher rücken, so wird auch der mittlere Theil der Flüssigkeit gegen die Oberfläche gehoben oder gesenkt sein, bis zu welcher sie ohne den Einfluss der Adhäsion reichen würde. Wird also eine hinlänglich enge Röhre, eine sogenannte Capillarröhre, in eine Flüssigkeit getaucht, so wird, je nachdem die Wand derselben von der Flüssigkeit benetzt werden kann oder nicht, die Flüssigkeit im Innern höher oder tiefer stehen als ausserhalb derselben.

Die Höhe, um welche die Flüssigkeit im Innern gegen das äussere Niveau gehoben oder gesenkt wird, ist dem Durchmesser der Capillarröhre umgekehrt proportional.

Ganz in derselben Weise, wie die freie Oberfläche einer in einem Gefässe enthaltenen Flüssigkeit durch die Adhäsion der Wände verändert wird, wird auch die an und für sich horizontale Grenzfläche zweier ungleich schweren und sich nicht mischenden in einem Gefässe enthaltenen Flüssigkeiten verändert, nur dass hier die Krümmung von der Cohäsion und Adhäsion beider Flüssigkeiten sowohl unter einander als gegen die Gefässwand abhängt.

Sind nun zwei verschiedene Flüssigkeiten durch eine Wand getrennt, durch welche eine oder mehrere Capillarröhren von hinreichend kleinem Durchmesser gehen, so wird diejenige Flüssigkeit, welche die Wand am meisten benetzt, am weitesten in die Röhren eindringen, ja selbst diese ganz erfüllen und sogar aus diesen in die andere Abtheilung austreten können. Indem sich aber hier beide Flüssigkeiten mischen, wird hier stets derselbe Grund zum Eindringen der ersten Flüssigkeit bleiben, und so eine Mischung beider Flüssigkeiten stattfinden. Dabei kann sogar, wenn die am meisten benetzende Flüssigkeit die schwerere ist, und diese sich unter der leichtern befindet, durch den Einfluss der Capillarröhren der Wandung die schwerere Flüssigkeit gehoben werden.

Diese Erscheinung beobachtet man, wenn zwei ungleiche Flüssigkeiten durch eine poröse Wand von Thon oder durch eine organische Membran, die man als von Capillarröhren durchbohrt ansehen kann, getrennt sind; man hat sie mit den besondern Namen der Endosmose und Exosmose belegt, indem man sie früher von einer besondern Kraft dieser Membranen hervorgebracht glaubte, statt sie aus den Ursachen der Capillarität oder der Erscheinungen an Haarröhrchen abzuleiten.

§. 68.

Die wenn auch schwache Cohäsion der Flüssigkeiten und die Adhäsion derselben gegen sie berührende feste Körper rufen bei den Bewegungen der Flüssigkeiten äusserst complicirte Erscheinungen hervor, welche in vielen Fällen in ihren Einzelnheiten noch nicht haben erklärt werden können. Dieses ist z. B. schon dann der Fall, wenn aus einem Gefässe, welches in seinem Boden mit einer Oeffnung versehen ist, eine Flüssigkeit ausfliesst. Nehmen wir an, es befinde sich die Oeffnung in dem horizontalen Boden des Gefässes, so fällt die unmittelbar über dieser befindliche Schicht aus einem doppelten Grunde, nämlich einmal in Folge ihrer eigenen Schwere und zweitens in Folge des Druckes, welchen sie von der darüber befindlichen Flüssigkeitsmasse erleidet. Sehen wir nun zunächst von dem Einflusse der Wände der Oeffnung und von dem Umstande ab, dass die im Gefässe befindliche Flüssigkeit, welche der ausfliessenden folgt, in verschiedenen Richtungen im Gefässe selbst der Ausflussöffnung zu schon in Bewegung gesetzt wird, wodurch natürlich die Bewegungen derselben nach dem Ausflusse einige Veränderung erleiden, und nehmen wir an, die Druckhöhe im Gefässe bleibe dieselbe, indem dasselbe auf irgend eine Weise immer bis zu derselben Höhe gefüllt erhalten wird, so wird die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit die Oeffnung verlässt, eine constante sein. Indem sie nun aber fällt, wird sie in eine beschleunigte Bewegung gebracht. Eine und dieselbe Flüssigkeitsmenge geht also mit ungleichen stets wachsenden Geschwindigkeiten durch die auf einander folgenden Horizontalebenen unter der Oeffnung, d. h. durch diese verschiedenen Ebenen müssen ungleiche nach unten hin wachsende Mengen der Flüssigkeit in gleichen Zeiten gehen, wenn der Querschnitt des Strahls immer derselbe bleiben und die ausfliessende Flüssigkeit eine zusammenhängende Masse bilden soll. Nun kann aber durch einen untern Querschnitt nicht mehr Flüssigkeit als durch einen obern gehen, es kann daher eine jener Bedingungen nicht erfüllt werden. Die Cohäsion strebt dahin, die letztere zu erfüllen, so lange sie also nicht überwunden ist, muss der Querschnitt des Strahls nach unten hin abnehmen. Dieses findet in der That in der Nähe der Ausflussöffnung statt, so dass in einer bestimmten Entfernung von dieser der Querschnitt des Strahls nur etwa $^2/_3$ von dem der Oeffnung beträgt. Unter dieser aber tritt wieder eine Erweiterung desselben ein. Damit muss aber nothwendig der Zusammenhang des Strahls aufgehoben werden, und die Cohäsion macht sich dann in einer allmähligen Tropfenbildung bemerklich, indem die Flüssigkeit nicht staubartig aus einander fliegt, sondern sich in einzelne zusammenhängende Massen trennt, welche in Folge der Cohäsion zuerst einzelne Stränge und bei noch weiterer Trennung Tropfen bilden.

Zugleich verändert sich auch die Gestalt des Querschnittes, indem er sich in einigen Richtungen erweitert, in andern verengert. Beides, die

Erweiterung des Querschnittes und die Gestaltveränderung desselben rührt offenbar daher, dass die einzelnen Flüssigkeitstheilchen theils in Folge ihrer dem Ausfliessen vorangehenden Bewegung im Gefässe, theils durch die Zusammenziehung des Strahls unmittelbar unter der Oeffnung nicht nur verticale, sondern auch horizontale einander zum Theil entgegengesetzte Geschwindigkeiten haben, welche nun bei der Theilung in einzelne zusammenhängende Massen noch verändert werden. Auch die Adhäsion an die Gefässwände muss nothwendig dabei mitwirken, und daraus ersieht man die Möglichkeit, wie die Beschaffenheit der Oeffnung, die Gestalt derselben, die Dicke der Wände u. s. w. von Einfluss auf den Strahl sein könne, wie dieses die Beobachtung zeigt. Diese ergiebt auch, dass die Erweiterung des ausfliessenden Strahls nach der ersten Erscheinung nicht fortdauernd zunimmt, sondern ein Maximum erreicht, dann geht sie in eine Verengerung bis zu einer bestimmten Grenze über, hierauf folgt wieder eine Erweiterung u. s. f., so dass der Strahl im Ganzen abwechselnde Bäuche und Einschnürungen mit regelmässig sich ändernder Gestalt des Querschnittes zeigt, bis er endlich in einzelne regellos herabfallende Tropfen zerstiebt ist.

Ohne diesen Gegenstand, der zwar zu den mannichfaltigsten Specialuntersuchungen Anlass gegeben hat, die aber bis jetzt noch zu keinen weitern allgemeinen Resultaten geführt haben, weiter in seine Einzelnheiten zu verfolgen, kehren wir jetzt zu der Anfangsgeschwindigkeit des ausfliessenden Strahls zurück, welche in vielen Fällen von praktischer Wichtigkeit ist. Es wird zwar auch diese von der Weite und Form der Ausflussöffnung, von der Adhäsion der Flüssigkeit an die Gefässwände u. dgl. abhängen, allein in den meisten Fällen ist der Einfluss dieser gegen die ursprünglich das Ausfliessen bedingenden Ursachen so unbedeutend, dass wir davon absehen können, indem diese meistens nur kleine Correctionen der aus jenen Ursachen sich ergebenden Geschwindigkeit bedingen.

Nennen wir nun C die Ausflussgeschwindigkeit, M die Masse der Flüssigkeit, welche vermöge dieser Geschwindigkeit in einer bestimmten Zeit, z. B. der Zeiteinheit, ausfliesst, H die Höhe der Flüssigkeit in dem Gefässe, und g die Beschleunigung der Schwere, so ist der Druck, welcher die unterste Schicht der Flüssigkeit vertical abwärts treibt, der Höhe der drückenden Säule proportional. Fiele die ganze Säule wie ein zusammenhängender Körper, d. h. wäre die Dicke h der fallenden Schicht auch zugleich die Druckhöhe, so würde die Beschleunigung im Momente des Fallens $= g$ sein, folglich wird die Beschleunigung in Folge der drückenden Säule von der Höhe H gleich $\frac{gH}{h}$ sein.

Flösse in dem obengedachten Falle, wo die Beschleunigung $= g$ wäre, in der Zeiteinheit die Masse m mit der Geschwindigkeit c aus, so würde

offenbar das Verhältniss stattfinden:

$$MC : mc = g\,\frac{H}{h} : g = H : h.$$

Die in gleichen Zeiten ausfliessenden Massen M und m verhalten sich aber wie die Ausflussgeschwindigkeiten C und c, folglich ist:

$$CC : cc = H : h \text{ oder}$$

$$C = c\sqrt{\frac{H}{h}}.$$

Die Geschwindigkeit c aber, d. h. die Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper beim Anfange seines Fallens durch einen Raum gleich seiner eigenen Höhe geht, ist $= \sqrt{2gh}$, folglich ergiebt sich

$$C = \sqrt{2gH}.$$

Dieses ist aber die Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt hat, wenn er frei fallend den Weg H zurückgelegt hat.

Die Ausflussgeschwindigkeit unter einer drückenden Säule von der Höhe H ist also der Endgeschwindigkeit eines durch die Höhe H frei gefallenen Körpers gleich; oder sie ist der Quadratwurzel aus der Höhe der Flüssigkeit im Gefässe proportional.

Liegt die Ausflussöffnung nicht in der untern horizontalen Wand des Gefässes, so ist die mittlere Richtung der ausfliessenden Wassermenge nicht vertical, sondern zunächst senkrecht gegen die Ebene der Oeffnung, da in dieser Richtung der treibende Druck wirkt. Indem aber die ausfliessende Flüssigkeit der Schwere unterworfen ist, combinirt sich die Fallbewegung mit der ursprünglichen, und bei gegen die Verticale geneigter Richtung der letztern nimmt daher der Strahl nach den Gesetzen der Wurfbewegung eine parabolische Gestalt an. Diese wird jedoch in einer ganz ähnlichen Weise, wie in dem vorher betrachteten Falle des verticalen Ausfliessens nach unten, modificirt.

Von einigem Interesse sind diese Modificationen der Ausflussbewegung noch in dem Falle, wo die Oeffnung zwar in einer horizontalen Gefässwand, aber in der obern eines von dem Gefässe ausgehenden seitlichen Arms liegt. Es wird die Flüssigkeit dann in einem verticalen Strahle aufwärts getrieben. Auf den ersten Blick sollte man meinen, dass die Höhe, bis zu welcher sie sich dann erhebt, gerade so gross, wie die der Flüssigkeitssäule im Gefäss bis zu ihrer freien Oberfläche, oder einer dem etwaigen Drucke auf die Flüssigkeit äquivalirenden Flüssigkeitssäule sein müsste; oder dass sie ebenso hoch steigen würde, wie das Niveau in einer um die Ausflussöffnung gedachten verticalen oben offenen Röhre sein würde. Allein indem die Flüssigkeitstheilchen aufwärts steigen, sind sie in einer verzögerten Bewegung begriffen, woraus ein vertical abwärts gerichteter Druck der voraufgehenden Schichten auf die nachfolgenden resultirt. In Folge hiervon und von den hier in ähnlicher Weise wie vorher wirkenden Ursachen breitet sich der

Strahl nach oben hin aus, und die Flüssigkeit sinkt schon eher zurück, als bis sie die Niveauhöhe erreicht hat.

§. 69.

Wenn an irgend einer Stelle einer ruhenden Flüssigkeit eine Bewegung hervorgebracht wird, z. B. dadurch, dass man einen Tropfen derselben Flüssigkeit aus einiger Höhe auf dieselbe fallen lässt, so bleibt die Bewegung nicht auf die Stelle beschränkt, an welcher sie unmittelbar hervorgerufen wurde, sondern nach und nach gerathen auch andere Theile der Flüssigkeit in eine regelmässige Bewegung. In dem ebengenannten Falle z. B. steigt, nachdem der Tropfen in die Flüssigkeit hineingefallen ist, die Flüssigkeit an dieser Stelle um eine bestimmte Höhe, und sinkt dann wieder in das Niveau zurück. Zugleich aber zeigen sich wallartige kreisförmige Erhöhungen der umgebenden Flüssigkeit rings um die unmittelbar betroffene Stelle, die sich nach allen Seiten fortwährend erweitern und von concentrischen thalartigen Vertiefungen gefolgt werden, die hinter einander über die Oberfläche der Flüssigkeit gleichsam hinlaufen.

Diese Bewegungen in der Flüssigkeit, welche mit den Wellenbewegungen an einer gespannten Schnur grosse Aehnlichkeit haben, werden wie diese Wellenbewegungen genannt.

Auf den ersten Blick scheint zwar die Flüssigkeit von der Stelle der ersten Erregung aus nach allen Seiten hin an der Oberfläche fortzufliessen, woraus dann ein Rückströmen in den untern Schichten nach dieser Stelle hin folgen würde. Allein wenn die Flüssigkeit sich in einem Gefässe mit durchsichtigen Wänden befindet, und in derselben kleine leichte Körperchen schweben, wie dieses in nicht ganz klarem Flusswasser wohl der Fall ist, so sieht man, dass ein jedes solches Theilchen während der Wellenbewegung nicht erheblich von seiner Stelle fortbewegt wird, sondern nur eine kleinere oder grössere in sich geschlossene oder doch fast geschlossene Bahn durchläuft, so dass es am Ende der Bewegung wenigstens nahezu wieder an seiner ursprünglichen Stelle sich befindet. Während nämlich ein Wellenberg über seine Stelle weggeht, erhebt es sich und schreitet zugleich ein wenig in der Richtung der Wellenbewegung vor, dann aber sinkt es und kehrt zugleich in entgegengesetzter Richtung an den vorigen Platz zurück.

Nirgends aber zeigt sich eine continuirliche Bewegung eines solchen Theilchens von der Stelle der Wellenbewegung fort oder an anderen Stellen nach dieser wieder hin.

Man muss daraus schliessen, dass auch die einzelnen Wassertheilchen keine strömende Bewegung in der Richtung der vorschreitenden Welle oder im Innern des Wassers nach dieser zurück ausführen, sondern ebenfalls nur kleinere geschlossene oder nahezu geschlossene Bahnen durchlaufen, indem sie sich auf

und dann abwärts und zugleich in horizontaler Richtung vor und dann rückwärts bewegen.

Wenn aber die einzelnen neben einander liegenden Flüssigkeitstheile successiv in eine solche schwingungsartige Bewegung eintreten, so muss daraus der Anschein von über die Oberfläche hinlaufenden Wasserbergen und Thälern entstehen, wie sie sich der Beobachtung darbieten.

Durch ähnliche Beobachtungen kann man sich leicht davon überzeugen, dass die schwingungsartige Bewegung der Wassertheilchen nicht auf die der Oberfläche naheliegenden beschränkt ist, sondern bis zu beträchtlichen Tiefen unter derselben hinabreicht. Beobachtungen von Weber haben in dieser Art ergeben, dass in einer Tiefe unter der Oberfläche, die 350 Mal so gross als die Höhe der Wellen ist, d. h. als die verticale Entfernung des höchsten Punktes eines Wellenberges von dem tiefsten eines darauf folgenden oder vorangehenden Wellenthales, eine solche schwingungsartige Bewegung noch merklich ist.

Dabei findet sich aber, dass in der Tiefe der Flüssigkeit die Bahnen der einzelnen Theilchen eine abgeplattetere Gestalt als in der Nähe der Oberfläche haben, so dass sie, während sie sich oben einer Kreisform nähern, in den tieferen Schichten ellipsenartige Formen mit horizontalen grossen Achsen und um so kleineren verticalen kleinen Achsen darstellen, je grösser die Tiefe ist, und zuletzt endlich in geradlinige Bahnen in horizontaler Richtung übergehen. Es wird also die Continuität der Flüssigkeit vom Grunde auf bis zur Oberfläche bei diesen Bewegungen nicht gestört.

§. 70.

Man könnte versucht sein, die Bildung und das Fortschreiten der Wellen in einer tropfbaren Flüssigkeit von der Volumenelasticität oder der Kraft derselben abzuleiten, womit sie einer Veränderung ihres Volumens widersteht, und wenn eine solche stattgefunden hat, diese wieder ausgleicht, gerade so, wie wir aus der Elasticität steifer Körper das Dasein von Wellen abgeleitet haben, wenn in einem Theile derselben longitudinale Schwingungen erzeugt werden. Allein wenn auch die Möglichkeit derartiger durch Elasticität bewirkter Wellen in tropfbaren Flüssigkeiten nicht geläugnet werden soll, so sind doch Erscheinungen an den gewöhnlich in tropfbaren Flüssigkeiten beobachteten Wellen vorhanden, welche verbieten, diese auf die Elasticität zurückzuführen.

Wollte man dieses letztere thun, so müsste man annehmen, dass z. B. durch den Wellen erregenden Fall eines Tropfens auf die Flüssigkeit eine Zusammendrückung der Flüssigkeit hervorgebracht würde, welche, indem sie sich wieder ausgleicht, und vermöge der Trägheit der Theilchen sogar in eine momentane Ausdehnung übergeht, nun die folgenden Flüssigkeitsschichten comprimire u. s. f. Aber abgesehen davon, dass die tropfbaren

Flüssigkeiten keine merkliche Zusammendrückung, wenigstens durch die gewöhnlichen wellenerregenden Kräfte erleiden, dass daraus so beträchtliche Wellenhöhen hervorgehen würden, wie sie wirklich beobachtet werden, würde daraus, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit solcher durch Elasticität erregter Wellen von der Wellenhöhe und der Wellenlänge (oder der Wellenbreite, wie diese bei den Wellen tropfbarer Flüssigkeiten meist genannt wird) unabhängig, dagegen der Quadratwurzel aus der elastischen Kraft proportional ist, gefolgert werden müssen, dass ungleich hohe und breite Wellen sich mit gleicher und zwar wie eine genauere Betrachtung ergiebt, ungleich grösserer Geschwindigkeit fortpflanzen müssten, als diese wirklich beobachtet wird.

Es ist aber keineswegs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen von deren Grösse, d. h. Höhe und Breite unabhängig, wie die Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ungleich grosser Wellen ergiebt. Eine Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit lässt sich in der Weise ausführen, dass man theils die Zeit bestimmt, welche ein im Wasser schwebendes Theilchen zur einmaligen Durchlaufung seiner Bahn gebraucht, welche Zeit zugleich diejenige ist, in welcher die Welle ihre Breite durchläuft, d. h. die Entfernung zwischen zwei Punkten, die in demselben Augenblicke aus ihrer natürlichen Lage beide in eine steigende oder beide in eine fallende Bewegung übergehen, theils aber auch diese Breite selbst misst. Der Quotient, der sich durch Division der letzten Grösse durch die erste ergiebt, ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit; derartige von Weber wirklich ausgeführte Messungen haben einen directen Beweis für die Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Grösse der Wellen geliefert. Aber eine unmittelbare Beobachtung der Wellen in einer Flüssigkeit ergiebt auf noch einfacherem Wege dieses Resultat.

Erregen wir nämlich auf irgend eine Weise durch eine einmal wirkende Ursache z. B. einen Wellenberg, so schreitet dieser nun freilich mit einer abnehmenden Grösse über die Oberfläche der Flüssigkeit hin; unmittelbar hinter ihm entsteht aber zugleich ein Wellenthal, welches dem Wellenberge folgt, hinter diesem ein Wellenberg u. s. w., welche indess ihrer Grösse nach immer mehr abnehmen und zuletzt verschwindend klein werden. Dieser auf einander folgenden Wellenberge und Wellenthäler kann man, da die vordern nicht so rasch verschwinden, als die hintern entstehen, leicht eine ganze Reihe sehen, und man überzeugt sich mit einiger Aufmerksamkeit leicht, dass die vordern Wellenberge in einem solchen Zuge einander immer näher liegen, als die hintern, d. h. dass die vordern grössern Wellen sich mit einer grössern Geschwindigkeit als die hintern kleinern fortpflanzen.

In dieser Beziehung ist übrigens noch zu erwähnen, dass, während das successive Entstehen der Wellen längs der Oberfläche der Flüssigkeit leicht erkannt wird, und sich daraus ergiebt, dass die Fortpflanzungsgeschwindig-

keiten in horizontaler Richtung keine selbst bei kleinen Dimensionen der Gefässe unmessbar grosse Werthe haben, die Wellen in der Tiefe unter der Erregungsstelle in demselben Momente zu entstehen scheinen, wie die an der Oberfläche. Nun lässt sich aber nicht zweifeln, dass die unmittelbare Wirkung des auf die Oberfläche geführten Stosses zunächst nur diese trifft, und die darunter liegenden Schichten erst in Folge einer unmerklich kleinen Zusammendrückung und Wiederausdehnung der Flüssigkeit, also später als die oberen Schichten, ebenfalls in Bewegung gesetzt werden, d. h. dass die Wirkung des Stosses sich nach Unten hin ebenfalls wellenförmig, und zwar in Folge der Elasticität der Flüssigkeit durch abwechselnde Zusammendrückungen und Ausdehnungen dieser, fortpflanzt. Da die Wirkung aber Oben und Unten wenigstens bei den Tiefen, welche man den Flüssigkeiten bei solchen Versuchen nur geben kann, in demselben Momente einzutreten scheint, so muss die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser durch die Elasticität bedingten Wellen sehr gross sein. Es ergiebt sich also, dass man bei den tropfbaren Flüssigkeiten zweierlei Wellen zu unterscheiden hat, diejenigen, welche sich leicht beobachten lassen, und die man gewöhnlich versteht, wenn man von den Wellen in tropfbaren Flüssigkeiten spricht, die aber nicht von der Elasticität herrühren, und dann die mit sehr grosser Geschwindigkeit sich forpflanzenden, von jener Kraft bedingten und meist nicht unmittelbar zu beobachtenden Wellen; auf diese letztern werden wir an einer andern Stelle noch zurückkommen müssen.

In Bezug auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der erstern Art von Wellen ist hier noch zu bemerken, dass sie ausser von der Grösse der Wellen auch noch von der Tiefe der Flüssigkeit abhängt, indem sie unter übrigens gleichen Umständen um so geringer ist, je geringere Tiefen die Flüssigkeit besitzt. Es ist dieses besonders auch deshalb wichtig, weil dadurch bedingt wird, dass an den Küsten des Meeres, wo vom hohen Meere aus in der Regel die Tiefe abnimmt, die von diesem kommenden Wellen langsamer fortschreiten, so dass sie von nachfolgenden eingeholt werden, wodurch besonders da, wo plötzliche Aenderungen in der Tiefe eintreten, also über Klippen und Untiefen, Ueberstürzungen der Wellen, die von den Schiffern gefürchteten sogenannten Brandungen, erzeugt werden.

§. 71.

Fragen wir nun nach der Ursache der Bildung der sichtbaren Wellen, so muss, weil die Verdichtungswellen tropfbarer Flüssigkeiten in ganz anderer Art als jene sich fortpflanzen, die Zusammendrückung ganz unbeachtet bleiben, oder wir können dabei die Flüssigkeiten als incompressibel betrachten. Nehmen wir aber an, dass an irgend einer Stelle die Flüssigkeit um eine gewisse Grösse durch eine äussere Ursache über das Niveau der umgebenden Flüssigkeit erhoben sei, so wird nun, wenn die äussere Ursache zu wirken

aufhört, das hydrostatische Gleichgewicht gestört sein. Es muss die Flüssigkeit nach allen Seiten hin von hier fortfliessen, und dagegen rings um sie das Niveau steigen. Es wirkt auf die Flüssigkeit allenthalben da, wo sie über dem Niveau steht, eine abwärts treibende Kraft. Offenbar aber wird das Steigen nicht in der ganzen Ausdehnung der Flüssigkeit gleichzeitig beginnen können, sondern zuerst an den nächstliegenden Stellen und erst später an den folgenden, so dass die erstern schon bis zu der Höhe gestiegen sind, bis wohin der Druck sie treibt, wenn andere erst ihre Bewegung beginnen. Noch deutlicher wird dieses, wenn wir eine horizontale Röhre, aus der sich in bestimmten Zwischenräumen verticale, oben offene Röhren erheben, bis zu einer bestimmten Höhe dieser mit Wasser oder einer andern Flüssigkeit füllen, und, nachdem das Gleichgewicht eingetreten ist, in eine der verticalen Röhren noch mehr Flüssigkeit giessen; alsdann steigt die Elüssigkeit auch in allen übrigen Röhren, aber nicht gleichzeitig, sondern zuerst in den nächstliegenden, erst später in den fernern. Die dadurch eingeleitete Bewegung wird aber vermöge der Trägheit der Massen noch fortdauern, wenn auch jedes Theilchen schon in die Lage gekommen ist, wohin es die hydrostatischen Drucke treiben; d. h. wo vorher die Flüssigkeit über das Niveau erhoben war, muss sie jetzt unter dieses sinken, und umgekehrt. Auf diese Weise wird eine neue Störung des Gleichgewichts hervorgebracht, die dann in derselben Weise weiter wirkt. So erzeugt ein vorschreitender Wellenberg hinter sich ein ihm nachfolgendes Wellenthal und umgekehrt. Aber indem im Allgemeinen die Menge der bewegten Flüssigkeit fortwährend zunimmt, werden die Ueberschreitungen des Niveaus nach der einen oder der andern Seite hin zugleich geringer werden müssen, daher die Verkleinerung der Wellen beim Vorschreiten.

Wie nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit transversaler Schwingungen an einer gespannten Schnur mit der Grösse der Spannung, d. h. der Kraft, wächst, welche den einzelnen Theilen der Schnur bestimmte Ruhelagen anweist, so wird auch hier die Geschwindigkeit der Fortpflanzung von der Grösse der wellenerregenden Kraft abhängen, oder da eine grössere wellenerregende Kraft auch grössere Wellen erzeugt, von der Grösse dieser. Je grösser diese ist, um so grösser wird auch jene sein müssen. Es erklärt sich daraus also, weshalb die grössern Wellen rascher sich fortpflanzen als die kleinern.

Es könnte hiernach scheinen, als müsste die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dichteren Flüssigkeiten grösser als in weniger dichten sein. Versuche zeigen aber, dass sie unter übrigens gleichen Umständen in ungleich dichten Flüssigkeiten gleich ist, was wohl daher rührt, dass die zu bewegende Masse in demselben Verhältnisse wie die bewegende Kraft zunimmt, wenn alle übrigen Verhältnisse ausser der Dichtigkeit ungeändert bleiben.

Die allmählige Fortpflanzung der Wellen ist also offenbar eine Folge davon, dass die durch hydrostatische Druckdifferenzen in Bewegung gesetzte Flüssigkeit nicht augenblicklich die Lage annehmen kann, welche ihr die auf sie wirkenden Drucke als Gleichgewichtslage anweisen, dass aber jedes Theilchen vermöge seiner Trägheit, nachdem es einmal in Bewegung nach dieser Ruhelage hin gesetzt ist, auch dann noch derselben sich nähert, wenn der hydrostatische Druck ihm schon eine andere Ruhelage anweist.

Da aber das Volumen jeder Flüssigkeitsmasse ungeändert bleiben soll, und zugleich die Cohäsion einer Trennung in einzelne Theile sich widersetzt, so muss mit der vertical auf- und absteigenden Bewegung zugleich eine horizontal hin- und rückgehende verbunden sein. Es treten daher, wenn wir uns die Flüssigkeit durch verticale Flächen in Schichten zerlegt denken, in jede Schicht abwechselnd Flüssigkeitsmengen aus den nebenliegenden ein oder in diese aus. Indem nun vermöge der vorher betrachteten Trägheit in jedem Augenblicke in irgend einer dieser Schichten mehr Flüssigkeit sich befindet, als vermöge der hydrostatischen Drucke sich im Gleichgewicht darin finden kann, so übt diese Schicht auf die anliegenden ebenfalls eine bewegende Kraft aus, und indem diese den Drucken nachgeben, und selbst in Bewegung gerathen, müssen sie selbst auf die Bewegung der ersten Schicht zurückwirken, diese nämlich schwächen, so dass einem Wellenberge in dieser z. B. ein kleineres Wellenthal nachfolgt.

§. 72.

Kommt eine Welle an die Grenze einer Flüssigkeit, z. B. an die Wand des die Flüssigkeit enthaltenden Gefässes, so findet sie vor sich keine Flüssigkeitstheilchen mehr, zu denen sie übergehen kann, die letzten Flüssigkeitstheilchen werden also, nachdem sie sich bis zur Höhe eines Wellenberges erhoben haben, beim Niedersinken nicht durch einen sich vor ihnen erhebenden Wellenberg aufgehalten; sie müssen dann also tiefer sinken, als es in der Mitte der Flüssigkeit der Fall sein würde; so entsteht am Rande ein vertieftes Wellenthal, welches nun von hieraus in die Flüssigkeit vordringt. In dieser Weise wird daher eine Welle von der festen Gefässwand reflectirt, indem ein Wellenberg als Wellenthal von derselben zurückkehrt, und umgekehrt ein Wellenthal als Wellenberg.

Steht die Richtung, in welcher die ankommenden Wellen gegen die Wand treffen, vertical auf dieser, so kehren auch die reflectirten Wellen in der gegen die Wand normalen Richtung zurück, und dann müssen die reflectirten Wellen offenbar die nachfolgenden kommenden verstärken, indem immer Wellenberg mit Wellenberg, Wellenthal mit Wellenthal zusammenfällt. Macht die Fortpflanzungsrichtung der Wellen dagegen einen schiefen Winkel mit der Wand, so können die Wellen in der dieser parallelen Richtung ungehindert vorschreiten, aber in der dagegen senkrechten kehren sie

in der genannten Weise zurück, so dass die Reflexion unter demselben Winkel gegen die Normale auf die Wand, aber nach entgegengesetzter Seite hin, erfolgt.

Dabei müssen nothwendig Kreuzungen der ankommenden und der reflectirten Wellen, sogenannte Interferenzen, entstehen. Hinsichtlich dieser ergiebt nun die Beobachtung, dass sie ohne gegenseitige Störung durch einander hindurch gehen, so dass da, wo Wellenthal und Wellenthal zusammentreffen, ein tieferes Wellenthal, wo Wellenberg und Wellenberg zusammentreffen, ein höherer Wellenberg, und wo Wellenberg und Wellenthal zusammentreffen, ein niedrigerer Wellenberg oder ein flacheres Wellenthal sich bildet, als ohne das Zusammentreffen stattfinden würde, übrigens aber jede Welle in ihrer eigenen Richtung weiterschreitet, so dass, wenn die Wellenzüge begrenzt sind, sie sich nach dem Durchgehen durch einander ebenso verbreiten, als hätte keine Durchkreuzung stattgefunden. Nur scheint beim Zusammentreffen eine kleine Verzögerung in beiden Wellen stattzufinden. Man kann sich die Interferenz als eine Art Reflexion der einen Welle an der ihr entgegenkommenden vorstellen, woraus sich das nämliche Phänomen ergiebt.

Durch die Reflexion und Interferenz werden die Erscheinungen der Wellen in einer begrenzten Flüssigkeit sehr complicirt. Von besonderm Interesse ist noch der Fall, wo in einem solchen Gefässe in gleichen Zeiträumen Wellen erregt werden, deren Breite ein aliquoter Theil der Entfernung der Erregungsstelle von der Gefässwand ist. Alsdann erhalten wir das Phänomen der stehenden Schwingungen, ähnlich wie bei einer Schnur in dem analogen Falle, indem sich Knotenpunkte oder Linien, d. h. Punkte oder Linien von constantem Niveau, bilden, zwischen welchen die Flüssigkeit abwechselnd steigt und sinkt.

§. 73.

Obwohl bereits viele Versuche zu einer mathematischen Theorie der Wellenbewegungen tropfbarer Flüssigkeiten gemacht sind, von denen besonders die von Gerstner und Poisson zu erwähnen sind, so besitzen wir doch noch keine ganz vollständige, d. h. eine solche, welche alle Erscheinungen derselben aus den physikalischen Gesetzen der tropfbaren Flüssigkeiten abzuleiten vermöchte, haupsächlich wohl deshalb, weil uns die letztern noch nicht sämmtlich bekannt sind. Es sollen daher theils deshalb, theils auch weil die mechanischen Theorien auch da, wo sie genügen, für unsern Zweck zu bedeutende mathematische Hülfsmittel erfordern, noch einige besonders zu bemerkende Erscheinungen aufgeführt werden, welche die experimentellen Untersuchungen der Gebrüder Weber ausser den bereits genannten kennen gelehrt haben.

Unter diesen ist zuerst noch zu erwähnen, dass die Breite der Wellen in der Tiefe abnimmt im Vergleich mit den an der Oberfläche befindlichen; ob auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Tiefe eine andere, grössere, ist als oben, lässt sich nicht mit Bestimmtheit entscheiden.

Die Höhe der Wellen an der Oberfläche ist so gross als die verticale Hebung oder Senkung eines an der Oberfläche befindlichen Theiles, während es seine Bahn durchläuft, die Breite ist aber von dem horizontalen Durchmesser dieser Bahn unabhängig.

Die Gestalt einer Welle kann sehr mannigfaltig sein; im Allgemeinen ist sie sehr flach, indem die Höhe immer kleiner als die Breite ist; es können aber Fälle eintreten, wo an einzelnen Stellen die Wellenoberfläche eine sehr steile Lage hat, ja selbst sich oben nach vorn überbiegt. Die vordere und hintere Seite eines Wellenberges oder eines Wellenthales sind in der Regel nicht symmetrisch, so dass alle gleichzeitig im Steigen begriffenen Theile beim Durchschnitte der Welle mit einer verticalen in der Fortpflanzungsrichtung liegenden Ebene in dieser durch die nämliche Curve begrenzt würden, wie alle gleichzeitig sinkenden.

Ein besonderes Interesse nehmen die Wellen auf dem Meere in Anspruch, welche oft bis zu beträchtlichen Höhen aufsteigen. Die vorzüglichste Ursache derselben muss in dem Drucke gesucht werden, welchen der Wind auf die Oberfläche und zwar an verschiedenen Stellen in ungleichem Maasse ausübt. Der Einfluss desselben besteht aber nicht blos in der Erregung der Wellen, sondern auch in einer Vergrösserung der schon gebildeten, indem er auf die Rückseite der vor ihm hergehenden Wellenberge einen Druck nach Unten ausübt, die abwärts gerichtete Bewegung in denselben also verstärkt, und ebenso auf die Vordertheile der ihnen entgegenkommenden Wellenberge, also das Steigen dieser mindert, so dass die in der Richtung des Windes vorschreitenden Wellen wachsen, die entgegengesetzt sich bewegenden aber abnehmen.

Der wellenbesänftigende Einfluss des Oels, welches in geringer Menge auf das Meer ausgegossen schon einen solchen ausübt, scheint seinen hauptsächlichsten Grund darin zu haben, dass es die Verstärkung der Wellen durch den Wind hindert. Indem es nämlich eine dünne Schicht über dem Wasser bildet, hindert es den Wind, unmittelbar auf das Wasser zu drücken, und der auf das Oel zunächst fallende Druck desselben bringt wahrscheinlich hauptsächlich nur eine Verschiebung der Oelschicht über dem Wasser hervor, ohne wenigstens in erheblicher Weise sich auf das darunter befindliche Wasser fortzupflanzen.

Drittes Capitel.

Von den gasförmigen Körpern.

§. 74.

Wenn eine längere am untern Ende verschlossene Glasröhre mit einer schweren Flüssigkeit, z. B. Quecksilber, gefüllt, und dann, nachdem das obere Ende verschlossen und die Röhre umgedreht ist, dieses letztere in ein Gefäss mit derselben Flüssigkeit getaucht wird, so tritt, nachdem jetzt der Verschluss am untern Ende der Röhre wieder aufgehoben ist, das Quecksilber also aus der Röhre ausfliessen kann, zwar, wenn die Röhre lang genug ist, ein Sinken des Quecksilbers in derselben ein; allein das Quecksilber sinkt keineswegs bis zum Niveau der äussern Flüssigkeit herab, sondern bleibt im Innern der Röhre etwa in einer Höhe von 760^{mm} über dem äussern Niveau stehen.

Betrachten wir eine durch dieses gelegte Ebene im Innern der Röhre, so lastet auf dieser ein Druck, welcher dem Gewichte der 760^{mm} hohen Quecksilbersäule gleich ist; da aber das Quecksilber in der Röhre und ausserhalb derselben in Verbindung steht, d. h. nicht durch feste Wände von einander abgesperrt ist, so ergiebt sich aus den hydrostatischen Gesetzen, dass auch auf der äussern freien Oberfläche des Quecksilbers ein Druck lasten muss, der dem einer 760^{mm} hohen Quecksilbersäule gleich ist; oder dass auf die freie Oberfläche des Quecksilbers ausserhalb der Röhre ein Druck lastet, der um diesen Betrag den Druck übertrifft, welchem die freie Oberfläche im Innern der Röhre ausgesetzt ist.

Wird das obere Ende der Glasröhre geöffnet, so sinkt das Quecksilber sogleich so weit herab bis es innerhalb und ausserhalb der Röhre in gleichem Niveau steht; beide Oberflächen sind dann einem gleichen Drucke ausgesetzt.

Es muss daraus geschlossen werden, dass auf die freie Oberfläche einer jeden Flüssigkeit unter gewöhnlichen Umständen ein Druck wirkt, der dem einer Quecksilbersäule von 760^{mm} Höhe gleich ist, der aber da aufgehoben wird, wo die Quecksilberoberfläche von der innern Seite einer Glocke von hinreichender Länge berührt wird, wenn zugleich diese wenigstens so hoch gehoben wird, dass, indem sie das Quecksilber nach Aussen immer absperrt, das letztere mit ihr nicht weiter steigt, also eine Trennung der innern Glockenfläche von dem Quecksilber stattfindet, was, wie der Versuch lehrt, dann eintritt, wenn die innere Quecksilbersäule wieder die oben genannte Höhe über dem äussern Niveau erreicht hat.

Die Erscheinung ist also dieselbe, wie sie am Boden einer schweren Flüssigkeit sein muss. Würde z. B. am Grunde einer hinlänglich tiefen Wassermasse der letztgenannte Versuch angestellt, so würde das Queck-

silber mit der gehobenen Glocke ebenfalls steigen, aber nur bis zu einer bestimmten Höhe, nämlich bis dahin, dass die innere Quecksilberoberfläche über dem Niveau des äussern Quecksilbers in einer solchen Höhe sich befände, dass ihr Druck gleich wäre dem Druck der über dem Quecksilber liegenden Wasserschicht, (aber vermehrt um den einer Quecksilbersäule von 760^{mm} Höhe).

Wir schliessen daraus, dass wir selbst mit den Gegenständen, womit wir experimentiren, uns am Boden einer schweren Flüssigkeitsmasse befinden, die die Oberfläche der Erde ringsum umgiebt, und welche wir die Athmosphäre derselben oder die athmosphärische Luft nennen, dass also der die festen und tropfbarflüssigen Körper auf der Erdoberfläche umgebende Raum nicht als ein leerer Raum angesehen werden kann, wie es beim ersten Anblick scheinen könnte.

Eine unmittelbare Folgerung aus diesen Versuchen ist ferner die, dass der Druck, welchen die Athmosphäre auf jedes Stück von bestimmter Grösse der Oberfläche der Erde ausübt, gleich dem einer Quecksilbersäule von der mehrfach genannten Höhe und gleichem Querschnitte mit jenem Oberflächenstücke ist.

§. 75.

Eine zweite Erscheinung, welche den Schluss auf das Vorhandensein der Luft bestätigt, ist die, dass, wenn wir eine anscheinend leere Glocke mit ihrer untern Mündung auf eine Flüssigkeit setzen, und sie dann herunterdrücken, die Flüssigkeit im Innern der Glocke unter das Niveau der äussern Flüssigkeit herabsinkt, also nicht in die Glocke vollständig eindringt, wie es geschehen würde, wenn die Glocke oben mit einer Oeffnung versehen wäre. Die Glocke muss also mit irgend Etwas erfüllt sein, welches, da es nicht aus derselben entweichen kann, die Flüssigkeit verhindert, in diese einzutreten. Dieses die anscheinend leere Glocke erfüllende Etwas ist eben ein Theil der Luft. Kehren wir aber die Glocke um, so ist es nun möglich, durch Eingiessen dieselbe mit Flüssigkeit zu füllen, diese verdrängt daher die Luft, und es muss also derselben ausser dem Drucke, den sie ausübt, und den wir der Schwere derselben zuschreiben müssen, vollständige Verschiebbarkeit ihrer Theilchen gegen einander, d. h. Flüssigkeit, zugeschrieben werden. Aber eine einfache Abänderung des eben erwähnten Versuches zeigt sogleich, dass die Luft von den tropfbaren Flüssigkeiten sich sehr wesentlich unterscheidet.

Giessen wir nämlich eine tropfbare Flüssigkeit, z. B. Quecksilber, in den einen oben offenen und vertical stehenden Schenkel einer U-förmig gebogenen Röhre, deren anderer Schenkel oben verschlossen ist, so sammelt sich das Quecksilber zunächst in der untern Verbindungsröhre der beiden Schenkel an, und wenn diese damit erfüllt ist, sperrt sie den verschlossenen Schenkel und damit die in demselben enthaltene Luft ab. In

dem Momente, wo dieses eintritt, müssen die beiden freien Oberflächen des Quecksilbers in gleichem Niveau stehen. Wird aber noch mehr Quecksilber in den offenen Schenkel gegossen, so tritt eine Ungleichheit des Niveaus in beiden Schenkeln ein, indem die abgesperrte Luft sich dem Eindringen des Quecksilbers in den verschlossenen Schenkel widersetzt. Wäre der letztere statt mit Luft mit einer tropfbaren Flüssigkeit, z. B. Wasser, erfüllt, so würde auch, wenn im offenen Schenkel das Niveau des Quecksilbers sehr beträchtlich über dem im verchlossenen stände, dieses letztere wegen der geringen Compressibilität des Wassers gar nicht oder nur sehr unbedeutend steigen; jetzt aber, wo er mit Luft erfüllt ist, steigt es zwar nicht ebenso rasch als das im offenen Schenkel, aber doch selbst bei geringem Steigen des letztern ziemlich merklich. Es muss daher die Luft eine leicht zusammendrückbare Flüssigkeit sein, wodurch sie sich beträchtlich von allen tropfbaren Flüssigkeiten unterscheidet.

Wenn bei diesem letzten Versuche der verschlossene Schenkel der Röhre nicht absolut verschlossen, sondern mit einem Hahn versehen ist, durch den man ihn nach Belieben abschliessen und öffnen kann, und dieser Hahn bisher verschlossen war, so wird jetzt, wenn man denselben nun öffnet, das Quecksilber in dem Schenkel steigen, indem durch den Druck der Quecksilbersäule in dem andern Schenkel die zusammengedrückte Luft ausgetrieben wird. Das Entweichen dieser durch den geöffneten Hahn kann man entweder durch das Gefühl bemerken, indem man z. B. die Hand vor den geöffneten Hahn bringt, wo man der Oeffnung dieses gegenüber einen verstärkten Druck empfindet, oder dadurch, dass man leichte Körperchen, Papierblätter oder dgl., auf die Mündung legt, welche dann zurückgestossen werden.

Lässt man den Hahn geöffnet, so dauert dieses Entweichen und zugleich das Steigen des Quecksilbers in dem einen, und das Sinken desselben in dem andern Schenkel so lange fort, bis beide Quecksilberflächen wieder in gleichem Niveau stehen. Ist alsdann der verschliessbare Schenkel noch nicht ganz mit Quecksilber gefüllt, so dass sich noch Luft in demselben befindet, oder wenn dieses der Fall ist, entfernt man so viel Quecksilber, dass wieder Luft in denselben eintritt, aber weniger als beim ersten Eingiessen des Quecksilbers unmittelbar nach dem Absperren des vorher verschlossenen Schenkels, so dass in beiden Schenkeln das Quecksilber gleich hoch aber bis zu einer gewissen Höhe über der Verbindungsröhre steht, und entfernt man nun, nachdem der durch den Hahn verschliessbare Schenkel wieder verschlossen ist, einen Theil des Quecksilbers aus der Röhre, indem man z. B. einen Hahn in dem untern Verbindungsstücke beider Schenkel öffnet, und durch diesen einen Theil des Quecksilbers ausfliessen lässt, so sinkt das Quecksilber gleichzeitig in beiden Schenkeln, wenn auch nicht in beiden gleich schnell.

Auch diese Erscheinung würde eine ganz andere gewesen sein, wenn in dem verschlossenen Schenkel statt der Luft Wasser gewesen wäre. Alsdann würde das Quecksilber nur in dem offenen Schenkel merklich gesunken sein, wenigstens zu Anfang bis dahin, dass der Druck des Wassers und des Quecksilbers im verschlossenen Schenkel zusammen den Druck in dem offenen Schenkel um den einer 760^{mm} hohen Quecksilbersäule übertroffen hätte. Von da an würde freilich das Quecksilber auch im verschlossenen Schenkel sinken, aber mit ihm zusammen das über ihm befindliche Wasser, welches dann die obere Grenze des verschlossenen Schenkels verlassen würde. Es ist dieses die Folge davon, dass das Wasser, als mit einem selbstständigen Volumen begabt, dieses auch unter geringern Drucken als gewöhnlich, ja selbst unter der Einwirkung ausdehnender Kräfte nicht merklich vergrössert, und daher mit dem Quecksilber zusammen im verschlossenen Schenkel durch den Druck der äussern Luft so lange gehalten wird, als dieser nicht durch den eigenen Druck überwunden wird.

Da aber in dem Versuche mit der Luft das Quecksilber von Anfang an auch in dem verschlossenen Schenkel sinkt, so muss die über demselben befindliche Luft ausser ihrem eigenen Gewichte, welches bei weitem von dem äussern Luftdrucke überwogen wird, noch einen Druck auf das Quecksilber ausüben; sie muss also ein Bestreben haben, ihr Volumen zu vergrössern, und, wenn sie sich unter geringern Drucken als dem gewöhnlichen befindet, ein grösseres Volumen als gewöhnlich einnehmen.

Wir sehen also, dass die Luft ausser einer selbstständigen Gestalt auch eines selbstständigen Volumens entbehrt, indem sie jeden Raum erfüllt, den ihr äussere Drucke einzunehmen gestatten. Dadurch ist sie wesentlich von den tropfbaren Flüssigkeiten unterschieden, und wird daher eine ausdehnsame oder expansibele Flüssigkeit genannt.

§. 76.

Ausser der atmosphärischen Luft giebt es noch andere ausdehnsame Flüssigkeiten oder Gase, wie man diese auch wohl zu nennen pflegt. So lehrt z. B. die Chemie, dass das Wasser aus zwei Bestandtheilen, Wasserstoff und Sauerstoff, chemisch zusammengesetzt ist, welche, wenn sie von einander getrennt werden, jeder für sich ebenfalls eine ausdehnsame Flüssigkeit bilden. Einer von ihnen, der Sauerstoff, macht einen Theil der atmosphärischen Luft aus, indem diese ein inniges Gemenge desselben mit einer andern ebenfalls expansibeln Flüssigkeit, dem Stickstoff, bildet; sie enthält nämlich etwa 21 Procent Sauerstoff und 79 Procent Stickstoff. Diese drei Gase unterscheiden sich von allen übrigen dadurch, dass sie, welchen Drucken man sie auch aussetzen mag, wenigstens so weit die Versuche bis jetzt getrieben sind, immer im gasförmigen Zustande bleiben, während die übrigen durch hinreichende Zusammendrückung in tropfbare Flüssigkeiten

umgewandelt werden können. Bei den meisten derselben sind dazu freilich so beträchtliche Drucke nothwendig, dass sie unter gewöhnlichen Umständen sich ebenso wie jene permanenten Gase verhalten. Ueber den Uebergang aus einem Zustande in den andern und die in der Nähe dieses stattfindenden Erscheinungen wird bei spätern Gelegenheiten noch mehr die Rede sein.

Da die atmosphärische Luft eine allgemein verbreitete ausdehnsame Flüssigkeit ist, so wird sie am besten den Untersuchungen über diese in den Fällen zu Grunde gelegt, wo es nicht auf besondere Eigenschaften ankommt, und ihr Verhalten wird als Norm für das der übrigen Gase in solchen Fällen dienen können.

Da das Volumen der Gase mit dem Drucke, welchem sie ausgesetzt sind, sich beträchtlich ändert, und da die Dichtigkeit eines Körpers seinem Volumen umgekehrt proportional ist, so kann man bei den Gasen nicht von einer bestimmten Dichtigkeit derselben absolut sprechen, sondern immer nur von ihrer Dichtigkeit unter einem bestimmten Drucke. Da aber im gewöhnlichen Zustande an der Oberfläche der Erde alle Körper unter dem Drucke der Atmosphäre sich befinden, der dem einer Quecksilbersäule von 760^{mm} Höhe gleich ist, so pflegt man wohl, wenn man von der Dichtigkeit eines Gases schlechthin spricht, diejenige zu verstehen, welche dasselbe besitzt, wenn es sich unter diesem Normaldrucke befindet.

Streng genommen müsste man auch bei den festen und tropfbarflüssigen Körpern die Dichtigkeit auf einen solchen bestimmten Normaldruck beziehen, da auch diese unter verschiedenen Drucken etwas verschiedene Volumina also auch verschiedene Dichtigkeiten besitzen. Allein da diese Aenderungen selbst bei bedeutenden Druckänderungen in der Regel nur gering sind, so kann man bei ihnen davon absehen, wenigstens da, wo es nicht auf die äusserste Schärfe ankommt; oder wenn man die Dichtigkeitsänderungen berücksichtigen will, so kann man diejenige Dichtigkeit als ihre eigenthümliche betrachten, welche sie besitzen, wenn sie gar keinem äussern Drucke unterworfen sind, welche wegen ihres selbstständigen Volumens immer eine bestimmt angebbare ist.

§. 77.

Da eine Gasmenge in einem bestimmten Volumen nur durch einen bestimmten Druck zusammengehalten werden kann, wenn aber dieser nicht vorhanden ist, das Gas sich ausdehnt, so schreibt man ihm eine Expansivkraft oder eine ausdehnende Kraft zu, deren Grösse offenbar bei einer gegebenen Dichtigkeit des Gases immer dem Drucke gleich ist, der erfordert wird, um diese Dichtigkeit zu erhalten. Die Expansivkraft eines Gases kann daher, da sie bei einer jeden andern Dichtigkeit des Gases einen andern Werth erhält, als eine Funktion dieser angesehen werden. Um diese Funktion zu bestimmen, oder den Zusammenhang zwischen Dichtigkeit und

Expansivkraft eines Gases zu ermitteln, wird man zu bestimmen haben, in welcher Weise die Dichtigkeit oder das Volumen des Gases verändert wird, wenn dasselbe verschiedenen Drucken ausgesetzt wird.

Zur Messung der Expansivkraft eines Gases wendet man verschiedene Apparate an, die den gemeinschaftlichen Namen Manometer führen. Es kommt bei ihnen darauf an, ein Gefäss von bestimmtem Volumen mit einer gegebenen Menge eines Gases zu füllen, und indem dasselbe durch ein Ventil verschlossen wird, den Druck zu ermitteln, mit welchem man dieses belasten muss, damit das Gas in keiner Weise aus dem Gefässe entweiche. Eines der einfachsten Manometer stellt eine ihrer Länge nach getheilte und überall gleich weite Glasröhre vor, die an ihrem einen Ende verschlossen ist, während sie zugleich U-förmig umgebogen und in den offenen Schenkel Quecksilber gegossen ist. Ein Hahn am obern Ende der verschlossenen Röhre kann den Gebrauch desselben noch vereinfachen. Ist in dem verschlossenen Schenkel eine bestimmte Luftmenge durch das Quecksilber abgesperrt, und steht dieses in beiden Schenkeln in gleichem Niveau, so ist offenbar der von der Expansivkraft der eingeschlossenen Luft auf die eine Quecksilberfläche ausgeübte Druck gerade so gross, als der auf der andern lastende Druck der Atmosphäre. Steht das Quecksilber in dem einen Schenkel höher als im andern, so ist die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft um den Druck der zwischen den beiden Niveaus enthaltenen Quecksilbersäule grösser oder kleiner als der äussere Luftdruck, je nachdem das Quecksilber im offenen oder im verschlossenen Schenkel höher steht.

Da nun der Druck der äussern Luft dem einer 760^{mm} hohen Quecksilbersäule gleich ist, so wird eine durch diesen Druck zusammengepresste Luftmenge einen solchen Raum im verschlossenen Schenkel des Manometers einnehmen, dass beide Quecksilberniveaus in gleicher Höhe stehen. Bezeichnen wir mit v das Volumen, welches sie alsdann einnimmt, und mit L die Höhe einer dem äussern Luftdrucke äquivalirenden Quecksilbersäule, nennen wir ferner v' das Volumen, in welches sie zusammengepresst wird, wenn in den offenen Schenkel des Manometers noch so viel Quecksilber nachgegossen wird, dass das Niveau in diesem um die Länge l höher als in dem verschlossenen Schenkel steht, die Luft sich also unter einem Drucke befindet, der durch die Höhe einer Quecksilbersäule gleich $L + l$ gemessen wird, so ergiebt sich, dass immer die Gleichung

$$v : v' = L + l : l$$

stattfindet. Es ist also das Volumen einer und derselben Luftmenge dem Drucke, welcher sie zusammendrückt, umgekehrt proportional, oder ihre Dichtigkeit ist diesem Drucke direct, folglich auch die Expansivkraft der Dichtigkeit direct proportional. Dasselbe ergiebt sich auch noch, wenn wir, nachdem das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch stand, den Druck vermindern, indem wir Quecksilber ausfliessen lassen. Sinkt dadurch das Niveau

im offenen Schenkel um die Länge l unter das Niveau im verschlossenen Schenkel, und geht dabei das anfängliche Volumen v der Luft in v' über, so ist $L - l$ der Druck auf die Luft, und es findet sich

$$v : v' = L - l : L,$$

so dass also das obengenannte Gesetz auch für solche Drucke gilt, welche kleiner als der der Atmosphäre sind. Es wird nach seinem Entdecker das Mariottesche Gesetz genannt. Arago und Dulong haben durch ausgedehnte und genaue Versuche gefunden, dass es wenigstens noch bis zu einem Drucke richtig ist, welcher 27 mal so gross als der der Atmosphäre ist, bis wohin sie ihre Versuche ausdehnten.

Von den übrigen Gasen weichen indess die sogenannten coërcibeln, oder durch Druck in eine tropfbare Flüssigkeit umwandelbaren, um so mehr davon ab, je näher der Druck dem Werthe kommt, bei welchem sie diese Umwandlung erleiden. Wenn dieser jedoch beträchtlich ist, so weichen sie bei Drucken, welche den der Atmosphäre nicht sehr übertreffen, nur unmerklich von diesem Gesetze ab, so dass für solche Drucke auch bei diesen Gasen dasselbe gebraucht werden kann.

§. 78.

Da sich nun also die Dichtigkeit der Luft sehr beträchtlich mit dem Drucke ändert, so wird in einer Luftmasse von einigermaassen beträchtlicher Höhe der Druck mit der Tiefe in derselben in einer ganz andern Weise sich ändern als in den tropfbaren als unzusammendrückbar betrachteten Flüssigkeiten, indem jede Schicht in derselben durch das Gewicht aller über derselben liegenden Luftschichten gedrückt wird, dieses aber der Höhe derselben nicht proportional ist, sondern eine tiefere Schicht in derselben eine grössere Dichtigkeit also auch ein grösseres Gewicht als eine obere von gleicher Dicke hat.

Mit Hülfe des Mariotteschen Gesetzes wird es aber möglich sein, die Zunahme der Dichtigkeit oder des Druckes mit der Tiefe in einer Luftmasse zu bestimmen, vorausgesetzt dass sich diese Luftmasse und alle ihre Theile im Gleichgewicht unter den Kräften in derselben, also in Ruhe, befindet.

Nennen wir nämlich P und p die Drucke, welche auf zwei gleichen Querschnitten einer verticalen Luftsäule lasten, die sich in den Höhen H und h über dem Grunde der Luftsäule befinden, so ist, wenn $H > h$, also $P < p$ ist, $p - P$ das Gewicht der swischen jenen beiden Querschnitten enthaltenen Luftsäule von der Höhe $H - h$. Die Dichtigkeit an der obern Grenze ist proportional mit P, die an der untern proportional mit p, so dass wir die erstere durch aP, die letztere durch ap bezeichnen können, und daraus folgt, dass das obige Gewicht

$$p - P < (H-h)ap \text{ und}$$
$$p - P > (H-h)aP \text{ ist.}$$

Denken wir uns nun diese Luftschicht in eine beliebige Anzahl, m, horizontaler Luftschichten von der gleichen Dicke d getheilt, und nehmen wir zunächst an, dass in jeder dieser Luftschichten eine constante Dichtigkeit sei, diese sich aber von einer Luftschicht zur andern so ändere, dass sie in den aufeinanderfolgenden Grenzflächen mit denjenigen Dichtigkeiten übereinstimmt, welche in denselben Ebenen sich finden, wenn die Dichtigkeit stetig mit der Höhe sich ändert; nennen wir p_n und p_{n+1} die Drucke, welche dann auf der $n$ten und $n+1$ten Grenzfläche von oben an gezählt lasten, so ist die Dichtigkeit in der zwischen beiden enthaltenen Schicht $= a \cdot p_n$ und daher das Gewicht dieser

$$p_{n+1} - p_n = d \cdot a \cdot p_n.$$

Daraus ergiebt sich

$$p_{n+1} = p_n(1 + d \cdot a),$$

folglich auch

$$p_{n+2} = p_{n+1}(1 + da) = p_n(1 + da)^2$$

und so fort.

Da nun der Druck in der obersten Schicht gleich P ist, der in der untersten, der $m$ten, gleich p, so wird

$$p = P(1 + d \cdot a)^m \text{ sein.}$$

Da ferner die Schichten unter einander gleiche Dicke, und zusammen die Dicke $H - h$ haben sollen, so ist

$$d = \frac{H-h}{m} \text{ oder}$$

$$m = \frac{H-h}{d},$$

folglich wird

$$p = P(1 + d \cdot a)^{\frac{H-h}{d}},$$

oder wenn wir zu den Logarithmen übergehen,

$$\log p = \log P + \frac{H-h}{d} \cdot \log. (1 + d \cdot a),$$

oder

$$\log p - \log P = \log \frac{p}{P} = \frac{H-h}{d} \cdot \log (1 + d \cdot a),$$

oder wenn wir $\frac{\log (1 + d \cdot a)}{d} = \alpha$ setzen,

$$\log \frac{p}{P} = \alpha \cdot (H - h).$$

Dem wirklichen Falle einer stetigen Aenderung der Dichtigkeit in der Luftmasse nähern wir uns um so mehr, je kleiner wir die Dicke d der Schichten annehmen, in welchen die Dichtigkeit constant sein soll, oder wir gelangen zu diesem, wenn wir $d = 0$ setzen. Da nun, wie die Analysis lehrt,

$$\log(1+d.a) = da - \frac{ddaa}{2} + \frac{d^3a^3}{3} - \frac{d^4a^4}{4} + . - \ldots$$

bis ins Unendliche gleich ist, so wird

$$\alpha = a - \frac{daa}{2} + \frac{dda^3}{3} - \frac{d^3a^4}{4} + . - \ldots$$

welche Reihe, wenn $d = 0$ gesetzt wird, in $\alpha = a$ übergeht.

Es ist also die Differenz der Logarithmen der Drucke in zwei verschiedenen Höhen in einer Luftmasse der Differenz der Höhen proportional, oder in solchen Höhen in einer Luftmasse, die sich zu einander wie die Glieder einer wachsenden arithmetischen Reihe verhalten, verhalten sich die dort stattfindenden Drucke und daher auch die diesen proportionalen Dichtigkeiten wie die Glieder einer abnehmenden geometrischen Reihe.

Die Bestimmung der Constante α in der abgeleiteten Formel lässt sich experimentell ausführen, indem man die Drucke p und P in zwei Höhen bestimmt, deren Differenz $H - h$ man kennt, woraus sich

$$\alpha = \frac{\log p - \log P}{H - h}$$

ergiebt.

§. 79.

Wenn daher die Atmosphäre als eine die Erde allenthalben umgebende und ruhende ausdehnsame Flüssigkeit betrachtet werden kann, und wenn keine andern Umstände als der Druck die Dichtigkeit derselben bestimmen, oder falls solche vorhanden sind, diese allenthalben gleich sind, so wird jenes Gesetz für die Aenderung des Druckes in der Atmosphäre mit der Höhe über der Erdoberfläche gelten müssen. Wenn daher durch einmalige Messung der Luftdrucke in zwei bekannten Höhen über der Erdoberfläche die Constante α bestimmt ist, so wird nun die Messung des Luftdruckes an einem Orte genügen, um seine Höhe über der Erdoberfläche zu bestimmen.

Zu einer solchen Messung genügt aber die im §. 74 beschriebene Vorrichtung, welche Barometer genannt wird, der leichten und sichern Handhabung wegen aber besondere Constructionen erhält.

In dieser Hinsicht unterscheidet man Gefäss- und Heber-Barometer. Bei ersteren taucht eine an ihrem obern Ende verschlossene und in umgekehrter Stellung mit Quecksilber gefüllte Röhre von gegen 800^{mm} Länge in ein Quecksilber enthaltendes weiteres Gefäss. Beim Eintauchen der gefüllten Röhre in das letztere muss natürlich, damit das Quecksilber nicht ausfliesse und Luft in die Röhre dringe, das offene Ende so lange verschlossen gehalten sein, bis die Mündung ganz vom Quecksilber des Gefässes bedeckt ist, und erst dann geöffnet werden. Eine neben der Röhre und dem Gefässe angebrachte und bei der Beobachtung vertical stehende Scala dient zur Messung des Niveauunterschiedes des Quecksilbers in der

Röhre und dem Gefässe, und diese Länge ist ein Maass des Luftdruckes, den man gewöhnlich direct durch diese Länge angiebt.

Die Scala selbst macht man entweder ihrer Länge nach beweglich, und stellt sie bei jeder Beobachtung so ein, dass ihr Nullpunkt mit dem untern Niveau zusammenfällt; die Beobachtung des Standes des obern Niveaus giebt dann den Luftdruck unmittelbar; oder man stellt sie fest auf, und beobachtet den Stand des obern und untern Niveaus, deren Differenz die gesuchte Länge der Quecksilbersäule giebt; oder endlich man stellt sie fest auf, und verändert das untere Niveau so, dass es mit dem Nullpunkt der Scala zusammenfällt, wo dann wieder die Beobachtung des obern Standes unmittelbar den Barometerstand liefert. Man erreicht dieses dadurch, dass man den Boden des Gefässes aus Leder bildet, welches durch eine Schraube höher oder niedriger gestellt werden kann. Der Nullpunkt der Scala wird durch das Ende einer an derselben befestigten und in das Gefäss eintauchenden Spitze markirt. Durch Drehung der Schraube kann man alsdann das untere Niveau so stellen, dass es genau von dem Ende dieser Spitze berührt wird. Diese Einrichtung gewährt noch den Vortheil, wenn man das Gefäss noch ausserdem mit einem zwar nicht luftdicht aber doch ziemlich genau schliessenden Deckel versieht, dass man beim Transport des Instrumentes das Quecksilber soweit in die Höhe schrauben kann, dass es die Röhre und das Gefäss ganz erfüllt, so dass dann zufällige Schwankungen des Quecksilbers vermieden werden, welche sonst leicht durch Stösse gegen das Glas das Instrument zerbrechen könnten. Noch besser wird dieses erreicht, und zugleich ein Eindringen von Luft in die Röhre vermieden, wenn man beim Tragen das Instrument gegen die Verticale neigt, oder es gänzlich umkehrt, wobei natürlich jedes Ausfliessen des Quecksilbers vermieden werden muss.

Ist der Durchmesser des Gefässes sehr beträchtlich im Vergleich mit dem der Röhre, so bringt eine Aenderung des obern Niveaus nur eine kleine Aenderung des untern hervor. Bei rohen Beobachtungen sieht man dann also dieses wohl als constant an, und begnügt sich mit der Beobachtung des obern Niveaus.

In Heberbarometern ist das Gefäss durch eine U-förmige Umbiegung des untern offenen Endes der Röhre ersetzt, so dass diese zwei communicirende Röhren darstellt, deren eine längere oben verschlossen und bei geneigter Lage des Instrumentes ganz mit Quecksilber erfüllt ist, während die kürzere offene nur zum Theil Quecksilber enthält. Auch diese Barometer müssen beim Tragen geneigt gehalten, oder noch besser, nachdem in dieser Lage das Quecksilber im offenen Schenkel durch einen fest schliessenden Stöpsel abgesperrt ist, umgekehrt werden.

Beim Füllen des Barometers muss grosse Vorsicht darauf verwandt werden, dass mit dem Quecksilber nicht zugleich Luft in die Röhre gerissen

werde, damit nachher beim Gebrauch der Raum in der verschlossenen Röhre über dem Quecksilber völlig luftfrei sei. Es wird daher das Füllen absatzweise vorgenommen und dabei das Quecksilber gekocht, wodurch die mitgerissene Luft am leichtesten entfernt wird.

Ebenso ist es klar, dass, um die Beobachtungen an einem Barometer mit denen an einem andern vergleichbar zu machen, das Quecksilber in beiden chemisch rein sein muss, damit es in beiden gleiche Dichtigkeit besitze. Denn nur in diesem Falle können die Stände zweier Instrumente den auf sie lastenden Luftdrucken proportional gesetzt werden. Bei Barometern, deren barometrische Flüssigkeiten verschiedene Dichtigkeit besitzen, verhalten sich die einem gleichen Luftdrucke entsprechenden Stände umgekehrt wie ihre Dichtigkeiten; so entspricht z. B. dem 760^{mm} hohen Stande eines Quecksilberbarometers ein etwa 10336^{mm} hoher Stand eines Wasserbarometers, da die Dichtigkeit des Quecksilbers etwa $= 13{,}6$ ist.

Wollte man eine enge Röhre als Barometerröhre anwenden, so würde die Capillarität bewirken, dass die Oberfläche des Quecksilbers in derselben nicht den Stand annähme, welcher dem auf die äussere Oberfläche wirkenden Drucke entspricht. Die Röhre darf daher keine zu geringe Weite haben. Auch ist es ersichtlich, dass die Höhe des Quecksilbers unmittelbar an der Gefässwand wegen der Capillarität nicht die dem Luftdrucke entsprechende Höhe ist. Die Oberfläche bildet vielmehr eine an den Röhrenwänden mehr oder weniger gekrümmte Oberfläche, die nur in der Mitte der Röhre horizontal ist, und diejenige Höhe hat, welche dem Luftdruck entspricht. Bei der Beobachtung muss daher die Höhe dieses mittlern Theils beobachtet werden, was sowohl vom obern als untern Niveau gilt.

Ausserdem bringt man am Barometer gewöhnlich noch mehr oder minder complicirte Einrichtungen an, welche die richtige Beobachtung der den Niveaus entsprechenden Theilstriche der Scala sichern sollen.

Eine andere Art von Barometer, das sogenannte Aneroïd-Barometer, besteht aus einer sehr dünnwandigen ringsgeschlossenen Kapsel aus Metallblech, in welcher durch später zu erörternde Mittel die Luft sehr verdünnt ist, so dass sie die Wände nur mit einem geringen Drucke auseinandertreibt, während von aussen der Druck der Atmosphäre sie zusammenpresst, welchem die Steifigkeit der Metallwände entgegenwirkt. Da aber letztere sehr dünn sind, so kann schon eine geringe Aenderung des äussern Druckes eine merkbare Volumenänderung der Kapsel hervorbringen, welche durch geeignete Mittel gemessen und so zur Bestimmung der Grösse des Luftdruckes angewandt werden kann.

§. 80.

Mit Hülfe des Barometers lässt sich nun die Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe über der Erdoberfläche experimentell prüfen. Im Allgemeinen

zeigt sich auch wirklich eine Abnahme der Barometerstände, und zwar in der Weise, dass die Logarithmen derselben in verschiedenen Höhen Unterschiede zeigen, die den Differenzen der Höhen nahe proportional sind, wie es das im §. 78 aufgestellte Gesetz angiebt; und darauf beruht der Gebrauch des Barometers als Höhen messenden Instrumentes.

Es ist dabei jedoch zu bemerken, dass einerseits die Dichtigkeit der Luft noch von andern später zu erörternden Bedingungen abhängig ist, die nicht immer an den Orten, deren Höhendifferenzen bestimmt werden sollen, dieselben sind, und andererseits die Atmosphäre nicht als eine vollkommen ruhende Luftmasse angesehen werden kann, für welche allein das genannte Gesetz in vollkommener Strenge gilt. Durch die Bewegungen aber, welche fast beständig in grösserer oder geringerer Stärke in der Luft vorhanden sind, werden Aenderungen des normalen Luftdruckes hervorgebracht, welche nothwendig zur Folge haben, dass die Differenz der Logarithmen der Barometerstände nicht immer ihrer Höhendifferenz genau proportional ist. Es giebt sich dieses schon darin zu erkennen, dass an einem und demselben Orte der Barometerstand nicht immer derselbe ist, und an zwei verschiedenen Orten sich gleichzeitig in ganz verschiedener Weise ändert.

Die Veränderungen des Barometerstandes an demselben Orte, die sogenannten Schwankungen desselben, sind in der Regel nicht sehr bedeutend im Vergleich mit der ganzen Höhe der Quecksilbersäule, so dass die extremsten an einem Orte beobachteten Barometerstände wohl selten um mehr als 30 bis 40 Millimeter aus einander liegen möchten. Sie folgen theils in ganz unregelmässiger Folge auf einander, theils in einer bestimmten periodischen Wiederkehr. Die letztern treten besonders deutlich in der heissen Zone hervor; aber auch in den gemässigten und kalten Zonen werden sie sichtlich, wenn man aus einer längern Reihe von Beobachtungen, die z. B. zu verschiedenen Tagesstunden angestellt sind, für jede dieser Stunden das Mittel nimmt. Im Mittel befolgen die täglichen periodischen Schwankungen einen solchen Gang, dass das Barometer etwa um 4^h Morgens und um 4^h Nachmittags am niedrigsten, und um 10^h Morgens und 10^h Abends am höchsten steht. Ebenso zeigt sich eine periodische Aenderung im Laufe eines Jahres. Nimmt man nämlich aus allen an einem Tage beobachteten Barometerständen das Mittel, so erhält man den mittlern täglichen Barometerstand, und wenn man aus einer mehrere Jahre umfassenden Beobachtungsreihe für einen jeden Tag oder eine jede Gruppe von auf einander folgenden Tagen die Mittelwerthe wiederum nimmt, so zeigt sich, dass z. B. in unsern Klimaten die Mittelwerthe im Winter grösser als im Sommer sind. Den Mittelwerth aus sämmtlichen an einem Orte beobachteten Barometerständen nennt man den mittlern Barometerstand des Ortes.

Ohne auf eine genauere Betrachtung der mittlern Barometerstände und der Schwankungen einzugehen, welche der Klimatologie und Meteorologie

angehört, möge es genügen, anzuführen, dass, wie die Beobachtungen ergeben, nicht einmal der mittlere Barometerstand aller Orte gleicher Höhe derselbe ist; dass also an verschiedenen Orten der Erdoberfläche Ursachen vorhanden sind, welche den Luftdruck dort dauernd vergrössern oder vermindern. Gewöhnlich nimmt man denselben im Niveau der Meeresoberfläche zu 760^{mm} an. Mit Schärfe steht diese Grösse aber noch keineswegs fest; da es aber häufig bei physikalischen Untersuchungen bequem ist, einen Normalbarometerstand zu haben, auf welchen andere Angaben bezogen werden, wozu sich scheinbar der am Meeresniveau empfiehlt, so ist man überein gekommen, diesen zu 760^{mm} festzusetzen, wobei indess zu beachten ist, dass dieses eine rein willkürliche Festsetzung ist, die allerdings für den angegebenen Zweck genügt, sonst aber keine Bedeutung an sich in der Natur hat. Einen Atmosphärendruck nennt man also den einer Quecksilbersäule von 760^{mm} Höhe; nicht selten dient derselbe als Einheit bei der Messung beträchtlicher Drucke.

Das Vorhandensein der Schwankungen des Barometers macht es nothwendig, mit allen genauen Beobachtungen, wobei der Luftdruck in Frage kommt, also z. B. dann, wenn der Druck oder das Volumen eines durch eine tropfbare Flüssigkeit von der äussern Luft abgesperrten Gases gemessen wird, eine Barometerbeobachtung zu verbinden, um mit Hülfe des Mariotteschen Gesetzes die beobachteten Grössen auf jenen Normaldruck reduciren zu können.

Ausserdem muss aber noch beachtet werden, dass die Formel für die Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe:

$$\log p - \log P = \alpha (H - h)$$

nur für die der Erde nähern Schichten gelten kann, nicht aber bis in jede beliebige Höhe über der Oberfläche der Erde. Denn wäre dieses letztere der Fall, so würde, wenn p den Druck an der Erdoberfläche bezeichnet, h also $= 0$ gesetzt wird,

$$H = \frac{1}{\alpha} (\log p - \log P)$$

sein. An der Grenze der Atmosphäre würde $P = 0$ zu setzen sein, woraus, da $\log 0 = -\infty$ ist, $H = \infty$, d. h. eine unbegrenzte Atmosphäre folgen würde.

Eine solche findet aber nicht statt, wie sich theils aus astronomischen Erscheinungen ergiebt, theils a priori erkannt werden muss. Denn da die Schwere mit der Entfernung von der Erde immer abnimmt, die Centrifugalkraft mit derselben aber zu, so wird es eine Grenze geben müssen, in welcher letztere erstere überwiegt; alle jenseits dieser Grenze liegende Luft müsste sich von der Erde entfernen. Die Atmosphäre kann daher höchstens bis zu dieser Grenze reichen, welche von Laplace auf etwa 10 Meilen von der Erdoberfläche bestimmt ist. Der Widerspruch zwischen der Formel

und der Erscheinung in dieser Beziehung rührt offenbar daher, dass bei Ableitung der Formel theils die Veränderung der Schwere und der Höhe über der Erde, theils die Centrifugalkraft nicht in Betracht gezogen ist. Sie kann daher auch für solche Höhen nur gelten, in welchen diese beiden Umstände noch keinen merklichen Einfluss haben. In der Nähe der solchergestalt bestimmten Grenze der Atmosphäre muss deren Dichtigkeit so gering sein, dass sie kaum noch merklich ist; man schätzt gewöhnlich die Höhe der Atmosphäre, soweit sie noch unserer Wahrnehmung merklich ist, auf etwa 3 bis 4 Meilen.

§. 81.

Die Möglichkeit, durch Veränderung des auf einer abgesperrten Luftmasse lastenden Druckes, das Volumen und damit die Dichtigkeit derselben bedeutend zu verändern, benutzt man in der Luftpumpe zur Hervorbringung verdünnter oder verdichteter Luft, wornach man Verdünnungs- und Verdichtungspumpen unterscheidet.

Die Luftpumpe besteht wesentlich aus einem hohlen Cylinder, dem sogenannten Stiefel, in welchem ein genau schliessender Stempel oder Kolben hin und her bewegt werden kann. Das eine z. B. untere Ende des Stiefels ist mit zwei durch Hähne verschliessbaren Röhren versehen. Die eine derselben A steht in Verbindung mit dem Raume C, in welchem die Luft verdünnt oder verdichtet werden soll, die andere B dagegen mit der freien atmosphärischen Luft.

Soll die Luft verdünnt werden, so wird, während der Stempel am untern Ende des Cylinders sich befindet, A geöffnet und B verschlossen, und der Stempel im Cylinder zurückgezogen; dabei nimmt die in dem Raume C enthaltene Luft das gemeinsame Volumen dieses und des Cylinders an. Nennen wir V den Volumeninhalt von C, v den des Cylinders, so ist, wenn d die anfängliche Dichtigkeit der Luft im Raume C war, nachdem der Stempel so weit als möglich zurückgezogen ist, die Dichtigkeit $= \frac{d \cdot V}{V+v}$. Wird jetzt A abgesperrt, B geöffnet, und der Stempel wieder an das untere Ende des Cylinders zurückgeführt, so wird die Luft aus dem Cylinder vertrieben, und wenn dann die Hähne abermals umgestellt werden, und der Stempel wieder zurückgezogen wird, so sinkt die Dichtigkeit im Gefässe auf $\frac{d \cdot VV}{(V+v)^2}$; eine nochmalige Wiederholung desselben Vorgangs bringt sie auf $\frac{d \cdot V^3}{(V+v)^3}$ u. s. f., so dass sie allgemein nach dem $n$ten Kolbenzuge gleich $\frac{d \cdot V^n}{(V+v)^n}$ sein wird.

Es ist aber dabei die stillschweigende Bedingung gemacht, dass, wenn der Stempel sich am untern Ende des Cylinders befindet, wirklich alle Luft aus dem Raume zwischen dem Stempel und dem Hahne der Röhre A ent-

fernt ist, und auch bei der Bewegung des Stempels aus dieser Lage keine Luft in den Cylinder treten kann. Dazu ist erforderlich, dass, während A und B geschlossen sind, der Stempel vollkommen die schliessenden Hähne berührt, so dass sich gar kein Raum zwischen ihnen befindet.

Wäre dieses nicht der Fall, sondern v' die Summe der zwischen dem Stempel und den beiden Hähnen enthaltenen Räume, so würde dieser Raum beim Beginn eines jeden Kolbenzuges mit Luft von der Dichtigkeit der äussern Luft, die der anfänglichen im Raume C gleich, also $= d$ sein mag, erfüllt; dann wäre nach dem ersten Kolbenzuge in dem Raume $V + v + v'$ die Luftmenge $d(V + v')$ enthalten, mithin wäre die Dichtigkeit $\frac{d.(V+v')}{V+v+v'}$ statt $\frac{dV}{V+v}$; nach dem zweiten Kolbenzuge befände sich in demselben Raume die Luftmenge $\frac{d(V+v')}{V+v+v'} . V + d . v'$, also die Dichtigkeit $\frac{d.(V+v')V}{(V+v+v')^2} + \frac{d.v'}{V+v+v'}$, statt $\frac{d.VV}{(V+v)^2}$; nach dem dritten Kolbenzuge würde ebenso die Dichtigkeit durch $\left(\frac{d(V+v')V}{(V+v+v')^2} + \frac{dv'}{V+v+v'}\right) . \frac{V}{V+v+v'} + \frac{dv'}{V+v+v'}$ $= \frac{d.V^3}{(V+v+v')^3} + \frac{dv'VV}{(V+v+v')^3} + \frac{d.v'V}{(V+v+v')^2} + \frac{dv'}{V+v+v'}$ ausgedrückt werden; und allgemein nach dem $n$ten Kolbenzuge durch

$$\frac{d.V^n}{(V+v+v')^n} + \frac{d.v'}{(V+v+v')}\left[\left(\frac{V}{V+v+v'}\right)^{n-1} + \left(\frac{V}{V+v+v'}\right)^{n-2} + \ldots 1\right]$$

oder durch

$$\frac{d.V^n}{(V+v+v')^n} + \frac{dv'}{V+v+v'} . \frac{1 - \left(\frac{V}{V+v+v'}\right)^{n+1}}{1 - \frac{V}{V+v+v'}}.$$

Betrachten wir den für die möglich stärkste Verdünnung günstigsten Fall, wo v gegen V sehr gross ist, so dass wir V gegen dieses vernachlässigen können, so ist diese Dichtigkeit doch noch immer grösser als die durch $\frac{d.v'}{v+v'}$ dargestellte. Es folgt daraus, dass durch jede beliebige Anzahl von Kolbenzügen die Dichtigkeit nie unter den Werth $\frac{dv'}{v+v'}$ herabsinken kann. Dieser Grenzwerth der Verdünnung, welcher nie vollkommen erreicht werden kann, ist um so geringer, je kleiner v' gegen v ist. Da nun der Raum v', der sogenannte schädliche Raum, nie ganz beseitigt werden kann, so hat die Verdünnung der Luft in einer Luftpumpe immer eine Grenze, welche zwar nie vollkommen erreicht werden kann, der man sich aber um so mehr durch eine hinlängliche Anzahl von Kolbenzügen nähern kann, je kleiner das Volumen V gegen v genommen wird, und welche selbst um so kleiner ist, je kleiner der schädliche Raum ist.

Statt durch Hähne pflegt man den Verschluss der Röhren A und B auch wohl durch Ventile zu bilden, die aus sehr dünnen elastischen Membranen bestehen, welche auf die Röhren so gelegt sind, dass die auf A liegende sich nur nach dem Innern des Stempels zu entfernen und dadurch A öffnen und die auf B liegende sich nur nach Aussen hin öffnen kann. Alsdann wird bei aufsteigendem Kolben das letztere durch seine Elasticität und den äussern Luftdruck geschlossen und das auf A liegende durch den Druck der in C befindlichen Luft geöffnet, dagegen bei niedergehendem Kolben das letztere durch seine Elasticität und den Druck der im Cylinder enthaltenen Luft geschlossen und das auf B liegende durch den letztern geöffnet. Man kann dann allerdings den schädlichen Raum noch leichter auf eine fast verschwindende Grösse herabbringen, als bei Anwendung von Hähnen; allein der Verdünnung ist dann dadurch eine Grenze gesetzt, dass, wenn diese einen bestimmten Werth erreicht hat, der Druck derselben nicht mehr hinreicht, die Elasticität des auf A liegenden Ventils und den auf B ausserdem noch lastenden Luftdruck zu überwinden, wodurch die Wirksamkeit der Maschine bei dieser Grenze gehemmt wird.

Das Gefäss, in welchem die Luft verdünnt werden soll, braucht nicht fest mit der Röhre A verbunden zu werden, weil, sobald die Luft in demselben nur etwas verdünnt ist, der äussere Luftdruck es fest andrückt. Es ist daher nur nöthig, beim Beginn des Auspumpens die Ränder seiner Oeffnung mit denen der Röhre A in innige Berührung zu bringen, so dass zwischen ihnen keine Luft durchgehen kann. Meist wendet man als Gefässe Glocken an, die mit einem ebenen Rande auf einen ebenfalls eben abgeschliffenen Teller gesetzt werden, der in der Mitte von der Röhre A durchbohrt ist. Ein wenig Fett auf den Teller gestrichen dient dazu, die Berührung der Glockenränder mit dem Teller sehr innig zu machen.

Um eine Luftpumpe als Verdichtungs- oder Compressionspumpe zu gebrauchen, ist es nur nöthig, wenn sie mit Hähnen versehen ist, diesen den umgekehrten Gang zu geben, d. h. beim Aufziehen des Stempels A zu schliessen und B zu öffnen, beim Niederdrücken B zu schliessen und A zu öffnen. Soll der Schluss durch Ventile gemacht werden, so müssen diese natürlich die entgegengesetzte Lage wie in der Verdünnungspumpe haben.

Das Gefäss aber, in welchem die Verdichtung vorgenommen wird, muss mit der Röhre A in eine feste Verbindung, z. B. durch eine Schraube gebracht werden, weil es sonst durch den Druck der comprimirten Luft zurück gestossen würde.

Den Grad der Verdünnung oder Verdichtung misst man durch ein barometerähnlich eingerichtetes Manometer, welches aber bei der Verdünnungspumpe, wenigstens bei beträchtlichen Verdünnungen nur eine kurze Länge zu haben braucht, bei den Verdichtungspumpen aber eine um so grössere

Länge besitzen muss, je stärkere Verdichtungen damit gemessen werden sollen.

§. 82.

Die Ungleichheit der Drucke, welche verdichtete und verdünnte Luftmassen auf Körper ausüben, welche sie von einander trennen, bringt oft sehr beträchtliche und in die Augen fallende Wirkungen hervor. Hierher gehört der Versuch mit den sogenannten Magdeburger Halbkugeln, das Zersprengen einer Blase, die über die Mündung eines Gefässes gebunden ist, in welchem die Luft verdünnt wird, und Aehnliches.

Ebenfalls beruht darauf die Wirkung der Windbüchse; es ist diese ein starkes Gefäss, in welchem durch eine Compressionspumpe Luft verdichtet wird. Die Mündung desselben ist mittelst eines Ventils und einer dieses von Innen gegen die Oeffnung drückenden Feder verschlossen; vor der Oeffnung befindet sich ein längeres Rohr, in welches eine genau passende Kugel oder ein ähnlicher Körper bis vor das Ventil herabgedrückt ist. Wird nun durch einen einfachen Mechanismus das Ventil auf einen Moment geöffnet, so tritt ein Theil der comprimirten Luft heraus und unter die Kugel, die nun in Folge des den äussern Luftdruck bei Weitem überwiegenden Druckes mit bedeutender Geschwindigkeit in der Röhre fortgetrieben wird, und dann vermöge ihrer Trägheit in der Richtung des Rohrs fortfliegt.

Weit wichtiger ist indessen die Anwendung, welche man von den Luftdrucken auf die Bewegung tropfbarer Flüssigkeiten macht.

Taucht man eine an beiden Seiten offene Röhre mit dem einen Ende in eine Flüssigkeit, und verdünnt z. B. durch Saugen mit dem Munde die Luft in derselben, so steigt die Flüssigkeit durch den auf der freien äussern Oberfläche der Flüssigkeit lastenden Druck in der Röhre in die Höhe. Diese Höhe hat indess eine Grenze; denn könnte man die Luft ganz aus der Röhre entfernen, so würde die Flüssigkeit nur so weit steigen, bis der Druck der gehobenen Säule dem Luftdrucke gleich, also dem einer etwa 760^{mm} hohen Quecksilbersäule gleich wäre; das Wasser kann also in dieser Weise etwa auf eine Höhe von $10{,}3^{m}$ gehoben werden.

Wird die obere Oeffnung der Röhre nach dem Steigen der Flüssigkeit in dieselbe verschlossen, und ist die untere Mündung so eng, dass vermöge der Adhäsion und Cohäsion der Flüssigkeit nicht gleichzeitig diese ausfliessen und Luft eindringen kann, so kann man die Röhre und mit ihr die darin enthaltene Flüssigkeit aus der übrigen Flüssigkeit fortnehmen. Hierauf beruht der Gebrauch der Stechheber.

Zu einem ähnlichen Zwecke, nämlich dem Fortschaffen einer Flüssigkeit aus einem Gefässe, verbindet man auch wohl den hydrostatischen Druck einer Flüssigkeit mit dem Luftdrucke. Wird nämlich eine zweischenklige Röhre mit dem einen Ende in eine Flüssigkeit getaucht, und die Luft in

derselben soweit verdünnt, dass die Flüssigkeit nicht allein in dem eingetauchten Schenkel aufsteigt, sondern in dem andern wieder herabfliesst, und zwar soweit, dass ihre Oberfläche in demselben tiefer als die freie Oberfläche der Flüssigkeit im Gefässe liegt, so wird jetzt, wenn die Mündung des zweiten Schenkels wieder geöffnet wird, der Luftdruck auf beide Oberflächen der Flüssigkeit zwar gleich oder nahe gleich sein, aber auf die Flüssigkeit in dem abwärts gehenden Schenkel drückt eine Flüssigkeitssäule von der Niveaudifferenz beider Oberflächen. Die Flüssigkeit fliesst also durch einen solchen zweischenkligen Heber so lange aus, als die Oberfläche im Gefässe noch höher als die Mündung des abwärts gerichteten Schenkels liegt.

Andere Einrichtungen zum Heben von Flüssigkeiten sind die Pumpen, die entweder Saug- oder Druckpumpen sind.

In den erstern bewegt sich ein Stempel, der von einer Röhre durchbohrt und mit einem nur nach Oben hin sich öffnenden Ventile versehen ist, in dem Pumpenstiefel auf- und abwärts. Letzterer ist eine in die Flüssigkeit tauchende Röhre, welche an ihrem obern Ende in der Höhe, bis wohin die Flüssigkeit gehoben werden soll, eine seitliche Oeffnung hat. Befindet sich der Stempel unter dieser, und wird er abwärts bewegt, so tritt die Luft oder die unter demselben etwa befindliche Flüssigkeit durch das Ventil nach Oben; wird er aufwärts bewegt, so folgt die Flüssigkeit von Unten her ihm nach, und die über ihm befindliche wird mit ihm gehoben, und fliesst durch die seitliche Oeffnung aus.

Die Druckpumpe besteht aus zwei verticalen Röhren, die durch eine horizontale Röhre mit einander verbunden sind, in der einen, welche mit ihrem untern Ende in die Flüssigkeit taucht, bewegt sich der Stempel. Wird er herabgedrückt, so wird ein nur nach Oben sich öffnendes Ventil in derselben Röhre unmittelbar unter der Verbindungsröhre geschlossen, während ein zweites ebenfalls nach Oben hin sich öffnendes Ventil in der zweiten nur oben offenen Röhre über der Verbindungsröhre geöffnet wird, so dass die zwischen dem Stempel und den beiden Ventilen enthaltene Luft oder Flüssigkeit in der zweiten Röhre, dem Steigrohr, steigt. Beim Heben des Stempels dagegen schliesst sich das Ventil im Steigrohr, und das im Stiefel öffnet sich, und lässt die Flüssigkeit in diesen eintreten, die dann beim Herabgehen des Stempels wieder in das Steigrohr gedrückt wird.

Beide Arten von Pumpen heben das Wasser nur stossweise, und erstere nie über die dem Luftdrucke äquivalirende Höhe, während die letztere unter Anwendung hinreichender bewegender Kräfte es, wie leicht ersichtlich, auch noch höher heben kann. Will man das Wasser stetig und zwar bis in beliebige Höhe steigen lassen, wie z. B. durch die Feuerspritze, so verbindet man mit einer Druckpumpe einen Windkessel. Es ist dieser eine oben geschlossene, unten offene mit Luft erfüllte Glocke, welche über dem Steigrohre steht, und dieses bis auf eine tiefer liegende Oeffnung, die zum Aus-

strömen des Wassers dient, schliesst. Indem das Wasser bis über diese Oeffnung steigt, sperrt es die Luft in derselben ab, und comprimirt sie, wenn mehr Wasser zuströmt, als abfliessen kann. Nachdem nun die Luft comprimirt ist, wird sie durch ihren Druck das Wasser mit einer fast constanten Geschwindigkeit, aber immer stetig austreiben, wenn von da an immer in dem Steigrohre so viel Wasser zufliesst, als durch die Oeffnung abströmt.

Die Mariottesche Flasche, welche dazu dient, eine Flüssigkeit mit constanter Geschwindigkeit aus einem Gefässe ausfliessen zu lassen, der Heronsball, Heronsbrunnen, der intermittirende Brunnen, Zauberbecher und ähnliche Spielereien und nützliche Apparate beruhen in ähnlicher Weise auf der Wirkung des Luftdruckes.

§. 83.

Die absolute oder in Gewichten ausgedrückte Grösse des Luftdruckes auf eine gegebene Fläche kann man leicht erhalten, wenn man die Grösse der Fläche mit dem Gewichte einer 760^{mm} hohen Quecksilbersäule von einem der Flächeneinheit gleichen Querschnitte multiplicirt. Daraus ergiebt sich in Grammen auf jedes Quadratcentimeter ein Druck von $13{,}6 \,.\, 76 = 1033{,}6$, da das specifische Gewicht des Quecksilbers etwa gleich 13,6 und das Gewicht eines Cubikcentimeters Wasser ein Gramme ist. Auf einer Fläche von der Grösse eines Quadratmeters lastet daher ein 10000mal so grosser Druck, also ein Druck = 10336 Klgr. Die Oberfläche des menschlichen Körpers hat etwa die Grösse eines Quadratmeters; es ist derselbe daher einem solchen Drucke ausgesetzt.

Auf den ersten Blick hat dieses etwas Befremdliches, weil wir von einem solchen Drucke Nichts empfinden, und es ist daher auch wohl die Behauptung aufgestellt, die Luft übe gar keinen Druck aus. Indessen wenn man dabei bedenkt, dass dieser Druck nicht von einer Seite auf den Körper wirkt, sondern von allen Seiten, dass die äussere Luft durch zahlreiche Oeffnungen in den Körper eindringt, und allenthalben durch ihre Expansivkraft diesem äussern Drucke das Gleichgewicht hält, so verschwindet das Wunderbare.

Der Druck wird erst merklich, wenn auf einer Seite des Körpers der Gegendruck weggenommen wird, z. B. wenn man mit der Hand einen Cylinder schliesst, in welchem durch die Luftpumpe die Luft verdünnt wird. Alsdann fühlt die Hand sehr wohl das Uebergewicht des äussern Druckes.

Für den Zusammenhang des Organismus ist der äussere Luftdruck sehr wesentlich, indem derselbe, nach den Untersuchungen von Weber, die einzelnen durch Gelenke mit dem Körper verbundenen Glieder in die Gelenkhöhlen presst, und so die eigene Schwere dieser beträchtlich vermindert,

welche, wenn dieses nicht der Fall wäre, beträchtliche Muskelanstrengungen nöthig machen würde, um die Glieder zu halten.

Der Verminderung des äussern Luftdruckes muss das Gefühl einer schmerzlichen Mattigkeit, das Herausströmen des Blutes aus Nase, Mund u. s. w. zugeschrieben werden, welches man beim Besteigen sehr hoher Berge erfährt.

§. 84.

Indem wir die Atmosphäre als eine schwere Flüssigkeit betrachten, so ergiebt sich, da in einer schweren Flüssigkeit ein eingetauchter Körper an seinem Gewichte so viel verliert, als die Menge der Flüssigkeit wiegt, welche gleiches Volumen mit ihm besitzt, dass auch das Gewicht eines Körpers in der Luft geringer sein muss, als es in einem von Luft oder einer andern schweren Flüssigkeit leeren Raume sein würde. Wenn daher zwei Körper, die an den beiden Enden eines Wagebalkens und in der Luft hängen, sich im Gleichgewicht halten, so werden ihre wahren Gewichte nur dann einander gleich sein, wenn beide Körper auch gleich viel Luft verdrängen, d. h. wenn beide ein gleiches Volumen besitzen. Ist das letztere nicht der Fall, so hat der grössere Körper einen grössern Gewichtsverlust als der kleinere erlitten; ohne den Einfluss der Luft würde er also schwerer als der letztere sein.

Es ist freilich, da die Dichtigkeit der Luft immer klein gegen die der festen und tropfbarflüssigen Körper ist, der Gewichtsverlust nur klein, aber bei genauen Wägungen wird es doch nöthig sein, darauf Bedacht zu nehmen, und dem Gewichte des abgewogenen Körpers die Differenz der durch ihn und durch die Gewichtsstücke verdrängten Luft zuzufügen oder diese davon abzuziehen, je nachdem er ein grösseres oder kleineres Volumen als die Gewichtsstücke besitzt.

Nennen wir nun δ die normale Dichtigkeit der Luft, d. h. diejenige, welche sie bei einem Barometerstande von 760^{mm} besitzt, so ist sie beim Barometerstande $b = \frac{b \cdot \delta}{760}$. Ist ferner das specifische Gewicht des zu wägenden Körpers $= d$, das unmittelbar beobachtete Gewicht, d. h. die Grösse des Gewichtes, welches ihn an der Wage im Gleichgewicht erhält, $= P$, und endlich das specifische Gewicht der Gewichtsstücke $= d'$, so ist, wenn x das wahre Gewicht des Körpers im luftleeren Raume bezeichnet, y das Gewicht der durch ihn, und z das der durch die Gewichtsstücke verdrängten Luft,

$$x = P + y - z.$$

Ferner finden die beiden Gleichungen statt:

$$y : x = \frac{b \cdot \delta}{760} : d$$

und

$$z : x = \frac{b \,.\, \delta}{760} : d',$$

folglich ist

$$y = x \,.\, \frac{b}{760} \,.\, \frac{\delta}{d}$$

und

$$z = x \,.\, \frac{b}{760} \,.\, \frac{\delta}{d'},$$

woraus sich ergiebt

$$x = P + x \,.\, \frac{b}{760} \left(\frac{\delta}{d} - \frac{\delta}{d'} \right)$$

oder

$$x \,.\, \left(1 - \frac{b}{760} \,.\, \delta \frac{d' - d}{dd'} \right) = P$$

oder

$$x = \frac{P}{1 - \frac{b}{760} \,.\, \delta \frac{d' - d}{dd'}} = P \,.\, \left(1 + \frac{b}{760} \,.\, \delta \frac{d' - d}{dd'} \right),$$

da die Grösse $\frac{b}{760} \,.\, \delta \frac{d' - d}{dd'}$ immer nur ein kleiner Bruch sein wird.

Um also diese Reduction vornehmen oder das wahre Gewicht eines Körpers aus seinem scheinbaren bestimmen zu können, bedarf man ausser dem durch Beobachtung zu ermittelnden Barometerstande im Augenblicke der Wägung der Kenntniss der drei constanten Grössen d, d' und δ. Die beiden erstern, die specifischen Gewichte des abzuwägenden Körpers und der Gewichtsstücke kann man nach einer der früher angegebenen Methoden direct ermitteln. Es erfordern freilich alle diese Methoden die Bestimmung der Gewichte der Körper, allein da die ganze Correction nur klein ist, so wird man d und d' nicht mit grosser Schärfe zu kennen brauchen, kann also die Gewichtsverluste in der Luft bei der Bestimmung der specifischen Gewichte für diesen Zweck vernachlässigen.

§. 85.

Die Bestimmung der dritten Grösse δ oder der Dichtigkeit der Luft bei normalem Barometerstande, welche zu kennen auch noch in anderer Hinsicht Interesse hat, kann man nach verschiedenen Methoden ausführen.

Hierzu bietet sich zunächst die Beobachtung der Barometerstände B und b in zwei verschiedenen Höhen über der Erdoberfläche dar.

Nennen wir nämlich d die Dichtigkeit der Luft in der untern Höhe h, welche also dem Barometerstande b entspricht, so würde, wenn wir die Höhe l einer Luftsäule von allenthalben gleicher Dichtigkeit berechnen, welche der Differenz der Barometerstände das Gleichgewicht hielte,

$$l \,.\, d = 13{,}6(b - B), \text{ oder } l = \frac{13{,}6\,(b - B)}{d}$$

sein müssen.

Die Höhe der wirklichen Luftsäule aber, welche dieser Differenz der Barometerstände entspricht, ist

$$H - h = \frac{\log b - \log B}{\alpha},$$

weil die Dichtigkeit der Luft von Unten nach Oben hin nach einer geometrischen Reihe abnimmt. Die Dichtigkeit derselben in einer Höhe x wird, wenn B' den daselbst stattfindenden Barometerstand bezeichnet, $= \frac{d . B'}{b}$ sein.

Nun ist aber

$$\log\left(\frac{B'}{b}\right) = -\alpha \,.\, (x - h),$$

folglich

$$\frac{B'}{b} = e^{-\alpha(x-h)}$$

oder die Dichtigkeit in der Höhe x

$$= d \,.\, e^{-\alpha(x-h)},$$

indem e die bekannte Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet.

Denken wir uns nun die ganze Luftsäule in n gleiche Schichten von constanter Dichtigkeit getheilt, in welchen aber die Dichtigkeit sprungweise nach diesem Gesetz abnimmt, so wird $\frac{H-h}{n}$ die Dicke einer solchen Schicht sein, und das Gewicht der ganzen Säule, oder $l \,.\, d$ muss der Summe der Gewichte der einzelnen Säulen gleich sein.

Es ist also:

$$l \,.\, d = \frac{H-h}{n} \,.\, d \,. + \frac{H-h}{n} \,.\, d \,.\, e^{-\alpha\frac{H-h}{n}}$$

$$+ \frac{H-h}{n} \,.\, d \,.\, e^{-2\alpha\frac{H-h}{n}} + \ldots \frac{H-h}{n} \,.\, d \,.\, e^{-(n-1)\alpha\,.\,\frac{H-h}{n}}$$

$$= \frac{H-h}{n} \,.\, d \,.\left(1 + e^{-\alpha\frac{H-h}{n}} + e^{-2\alpha\frac{H-h}{n}} + \ldots + e^{-(n-1)\alpha\frac{H-h}{n}}\right)$$

$$= \frac{H-h}{n} \,.\, d \,.\, \frac{1 - e^{-n\alpha\frac{H-h}{n}}}{1 - e^{-\alpha\frac{H-h}{n}}} = \frac{H-h}{n} \,.\, d \,.\, \frac{1 - e^{-\alpha(H-h)}}{1 - e^{-\alpha\left(\frac{H-h}{n}\right)}}$$

oder

$$l = \left(1 - e^{-\alpha(H-h)}\right) \frac{\frac{H-h}{n}}{1 - e^{-\alpha\left(\frac{H-h}{n}\right)}}.$$

Nun ist aber

$$e^{-\alpha(H-h)} = \frac{B}{b}$$

und

$$\frac{\frac{H-h}{n}}{1-e^{-\alpha\left(\frac{H-h}{n}\right)}} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\alpha\frac{H-h}{n}}{1-e^{-\alpha\left(\frac{H-h}{n}\right)}}$$

$$= \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\alpha \cdot \frac{H-h}{n}}{\alpha\frac{H-h}{n} - \frac{1}{2}\alpha\alpha\left(\frac{H-h}{n}\right)^2 + \frac{1}{3}\alpha^3\left(\frac{H-h}{n}\right)^3 - + \cdots}$$

$$= \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\alpha\frac{H-h}{n} + \frac{1}{3}\alpha\alpha\left(\frac{H-h}{n}\right)^2 - + \cdots}.$$

Nimmt man n unendlich gross an, d. h. betrachtet man die Dichtigkeit als stetig sich ändernd, wie es in der Natur der Fall ist, so reducirt sich dieser Ausdruck auf $\frac{1}{\alpha}$. Folglich ergiebt sich

$$l = \frac{1}{\alpha}\left(1 - \frac{B}{b}\right),$$

oder da

$$\alpha = \frac{\log b - \log B}{H-h} \text{ ist,}$$

$$l = \frac{H-h}{b} \cdot \frac{b-B}{\log b - \log B}.$$

Da nun ausserdem $l = 13{,}6\,\frac{b-B}{d}$ ist, so ergiebt sich

$$13{,}6 \cdot \frac{b-B}{d} = \frac{H-h}{b} \cdot \frac{b-B}{\log b - \log B}$$

oder

$$d = \frac{b \cdot 13{,}6}{H-h}(\log b - \log B).$$

Da nun die dem Barometerstand 760^{mm} entsprechende Dichtigkeit $\delta = \frac{d \cdot 760}{b}$ ist, so ergiebt sich

$$\delta = \frac{10336}{H-h}(\log b - \log B),$$

worin H und h in Millimetern gemessen sein müssen.

Obwohl dieses Verfahren sehr einfach zu sein scheint, so wird es doch in Wirklichkeit deshalb umständlicher und unsicherer, weil, wie schon erwähnt ist, das Gesetz für die Abnahme des Barometerstandes sich nur auf eine ruhende Luft bezieht, welche aber die Atmosphäre nicht ist, und ausserdem noch andere Umstände als die Höhe auf die Dichtigkeit der Luft ein-

wirken, welche man bei Beobachtungen an verschiedenen Orten nicht in seiner Gewalt hat, und deren Einfluss sich nicht mit Genauigkeit immer bestimmen lässt.

Mit Hülfe der Luftpumpe lässt sich indess noch auf einem andern und sicherern Wege die Dichtigkeit δ bestimmen.

Wiegt man nämlich eine hohle mit Luft unter einem Drucke $= p$ gefüllte Kugel, so wird, wenn a das Gewicht der Kugel für sich, b das der von der Kugel verdrängten Luftmasse bezeichnet, das Gewicht der gefüllten Kugel

$$P = a + \frac{\delta p}{760} \cdot v - b \text{ sein.}$$

Wird alsdann die Dichtigkeit der eingeschlossenen Luft mittelst der Luftpumpe so verringert, das sie nur noch den Druck p' ausübt, und ist dann P' das Gewicht der Kugel unter sonst gleichen Verhältnissen wie beim ersten Versuche, so wird

$$P' = a + \frac{\delta p'}{760} \cdot v - b \text{ sein,}$$

folglich

$$P - P' = \delta(p - p') \cdot \frac{v}{760}.$$

Wird alsdann die Kugel mit Wasser gefüllt, und sie wiederum gewogen, so wird jetzt ihr Gewicht

$$P'' = a - b + v \text{ sein,}$$

wenn v in Cubikcentimetern, P'' in Grammen gegeben ist, folglich

$$P'' - P' = v\left(1 - \frac{\delta p'}{760}\right)$$

oder

$$v = \frac{P'' - P'}{1 - \frac{\delta p'}{760}},$$

folglich ergiebt sich

$$P - P' = \frac{\delta(p - p') \cdot (P'' - P')}{760\left(1 - \frac{\delta p'}{760}\right)}$$

$$= \frac{\delta(p - p')}{760}(P'' - P'),$$

indem $\frac{p'}{760}$ ein kleiner Bruch und ebenso δ nur klein ist, so dass die Quadrate davon vernachlässigt werden können; und dann folgt endlich

$$\delta = \frac{P - P'}{P'' - P'} \frac{760}{p - p'}.$$

Eine genaue Ausführung dieses Versuches ergiebt den Werth von

$$\delta = 0{,}0013 = \tfrac{1}{772}.$$

§. 86.

Dieses letztere Verfahren lässt sich auch anwenden, um die Dichtigkeiten anderer Gase als der atmosphärischen Luft unter dem Normaldrucke zu bestimmen. Es ist dazu nur nöthig, die Kugel mit dem Gase, dessen Dichtigkeit bestimmt werden soll, unter zwei möglichst verschiedenen Drucken zu füllen und zu wägen, statt der beiden Wägungen der mit atmosphärischer Luft unter zwei verschiedenen Drucken gefüllten Kugel. Beim Einfüllen der Gase in die Kugel muss man indessen besondere Vorsichtsmaassregeln anwenden, um die Gase völlig rein und unvermischt in die Kugel zu bringen.

Bei der Angabe der Dichtigkeit der Gase pflegt man gewöhnlich diese auf die der atmosphärischen Luft als Einheit zu beziehen, oder die Dichtigkeiten der Gase in einem 772 Mal kleinern Maasse anzugeben, als die der festen und tropfbarflüssigen Körper.

Uebrigens giebt auch die Chemie Mittel an die Hand, die relativen Dichtigkeiten der Gase zu bestimmen. Sie lehrt nämlich, dass einerseits die Verbindungen aller Körper unter einander nach gewissen einfachen Verhältnissen erfolgen, so dass für einen jeden Körper ein relatives Gewicht angebbar ist, welches gleichsam die Einheit der von ihm in chemische Verbindungen eingehenden Mengen ist, und welches das Aequivalent oder Atomgewicht desselben genannt wird, und andererseits auch, dass die Gase sich ebenfalls nach denselben einfachen Verhältnissen in Bezug auf ihr Volumen verbinden, so dass wenigstens bei den einfachen Gasen die specifischen Gewichte den Atomgewichten proportional sind, welche letztere auf andern Wegen gefunden werden können.

Bei zusammengesetzten Gasen erleiden die Bestandtheile durch die Vereinigung freilich meistens Verdichtungen, aber diese finden ebenfalls in sehr einfachen, nach gewissen Gesetzen zu ermittelnden Verhältnissen statt. Sind diese bekannt, so lassen sich die specifischen Gewichte zusammengesetzter Gase ebenfalls aus den Atomgewichten der Bestandtheile berechnen. Bezieht man nämlich die letztern auf das des Sauerstoffs $= 100$, so hat man, da das specifische Gewicht des letztern (gegen atmosphärische Luft $= 1$) $= 1{,}1026$ ist, die Summe der Atomgewichte der Bestandtheile eines zusammengesetzten Gases mit 0,011026 multiplicirt, durch die Anzahl der zusammengetretenen Atomgewichte zu dividiren, und mit dem Condensationsverhältniss zu multipliciren, um die relative Dichtigkeit zu erhalten. So besteht z. B. das Ammoniakgas aus 3 Volumtheilen Wasserstoff und 1 Volumtheil Stickstoff, die aber von 4 auf 2 Volumina condensirt sind. Die Atomgewichte dieser beiden Stoffe sind 6,24 und 87,53, woraus sich die Dichtigkeit des Ammoniakgases $= \frac{3 \, . \, 6{,}24 + 87{,}53}{4} \, . \, \frac{4}{2} \, . \, 0{,}011026 = 0{,}5858$ ergiebt, während sie durch Biots direkte Messung $= 0{,}5967$, also ziemlich nahe damit übereinstimmend gefunden wurde.

§. 87.

Der Gewichtsverlust, welchen ein schwerer Körper in der Luft erleidet, ist um so merklicher, je geringer die Dichtigkeit desselben ist. Ist diese letztere geringer, als die der Luft, so steigt der Körper in derselben auf, wie ein Körper von geringerem specifischen Gewichte, als das Wasser in diesem aufsteigt. Hierauf beruht die Möglichkeit der Luftballons. Man füllt diese gewöhnlich mit Wasserstoff, welcher vor allen übrigen Gasarten sich durch sein geringes specifisches Gewicht auszeichnet, und daher besonders dazu geeignet ist. Für einen gegebenen Ballon, der mit einer bestimmten Menge Wasserstoff gefüllt ist, existirt aber immer eine bestimmte Grenze der Höhe, bis zu welcher er nur aufsteigen kann, da er beim Steigen in immer weniger dichte Luftschichten kommt, also bei unverändertem oder nur wenig sich änderndem Volumen endlich eine solche Höhe erreichen wird, wo sein Gewichtsverlust so gering geworden ist, dass die hebende Kraft ganz verschwindet.

Von dem Aufsteigen specifisch leichterer Körper in der Luft machen indess die Gase, wenn sie nicht durch eine undurchdringliche Hülle an der freien Ausbreitung gehindert werden, eine Ausnahme.

Bringt man z. B. in den obern Theil eines Sauerstoff oder atmosphärische Luft enthaltenden Gefässes Wasserstoff, so hält sich dieses zwar eine Zeitlang unvermischt über dem schwerern Gase; allein nach längerer Zeit findet es sich gleichmässig auch in dem untern Theile des Gefässes und umgekehrt das schwerere Gas in dem obern Theile, indem das ganze Gefäss dann mit sogenannter Knallluft, einem mechanischen Gemenge des Wasserstoffs und Sauerstoffs erfüllt ist.

In ähnlicher noch grossartigerer Weise zeigt sich diese Erscheinung in der Atmosphäre, welche ein mechanisches Gemenge, (keine chemische Verbindung), des schwerern Sauerstoffs und des leichtern Stickstoffs ist. Zufolge der Verschiedenheit der specifischen Gewichte dieser beiden Gase sollte man erwarten, dass der Sauerstoff sich im untern Theile der Atmosphäre, der Stickstoff im obern Theile finden sollte, ebenso wie in einem Gefässe, worin Wasser und Oel enthalten sind, das letztere sich in einer Schicht über dem erstern sammelt. Aber weder eine solche schichtenweise Absonderung noch ein Vorwalten des Sauerstoffes unten und des Stickstoffes oben bemerkt man, denn in welchen Höhen man auch atmosphärische Luft auffangen mag, immer findet man bei der Untersuchung derselben dasselbe Verhältniss zwischen beiden Gasen. Ja selbst, wenn in einem Zimmer mit nicht völlig luftdicht schliessenden Wänden z. B. durch Verbrennungs- und Athmungsprocesse beträchtliche Mengen von Sauerstoff der Luft entzogen werden, so findet sich doch immer das constante Verhältniss der Gase wieder, so dass also der Sauerstoffverlust von der äussern Atmosphäre

ersetzt, d. h. auch über diese vertheilt wird, wodurch er für die Beobachtung verschwindet.

Man nennt dieses Verhalten der Gase die Diffusion derselben, und hat es wohl in der Weise ausgesprochen, dass ein Gas sich gegen ein anderes mit ihm in demselben Raume befindliches wie ein leerer Raum verhalte, oder dass die Expansivkraft eines Gases nur auf seine eigenen Theile wirke, nicht auf die eines andern. In dieser Form ist jedoch der Satz nur mit der Einschränkung gültig, dass er von dem endlichen Gleichgewichtszustande der beiden Gase gilt; er schliesst aber nicht aus, dass zwei in ein Gefäss gebrachte Gase sich in ihren Bewegungen gegenseitig hemmen, was sich darin zeigt, dass, wenn sie anfänglich getrennt waren, diese Trennung sich noch eine Zeitlang erhält, und erst nach und nach verschwindet, bis beide Gase ein gleichmässiges Gemenge bilden. Verhielte sich wirklich ein Gas gegen ein anderes wie ein leerer Raum, so würde dieses Gemenge sogleich, d. h. in einer unmessbar kleinen Zeit sich herstellen, wie wir die Luft in einem luftverdünnten Raume allenthalben in demselben gleichzeitig sich verdichten sehen, wenn die äussere Luft durch eine Oeffnung in denselben eindringen kann, und nicht etwa an einer von der Oeffnung entfernten Stelle merklich später, als an einer dieser nähern.

§. 88.

Die Expansivkraft der Gase, d. h. das Bestreben derselben immer den nach dem gegebenen auf ihnen lastenden äussern Drucke möglich grössten Raum einzunehmen, und die Möglichkeit eine und dieselbe Gasmenge bald in einem kleinern Raume, bald in einem grössern zusammen zu halten, führt unmittelbar zu der Vorstellung hin, dass die Theile derselben ebenfalls nicht in einem stetigen Zusammenhange stehen, sondern durch abstossende Kräfte in Entfernungen von einander gehalten werden, welche einer verhältnissmässig beträchtlichen Veränderung unterworfen werden können, ohne dass die Art der zwischen den Theilen wirksamen Kräfte verändert werde. Wir werden daher auch in den Gasen Molecularkräfte annehmen müssen, die aber von denen in den festen und tropfbarflüssigen Körpern sich dadurch unterscheiden, dass die anziehenden und abstossenden Kräfte nicht wie in diesen im Gleichgewichte stehen, sondern die letztern überwiegen, so dass nur durch ein Hinzukommen äusserer zusammenhaltender Kräfte das Gleichgewicht hergestellt werden kann.

An den Berührungsstellen gasförmiger Körper mit festen oder tropfbarflüssigen werden durch diese Molecularkräfte noch besondere, eigentliche Adhäsionserscheinungen hervorgebracht.

Wenn man z. B. irgend eine tropfbare Flüssigkeit längere Zeit in Berührung mit einer Luftart stehen lässt, so dringt letztere allmählich in die erstere ein. Unmittelbar lässt sich dieses freilich nicht bemerken; aber wenn

man die über der Flüssigkeit befindliche Luft nach der längern Berührung verdünnt, so steigen aus der letztern eine Menge Luftblasen hervor, welche sich bei der chemischen Untersuchung als gleichartig mit der über der Flüssigkeit befindlichen Luft ergeben. Derselbe Vorgang wiederholt sich, wenn man die solchergestalt von Luft befreite Flüssigkeit nun wieder längere Zeit in Berührung mit derselben lässt. Die Gase werden also von den Flüssigkeiten aufgelöst oder absorbirt.

Auch an festen Körpern, namentlich an sehr porösen oder pulverförmigen, also solchen, welche der Luft eine grosse Oberfläche darbieten, zeigen sich solche Absorptionserscheinungen. Wenn ein Stück lockere Holzkohle z. B. längere Zeit in der Luft gelegen hat, und dann in einen luftverdünnten Raum gebracht wird, so entweicht Luft aus derselben, welches sich durch ein Wachsen des Druckes in dem luftverdünnten Raume zeigt, und wenn man auf die Menge der entweichenden Luft achtet, so findet man, dass diese ein viele Male grösseres Volumen unter dem gewöhnlichen Luftdrucke hat, als die Kohle, welche sie aufgenommen hatte. Man schliesst daraus, dass in Folge der zwischen einer Luftart und einem festen Körper thätigen Molecularkräfte die Luft an der Oberfläche eines festen Körpers sehr beträchtlich verdichtet wird.

Wenn eine Luftmasse durch eine in einer Röhre enthaltene Flüssigkeit abgesperrt ist, so werden in dieser Weise förmliche Capillarerscheinungen hervorgebracht, indem die Luft theils durch die Absorption der Flüssigkeit, theils zwischen dieser und den Wänden aus dem abgesperrten Raume oder von Aussen in diesen eindringt. So enthält namentlich ein anfänglich völlig luftfreies Barometer nach längerer Zeit in Folge dieses Umstandes Luft über dem Quecksilber. Aber auch in andern Fällen, wo eine enge mit Quecksilber gefüllte Röhre eine Luftmasse von der äussern Luft absperrt, namentlich, wenn die abgesperrte Luft mehrfach ausgedehnt und wieder zusammengezogen, die absperrende Flüssigkeitssäule also in der Röhre hin und her geschoben wird, hat man die Erscheinung bemerkt.

Die Menge eines Gases, die durch eine Flüssigkeit absorbirt wird, ist theils von der chemischen Natur beider, theils von dem Drucke abhängig, welchen das Gas erleidet. Die Versuche ergeben, dass sie der letztern proportional ist. Bezeichnet man nämlich durch d die Dichtigkeit eines Gases, und durch d' die Dichtigkeit desselben in einer Flüssigkeit, welche mit dem Gase in Berührung gestanden und dasselbe absorbirt hat, d. h. die Menge des absorbirten Gases dividirt durch das Volumen der Flüssigkeit, so ist für dasselbe Gas und dieselbe Flüssigkeit $\frac{d'}{d}$ eine constante Grösse, welche man den Absorptionscoefficienten nennt.

Bei den festen Körpern scheint nach Saussure's Versuchen die Menge des von einem Körper absorbirten Gases derselben Natur der Cubikwurzel aus der Dichtigkeit des freien Gases proportional zu sein.

§. 89.

Wenn zwei Gefässe mit einander verbunden werden, worin sich Luft ungleicher Dichtigkeit befindet, so wird die dichtere Luft aus ihrem Gefässe in das andere übergehen, bis der gemeinschaftliche Raum von Luft gleicher Dichtigkeit erfüllt ist, wenigstens wenn die verticale Ausdehnung der Räume nicht so gross ist, dass dadurch eine merkliche Dichtigkeitsverschiedenheit in den verschiedenen horizontalen Schichten bedingt wird.

Jedenfalls aber wird die Luft sich nicht eher im Gleichgewichte befinden können, als bis die Dichtigkeit und damit der Druck in jeder horizontalen Schicht gleich geworden ist, gerade so, wie eine tropfbare Flüssigkeit sich nur dann im Gleichgewichte befindet, wenn der Druck an allen Stellen einer jeden horizontalen Ebene ein constanter ist. Die Bewegungen aber, welche die Luft ausführen muss, um in diesen Gleichgewichtszustand zu gelangen, werden nicht allein, wie bei den tropfbaren Flüssigkeiten, durch die von der Schwere herrührenden Druckkräfte veranlasst, sondern auch durch die Expansivkräfte der einzelnen Luftmassen. Je grösser die Differenz derselben in den beiden Gefässen ist, um so grösser wird die Geschwindigkeit sein müssen, mit der die dichtere Luft ausströmt.

Aber sobald die Bewegung der Luft eingetreten ist, werden sogleich die Dichtigkeiten, und damit die Expansivkräfte in den einzelnen Theilen der ganzen Luftmasse geändert, und dadurch wird die Bewegungserscheinung selbst eine viel complicirtere als bei den tropfbaren Flüssigkeiten.

Bläst man in eine mit Luft gefüllte Röhre, d. h. verdichtet man die Luft in derselben, so wird diese an dem freien Ende der Röhre einen grössern Druck auf die äussere Luft ausüben, als diese auf sie, sie wird also hier ausströmen. Bei diesem Ausströmen zeigt sich nun eine sehr beträchtliche Verdünnung der Luft, die sogar noch viel weiter geht, als die Druckkräfte an sich erfordern. Diese allein würden nämlich, da sie am grössten an dem Ende sind, wo man in die Röhre bläst, am kleinsten an dem freien Ende, auf eine allmählige Abnahme der Dichtigkeit schliessen lassen, aber so, dass nirgends die Dichtigkeit geringer, als in der freien Atmosphäre wäre. Nun zeigt sich aber, dass die Dichtigkeit an dem freien Ende kleiner als diese letztere ist. Denn befindet sich in einer kleinen Entfernung von dieser eine dünne Scheibe, welche sich der Röhre nähern oder von ihr entfernen kann, so wird diese beim Einblasen in die Röhre gegen die Röhre hin getrieben. Daraus folgt, dass auf der der Röhre zugewendeten Seite die Luft mit einem geringern Drucke als auf der andern Seite

gegen sie drückt, dass sie also zwischen der Scheibe und der Röhre weniger dicht als die der äussern Atmosphäre ist.

Man muss dieses dem Umstande zuschreiben, dass beim Austritte aus der Röhre die Luft sich plötzlich nach allen Seiten hin ausdehnen kann, die einzelnen in Bewegung gesetzten Lufttheilchen nun aber sich nicht allein so weit von einander entfernen, als es die Expansivkraft verlangt, sondern in Folge ihrer Trägheit noch weiter.

Aus diesem einfachen Versuche ergiebt sich also schon, dass bei den Bewegungen der Luft, die durch eine Zusammendrückung derselben an irgend einer Stelle entstehen, nicht allein Verdichtungen derselben stattfinden, sondern auch Verdünnungen.

Ausserdem aber wird die Bewegung der Luft, beim Ausströmen aus einem Gefässe, in welchem sie dichter ist, als in einem andern, in welches sie einströmt, noch modificirt durch die Adhäsion an die Wandungen der Verbindungsröhre, und durch die Reibung an dieser, ähnlich wie dieses auch beim Ausströmen einer tropfbaren Flüssigkeit der Fall ist.

§. 90.

Wenn die ausströmende Luft gegen einen festen Körper strömt, so übt sie auf denselben eine bewegende Kraft aus, die z. B., wenn der Körper um eine Drehungsachse drehbar ist, eine Drehung desselben hervorbringt. Auf diese Weise benutzt man die Strömungen der atmosphärischen Luft, die Winde, zur Bewegung von Windmühlen, oder bei den Segelschiffen, um diese fortzutreiben.

Umgekehrt aber muss ein Körper, der sich in der Luft bewegt, einen Widerstand erfahren, indem er nicht allein genöthigt ist, die Luft vor sich fortzutreiben, sondern auch, besonders wenn seine Geschwindigkeit sehr gross ist, die vor demselben befindliche Luft zusammengedrückt wird, während hinter ihm die Luft nicht so rasch zuströmen kann, um hier stets die normale Dichtigkeit zu bewahren. So befindet sich also der bewegte Körper zwischen einer verdichteten Luftmasse vor ihm und einer verdünnten hinter ihm, wodurch er ebenfalls einen seiner Bewegung entgegengesetzten Druck erfährt, welcher gleichfalls dazu beitragen muss, seine Geschwindigkeit zu vermindern.

Abgesehen von dieser Ursache ergiebt sich leicht, dass die Verzögerung, welche ein in einem widerstehenden Mittel bewegter Körper erleidet, in einem jeden Augenblicke dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional sein muss, welche er dann besitzt. Denn bezeichnen wir diese durch c, und durch m die Luftmenge, welche der Körper, um sich bewegen zu können, in der kleinen Zeit Δt, während welcher die Geschwindigkeit als constant betrachtet werden kann, verdrängen muss, so wird der Geschwindigkeitsverlust, welchen er während dieser Zeit Δt erleidet, dem Producte $m \,.\, c \,.\, \Delta t$

proportional sein müssen. Die Massen m aber, welche mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegte Körper unter übrigens gleichen Umständen in gleichen Zeiten verdrängen müssen, sind offenbar den Geschwindigkeiten selbst proportional, so dass aus der Verdrängung der Luft sich ein dem Quadrate der Geschwindigkeit proportionaler Verlust ergiebt.

Indess stimmt dieses Gesetz nicht vollkommen mit der Erfahrung überein, indem die Folgerungen, die man daraus über die Bewegungen der Körper in widerstehenden Mitteln zieht, durch die Versuche nicht genau bestätigt werden. Bei geringen Geschwindigkeiten, wie sie z. B. bei den Schwingungen eines Pendels vorkommen, zeigen die Versuche, dass der Widerstand der Geschwindigkeit direct proportional gesetzt werden kann, indem die Grösse der auf einander folgenden Schwingungen nach einer geometrischen Reihe abnimmt, woraus sich durch mechanische Betrachtungen jenes Resultat ergiebt.

Dass aber bei beträchtlichen Geschwindigkeiten in Folge des ungleichen Luftdruckes auf die vordere und hintere Seite des bewegten Körpers der Geschwindigkeitsverlust durch ein anderes Gesetz bestimmt wird, ergiebt die Beobachtung der Bewegungen von Geschossen, die mit grossen Geschwindigkeiten bewegt werden, wie Kanonenkugeln. Durch folgende Betrachtung kann man sich aber überzeugen, dass auf die Vorder- und Hinterfläche eines bewegten Körpers ein ungleicher Luftdruck ausgeübt wird. Nehmen wir an, es befinde sich Luft von der normalen Expansivkraft über einem vollkommen luftleeren Raume, so lässt sich die Geschwindigkeit leicht bestimmen, mit der wenigstens im Anfange die Luft in diesen eindringt, wenn plötzlich der luftleere Raum geöffnet wird. Diese müsste nämlich dieselbe sein, wie die Geschwindigkeit, mit welcher eine tropfbare Flüssigkeit aus einer Oeffnung in dem Boden eines Gefässes ausfliessen würde, wenn sie über dieser Oeffnung denselben Druck erlitte, wie die Luft unmittelbar über dem völlig leeren Raume, und wenn die Luft ebenso dicht wie die Flüssigkeit wäre, d. h. gleiche Massen in beiden Fällen bewegt werden müssten. Ist d die Dichtigkeit der Luft und einer solchen Flüssigkeit, so würde die Höhe H einer solchen Flüssigkeitssäule, welche dem Barometerstande b das Gleichgewicht hielte, $H = \frac{bd'}{d}$ sein, wenn d' die Dichtigkeit des Quecksilbers bezeichnet. Die Geschwindigkeit c aber, mit welcher diese Flüssigkeit am Boden ausströmen würde, und folglich mit welcher die Luft unter dem Barometerstande b in einen völlig luftleeren Raum dringt, ist $= \sqrt{2gH} = \sqrt{\frac{2gbd'}{d}}$, wenn g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet. Sobald aber Luft in den anfangs luftleeren Raum eingedrungen ist, wird offenbar jene Geschwindigkeit verringert werden müssen. Es ist also die

Geschwindigkeit $\sqrt{\frac{2gbd'}{d}}$, worin b den Barometerstand, d' die Dichtigkeit des Quecksilbers, d die der Luft bezeichnet, die grösste Geschwindigkeit, mit welcher sich die Luft in Folge ihrer Expansivkraft bewegen kann. Ist nun die Geschwindigkeit des bewegten Körpers grösser, so wird die Luft nicht sogleich in den Raum eintreten können, welchen der Körper verlässt, hinter diesem also ein luftleerer Raum sich bilden. Wenn aber die Geschwindigkeit des Körpers diese Grenze zwar nicht erreicht, derselben sich jedoch sehr nähert, so wird wenigstens eine Luftverdünnung hinter dem Körper stattfinden, woraus sich also eine zweite Ursache des Luftwiderstandes ergiebt, die aber, wie man leicht sieht, nur bei beträchtlichen Geschwindigkeiten des bewegten Körpers einen merklichen Einfluss haben kann.

Dass andererseits vor einem sehr rasch bewegten Körper die Luft eine merkliche Verdichtung erleiden müsse, folgt daraus, dass der bewegte Körper auf die unmittelbar vor ihm liegende Luft einen Druck ausübt. Diese befindet sich daher unter einem stärkern Drucke als die weiter von ihm entfernte Luft, und wird daher eine Compression erfahren. In Folge dieser übt sie nun freilich auch auf die vor ihr befindliche Luft ebenfalls einen stärkern Druck als vorher aus, wodurch sie diese zusammendrückt, u. s. f.; allein jedenfalls wird die Zusammendrückung der zweiten Luftschicht erst beginnen können, nachdem die der ersten eingetreten ist. Bewegt sich der Körper so langsam, dass die vor ihm befindliche Luftschicht Zeit hat, sich zusammen zu drücken, und nachdem sie die vor ihr befindliche zusammengedrückt hat, sich wieder auszudehnen, ehe der Körper beträchtlich in diese Luftschicht eingedrungen ist, so werden diese Zusammendrückungen nur unmerklich sein, indem sie sich sogleich wieder ausgleichen; aber je rascher die Geschwindigkeit des Körpers ist, um so weniger wird die Ausgleichung mit den neuen Zusammendrückungen Schritt halten können, um so merklicher wird also die Verdichtung vor dem Körper sein müssen.

Eine Folge der die Bewegung des Körpers begleitenden Verdichtungen und Verdünnungen ist die, dass er mittelbar Luft in Bewegung setzt, welche er selbst gar nicht berührt, indem jede comprimirte Luftmasse eine Verdichtung der sie umgebenden Luft, jede verdünnte eine Ausdehnung dieser zur Folge hat. Diese Luftbewegung in der Nähe sehr rasch bewegter Körper, z. B. Kanonenkugeln, bemerkt man durch mächtige Wirkungen, welche dieselbe hervorbringt.

§. 91.

Indem die Luftverdichtungen vor und die Luftverdünnungen hinter einem bewegten Körper, auch dann, wenn dieser plötzlich zur Ruhe käme, nachdem sie entstanden wäre, nicht auf die unmittelbar vor und hinter dem Körper befindlichen Luftmassen beschränkt bleiben, sondern von diesen auf

die sie rings umgebenden Luftmassen übertragen werden, von diesen wieder auf die folgenden, u. s. f., entstehen wellenförmig fortschreitende Verdichtungen und Verdünnungen der Luft. Es ist nämlich die Folge davon, dass in einer bestimmten Zeit nach Erregung einer Verdichtung oder Verdünnung an einer Stelle, hier die normale Dichtigkeit wieder eingetreten ist, dagegen an allen Stellen, die um eine bestimmte Entfernung von jener ersten Stelle abstehen, sich Verdichtungen oder Verdünnungen finden; nach Verlauf einer weitern Zeit sind aber auch an diesen Stellen die normalen Dichtigkeiten wieder hergestellt, dagegen finden sich die geänderten Dichtigkeiten abermals an andern von der ersten Stelle noch weiter abliegenden Stellen u. s. f. Dieses ist aber eben der Charakter einer wellenförmigen Verbreitung. Es ist klar, dass dabei ein einzelnes Lufttheilchen eine Schwingung ausführen, d, h. eine in sich geschlossene Bahn durchlaufen wird, oder dass an einer bestimmten Stelle die Dichtigkeit der Luft in einer bestimmten Periode alle Grade von der normalen bis zur grössten Abweichung von dieser und bis zu jener zurück erhalten wird, so dass dort die Dichtigkeit vor und nach diesen Aenderungen eine gleiche ist. Es tritt hier also dasselbe ein, wie bei dem Hindurchgehen longitudinaler Wellen durch einen elastischen Körper, indem die Richtung der sich bewegenden Lufttheilchen mit der Richtung zusammenfällt, in welcher die Verdichtung oder Verdünnung fortschreitet. Da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c der durch Elasticität bedingten longitudinalen Wellen durch den Ausdruck gegeben ist

$$c = \sqrt{g \, . \, M},$$

worin g die Beschleunigung der Schwere und M den Elasticitätsmodulus bezeichnet, so wird derselbe Ausdruck auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der wellenförmig in der Luft sich fortpflanzenden Verdichtungen und Verdünnungen geben. Nun ist aber der Elasticitätsmodulus eines elastischen Körpers die Länge eines aus derselben Substanz bestehenden Körpers von gleichem Querschnitt, welcher, an jenen gehängt, durch sein Gewicht die Länge des Körpers verdoppeln würde, vorausgesetzt, dass die Grenze der vollkommenen Elasticität so weit reiche, oder der unter derselben Voraussetzung durch sein Gewicht jenen der Länge nach auf die Hälfte zusammendrücken würde. Die Luft muss in dieser Beziehung als vollkommen elastisch betrachtet werden, da ihre Volumenänderungen den Druckänderungen umgekehrt proportional sind; und da sie durch eine Verdoppelung des normalen Drucks auf das halbe Volumen reducirt wird, so ist ihr Elasticitätsmodulus $= \frac{hd'}{d} = \frac{ed'}{d}$, wenn h den Barometerstand, oder e die durch diesen gemessene Expansivkraft, d' und d die Dichtigkeiten des Quecksilbers und der Luft bezeichnen. Mithin ergiebt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Verdichtungs- und Verdünnungswellen in der Luft $c = \sqrt{\frac{g \, . \, e \, . \, d'}{d}}$, oder

da $g = 9808^{mm}$, $e = 760^{mm}$, $d' = 13{,}6$, $d = \frac{1}{772}$ ist, wenn die atmosphärische Luft unter dem normalen Barometerstande betrachtet wird, so wird in dieser $c = \sqrt{9808 \,.\, 760 \,.\, 13{,}6 \,.\, 772} = 279760^{mm}$. Für einen andern Barometerstand wird, da die Dichtigkeit diesem proportional sich ändert, sich dieselbe Grösse ergeben.

Es ist indess gleich hier zu bemerken, dass theils, wie sich später ergeben wird, noch ein anderer Umstand vorhanden ist, von welchem das Verhältniss der Expansivkraft und Dichtigkeit bei demselben Gase abhängt, theils die Verdichtungen und Verdünnungen selbst eine Modification desselben bedingen, wodurch noch ein veränderlicher und ein constanter Factor hierzu kommen, die wir einstweilen ausser Acht lassen wollen.

Die Zeit, welche ein Theilchen gebraucht, um seine ganze Bahn zu durchlaufen, oder welche verfliesst, damit in irgend einer gegen die Fortpflanzungsrichtung normalen Fläche ein vollständiger Cyclus aller auf einander folgenden Dichtigkeiten, von der normalen an bis zu dieser zurück, ausgeführt werde, kann auch hier wieder die Schwingungsdauer genannt werden; und wenn noch zugleich unter der Wellenlänge l wieder die Entfernung zweier Punkte von einander, in der Fortpflanzungsrichtung gemessen, verstanden wird, von denen der eine in demselben Momente in die normale Dichtigkeit zurückkehrt, wo der andere sie verlässt, so findet wieder die Gleichung statt

$$c = \frac{l}{t}.$$

Ueberhaupt wird Alles, was von den durch Elasticität bedingten Longitudinalwellen gilt, auch auf diese Verdichtungs- und Verdünnungswellen in der Luft übertragen werden können, indem die Luft hinsichtlich der Dichtigkeitsänderungen sich wie ein höchst vollkommen elastischer Körper verhält.

Es ist übrigens ersichtlich, dass, da im Allgemeinen die Wellen von irgend einer Stelle aus sich nach allen Richtungen hin verbreiten, die Verdichtungen und Verdünnungen beim Vorschreiten der Wellen sich über immer grössere Luftmassen erstrecken, und daher ihrer Stärke nach abnehmen müssen, wodurch ein allmähliges Verschwinden derselben eintritt.

Dritter Abschnitt.

Vom Schalle.

Erstes Capitel.

Von der Erregung des Schalls.

§. 92.

Unter den Empfindungen, durch welche wir Kunde von der Welt ausser uns erfahren, sind es besonders dreierlei Arten, welche vorzugsweise dazu dienen, nämlich die des Gehörs, des Gesichts und des Gefühls. Die beiden ersteren nehmen wir nur durch einzelne bestimmte, die letzteren durch überall im Körper verbreitete Organe wahr. Die Auffindung der Beziehungen, in welchen die ausser uns befindlichen Gegenstände zu unsern Sinnesorganen stehen, oder die Untersuchung der Umstände, unter welchen wir jene bestimmten Empfindungen erleiden, macht ebenfalls eine Aufgabe der Physik aus, und indem wir jetzt uns zu dieser wenden, machen wir den Anfang mit den Wahrnehmungen des Ohrs oder mit den Erscheinungen des Schalls.

An einem Schall unterscheiden wir die Stärke, die musikalische Höhe, den Klang, die Articulation, wodurch vorzugsweise die Möglichkeit der Sprache bedingt wird, und endlich auch die Richtung, in welche wir die Ursache seiner Entstehung versetzen, doch diese letztere nur mit einer verhältnissmässig geringen Schärfe. Je nach der Stärke, dem Klange und der grössern oder geringern Deutlichkeit einer bestimmten musikalischen Höhe giebt man einem Schalle besondere Namen. Ton wird er vorzugsweise dann genannt, wenn die letztere mit voller Bestimmtheit an demselben hervortritt.

Einen Schall oder Ton kann man auf sehr mannichfaltige Weise hervorbringen, durch bestimmte Bewegungen der Sprachwerkzeuge, durch einen Stoss oder Schlag gegen einen festen Körper, durch rasche Bewegung der Luft oder einer andern Flüssigkeit u. s. w. Immer aber muss dabei irgend eine Bewegung eines Körpers stattfinden, so dass man schon im gewöhnlichen Leben gewohnt ist, aus der Wahrnehmung eines Schalls auf eine

gewisse Bewegung eines Körpers zu schliessen, die man als die Ursache des Schalls ansieht.

Es ergeben sich daraus die beiden Fragen, in welche Bewegung ein Körper versetzt werden muss, damit ein Ton entstehe, und welche Beziehung zwischen dem tönenden Körper und unserem Ohre bestehen müsse, damit wir den erregten Ton wahrnehmen.

In Bezug auf die erste Frage sieht man sehr bald, dass nicht jede Bewegung eines Körpers einen Ton hervorbringe. Klemmen wir z. B. einen dünnen Metallstab mit seinem einen Ende fest, und biegen das freie Ende desselben zur Seite, ohne es wieder frei zu lassen, so wird bei dieser Bewegung gar kein Ton, höchstens ein schwaches und unbestimmtes knisterndes Geräusch vernommen, welches sich bei einer langsamen und vorsichtigen Biegung in vielen Fällen auch vermeiden lässt.

Wird aber alsdann der Stab frei gelassen, wodurch er in Schwingungen geräth, so kann dabei ein ganz bestimmter deutlicher Ton entstehen. Wird die Länge des Stabes bei einem ersten Versuche beträchtlich genommen, so sehen wir den Stab nach dem Freilassen Schwingungen ausführen, ohne jedoch einen merklichen Ton zu vernehmen. Wird aber in folgenden Versuchen die schwingende Länge des Stabes verkürzt, so werden die Schwingungen immer rascher, so dass sie bei hinreichender Verkürzung nicht mehr einzeln gezählt, aber doch im Ganzen noch gesehen werden können; bei noch beträchtlicherer Verkürzung ist selbst dieses letztere nur noch schwer oder gar nicht mehr möglich, aber nach den Elasticitätsgesetzen muss man auch dann noch auf das Vorhandensein von Schwingungen schliessen, deren Dauer man sogar aus der Länge des schwingenden Theils berechnen kann, wenn man entweder bei einer früheren Länge die Dauer beobachtet hat, oder die Elasticität und die Dicke des Stabes kennt.

Zugleich bemerkt man bei der allmähligen Verkürzung des schwingenden Stabes einen deutlichen Ton von bestimmter und um so grösserer Höhe, je weiter man die Verkürzung getrieben hat. Stellt man dieselben Versuche mit Stäben verschiedener Dimensionen aus verschiedener Substanz an, so ergiebt sich immer dasselbe Resultat. Der Ton entsteht erst, nachdem die Schwingungszeit des Stabes unter eine bestimmte Grösse hinabgesunken ist.

Dabei können die durch verschiedene Stäbe hervorgebrachten Töne eine gleiche Tonhöhe haben, wenn auch der Klang und die Stärke sehr verschieden sind. Man betrachtet sie in diesem Falle als gleiche Töne, oder genauer gesprochen, als musikalisch gleichwerthige Töne, indem in der Musik vorzugsweise die Höhe eines Tons seinen Werth bestimmt.

Hat man aber durch verschiedene Stäbe gleiche Töne erhalten, und berechnet man die entsprechenden Schwingungszeiten der Stäbe, so findet man diese gleich.

Dieselben Versuche lassen sich auch mit gespannten Saiten anstellen, indem man diese durch verschiedene Gewichte spannt und in Schwingungen versetzt. Bei sehr geringen Spannungen und also bei grossen Schwingungszeiten entstehen keine Töne. Wenn aber eine Saite mit einem Stabe einen gleichen Ton hervorbringt, so sind wiederum die Schwingungszeiten Beider gleich.

Es ergiebt sich hieraus also, dass Töne durch Transversalschwingungen fester Körper hervorgebracht werden können, wenn die Schwingungsdauer derselben eine gewisse Grenze nicht übersteigt, und zugleich, dass die Höhe des hervorgebrachten Tones mit der Kürze der Schwingungsdauer zunimmt, so dass einer bestimmten Dauer immer ein Ton von einer bestimmten Höhe entspricht.

§. 93.

Auf dieser Entstehung des Tons durch Transversalschwingungen eines elastischen Stabes beruht der Gebrauch der Stimmgabel, durch welche man einen Ton von bestimmter Höhe hervorbringen kann, um mit diesem andere Töne hinsichtlich ihrer Höhe zu vergleichen.

Es besteht dieselbe aus zwei stählernen Zinken, die durch einen Stahlbügel mit ihren untern Enden verbunden sind, während in der Mitte des Stahlbügels sich ein ebenfalls aus Stahl gefertigter Griff befindet.

Schlägt man gegen den einen Zinken der Gabel, so geräth derselbe in Schwingungen, die, indem sie wellenförmig über die ganze Gabel fortlaufen und am andern Ende reflectirt werden, stehende Transversalschwingungen der Gabel zur Folge haben. Es zerfällt dabei die Gabel in 3 Abtheilungen, die durch 2 Knotenpunkte getrennt sind. Während die beiden Zinken einwärts schwingen, schwingt das Mittelstück auswärts. Die Schwingungsdauer aller 3 Stücke ist dieselbe, und hängt von der ganzen Länge der Gabel ab. Durch Vergrösserung dieser wird sie vergrössert, durch Verkürzung verkleinert. Durch gehöriges Abfeilen kann man sie daher auf einen bestimmten Ton einstimmen.

Mit Hülfe der Stimmgabel und einer gespannten Saite lässt sich nun in genauerer Weise die Abhängigkeit der Tonhöhe von der Schwingungszahl ermitteln, indem man, nachdem die Saite durch Regulirung ihrer Spannung auf denselben Ton wie eine Stimmgabel gestimmt ist, die musikalischen Tonverhältnisse ermittelt, welche sich ergeben, wenn entweder durch eine Veränderung der Spannung oder der Länge der Saite die Schwingungsdauer in einer bekannten Weise abgeändert wird.

Verfährt man in dieser Weise, so ergeben sich, wenn wir die musikalischen Bezeichnungen gebrauchen, und von einem Grundtone, *C*, ausgehen, die folgenden Verhältnisse der Schwingungsdauer des Grundtones zu der der einzelnen Töne, oder der Anzahl der in einer gleichen Zeit ausgeführten

Schwingungen, der sogenannten Schwingungszahlen eines Tones zum Grundton, indem wir sie nach der Grösse dieser Verhältnisse ordnen, und zugleich das Verhältniss der Schwingungszahl jedes Tons zu dem des unmittelbar vorhergehenden beifügen.

Bezeichnung der Töne	Benennung des musikalischen Verhältnisses zum Grundton *C*	Verhältniss der Schwingungszahl zu der des Grundtons *C*	Verhältniss der Schwingungszahl zu der des unmittelbar vorhergehenden Tons
C	Prim	1 : 1 = 1,0000	
Cis	übermässige Prim . . .	25 : 24 = 1,0417	1,0417.
Des	kleine Secunde	27 : 25 = 1,0800	1,0358.
D	grosse Secunde . . .	9 : 8 = 1,1250	1,0417.
Dis	übermässige Secunde . .	75 : 64 = 1,1719	1,0417.
Es	kleine Terz	6 : 5 = 1,2000	1,0240.
E	grosse Terz	5 : 4 = 1,2500	1,0402.
Fes	verminderte Quart . . .	32 : 25 = 1,2800	1,0240.
Eis	übermässige Terz . . .	125 : 96 = 1,3021	1,0173.
F	grosse Quart	4 : 3 = 1,3333	1,0240.
Fis	übermässige Quart . .	25 : 18 = 1,3889	1,0417.
Ges	verminderte Quinte . .	36 : 25 = 1,4400	1,0367.
G	Quinte	3 : 2 = 1,5000	1,0417.
Gis	übermässige Quinte . .	25 : 16 = 1,5625	1,0417.
As	kleine Sexte	8 : 5 = 1,6000	1,0240.
A	grosse Sexte	5 : 3 = 1,6667	1,0417.
Ais	übermässige Sexte . .	125 : 72 = 1,7361	1,0417.
B	kleine Septime	9 : 5 = 1,8000	1,0368.
H	grosse Septime	15 : 8 = 1,8750	1,0417.
ces	verminderte Octave . .	48 : 25 = 1,9200	1,0240.
His	übermässige Septime . .	125 : 64 = 1,9531	1,0172.
c	Octave	2 : 1 = 2,0000	1,0240.

Es ergiebt sich hieraus, dass für die Octave, die Quinte, die grosse und kleine Terz, die Quarte und die grosse und kleine Sexte sehr einfache Verhältnisse zwischen den Schwingungszahlen bestehen. Diese werden in der Musik als Consonanzen von den übrigen Verhältnissen, den Dissonanzen, unterschieden, weil sie, mit dem Grundton zusammen wahrgenommen, einen angenehmen Eindruck hervorbringen, die übrigen einen um so weniger angenehmen, je complicirter das Verhältniss der Schwingungszahlen ist.

Ein ähnliches Verhältniss besteht auch noch bei der gleichzeitigen Wahrnehmung von mehr als 2 Tönen; denn auch dann ist der Eindruck um so angenehmer, je einfacher die Verhältnisse der Schwingungszahlen sind, d. h. durch je kleinere ganze Zahlen sie sich ausdrücken lassen.

In der Musik sind unter den Tonverbindungen hauptsächlich der Duraccord und der Mollaccord gebräuchlich; ersterer ist die Verbindung des Grundtons mit der grossen Terz und der Quinte, deren relative Schwingungszahlen also 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$ sind; letzterer besteht aus dem Grundton, der kleinen Terz und der Quinte, hat also die relativen Schwingungszahlen 1, $\frac{6}{5}$, $\frac{3}{2}$.

Die Reihe von Tönen, welche sich ergiebt, wenn man mit dem Duraccord des Grundtons die Duraccorde der Quarte und Quinte verbindet, und diese ihrer Höhe nach ordnet, indem aber jeder Ton, der höher als die Octave des Grundtons ist, durch seine nächst tiefere Octave ersetzt wird, nennt man die diatonische Durtonleiter; die diatonische Molltonleiter ergiebt sich ebenso durch Verbindung der Mollaccorde des Grundtons mit den Mollaccorden der Quarte und der Quinte. So ergeben sich z. B. für *C* als Grundton die Schwingungsverhältnisse der Durtonleiter

aus dem Duraccord des Grundtons 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$,
aus dem Duraccord der Quarte $\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}, \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}$,
aus dem Duraccord der Quinte $\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}$,

folglich der Grösse nach geordnet, indem zugleich jedes Verhältniss, welches > 2 ist, durch 2 dividirt wird,

$$1, \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{4} \text{ od. } \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{5}{3}, \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}=\frac{15}{8}, \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}=2,$$

oder in Zeichen

C, *D*, *E*, *F*, *G*, *A*, *H*, *c*.

Für die Molltonleiter desselben Grundtons ergiebt sich ebenso

aus dem Mollaccord des Grundtons 1, $\frac{6}{5}$, $\frac{3}{2}$,
aus dem Mollaccord der Quarte $\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}, \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}$,
aus dem Mollaccord der Quinte $\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{6}, \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}$,

oder der Grösse nach

$$1, \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{4} \text{ od. } \frac{9}{8}, \frac{6}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}=\frac{8}{5}, \frac{3}{2}\cdot\frac{6}{5}=\frac{9}{5}, \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}=2,$$

oder in Zeichen

C, *D*, *Es*, *F*, *G*, *As*, *B*, *c*.

Würde man in derselben Weise Tonleitern für andere Grundtöne bilden, so würden sich Verhältnisse ergeben, welche unter den vorhergenannten sich nicht finden, so dass zwischen jenen noch neue eingeschaltet werden müssten. Es würden also innerhalb einer Octav sehr viele verschiedene Töne nothwendig sein, von denen freilich immer mehrere einander sehr nahe liegen.

Um theils eine grosse Menge von Tönen innerhalb einer Octave zu ersparen, theils aus einem andern gleich zu erwähnenden Grunde wird statt eines Tones häufig ein anderer gesetzt, dessen Schwingungsverhältniss nicht sehr von demselben abweicht, wenn nämlich das Verhältniss der Schwingungszahl des richtigen Tones und der eines ihm nächstliegenden tiefern in der Scala, oder umgekehrt das des nächst höhern zu dem richtigen $< 1{,}04$ ist, so wird dieser nächst höhere oder tiefere für ihn gesetzt. Ja

indem man dieses auch auf die früher aufgestellte Scala anwendet, beschränkt man diese im Ganzen auf 12 verschiedene Töne.

Betrachten wir die 8 Töne der diatonischen *C*-Durtonleiter, so sind deren Schwingungsverhältnisse

$$\begin{matrix} C & D & E & F & G & A & H & c \\ 1, & \frac{9}{8}, & \frac{5}{4}, & \frac{4}{3}, & \frac{3}{2}, & \frac{5}{3}, & \frac{15}{8}, & 2, \end{matrix}$$

woraus sich die Schwingungsverhältnisse je zweier auf einander folgender Töne ergeben,

$$\frac{D}{C}=\frac{9}{8},\ \frac{E}{D}=\frac{10}{9},\ \frac{F}{E}=\frac{16}{15},\ \frac{G}{F}=\frac{9}{8},\ \frac{A}{G}=\frac{10}{9},\ \frac{H}{A}=\frac{9}{8},\ \frac{c}{H}=\frac{16}{15}.$$

Den Unterschied zwischen zwei auf einander folgenden Tönen, deren Schwingungsverhältnisse den grössten dieser verschiedenen Werthe haben, nämlich $\frac{9}{8}$, wie $\frac{D}{C}$, $\frac{G}{F}$ und $\frac{H}{A}$, nennt man ein grosses ganzes Tonintervall, diesem steht nahe ein kleines ganzes Tonintervall, welches den Unterschied zwischen 2 Tönen bezeichnet, deren Schwingungsverhältniss $\frac{10}{9}$ ist, wie hier $\frac{E}{D}$ und $\frac{A}{G}$, und endlich den Unterschied zwischen zwei Tönen, deren Schwingungsverhältniss $\frac{16}{15}$ ist, wie hier $\frac{F}{E}$ und $\frac{C}{H}$, ein grosses halbes Tonintervall. Wollte man nun alle früher genannten Töne haben, so müsste man in jedes dieser auf einander folgenden Intervalle noch 2 Töne einschalten.

Zunächst aber zeigt sich, dass die in die grossen halben Intervalle einzuschaltenden Töne ganz fehlen können, indem

$$\frac{Fes}{E}=\frac{F}{Eis}=\frac{ces}{H}=\frac{c}{His}=1{,}0240,$$

also $< 1{,}04$ ist, so dass *E* statt *Fes*, *F* statt *Eis*, *H* statt *ces*, und *c* statt *His* gesetzt werden kann.

Ferner ist immer das Verhältniss der beiden in den ganzen Intervallen einzuschaltenden Töne, nämlich

$$\frac{Des}{Cis}=\frac{Ges}{Fis}=\frac{B}{Ais}=1{,}0367<1{,}04$$

und ebenso

$$\frac{Es}{Dis}=\frac{As}{Gis}=1{,}0240<1{,}04,$$

so dass in diese ganzen Intervalle jedes Mal nur ein Ton einzuschalten ist, dessen Schwingungszahl zwischen der von *Cis* und *Des*, *Fis* und *Ges*, *Ais* und *B*, *Des* und *Es*, und *Gis* und *As* liegen müsste.

Für die in die ganzen Tonintervalle eingeschalteten Töne ist daher eine Abweichung von den reinen Verhältnissen nothwendig. Es wird diese aber auch für die übrigen Töne zum Theil wenigstens nothwendig, wenn man, was der musikalische Gebrauch verlangt, von einem Tone durch Fortschreiten nach einem Verhältnisse zu einem Tone gelangen will, den man

von demselben Grundtone aus durch Fortschreiten nach einem andern Verhältnisse ebenfalls erreichen kann.

Bei den reinen Tonverhältnissen ist dieses nicht möglich. Geht man z. B. vom Grundtone C durch Octaven fort, so erhält man, indem man die höhern Octaven durch kleine Buchstaben ohne und mit ein, zwei, drei u. s. w. Strichen über denselben bezeichnet *), die Töne

$$C,\ c,\ \bar{c},\ \bar{\bar{c}},\ \bar{\bar{\bar{c}}},\ \ldots$$

mit den Schwingungszahlen

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ \ldots$$

Beim Fortschreiten durch Quinten erhält man dagegen

$$C\quad G\quad d\quad a\quad \bar{e}$$

mit den Schwingungszahlen

$$1,\ \tfrac{3}{2},\ \tfrac{9}{4},\ \tfrac{27}{8},\ \tfrac{81}{16}\ \ldots;$$

man kann aber niemals auf eine ganze Schwingungszahl, folglich nie auf eine der höhern Octaven des Grundtons kommen.

Um nun diesen Zweck zu erreichen, wird eine Abweichung von der reinen Stimmung nothwendig, die man die Temperatur nennt. Diese lässt sich nach verschiedenen Principien herstellen; in der Musik wird gewöhnlich die gleichschwebende gebraucht, welche verlangt, dass die Octaven, als das wichtigste Tonverhältniss, ganz rein seien, alle übrigen aber so abgeändert werden, dass je 2 auf einander folgende der 12 in einer Octave enthaltenen Töne ein constantes Verhältniss ihrer Schwingungszahlen haben. Das Intervall zwischen je zweien derselben nennt man einen halben Ton. Daraus ergiebt sich, wenn wir dieses Verhältniss x nennen und die Schwingungszahlen durch die Tonzeichen selbst bezeichnen:

$$Cis = xC,\ D = xCis = xxC,\ Dis = xD = x^3C,\ \ldots\ldots\ c = x^{12}C = 2C,$$

mithin $x^{12} = 2$ oder

$$x = 2^{\frac{1}{12}} = 1{,}05946.$$

Daraus ergeben sich dann folgende relative Schwingungszahlen statt der reinen, nebst dem Verhältnisse beider, indem wir mit letzterem das Verhältniss des reinen Tons zu dem abgeänderten, oder das umgekehrte bezeichnen, je nachdem der reine Ton höher oder tiefer als der abgeänderte ist.

---

*) Die tiefern Octaven werden dagegen durch grosse Buchstaben mit ein, zwei, drei, . . . Strichen unter denselben bezeichnet.

Bezeichnung des Tones		Schwingungszahl nach der gleichschwebenden Temperatur	Reine Schwingungszahl	Verhältniss beider
C	Prim	1,00000	1,00000	1,000.
Cis / *Des*	kleine Secunde .	1,05946	1,04167 / 1,08000	1,017. / 1,019.
D	grosse Secunde .	1,12246	1,12500	1,002.
Dis / *Es*	kleine Terz . . .	1,18921	1,17187 / 1,20000	1,015. / 1,009.
E / *Fes*	grosse Terz . .	1,25992	1,25000 / 1,28000	1,008. / 1,016.
Eis / *F*	Quarte	1,33484	1,30208 / 1,33333	1,025. / 1,001.
Fis / *Ges*	verminderte Quinte	1,41421	1,38889 / 1,44000	1,018. / 1,018.
G	Quinte	1,49831	1,50000	1,001.
Gis / *As*	kleine Sexte . .	1,58740	1,56250 / 1,60000	1,016. / 1,008.
A	grosse Sexte . .	1,68179	1,66667	1,009.
Ais / *B*	kleine Septime .	1,78180	1,73611 / 1,80000	1,026. / 1,010.
H / *ces*	grosse Septime .	1,88775	1,87500 / 1,92000	1,007. / 1,017.
His / *c*	Octave	2,00000	1,95313 / 2,00000	1,024. / 1,000.

Die nach der gleichschwebenden Temperatur bestimmten Schwingungszahlen weichen daher im Allgemeinen nur wenig von den reinen ab, besonders für die wichtigsten Intervalle, die Quinte, die grosse und die kleine Terz, die Quarte und die grosse und kleine Sexte.

§. 94.

Ausser durch Transversalschwingungen der Körper lassen sich Töne auch durch Longitudinalschwingungen hervorbringen. Wenn man z. B. gegen das Ende eines elastischen Stabes einen Schlag in der Längsrichtung des Stabes ausführt, oder wenn man, am besten mit einem feuchten Tuche, unter starkem Drucke eine Glasröhre in deren Längsrichtung reibt, so vernimmt man einen Ton von bestimmter Höhe, während wir aus der Elasticität der Körper den Schluss ziehen müssen, dass sie in longitudinale Schwingungen gerathen. Da nun die Höhe eines Tons ein Mittel bietet, die Dauer der Schwingungen zu messen, durch welche der Ton entsteht, so kann man durch die Longitudinaltöne die in §. 46 abgeleitete Formel für die Dauer dieser auf einem indirecten Wege experimentell prüfen.

Für einen an einem Ende eingeklemmten Stab ist diese

$$T = \frac{2l}{\sqrt{gM}},$$

wenn l die Länge des Stabes, M den Elasticitätsmodulus und g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet.

Es ist indess unter der Schwingungsdauer die Zeit, welche zwischen 2 auf einander folgenden entgegengesetzten Extremen verfliesst, verstanden. Bezeichnen wir also durch T die zwischen zwei auf einander folgenden gleichen Extremen liegende Zeit, so wird

$$T = \frac{4l}{\sqrt{gM}}.$$

Ist der Stab in der Mitte festgehalten, an seinen Enden aber frei, so wird die Schwingungsdauer nur halb so gross, also

$$T = \frac{2l}{\sqrt{gM}}.$$

Bezeichnet n die Schwingungszahl, so ist für einen solchen Stab $n = \frac{\sqrt{gM}}{2l}$. Da nun die Höhe eines Tons dieser letztern proportional ist, so muss dieselbe der Länge des Stabes umgekehrt proportional sein, und dieses Gesetz findet sich durch Beobachtungen bestätigt. Man kann sogar durch Beobachtung der Tonhöhe aus dieser Formel den Elasticitätsmodulus bestimmen, indem sich

$$M = \frac{4llnn}{g}$$

ergiebt.

Ist der Stab an beiden Enden festgehalten, übrigens aber frei, wo dann der Ton nicht durch einen Stoss, sondern durch Reibung des Stabes nach dessen Länge hervorgebracht werden muss, so ist die Schwingungsdauer ebenfalls halb so gross, als wenn ein Ende befestigt, der übrige Stab aber frei ist, also ebenfalls

$$n = \frac{\sqrt{gM}}{2l}.$$

der Ton also die Octave des im ersten Falle entstehenden.

Durch Bildung von Schwingungsknoten kann freilich ein Stab mehrere Longitudinaltöne geben, allein diese sind bei derselben Art, den Stab zu halten, sämmtlich höher, als der erste, und stehen zu demselben in bestimmten Verhältnissen. In dem obengenannten Falle z. B., wo der Stab in der Mitte festgehalten ist, können sich zu jeder Seite desselben ein, zwei, drei u. s. w. Schwingungsknoten bilden. Bildet sich auf jeder Seite ein Knoten, so zerfällt der Stab in vier schwingende Abtheilungen, wenn aber die Enden frei sind, so liegen die beiden Knoten nicht in den Mitten zwischen dem festgehaltenen Punkte und den Enden, sondern so, dass die beiden äussersten Abtheilungen halb so gross, als die mittleren sind, damit ihnen dieselbe Schwingungsdauer wie diesen zukommen. Die Schwingungszahl ist dann also dreimal so gross als vorher; liegen auf jeder Seite zwei

Knoten, so ist ebenso die Schwingungszahl das 5fache der ursprünglichen u. s. f., so dass ein in seiner Mitte befestigter Stab nur Töne giebt, deren Schwingungszahlen sich wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, . . . verhalten. In ähnlicher Weise ergeben sich auch für andere Befestigungsweisen die verschiedenen Knotenpunkten entsprechenden Höhen der Longitudinaltöne.

Da bei der Tonerregung durch Schläge oder Reiben immer mehrere Impulse den Stäben ertheilt werden, so kann die Knotenbildung von selbst erfolgen; sie lässt sich aber auch willkürlich hervorbringen, wenn man an den Stellen, wo sie sich bilden sollen, den Stab festhält. Werden aber noch andere Punkte des Stabes als solche, in welchen sich Knoten bilden können, festgehalten, so werden Wellen verschiedener Länge erzeugt, die daher keine stehende Schwingung hervorbringen können, und sich rasch gegenseitig vernichten, man hört dann weder einen reinen noch einen anhaltenden Ton, sondern nur ein dumpfes kurzes Geräusch.

Da nun die Festhaltung einzelner Punkte an den richtigen Stellen schwierig ist, so gelingt es nicht leicht, künstlich eine bestimmte Abtheilung des Stabes in viele einzeln schwingende Theile hervorzubringen.

§. 95.

An transversalschwingenden Körpern lassen sich die Knoten leicht sichtbar machen, indem leichte auf die schwingenden Körper gelegte Körperchen von den bewegten Stellen fortgeworfen werden, auf den ruhenden aber liegen bleiben. Papierstückchen eignen sich dazu, wenn der schwingende Körper eine gespannte Saite ist; ist dieser aber ein Metallstab oder überhaupt ein Körper mit einer ebenen horizontalen Oberfläche, so zeigen sich die Knoten sehr deutlich, wenn man feinen Sand oder einen andern leichten Staub auf diese streut.

Eine gespannte Saite zerfällt durch die Knoten immer in gleich lange Stücke, deren Anzahl das Verhältniss der Tonhöhe zu der des von der Spannung abhängigen Grundtones bestimmt, d. h. desjenigen Tones, welchen man hört, wenn die Saite ohne Knoten schwingt, der Ton also der tiefste ist, welchen die Saite bei der vorhandenen Spannung giebt. In dieser Beziehung ist noch zu erwähnen, dass die Saite gleichzeitig mehrere Schwingungen ausführen kann, nämlich während sie ihrer ganzen Länge nach schwingt, auch gleichzeitig in Abtheilungen, wodurch die sogenannten Nebentöne oder Flageolettöne entstehen. Bezeichnen wir durch C den Grundton und durch 1 dessen Schwingungszahl, so sind, je nachdem die Saite ausserdem noch 1, 2, 3, . . . Knoten besitzt, deren Schwingungszahlen 2, 3, 4, . . ., und die dadurch entstehenden Töne sind

$$c,\ g,\ \overline{c},\ \overline{e},\ \overline{g},\ \overline{ais},\ \overline{\overline{c}}\ \ldots .$$

Nicht so einfach gestalten sich die Knoten und Schwingungszahlen bei den Transversalschwingungen elastischer Stäbe. Poisson's Theorie dieser Schwingungen giebt im Einklang mit der Erfahrung die Lage der Knoten und die Höhe der Töne an. Aus derselben folgt, dass, wenn wir mit *c* den Grundton oder den tiefsten Ton in diesem Falle bezeichnen, vorausgesetzt, dass beide Enden des Stabes ungehemmt sind, der Stab 2 Knoten besitzt, deren Entfernungen von dem einen Ende des Stabes $= l \,.\, 0{,}226$ und $l \,.\, 0{,}774$ sind, wenn l die ganze Länge des Stabes bezeichnet. Den höhern Töne unter derselben Voraussetzung entsprechen Schwingungszahlen, welche sich zu der des ersten nahezu wie die Quadrate der ungeraden Zahlen 5, 7, ... zu 3 . 3 verhalten. Genauer ist das Verhältniss der Schwingungszahl des erstern höhern Tons zu der des Grundtons $= 2{,}7566$ (etwa der Ton $\overline{\mathit{fis}}$) und die Abstände der Knoten von dem einen Ende des Stabes sind $l \,.\, 0{,}132$, $l \,.\, 0{,}5$, und $l \,.\, 0{,}868$; für den zweiten höhern Ton (nahezu $\overline{\overline{f}}$) wird dieses Verhältniss 5,4036, und die Abstände der Knoten von einem Ende sind $l \,.\, 0{,}094$, $l \,.\, 0{,}356$, $l \,.\, 0{,}644$ und $l \,.\, 0{,}906$.

Wird derselbe Stab aber an seinem einen Ende eingeklemmt, so giebt er einen viel tiefern Grundton als vorher; indem er nämlich ohne einen Knoten schwingt, ist das Verhältniss der Schwingungszahl zu der des Grundtons mit freien Enden, $= 0{,}15715$ (etwa entsprechend dem Tone $\underline{\underline{E}}$). Die Schwingungszahlen der nächst höhern Töne verhalten sich zu einander wieder fast wie die Quadrate der ungeraden Zahlen 3, 5, 7 ...; genauer sind sie für die 3 ersten der Reihe nach 0,98492 ($\underline{\underline{His}}$), 2,7578 ($\overline{\mathit{fis}}$) und 5,4034 ($\overline{\overline{f}}$), wobei sich 1, 2, 3 Knoten bilden, deren Entfernungen vom eingeklemmten Ende des Stabes sind: l für $\underline{\underline{His}}$, $l \,.\, 0{,}5035$, und $l \,.\, 0{,}8677$ für $\overline{\mathit{fis}}$ und $l \,.\, 0{,}358$, $l \,.\, 0{,}641$ und l für $\overline{\overline{f}}$.

Die Theorie von Poisson giebt auch das Höhenverhältniss der Grundtöne an, welche durch longitudinale und transversale Schwingungen eines und desselben Stabes erhalten werden. Ist n die Schwingungszahl für die transversalen Schwingungen, n' die für die longitudinalen und l die Länge des Stabes, so ist

$$n' = 7{,}12164 \frac{hn}{l},$$

worin h eine von der Form und Grösse des Querschnittes abhängige Constante ist, welche für einen cylindrischen Stab vom Halbmesser ε gleich $\frac{1}{2}\varepsilon$ wird, und gleich $\frac{\varepsilon}{\sqrt{3}}$ für ein Parallelopipedum von der Dicke 2ε. Es ist h immer eine lineare Grösse, welche gegen l bei einem Stabe klein ist, und daher muss der transversale Ton eines Stabes immer sehr viel tiefer als der longitudinale Ton sein, was mit der Erfahrung übereinstimmt, welche übrigens auch das in der obigen Formel gegebene numerische Verhältniss bestätigt hat.

§. 96.

Wenn ein Stab in longitudinale Schwingungen versetzt wird, ohne dass man absichtlich eine bestimmte Abtheilung desselben durch Knoten hervorzubringen sucht, so bildet sich von selbst eines derjenigen Knotensysteme, dessen der Stab fähig ist. Hat der Stab eine prismatische Gestalt, und untersucht man die Knoten auf einer seiner Oberflächen, so findet man diese in Linien an einander gereiht, welche quer über die Oberfläche gehen, allein in der Regel stehen diese Knotenlinien nicht senkrecht auf der Längsrichtung des Stabes, sondern schiefwinklig. Wenn man diese freiwilligen Knotenlinien auf den verschiedenen Seiten eines und desselben Stabes deutlich macht, so zeigt sich, dass sie auf ihnen nicht immer dieselbe Lage haben, sondern spiralförmig um denselben gewundene Linien bilden. Diese spiralförmigen Knotenlinien zeigen sich ebenfalls an schwingenden cylindrischen Stäben, z. B. Glasröhren. Es ergiebt sich daraus, dass nicht alle Punkte eines gegen die Länge senkrechten Querschnittes eines schwingenden Stabes eine gleiche Bewegung haben, sondern einem am meisten bewegten Punkte auf der einen Seite ein ruhender auf der andern Seite gegenüberliegt und umgekehrt.

Knotenlinien bilden sich überall da, wo Körper in ihren verschiedenen Theilen in entgegengesetzter Weise schwingen, indem die entgegengesetzt schwingenden Theile durch unbewegte Linien geschieden werden. Auf schwingenden Platten oder Membranen kann man dieselben durch aufgestreuten Sand sichtbar machen, wodurch man die sogenannten Klangfiguren erhält, mit deren experimenteller Untersuchung Chladni, Strehlke und Andere sich beschäftigt haben, während die mathematische Theorie der complicirten Schwierigkeiten wegen noch wenig darüber gelehrt hat.

Eine quadratische Platte giebt ihren tiefsten Ton, wenn die Scheibe in ihrer Mitte oder deren Nähe gehalten, und in der Mitte einer der Seiten mit einem Violinbogen sanft gestrichen wird. Es erscheinen dann zwei hyperbelartige Knotenlinien, welche in der Mitte ihre Scheitel einander nahe zukehren, und die durch die Endpunkte der Scheibe gehen, so dass, wenn viel Sand auf die Platte gestreut ist, dieser scheinbar ein Kreuz in der Richtung der Diagonalen der Platte bildet. Bei stärkerem Streichen, d. h. wenn die Platte durch rascher aufeinanderfolgende Impulse in Schwingungen versetzt wird, wird die Octave des ersten Tones gehört, und in jedem Raume zwischen je zwei frühern Knotenlinien erscheint eine neue. Wird die Platte nicht in der Mitte einer Seite, sondern in der Nähe einer Ecke gestrichen, so gehen die Arme des Kreuzes der Knotenlinien (welche jedoch genauer wiederum hyperbelartige Curven sind) durch die Mitten der 4 Seiten, und der Ton ist die Quinte des erstern, oder bei stärkerem Streichen deren Octave, wo dann aber sich ebenfalls doppelt so viel Knotenlinien bilden.

Je nach der gegenseitigen Lage der Unterstützung und der gestrichenen Punkte, nach der Form der Platten und der Art des Streichens lassen sich diese Curven sehr verändern und vervielfachen.

Auch bei glockenartigen Scheiben, welche ebenfalls zur Tonerregung benutzt werden können, zeigen sich derartige Abtheilungen durch Knotenlinien, welche z. B. durch angefeuchteten Sand, womit die Glocke bestrichen wird, sichtbar gemacht werden können, und bei dem tiefsten Ton einer Glocke diese in 4 Abtheilungen zerlegen.

§. 97.

Die Erregung eines Tones ist nicht auf die Schwingungen fester Körper beschränkt; auch durch flüssige und ausdehnsame Körper können ebenfalls Töne erzeugt werden. Aber auch hier ist es ebenfalls nöthig, Schwingungen von kurzer Dauer, d. h. periodisch und rasch wechselnde Bewegungen, hervorzubringen. Wenn man z. B. in ein Rohr bläst, dessen unteres Ende abwechselnd geöffnet und geschlossen wird, so wird die Luft vor diesem abwechselnd verdichtet und verdünnt, und zugleich entsteht dabei ein Ton, dessen Höhe ebenfalls mit der Geschwindigkeit im Wechsel des Verschliessens und Oeffnens des Rohrs wächst. Ein hierzu dienendes Instrument ist eine Sirene. Am einfachsten erhält man eine solche, wenn man das Rohr gegen eine kleine kreisförmige Scheibe richtet, in welche eine Menge Löcher in gleichen Abständen von einander in einem Kreise um den Mittelpunkt eingeschlagen sind, und zugleich die Scheibe um eine durch den Mittelpunkt gehende Achse gedreht wird. Mit je grösserer Geschwindigkeit die Drehung stattfindet, um so rascher wird dann die Röhre abwechselnd geöffnet und geschlossen, um so rascher folgen also die abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen der Luft vor derselben auf einander, und um so höher wird der Ton, den man dabei hört. Eine andere Sirene, von Cagniard la Tour besteht aus zwei übereinanderliegenden concentrischen Scheiben, von denen die eine sich um die gemeinschaftliche durch die Mittelpunkte gehende Achse drehen kann. Die feste Scheibe bildet den Deckel einer Büchse, in welcher man durch einen Blasebalg Luft eintreiben und verdichten kann. Jede Scheibe ist von einer Reihe gleichweit von einander abstehender und in einem Kreise um die Achse liegender Löcher durchbohrt, so dass bei der Drehung der drehbaren Scheibe diese sich abwechselnd öffnen und schliessen. Die Löcher gehen aber nicht senkrecht gegen die Scheiben durch diese hindurch, sondern schief, und zwar in den beiden Scheiben entgegengesetzt geneigt, so dass die in der Büchse durch den Blasebalg comprimirte Luft beim Ausströmen durch die Löcher die obere Scheibe von selbst in Drehung versetzt, oder wenigstens, nachdem diese in Drehung gesetzt ist, sie darin erhält.

Ein Zeigerwerk, welches mit der drehbaren Scheibe zusammen sich bewegt, dient noch dazu, die Anzahl der Umdrehungen der Scheibe zu

zählen, welche diese in einer bestimmten Zeit macht, wenn das in Bewegung gesetzte Instrument einen Ton von bestimmter constanter Höhe giebt. Durch Multiplication dieser Anzahl von Umdrehungen mit der Anzahl der in der Scheibe befindlichen Löcher erhält man die Anzahl der Wechsel in der Verdichtung und Verdünnung der Luft. Es kann also die Sirene zu genauen Messungen der Schwingungszahlen bestimmter Töne dienen. Ebenso wie aus der Beobachtung der Schwingungszahlen der Saiten von bestimmter Länge und Spannung oder der von elastischen Körpern sich ergiebt, dass die Tonverhältnisse bestimmten Verhältnissen der Schwingungszahlen entsprechen, so ergiebt sich auch durch die Sirene dieselbe Abhängigkeit beider von einander.

Mit Hülfe derselben lässt sich aber auch die absolute Bestimmung der einem bestimmten Tone entsprechenden Schwingungszahl weit genauer ausführen, als durch die Schwingungen fester Körper. Denn wenn man die letztere anwendet, so kann man die Schwingungszahlen wegen der Kleinheit der Dauer der hörbaren Schwingungen nicht direct beobachten, sondern nur nach den Gesetzen der Elasticität aus der beobachteten Dauer der viel langsamern nicht hörbaren Schwingung berechnen. Wenn nun diese Methode auch dann hinlänglich genaue Resultate giebt, wenn es nur auf die Verhältnisse der Schwingungszahlen ankommt, so muss man doch bei der absoluten Bestimmung der Schwingungszahl von einer kleinen beobachteten Zahl auf eine weit grössere schliessen, wobei natürlich ein kleiner Beobachtungsfehler schon einen beträchtlichen Fehler im Resultate hervorbringen kann. Dieses fällt aber bei der Sirene weg, indem hier die Schwingungszahl direct beobachtet wird. Sie eignet sich daher besonders zu dieser Bestimmung.

Mit Hülfe derselben hat man gefunden, dass dem tiefsten noch hörbaren Ton 15 Schwingungen in der Secunde, dem höchsten dagegen 48000 entsprechen, so dass sowohl langsamere als auch raschere Schwingungen keinen Ton mehr hören lassen. Es ist indess namentlich für die tiefere Grenze diese Bestimmung nicht ganz sicher, indem es scheint, dass für verschiedene Ohren diese Grenzen ein wenig verschieden sind, Manche also Schwingungen als einen Ton empfinden, welcher andern Ohren nicht vernehmbar ist.

Dasselbe Instrument kann auch dazu dienen, die Entstehung eines Tones durch Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten nachzuweisen. Bringt man es in Wasser, und lässt man in die Büchse und durch die Oeffnungen der Scheiben Wasser ausfliessen, so entsteht ebenfalls bei hinreichender Drehungsgeschwindigkeit der beweglichen Scheibe ein Ton; so dass also auch durch rasche Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten Töne erzeugt werden können.

§. 98.

Die Tonerzeugung durch abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen der Luft wird in verschiedenen musikalischen Instrumenten, den soge-

nannten Blasinstrumenten, angewendet. Die Theorie aller dieser lässt sich auf die der Pfeifen zurückführen, weshalb wir diese noch etwas genauer betrachten wollen. Sie zerfallen in zwei wesentlich verschiedene Classen, nämlich die Labial- und die Zungenpfeifen, welche sich besonders dadurch von einander unterscheiden, dass in den erstern nur Schwingungen der Luft, in den letztern aber diese zusammen mit Schwingungen eines festen Körpers, der sogenannten Zunge oder des Rohrwerkes, den Ton erzeugen.

In den Labialpfeifen werden die Bewegungen der Luft dadurch hervorgebracht, dass ein Luftstrom gegen den Rand der Röhrenöffnung, die sogenannte Lippe, geblasen wird, so dass er sich an dieser bricht, einerseits nämlich einen Druck auf die in der Röhre enthaltene Luft ausübt, andererseits aber nicht gezwungen wird, in diese selbst einzudringen, sondern an der Röhrenöffnung vorbeistreicht. Durch diesen Druck wird die der Oeffnung zunächst liegende Luftschicht in die Röhre hineingetrieben, verdichtet also die Luft in derselben, welche nun in Folge ihrer vermehrten Expansivkraft jene Luftschicht zurücktreibt, indem sie sich wieder verdünnt. Auf diese Weise entsteht ein abwechselndes Ein- und Austreten von Luft in den Mund der Röhre, wodurch abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen der in der Röhre enthaltenen Luft entstehen.

Betrachten wir zuerst den Fall, wo die Pfeife an der dem Munde entgegengesetzten Oeffnung verschlossen ist, wo sie eine gedackte Pfeife im Gegensatz zu den offenen genannt wird. Die in der Nähe des Mundes entstehende erste Verdichtung pflanzt sich wellenförmig in der Röhre bis zu deren Boden hin fort, und wird hier reflectirt. Dabei kann offenbar die dem Boden zunächst anliegende Luftschicht A nicht von ihrer Stelle fortbewegt, sondern nur verdichtet oder verdünnt werden. Bezeichnen wir die Länge der entstehenden ganzen Welle durch l, und betrachten wir eine unmerklich dicke Luftschicht B, welche um $\frac{1}{2}l$ von dem Boden der Röhre entfernt ist, in dem Momente, wo der Anfang der ersten Verdichtungswelle in derselben ankommt. Sie hat dann sowohl noch ihre normale Dichtigkeit, als sie auch noch nicht von ihrer Stelle verschoben ist; aber von diesem Momente an wird sie verdichtet und zugleich dem Boden der Röhre genähert, indem die zwischen ihr und diesem liegende Luft nun verdichtet wird. Wenn die Luftschicht A am Boden die grösste Dichtigkeit erreicht hat, so ist die Schicht B dem Boden am meisten genähert, und hat zugleich ihre normale Dichtigkeit. Indem dann die Luft zwischen A und B sich ausdehnt, wird B vom Boden entfernt, und durch sie gehen dann gleichzeitig die vom Boden als Verdünnung zurückkehrende Welle und die diesem sich nähernde zweite Verdichtung, mithin behält die Schicht B während dieser zurückgehenden Bewegung die normale Dichtigkeit, und indem auch die zweite Verdichtung reflectirt wird, und ihr eine dritte Verdünnung folgt, wird immer dasselbe stattfinden, d. h. die Schicht B ihre Dichtigkeit nicht

ändern, aber während der Verdichtung der Luft zwischen A und B sich dem Boden nähern, während der Verdünnung sich von demselben entfernen. Die Luftschichten zwischen A und B werden sowohl bewegt als auch verdichtet und verdünnt werden, doch so, dass die A näher liegenden beträchtlichere Dichtigkeitsänderungen aber geringere Verschiebungen als die in der Nähe von B liegenden erleiden.

Betrachten wir eine dritte unendlich dünne Luftschicht C, die in der Entfernung l vom Boden sich befindet, so wird diese, weil, wenn die Luft zwischen A und B verdichtet wird, die zwischen B und C befindliche sich ausdehnt, keine Verschiebung erleiden, dagegen wird sie gleichzeitig immer sowohl durch eine directe als durch eine reflectirte Welle verdichtet, und umgekehrt durch directe und reflectirte verdünnt, so dass die Schicht C wieder wie die Schicht A nur Aenderungen in ihrer Dichtigkeit ohne Verschiebungen in der Längsrichtung der Pfeife erleidet. Von den Schichten zwischen B und C gilt ebenso wieder dasselbe, wie von denen zwischen A und B. Eine Fortsetzung dieser Betrachtungen zeigt, dass eine vierte Schicht D, welche um $\frac{3}{2}l$ vom Boden der Röhre absteht, und überhaupt alle Schichten, deren Abstand von diesem ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge ist, wie die Schicht B nur Verschiebungen und keine Dichtigkeitsänderungen erleiden, dagegen alle Schichten, welche um ein gerades Vielfaches der halben Wellenlänge vom Boden abstehen, wie A und C, nur Dichtigkeitsänderungen und keine Verschiebungen erfahren.

Die dem Munde der Pfeife nächstliegende Luftschicht von geringer Dicke wird durch den am Rande desselben vorbeigehenden Luftstrom abwechselnd in die Röhre getrieben, und tritt aus derselben wieder hervor, jede Dichtigkeitsänderung derselben aber theilt sich sofort der nächstliegenden Luftschicht mit, so dass ihre Dichtigkeit als constant angesehen werden muss. Sie ist daher eine derjenigen, deren Abstand vom Boden der Pfeife ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge sein muss. Nennen wir also L die ganze Länge der Pfeife und m eine ganze Zahl, so muss die Wellenlänge der stehenden Schwingungen, in welche in dieser Art die in der Pfeife enthaltene Luft versetzt werden kann, der Bedingung genügen

$$L = \frac{(2m+1)l}{2},$$

oder

$$l = \frac{2L}{2m+1}.$$

Bezeichnen wir mit c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in der Pfeife, und mit t die Schwingungsdauer, so ist

$$c = \frac{l}{t},$$

oder

$$t = \frac{l}{c},$$

und wenn noch n die Schwingungszahl in einer gegebenen Zeit bedeutet, welche der Tonhöhe proportional ist, so ergiebt sich

$$n = \frac{c}{l} = \frac{c(2m+1)}{2L}.$$

Es folgt daraus also, dass eine gedackte Pfeife nur solche Töne geben kann, deren Schwingungszahlen der Länge der Pfeife umgekehrt proportional sind, und sich wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, . . . verhalten.

Die Beobachtung bestätigt nun diese Schlüsse. Denn wenn man eine gedackte Pfeife schwach anbläst, so dass die entstehenden Verdichtungen möglich langsamst aufeinanderfolgen, die Wellenlänge also am grössten wird, so giebt sie einen Ton, den Grundton, welcher $m = o$ entspricht, und dessen Schwingungszahl für verschiedene Pfeifen der Länge umgekehrt proportional ist. Wird dieselbe Pfeife aber stark angeblasen, lässt man also die Verdichtungen sehr rasch auf einander folgen, wodurch man die Wellenlänge abkürzt, so kann man nicht beliebige Töne auf der Pfeife hervorbringen, sondern nur solche, deren Schwingungszahlen ein ungerades ganzes Vielfaches der Schwingungszahl des Grundtones sind.

§. 99.

Da man die Schwingungszahl kennt, welche einem bestimmten Tone entspricht, so kann die Messung der Länge einer Pfeife und die Beobachtung ihres Grundtones dazu dienen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in der Luft zu bestimmen. Es hat z. B. eine gedackte Orgelpfeife, deren Grundton das $\underline{\underline{C}}$ ist, eine Länge von etwa $5{,}15^m$, während 32 die Schwingungszahl dieses Tones für eine Secunde ist. Daraus ergiebt sich also

$$32 = \frac{c}{10{,}3}, \text{ oder}$$

$$c = 32 \,.\, 10{,}3 = 329{,}6,$$

d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in der Luft ergiebt sich daraus zu etwa 330 Meter in der Secunde.

Man kann die Pfeifen nun auch benutzen, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in andern Luftarten zu bestimmen, indem man eine Pfeife, deren Grundton in der Luft man kennt, in ein mit einer andern Gasart gefülltes Gefäss bringt, und darin durch eine geeignete Vorrichtung ansprechen lässt. Ist n die Schwingungszahl des Grundtones in der Luft und c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in dieser, ebenso n' die Schwingungszahl des Grundtones in einer andern Gasart, c' die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dieser, so ist

$$c : c' = n : n',$$

oder

$$c' = \frac{c \,.\, n'}{n}.$$

Es ist indessen zu bemerken, dass zur absoluten Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in der Luft diese Methode sich nicht sehr eignet. Die Schlüsse nämlich, aus welchen die obigen Formeln abgeleitet sind, setzen voraus, dass die Dichtigkeitsänderungen oder Verschiebungen einer Luftschicht in einer Pfeife in der ganzen Ausdehnung des Querschnittes dieser immer dieselben sind.

Je nach der Form und Grösse des Mundloches wird aber die diesem nächste Schicht der in der Röhre enthaltenen Luft andere und andere Verschiebungen erhalten können. Man muss sich diesen Einfluss des Mundloches so vorstellen, dass nicht genau an diesem die bewegliche Schicht von unveränderlicher Dichtigkeit liegt, welche wir angenommen haben, sondern dass diese nächste Schicht schon eine kleine Dichtigkeitsänderung erleidet, deren Betrag bei verschiedenen Mundöffnungen ein verschiedener ist. Denn wenn man in einer Pfeife einen beweglichen Boden anbringt, diesen nach und nach verschiebt, so dass er an die Stellen kommt, wo zufolge der Theorie die Knoten, d. h. die unbeweglichen Luftschichten, liegen, und die entsprechenden Töne und Pfeifenlängen beobachtet, so findet sich dass die Abstände der Knoten von einander überall mit Ausnahme des zwischen der Oeffnung und dem ersten Knoten befindlichen einander und dem von der Theorie geforderten gleich sind, der erste aber etwas kürzer um ein Stück, welches bei verschiedenen Mundöffnungen einen andern Werth erhält. Bezeichnen wir dieses durch x, so wird die Schwingungszahl der Töne durch

$$n = \frac{c(2m+1)}{2(L+x)} \text{ gegeben.}$$

Verkürzt man also die Pfeife durch successives Einschieben des beweglichen Bodens um die Grösse

$$l = \frac{2(L+x)}{2m+1},$$

so kann man sie so anblasen, dass sie immer denselben Ton giebt, und daraus ergiebt sich, dass die Schwingungsknoten mit Ausnahme des erstern um l von einander abstehen, der erste aber um weniger als $\frac{l}{2}$ von der Mundöffnung. Je nach der Form und Grösse der letztern ist dieser Abstand verschieden, und daher lässt sich eine Pfeife durch Aenderung dieser ein wenig stimmen. Bei den Orgelpfeifen geschieht diese Stimmung auch wirklich durch zwei neben die Mundöffnung gesetzte Lappen, durch deren Biegung die letztere so weit abgeändert werden kann, dass sie den gewünschten Ton giebt, wenn vermöge der Länge der Pfeife dieser schon annähernd erreicht ist. Bei Blasinstrumenten, an welchen der Mund des Spielers die Mundöffnung der Pfeife bildet, ist es die Geschicklichkeit dieses, welche für jeden Ton die richtige Oeffnung bilden muss.

§. 100.

Wenn man in der Wand einer gedackten Pfeife an einer solchen Stelle eine Oeffnung macht, wo die Luft keine Dichtigkeitsänderungen, sondern nur Verschiebungen erleidet, so wird dadurch kein Grund gegeben, dass nun hier Dichtigkeitsänderungen eintreten sollten, die Pfeife giebt dann noch immer denselben Ton als vorher, die Oeffnung mag gross oder klein sein. Der Ton wird daher auch nicht abgeändert, wenn die Pfeife hier ganz abgeschnitten wird. Diese Stellen stehen aber von dem Boden der Röhre um eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen ab, oder von der Mundöffnung um eine gerade Anzahl, wenn wir die im vorigen Paragraphen erwähnte kleine Grösse x vernachlässigen. Durch das Abschneiden des den Boden enthaltenden Theils der Pfeife geht aber die gedackte Pfeife in eine offene über; und daher gilt, wenn L die Länge einer solchen bezeichnet, für die Wellenlänge l der hier möglichen stehenden Schwingungen die Gleichung

$$L = ml,$$

wo m eine ganze Zahl ist. Daraus ergiebt sich

$$l = \frac{L}{m},$$

oder wenn wir für l seinen Werth $c\,.\,t = \frac{c}{n}$ setzen, wo c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, t die Schwingungsdauer und n die Schwingungszahl bezeichnet,

$$\frac{c}{n} = \frac{L}{m}$$

oder

$$n = \frac{cm}{L}.$$

Die Schwingungszahlen der auf einer offenen Pfeife möglichen Töne sind daher der Pfeifenlänge umgekehrt, und den ganzen Zahlen 1, 2, 3, ... proportional. Der Grundton derselben entspricht $m = 1$, und seine Schwingungszahl ist also

$$n = \frac{c}{L}.$$

Da nun diese Zahl für den Grundton einer gedackten Pfeife von gleicher Länge

$$n = \frac{c}{2L} \text{ ist,}$$

so folgt, dass der Grundton einer offenen Pfeife die Octave des Grundtons einer gedackten Pfeife von gleicher Länge ist; oder dass eine offene Pfeife, um denselben Ton wie eine gedackte zu geben, die doppelte Länge wie diese haben muss.

Da nun eine gedackte Pfeife das $\underline{\underline{C}}$ giebt, wenn ihre Länge $= 5{,}15^m$ ist, so giebt eine offene Pfeife denselben Ton, wenn sie eine Länge

von $10,3^m$ oder etwa 32′ hat; man nennt daher diesen Ton wohl das 32füssige *C*.

Von den offenen Pfeifen gilt übrigens hinsichtlich des Einflusses des Mundloches dasselbe wie von den gedackten; sie können daher in derselben Art wie diese ein wenig umgestimmt werden. In anderer Weise kann man dasselbe auch erreichen, indem man das offene Ende derselben ein wenig verengert oder erweitert, wodurch sie einer gedackten Pfeife mehr oder weniger genähert werden.

Das Verhältniss der Dicke der Pfeifen zu deren Länge bestimmt hauptsächlich die grössere oder geringere Leichtigkeit, mit der sie den Grundton oder einen ihrer höhern Töne geben. Im Allgemeinen lässt sich in dieser Beziehung sagen, dass, wenn die Dicke sehr klein gegen die Länge ist, die Pfeifen vorzugsweise leicht die höhern Töne geben. Bei den Orgeln, wo jede Pfeife ihren Grundton geben soll, darf daher der Querschnitt nicht zu klein sein. Die Erfahrung hat für die besten Verhältnisse in dieser Beziehung gewisse Regeln ergeben, welche aber theoretisch noch nicht besonders begründet sind.

Bei andern Blasinstrumenten dagegen, welche verschiedene Töne geben sollen, muss im Allgemeinen die Dicke in einem geringern Verhältniss zu ihrer Länge stehen. Bei vielen derselben, soweit sie überhaupt in die Classe der Labialpfeifen gehören, wird durch seitliche Fingeröffnungen oder Ventile die Länge der Pfeife bei verschiedenen Tönen geändert, wie z. B. bei der Flöte. Um mit einem und demselben Instrumente, welches keine solche Hülfsmittel darbietet, z. B. dem Horn, viele in einer Octave liegende Töne hervorbringen zu können, muss das Rohr eine beträchtliche Länge haben, indem die höhern Töne einer offenen Pfeife um so näher an einander rücken, je weiter sie vom Grundton entfernt sind.

Bezeichnen wir z. B. durch *C* den Grundton einer solchen Pfeife und durch 1 seine Schwingungszahl, so ergiebt sich folgende Reihe von möglichen Tönen mit den entsprechenden Schwingungszahlen:

$\underline{\underline{C}}$	1,	*d*	9,	$\overline{des}$ —	17,	$\overline{gis}$	25,
$\underline{C}$	2,	*e*	10,	$\overline{d}$	18,	$\overline{as}$ +	26,
$\underline{G}$	3,	*fis* —	11,	$\overline{es}$ —	19,	$\overline{a}$ —	27,
C	4,	*g*	12,	$\overline{e}$	20,	$\overline{ais}$ +	28,
E	5,	*as* +	13,	$\overline{eis}$ +	21,	$\overline{b}$ +	29,
G	6,	*ais* +	14,	$\overline{fis}$ —	22,	$\overline{h}$	30,
Ais +	7,	*h*	15,	$\overline{ges}$ —	23,	$\overline{his}$ —	31,
c	8,	$\overline{c}$	16,	$\overline{g}$	24,	$\overline{\overline{c}}$	32,

worin das Zeichen + bedeutet, dass der entsprechende Ton etwas höher, das Zeichen —, dass er etwas tiefer als der angegebene ist.

§. 101.

Von den Labialpfeifen unterscheiden sich die Zungenpfeifen dadurch, dass die Mundöffnung nicht vollkommen geöffnet ist, sondern durch eine elastische Platte oder Membran, die Zunge oder das Rohrwerk, verschlossen wird, welche aber, wenn sie durch einen gegen sie gerichteten Luftstrom in Schwingungen versetzt wird, die Mundöffnung abwechselnd öffnet und schliesst. Die durch die Mundöffnung in die Pfeife eindringende Luft muss, damit sie nicht die Schwingungen der Platte hemmt, aus der Pfeife entweichen können, die letztere ist daher immer eine offene, wenigstens insoweit, dass das dem Mundloche entgegengesetzte Ende der Pfeife nicht verschlossen ist.

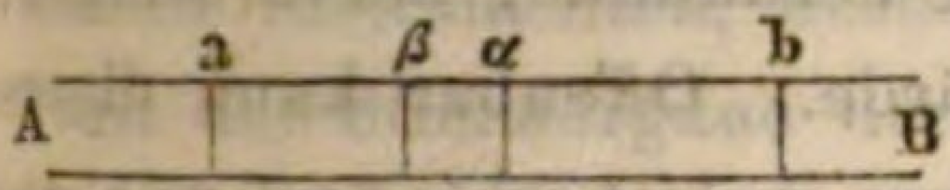
In den tönenden Zungenpfeifen sind daher die Schwingungen zweier Körper zu unterscheiden, nämlich die durch die Elasticität und Länge der Zunge bestimmten Schwingungen dieser und die durch die Länge der Pfeife bedingten der in dieser enthaltenen Luft. Es zeigt sich aber, dass diese beiden Schwingungen sich gegenseitig so abändern, dass sie in gleichem Takte geschehen. Ist nämlich der Ton, welchen die Zunge für sich giebt, einer aus der Tonreihe, welche die Pfeife für sich geben kann, so giebt die zusammengesetzte Pfeife den nämlichen Ton; wenn aber der Ton der Zunge an sich dieser Reihe nicht angehört, so wird durch die Pfeife die Schwingungszahl der Zunge verkleinert, so dass ein tieferer Ton entsteht, vorausgesetzt nämlich, dass die Pfeife, wie es gewöhnlich geschieht, so angeblasen wird, dass der dichtere Luftstrom von aussen an die Zunge schlägt, die Luft also in der Pfeife eine geringere Dichtigkeit als die ausserhalb derselben vor der Zunge befindliche besitzt. Ist dieses nicht der Fall, wird also die Pfeife z. B. durch Saugen zum Tönen gebracht, in welchem Falle die Luft in der Pfeife dichter als ausserhalb derselben vor der Zunge ist, so ist der Ton der zusammengesetzten Pfeife, wenn er nicht dem der für sich schwingenden Zunge gleich ist, höher als dieser.

Es zeigt sich dieses Resultat darin, dass, wenn man mit einer schwingenden Platte eine Röhre von veränderlicher Länge verbindet, und während des Schwingens der Zunge die Länge der Röhre ändert, der Ton der Pfeife sinkt oder steigt, je nachdem die Luft in der Pfeife geringere oder grössere Dichtigkeit als die vor der Zunge befindliche besitzt; dass dieses Sinken oder Steigen aber nicht unbegrenzt ist, sondern bei einer bestimmten Länge der Pfeife wieder von vorn beginnt, nachdem der Ton dann plötzlich auf seine ursprüngliche Höhe zurückgesprungen ist. Das Zurückspringen des Tones auf die ursprüngliche Höhe tritt jedesmal dann ein, wenn die Länge der Pfeife ein ganzes Vielfaches der Länge einer solchen offenen Pfeife ist, deren Grundton derselbe wie der der für sich schwingenden Zunge ist.

Bezeichnen wir diese Länge durch l, und nehmen wir an, die Pfeife werde in gewöhnlicher Weise angeblasen, so dass der Ton der Zunge durch die Pfeife nur vertieft nicht erhöhet werden kann. Während die Länge der Pfeife o, oder l, oder $2l$, u. s. f. ist, so entsteht der Ton der Zunge, während sie aber von o bis $\frac{1}{4}l$ wächst, so sinkt der Ton kaum merklich, zwischen $\frac{1}{4}l$ und $\frac{1}{2}l$ sinkt er merklich, zwischen $\frac{1}{2}l$ und $\frac{3}{4}l$ rascher und zwischen $\frac{3}{4}l$ und l am raschesten, indem er sich der tiefern Octave nähert; dasselbe wiederholt sich zwischen l und $2l$, zwischen $2l$ und $3l$, u. s. f., nur dass er zwischen l und $2l$ nur um eine Quarte, zwischen $2l$ und $3l$ nur um eine Terz sinkt.

Um das Zustandekommen dieser Wirkung zu verstehen, wollen wir eine

Fig. 10.



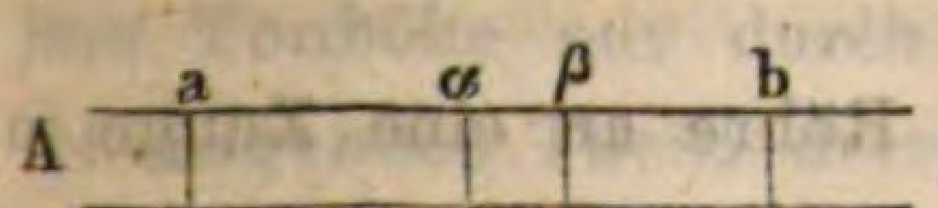
Luftsäule AB (Fig. 10) von der Länge $2l$ betrachten, welche mit Knoten in a, b, ... schwingt, d. h. so dass in diesen Luftschichten keine Bewegung der Luft in der Richtung der Achse, sondern nur abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen entstehen. In der Mitte zwischen beiden, in α, befindet sich eine Luftschicht, welche keine Dichtigkeitsänderungen erleidet, wohl aber in der Richtung der Röhre hin und her schwingt. Offenbar wird die Bewegung der Luft zwischen α und B nicht geändert, wenn in α eine elastische Platte β in die Röhre eingesetzt wird, welche genau dieselben Bewegungen wie die Luftschicht α ohne diese Platte macht, und wenn dafür der Theil $A\alpha$ der Röhre weggenommen wird.

Dasselbe wird aber auch noch gelten, wenn sich die Platte β an einer andern Stelle zwischen a und b und in einer solchen Schwingung befindet, dass sie gerade dieselben Bewegungen macht, welche, wenn sie nicht vorhanden wäre, die hier befindliche Luftschicht machen würde. Nur in a oder b selbst kann keine schwingende Platte gesetzt werden, weil die hier befindlichen Luftschichten ruhen sollen.

Befindet sich β zwischen a und α, so dass also in der betrachteten Röhre βB zwischen der Platte β und dem Schwingungsknoten b die Schicht α liegt, so würde, wenn β nicht vorhanden wäre, während einer Verdichtung zwischen a und α die Luft in der Richtung von α nach a bewegt werden, folglich muss, wenn die Platte β vorhanden ist, diese sich nach a, d. h. von der Pfeife βB weg, bewegen, wenn zwischen β und α Verdichtuug stattfindet, und umgekehrt während einer Verdünnung zwischen β und α in der Richtung nach B hin oder dem Innern der Pfeife zu.

Befindet sich dagegen die Platte β zwischen α und b (Fig. 11), so dass

Fig. 11.



ihr im Innern der Pfeife βB ein Schwingungsknoten b zunächst liegt, so wird während einer Verdichtung in dem an die Platte grenzenden Raume βb die Platte sich nach dem Innern der Röhre βB, dagegen bei einer Verdünnung nach Aussen bewegen müssen.

Eine solche bewegliche Platte können wir nun durch die elastische Platte eines Rohrwerks darstellen. Diese bildet nämlich eine Zunge, durch welche die Oeffnung der Pfeife verschlossen wird, wenn sie dem Innern der Pfeife sich nähert, dagegen geöffnet, wenn sie nach Aussen schwingt. In Schwingungen wird sie aber zunächst dadurch gesetzt, dass entweder ein von Aussen nach Innen, oder ein von Innen nach Aussen dringender Luftstrom sie beugt. Die Schwingungen werden theils durch die elastische Kraft der Feder bestimmt, theils durch die Kraft, welche die in der Pfeife schwingende Luftsäule auf sie ausübt, und welche sowohl in gleichem Sinne wie die erstere als auch in entgegengesetztem wirken kann. Wird die Luft nun von Aussen nach Innen getrieben, so muss die Oeffnung mit einer Verdichtung der der Zunge zunächst liegenden Luft in der Pfeife zusammenfallen, weil sonst die eindringende Luft hier eine Verdünnung hervorbringen, die Schwingungen in der Pfeife also stören würde. Offenbar kann dieses aber nur der Fall sein, wenn die Zunge die Lage zwischen a und α in der Figur 10 hat, Wird dagegen die Luft von Innen nach Aussen getrieben, so muss die Oeffnung mit einer Verdünnung der an der Zunge liegenden Luft verbunden sein, und dann muss β wie in Fig. 11 zwischen a und b liegen. In beiden Fällen ist jedoch auch noch der zuerst betrachtete Fall möglich, dass die Zunge gerade in α liege. Soll dieses der Fall sein, so muss die Schwingung so geschehen, dass der erste Schwingungsknoten von derselben gerade um die Hälfte des Abstandes entfernt ist, welcher zwei Schwingungsknoten in einer offenen Pfeife trennt, die in der nämlichen Schwingung begriffen ist.

In diesem Falle schwingt die Luft in der Pfeife unter Mitwirkung der Zunge gerade so, wie ohne diese, d. h. dieser Fall tritt dann ein, wenn der Ton der Zunge für sich einer aus der Tonreihe der Pfeife für sich ist. Ist dieses aber nicht der Fall, so wirkt die Dichtigkeitsänderung in der Pfeife in demselben Sinne auf die Zunge, wie deren Elasticität, wenn, während diese nach Aussen schwingt, sie im Innern der Pfeife von verdichteter Luft, beim Schwingen nach Innen von verdünnter Luft berührt ist, oder wenn nach dem Vorhergehenden die Pfeife durch einen aus deren Innerm tretenden Luftstrom zum Tönen gebracht wird. Das Entgegengesetzte tritt aber im andern Falle ein, wenn der bewegende Luftstrom von Aussen kommt. Im ersten Falle ist es so gut, als sei die Elasticität der Platte vergrössert, im letztern, als sei sie vermindert. Eine Vergrösserung der Elasticität hat aber eine Verkürzung der Schwingungsdauer oder eine Erhöhung des Tons, nud eine Verminderung derselben eine Verlängerung der Schwingungsdauer oder eine Vertiefung des Tons zur Folge.

So ergiebt sich also, dass der Ansatz einer Röhre an eine Zunge in dem ersten Falle eine Erhöhung, im andern dagegen eine Vertiefung des Tons zur Folge haben muss, wie es die Beobachtung zeigt.

Zugleich aber zeigt sich, dass, wenn die Länge des angesetzten Rohrs ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge ist, welche dem Tone der Zunge entspricht, keine Tonänderung stattfindet. Daher das wiederholte Rückspringen des Tons bei Verlängerung der Pfeife.

Die genauere Ausführung dieser von Weber aufgestellten Theorie der Zungenpfeifen lehrt auch, wie aus dem Tone der Zunge und der Länge der Pfeife der Ton der zusammengesetzten Pfeife gefunden werden kann, und die darauf gegründeten Bestimmungen der Töne bei verschiedenen Pfeifenlängen stimmen vollkommen mit den Resultaten der Beobachtung überein.

§. 102.

Die Zungenpfeifen haben, abgesehen von ihrer Benutzung zu musikalischen Instrumenten, deshalb ein grosses Interesse, weil sie den wichtigsten Theil der Stimmorgane der Menschen und vieler Thiere zu bilden scheinen.

Das Fundament des Stimmorgans, d. h. der den Ton erzeugende und die musikalische Höhe desselben bestimmende Theil, besteht im Wesentlichen aus einer von den Lungen ausgehenden aus knorpeligen und elastischen Membranen gebildeten Röhre, der Luftröhre, welche nach oben in eine von Knorpeln gebildete Höhle, den Kehlkopf, sich erweitert. Dieser ist oberhalb durch zwei über ihn gespannte Membranen, die Stimmbänder, mit Ausnahme einer Spalte zwischen beiden, der Stimmritze, geschlossen, durch welche letztere der Kehlkopf mit der Mundhöhle communicirt. Beim Sprechen, Singen u. s. w. wird die Luft aus den Lungen durch die Luftröhre und die Stimmritze getrieben, dabei gerathen die Stimmbänder, welche die letztere bilden, in Schwingungen, und diese bringen den Ton hervor. Die Stimmbänder, welche an den Wänden des Kehlkopfes befestigt sind, können durch Zusammendrücken und Erweitern desselben mittelst verschiedener Muskeln mehr oder weniger gespannt werden und zugleich die Stimmritze erweitern oder verengern. Die grössere oder geringere Spannung derselben bedingt wesentlich die Höhe des entstehenden Tones, wie von Müller durch directe Versuche an ausgeschnittenen Kehlköpfen nachgewiesen ist.

Die Möglichkeit, durch das Stimmorgan sehr verschieden hohe Töne hervorzubringen, ohne dass dabei die Theile desselben, welche als Pfeifen betrachtet werden könnten, Luftröhre und Mundhöhle, beträchtliche Längenänderungen erleiden, verbietet einen Vergleich des Stimmorgans mit Labialpfeifen. Aber wenn man dasselbe mit einer Zungenpfeife vergleicht, so muss dabei berücksichtigt werden, dass in den gewöhnlichen künstlichen Zungenpfeifen die Zunge aus einem steifen elastischen Körper besteht, und daher ihre Tonhöhe nur durch eine Veränderung in der Länge oder Dicke des schwingenden Theils derselben hervorgebracht werden kann, wenigstens mit Ausschluss der geringen und hier nicht in Betracht kommenden Aenderungen, welche der Ansatz ungleich langer Pfeifen bedingt. Die Stimmbänder

bestehen aber aus biegsamen Membranen, die einer verschiedenen Spannung fähig sind. Insofern bieten sie also einen Vergleich mit gespannten Saiten dar, und werden wie diese bei ungeänderter Länge und Dicke einer verschiedenen Schwingungsdauer fähig sein. Versuche mit Zungenpfeifen, in welchen die starre Zunge durch eine oder zwei durch äussere Kräfte gespannte Kautschukmembranen ersetzt ist, zeigen übrigens, dass ihre Töne, was den Einfluss der Länge einer angesetzten Pfeife betrifft, nach ganz ähnlichen Gesetzen wie die der Zungenpfeifen mit starren Zungen sich richten, ausserdem aber die Tonhöhe von der Spannung der Membran abhängt.

Im Allgemeinen ist daher der Ton unter übrigens gleichen Umständen um so tiefer, je grösser die Länge der schwingenden Membranen, d. h. je länger die Stimmritze ist. Bei Männern ist diese nun beträchtlich länger als bei Frauen und Kindern, daher erstere in der Regel eine tiefere Stimme als letztere haben.

Die übrigen Theile des Stimmorgans, namentlich die Mundhöhle, scheinen nur einen geringen Einfluss auf die Höhe des entstehenden Tones zu haben.

Von dem grössten Einflusse ist dagegen besonders die letztere auf andere Eigenschaften des Tones, namentlich die Articulation und den Klang.

Wodurch diese an den verschiedenen Tönen bedingt werden, ist freilich noch sehr in Dunkel gehüllt; eine Hypothese darüber, welche einige Wahrscheinlichkeit hat, werden wir im folgenden Capitel erwähnen. Indessen zeigt einige Aufmerksamkeit beim Sprechen, dessen Möglichkeit eben auf der Articulation beruht, dass diese durch physikalische Umstände in der Mundhöhle bewirkt wird. Was zunächst die Vocale, und zwar die fünf einfachen, *A*, *E*, *I*, *O*, *U* betrifft, so ergiebt sich, dass sie durch eine grössere oder geringere Oeffnung derselben entstehen. Beim ersten ist die Mundhöhle vollkommen geöffnet, die übrigen entstehen dagegen der Reihe nach durch eine Verengerung derselben am hintern Gaumen, am vordern Gaumen, in der Nähe der Zähne und zwischen diesen und den Lippen.

Die Consonanten entstehen dagegen durch eine Tonhemmung, bewirkt durch einen engern Verschluss der Mundhöhle an den verschiedenen Stellen, so dass kein eigentlicher Ton zu Stande kommt, und erst durch Verbindung dieser Hemmung mit einem nachfolgenden Vocaltone eine Modification des letztern bewirkt wird, weshalb auch die Consonanten an sich nicht ausgesprochen werden können. Je nach den Stellen, an welchen die Hemmung des Tones vorgenommen wird, werden daher Lippen- (*W*, *F*, *V*, *B*, *P*, *M*), Zahn- (*D*, *T*, *N*) und Gaumen-Consonanten (*Ch*, *G*, *K*, *N*) unterschieden, welche je nach der grössern oder geringern Hemmung sich von einander unterscheiden, und zu denen noch durch Einwirkung der Zunge auf den durch die Mundhöhle gehenden Luftstrom andere Consonanten wie *S*, *L*, *R* kommen.

Zweites Capitel.

Von der Ausbreitung und Wahrnehmung des Schalls.

§. 103.

Die Erregung von Schwingungen eines Körpers ist nicht die einzige Bedingung für die Wahrnehmung eines Schalls, sondern es sind dazu auch noch gewisse Beziehungen erforderlich, in welchen der Hörende oder vielmehr sein Gehörorgan mit dem schwingenden Körper stehen muss.

Es zeigt sich dieses schon darin, dass der Schall eines tönenden Körpers um so schwächer vernommen wird, je weiter man von demselben entfernt ist, und bei einer hinreichend grossen Entfernung gar nicht. Ebenso folgt es daraus, dass die Zwischensetzung mancher fester Körper, wie wollener Decken und ähnlicher aus wenig elastischen Stoffen bestehender Schirme zwischen den tönenden Körper und das Ohr die Schallempfindung beträchtlich schwächt, unter gehörigen Umständen ja sogar ganz aufheben kann.

Es findet daher keine unmittelbare Wirkung des schwingenden Körpers auf das Ohr statt, sondern diese muss durch die zwischen beiden befindlichen Gegenstände vermittelt werden. In der Regel ist es aber die Luft, welche das Ohr umgiebt, und daher die Vermittelung für die Wahrnehmung des Schalls bilden muss. Sie besitzt freilich diese Fähigkeit nicht allein, denn wenn man das Ohr unter irgend eine Flüssigkeit bringt, durch diese also von der Luft absperrt, so kann dasselbe einen Schall immer noch wahrnehmen. Ebenso wenn ein schwingender Körper ringsum von einem Kasten mit Wänden aus elastischen Stoffen, z. B. Glas, Metall u. s. w. umgeben wird, so hört man ebenfalls den Schall noch. Wenn man aber in einem solchen Gehäuse mittelst der Luftpumpe die Luft sehr beträchtlich verdünnt, so dass man den innern Raum einem luftleeren Raume sehr annähert, so wird, wenn der Körper in demselben auch in sehr beträchtliche Schwingungen gesetzt wird, nur ein schwacher oder selbst gar kein Schall vernommen, so dass man schliessen muss, dass ein in einem völlig leeren Raume befindlicher schwingender Körper gar keine Schallempfindung hervorbringen kann.

Der genannte Versuch mit der Luftpumpe gelingt um so besser, d. h. der Ton des schwingenden Körpers, z. B. einer durch einen Klöppel angeschlagenen Metallglocke, wird beim fortgesetzten Verdünnen der Luft um so weniger gehört, je weniger die Glocke mit den Wänden durch feste und elastische Körper in Verbindung steht, am besten daher, wenn sie nur durch einen feinen Faden in dem luftleeren Raume aufgehängt ist. Wenn aber die Glocke z. B. an Metallstäben aufgehängt ist, die auf dem Teller der Luftpumpe stehen, so bemerkt man deutlich, dass der dann wahrgenommene Schall durch deren Vermittelung von der Glocke herkommt.

Es ergiebt sich also, dass ausser der Erregung eines Schalles durch Schwingungen noch eine Fortleitung desselben bis an das wahrnehmende Ohr erforderlich ist, und dass diese Fortpflanzung an das Dasein elastischer Körper in dem Zwischenraume gebunden ist.

Es lässt sich nun ferner auch leicht bemerken, dass diese Fortpflanzung, wenn auch sehr rasch, doch nicht absolut momentan geschieht, sondern eine gewisse mit der Entfernung des tönenden Körpers vom Ohre wachsende Zeit verlangt.

Wenn man an einem Standpunkte in einem vorausbestimmten Momente einen Schall erregt, z. B. durch das Abfeuern eines Geschützes, und an einem irgend beträchtlich entfernten Orte den Moment beobachtet, wann man denselben hört, so fallen beide Momente nicht genau zusammen, sondern der letzte um etwa so viel Secunden später, als die Entfernung der beiden Standpunkte von einander ein Vielfaches von 330^m ist, so dass also die Fortpflanzung des Schalls in der Luft etwa mit einer Geschwindigkeit von 330^m in der Secunde stattfindet.

Von dem Vorhandensein einer successiven Fortpflanzung des Schalls in der Luft überzeugt man sich auch schon dadurch, dass man die Feuererscheinung beim Abfeuern eines Geschützes in der Nähe in demselben Momente wahrnimmt, wo man auch den Schall hört, in der Ferne dagegen den letztern merklich später.

Auch schon einen schwächern Schall, z. B. den, welchen man durch einen Schlag mit einer Axt oder einem schweren Hammer gegen einen festen Gegenstand erzeugt, hört man aus einiger Entfernung merklich später, als man die Axt auf den festen Gegenstand treffen sieht.

Durch ebenso einfache Beobachtungen ergiebt sich, dass die Höhe oder Stärke des Tones keinen Einfluss auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, indem man eine auf irgend einem Instrumente gespielte Melodie aus der Ferne ganz ebenso wie in der Nähe hört, mit Ausnahme einer gleichmässigen Schwächung sämmtlicher Töne.

Genaue Versuche über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft, welche nach der zuerst erwähnten Methode angestellt sind, haben fast vollkommen übereinstimmende Resultate ergeben, z. B. Versuche von Humboldt, Arage u. A., 331^m, von Benzenberg 333,7, von Moll und van Beek 332,05, von Bravais und Martins 332^m,3. Bei diesen Versuchen ist übrigens auch noch der Umstand ermittelt, aber zugleich beseitigt, dass die Richtung des Windes von Einfluss auf diese Geschwindigkeit ist, indem in seiner Richtung die Geschwindigkeit grösser, in der entgegengesetzten kleiner ist. Dadurch, dass gleichzeitig an beiden Endpunkten einer gemessenen Standlinie der Schall erregt, und an beiden die Momente der Ankunft beobachtet wurden, liess sich indess dieser Einfluss eliminiren, wodurch die obigen mittlern für ruhige Luft geltenden Zahlen erhalten wurden.

§. 104.

Wenn wir nun nach der Rolle fragen, welche die Luft oder ein anderer den Schall fortleitender Körper bei dieser Fortpflanzung spielt, so muss diese so beschaffen sein, dass sie einmal einen Grund dafür angiebt, dass der Schall sich gerade mit der beobachteten und für alle Töne constanten Geschwindigkeit darin bewegt, und zweitens, dass die Stärke desselben mit der Entfernung von der Erregungsstelle abnimmt.

Nun ist es aber eine Folgerung aus der Beschaffenheit elastischer Körper, zu denen auch in dieser Beziehung Flüssigkeiten und Gasarten gehören, dass irgend welche Schwingungsbewegungen, welche in denselben erregt werden, sich von der Erregungsstelle aus nach allen Seiten mit einer von der Beschaffenheit der Körper abhängigen Geschwindigkeit wellenförmig fortpflanzen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben kann, wie wir früher gesehen haben, experimentell ermittelt werden, oder wenigstens können die Grössen experimentell ermittelt werden, von welchen dieselbe abhängt.

Bleiben wir zunächst bei der Luft stehen, so kann diese auf mehrfache Weise bestimmt werden. Eine im §. 99 genannte Methode besteht in der Beobachtung des Grundtones einer Labialpfeife von bekannter Länge, welche mit einigen Modificationen auch auf Zungenpfeifen, und zwar mit einer noch grössern Genauigkeit anwendbar ist, und derartige Versuche ergeben immer Zahlen, welche von $\frac{330^m}{1''}$ wenig abweichen, also mit der direct bestimmten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls übereinstimmen.

Ausserdem kann diese Geschwindigkeit c auch aus der im §. 91 gegebenen Formel berechnet werden, welche

$$c = \sqrt{\frac{g \,.\, e \,.\, d'}{d}\, k}$$

ergiebt, worin g die Beschleunigung der Schwere $= 9^m{,}808$, e den normalen Barometerstand $= 0^m{,}76$, d' die Dichtigkeit des Quecksilbers $= 13{,}6$, d die der Luft unter dem normalen Barometerstande $= \frac{1}{772}$ bedeutet, und k ein von andern Umständen abhängiger Factor ist, der, wie wir später sehen werden, den Werth 1,375, oder einen nahe gleichen, hat, woraus sich $c = 328^m{,}04$ ergiebt.

Es folgt daraus also, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in der Luft, welche von der Schwingungsdauer und der Stärke der ursprünglichen Erschütterung unabhängig ist, mit der für den Schall in der Luft ermittelten Fortpflanzungsgeschwindigkeit, die von der Höhe und Stärke des Tones unabhängig ist, übereinstimmt.

Andererseits aber nimmt der Grad der Verdichtungen und Verdünnungen der Luftwellen, oder um es kurz auszudrücken, deren Intensität, mit deren Ausdehnung, d. h. mit deren Entfernung von der Erregungsstelle ab,

ganz so wie die Schallstärke mit der Entfernung von dem tönenden Körper abnimmt.

Daraus ergiebt sich dann die Vorstellung, dass diese Luftwellen es sind, welche den Schall in der Luft fortpflanzen, und dass die Schallstärke durch die Intensität der Wellen bedingt sei.

Diese letztere Annahme stimmt auch damit überein, dass wir unter übrigens gleichen Umständen einen Ton um so stärker hören, durch je beträchtlichere Kräfte die Schwingungen des tönenden Körpers hervorgebracht werden.

Wenn ferner die Ausbreitung der Wellen in der Luft nach gewissen Richtungen gehindert wird, so dass sie nur in einigen oder wenigen ganz frei stattfinden kann, so bewahren die Wellen ihre Intensität, oder wenigstens nimmt diese in den Richtungen der ungehemmten Fortpflanzung in geringerm Maasse ab, als bei freier allseitiger Ausbreitung. Es folgt also aus unserer Annahme weiter, dass die Intensität des Schalls in diesem Falle langsamer abnehmen muss, als in dem letztern Falle.

Diese Folgerung wird ebenfalls bestätigt, denn wenn man einen schwachen Ton an dem einen Ende einer langen Luft enthaltenden Röhre erregt, in dieses z. B. eine Uhr mit leisem Schlage hält, dieser am andern Ende noch sehr deutlich vernommen wird.

Darauf gründet sich dann der Gebrauch des Sprachrohrs, durch welches die Intensität des Schalls in der Richtung des Rohrs sehr verstärkt wird.

Wir können somit sowohl die Annahme, dass der Schall durch die Wellen in der Luft fortgepflanzt werde, als auch die Annahme von der Abhängigkeit der Stärke desselben von der Intensität der Wellen als durch die Erfahrung bestätigt ansehen.

§. 105.

Eine Folgerung aus der ersten dieser beiden Annahmen ist die, dass, wenn das Mittel, welches den Schall fortpflanzt, ein anderer Körper als Luft ist, in welchem also die Wellen im Allgemeinen sich mit einer andern ebenfalls auf mehr oder weniger directem Wege bestimmbaren Geschwindigkeit fortpflanzen, auch der Schall eine andere Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben müsse. Diese Folgerung lässt sich ebenfalls directen Versuchen unterwerfen. Durch einen einfachen Versuch zeigt sich zunächst eine Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft und andern Körpern. Schlägt man nämlich mit einem Hammer an das eine Ende einer langen eisernen Röhre, welche inwendig Luft enthält, so hört ein an das andere Ende der Röhre gehaltenes Ohr den Schlag deutlich zweimal, indem einmal das Eisen und einmal die Luft den Schall forträgt.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in dem festen Körper, dem Eisen im genannten Falle, lässt sich auch messen, indem man die

Länge der Röhre und die Zwischenzeiten zwischen dem Schlage und den beiden Schallwahrnehmungen an einer Uhr misst. Aus solchen Versuchen ist sie von Biot gleich 3485^m, also etwa 10,5 mal so gross als in der Luft gefunden. Diese Zahl lässt sich nun aber wieder mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen im Eisen vergleichen. Der Longitudinalgrundton eines elastischen Stabes steht nämlich zu der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in diesem Stabe in derselben Beziehung, wie der Grundton einer offenen Labialpfeife zu der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft; oder wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wieder durch c, durch l seine Länge, und durch t die dem Grundtone entsprechende Schwingungsdauer bezeichnet wird, so ist

$$c = \frac{l}{t}.$$

Mithin kann der Longitudinalton eines Stabes auch zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in diesem dienen. Führt man aber diese Bestimmung an einem eisernen Stabe aus, so ergiebt sich ebenfalls $c = \frac{3485^m}{1''}$, also der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls gleich.

Dasselbe gilt endlich auch von tropfbaren Flüssigkeiten. Im Wasser kann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls durch directe Versuche ermittelt werden, und ist so z. B. von Colladon und Sturm im Genfer See $= \frac{1435^m}{1''}$ gefunden.

Was nun die Wellen betrifft, welche den Schall in den tropfbaren Flüssigkeiten fortleiten, so sieht man leicht, dass dieses nicht die gewöhnlichen an der Oberfläche sichtbaren Wellen sein können, indem einerseits diese eine viel geringere Geschwindigkeit, andererseits eine weit grössere Schwingungsdauer haben, als die hörbaren Wellen. Aber das Wasser ist, wie alle andern tropfbaren Flüssigkeiten, geringer Zusammendrückungen fähig, welche in diesem wie in andern elastischen Körpern sich wellenförmig ausbreiten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser im §. 70 schon erwähnten Wellen ist aber, da sie durch die Volumenelasticität bedingt wird, von dieser abhängig und von der Grösse und Schwingungsdauer der Wellen unabhängig, was bei den sichtbaren Wellen nicht der Fall ist.

Nach Poisson ist sie durch den Ausdruck bestimmt $c = \sqrt{\frac{g \cdot d \cdot b}{E \cdot d'}}$, worin wieder g die Beschleunigung der Schwere, b den Barometerstand, d die Dichtigkeit des Quecksilbers, d' die der Flüssigkeit, E die Zusammendrückung durch eine Zunahme des Druckes um $gd.b$ bezeichnet, diese Zusammendrückung gemessen in Bruchtheilen der ursprünglichen Länge einer Flüssigkeitssäule. Nach den Versuchen über die Zusammendrückbarkeit des Wassers ist aber der Bruch $E = 0{,}0000495$, woraus sich mit $g = 9^m{,}808$,

$d = 13{,}6$, $d' = 1$, $b = 0^m{,}76 : c = 1431{,}1$, also nahezu wieder die vorher erhaltene Zahl ergiebt.

Da also überall die Schallgeschwindigkeit mit der Wellengeschwindigkeit übereinstimmt, so ist damit die Annahme der Fortpflanzung des Schalls durch die Wellen selbst bestätigt.

§. 106.

Hiernach scheint es nothwendig zu sein, die Ursache von der Wahrnehmbarkeit eines Tons nicht in den Schwingungen eines primär erschütterten Körpers zu suchen, sondern in der dadurch hervorgerufenen Erschütterung der unmittelbar an das Ohr grenzenden Luft oder eines andern das Ohr berührenden elastischen Körpers.

Mit dieser Vorstellung stimmt auch die anatomische Zusammensetzung des Gehörorgans überein.

Es besteht dasselbe nämlich aus einer Verbindung von verschiedenen elastischen Membranen und feinen Knöchelchen, die über und in besondern mit Luft erfüllten Höhlungen enthalten sind, welche sich von dem äussern Ohre bis zu dem im Innern desselben befindlichen Gehörnerven fortziehen. Obwohl die Functionen der einzelnen Theile noch nicht vollständig aufgeklärt sind, so erscheinen doch alle diese Theile fähig, sehr kleine Erschütterungen bis zu dem Nerven hin fortzupflanzen, so dass das Hören eigentlich nur als die Empfindung kleiner Erschütterungen der dem Nerv zunächst anliegenden Theile zu betrachten ist.

Was nun den Bau des menschlichen Ohrs im Besondern anlangt, so unterscheidet man an demselben drei Abtheilungen, das äussere, mittlere und innere Ohr. Das äussere Ohr oder die Ohrmuschel bildet eine aus knorpeliger Substanz bestehende flache Schale, die auf der innern Seite mehrere leistenähnliche Vorsprünge besitzt, und trichterartig in einen aus Knochenwänden gebildeten Canal, den Gehörgang, übergeht. Durch diesen steht es mit dem mittlern Ohre in Verbindung, ist aber von demselben durch eine den Gehörgang überspannende Membran, das Trommelfell, geschieden. Das mittlere Ohr bildet eine von Knochenwänden eingeschlossene und mit Luft erfüllte elliptische Höhle, die Trommelhöhle, welche aber durch eine innere Röhre, die Eustachische Röhre, mit der Mundhöhle in solcher Verbindung steht, dass die äussere Luft durch diese in dasselbe eindringt. An die Trommelhöhle endlich grenzt das innere Ohr, und die Verbindung wird durch zwei ebenfalls mit Membranen überspannte Oeffnungen, das ovale und das runde Fenster, hergestellt. In der Trommelhöhle befindet sich noch eine Reihe feiner Knöchelchen, die, mit einander durch Gelenke verbunden, vom Trommelfell bis zur Haut des ovalen Fensters reichen. Das erste dieser Knöchelchen, nach seiner Gestalt der Hammer genannt, ist mit einem stielartigen Fortsatze an dem Trommelfell befestigt, während der dickere seiner

beiden andern Fortsätze an dem stärkern Ende des zweiten Knöchelchens, des Ambosses, haftet; dieser ist durch das dritte, das linsenförmige Beinchen, mit dem vierten, dem Steigbügel, verbunden, dessen untere Platte an der Haut des ovalen Fensters befestigt ist. An das runde Fenster grenzt im innern Ohre ein hohler Raum, der Vorhof, der mit 3 in denselben mündenden bogenförmigen Canälen das Labyrinth bildet; an das runde Fenster schliesst sich ein spiralförmig gewundener Canal, die Schnecke, die nach Aussen hin in 2 Gänge endigt, von welchen einer eben an dieses runde Fenster stösst, der andere aber in den Vorhof führt. Labyrinth und Schnecke sind mit einem feinen Häutchen innerlich bekleidet und wenigstens ihrem grössten Theile nach mit einer Flüssigkeit erfüllt, in welcher die büschelförmigen Endigungen des in zwei Arme gespaltenen Hörnerven schwimmen, von welchen der eine Arm in die Schnecke, der andere in den Vorhof geht.

Das äussere und mittlere Ohr scheinen nur zum Auffangen, zum Verstärken und zum zweckmässigen Fortleiten der Wellen zu dienen, und die Schallempfindung erst im innern Ohre zu Stande zu kommen, denn Verletzungen der beiden ersten führen noch nicht nothwendig Taubheit herbei, welche erst dann eintritt, wenn das innere Ohr zerstört, namentlich die Flüssigkeit aus demselben ausgeflossen ist oder der Gehörnerv selbst leidet.

Die durch Gelenke und Muskeln mit einander beweglich verbundenen und zwischen dem Trommelfell und dem ovalen Fenster ausgespannten Knöchelchen haben wahrscheinlich den Zweck, diese Membranen nach Bedürfniss stärker oder schwächer zu spannen, um entweder die Empfindlichkeit zu mehren oder zu mindern, oder auch die Schwingungen derselben in Einklang mit den gegen sie schlagenden Luftwellen zu bringen.

Jedenfalls erscheint der Gehörnerv mit der Fähigkeit begabt, die bis zu ihm fortgeleiteten Erschütterungen als Schall wahrzunehmen, eine gesetzmässige und periodische Wiederkehr derselben gleichsam zu zählen und in der Tonhöhe zum Bewusstsein zu bringen und die grössere oder geringere Weite der Schwingungen in der Stärke des Schalls zu empfinden.

§. 107.

Dass wirklich das Ohr nicht unmittelbar die Schwingungen des tönenden Körpers selbst, sondern die durch diese bewirkten Erschütterungen der Luft wahrnimmt, folgt nun noch weiter daraus, dass unter Umständen der Ton ein und desselben schwingenden Körpers verschieden wahrgenommen werden kann, wenn nämlich die von dem tönenden Körper ausgehenden Wellen, bevor oder indem sie an das Ohr gelangen, eine Aenderung in ihrer Aufeinanderfolge erleiden. Dieses kann z. B. eintreten, wenn der Beobachter und das tönende Instrument in einer relativen Bewegung von beträchtlicher Geschwindigkeit begriffen sind.

Befinden sich das Instrument und das Ohr in relativer Ruhe, so werden, wenn das erstere in jeder Secunde n Schwingungen macht, auch n Wellen in der Secunde an das Ohr gelangen. Nähert sich der Beobachter aber dem Instrumente während einer Secunde um die Grösse a, so gelangen an sein Ohr nicht die n Wellen allein, sondern auch die in der Ausdehnung a enthaltenen, d. h. wenn l die Wellenlänge, welche der Schwingungszahl n entspricht, bezeichnet, so wird das Ohr in einer Secunde von $n + \frac{a}{l}$ Wellen getroffen. Entfernt sich dagegen der Beobachter von dem Instrumente während der Secunde um die Grösse a, so gelangen $\frac{a}{l}$ Wellen weniger in der Secunde an sein Ohr.

Im ersten Falle entsteht daher der Eindruck, als wäre die Schwingungszahl des Instrumentes $n + \frac{a}{l}$, im zweiten, als wäre sie $n - \frac{a}{l}$; oder da $l = \frac{c}{n}$ ist, wenn c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls bedeutet, so sind die die Höhe des gehörten Tons bestimmenden Schwingungszahlen in den beiden Fällen $n\left(1 + \frac{a}{c}\right)$ und $n\left(1 - \frac{a}{c}\right)$. Geht also der Beobachter mit der Geschwindigkeit a an dem Instrumente vorbei, so muss die Höhe des gehörten Tons im Vorbeigehen plötzlich sinken, indem die entsprechende Schwingungszahl der Wellen von $n\left(1 + \frac{a}{c}\right)$ auf $n\left(1 - \frac{a}{c}\right)$ sinkt; das Verhältniss der Schwingungszahlen des höchsten und tiefsten Tons ist also $\frac{c+a}{c-a}$. Da $c = 330^m$ ist, so wird, wenn $a = 30^m$, dieses Verhältniss $\frac{360}{300} = \frac{6}{5}$, d. h. der Ton muss im Vorbeigehen um eine kleine Terz tiefer werden oder *Es* z. B. in *C* übergehen. Nehmen wir z. B. an, das Instrument und der Beobachter befänden sich auf zwei sich begegnenden Eisenbahnzügen, von welchen jeder im Augenblicke des Vorübergehens sich mit einer Geschwindigkeit von 8 Meilen in einer Stunde bewegte, so würde die relative Geschwindigkeit beider $\frac{16 \text{ Meilen}}{1 \text{ Stunde}} = a$ sein; oder da 1 Meile $= 7421^m,3$ und 1 Stunde $= 3600''$, so ergiebt sich in Meter und Secunden, wie c, ausgedrückt $a = 32{,}98$ oder nahezu dem oben angegebenen Verhältnisse gleich, es muss also der Ton in diesem Falle nahezu um eine kleine Terz sinken.

Durch wirklich angestellte Beobachtungen auf Eisenbahnen ist diese plötzliche Vertiefung des Tones nachgewiesen worden, welches den augenscheinlichsten Beweis dafür abgiebt, dass die Tonhöhe nicht sowohl durch die Anzahl der von dem schwingenden Körper ausgeführten Schwingungen,

sondern durch die Anzahl der an das Ohr schlagenden Wellen oder der Stösse der Luft gegen das Trommelfell und mittelst dieses und des übrigen Ohrs gegen den Gehörnerven bedingt wird.

§. 108.

Andere hierhergehörige Erscheinungen werden durch das Zusammentreffen verschiedener Wellensysteme bedingt. Werden nämlich gleichzeitig zwei Töne erregt, welche verschiedene Höhen, also auch verschiedene Schwingungszahlen haben, so gelangen in Folge Beider Wellen an das Ohr; aber indem die verdichtenden Wellen des einen Systems bald mit verdichtenden des andern, bald mit verdünnenden zusammen an das Ohr treffen, wird der Impuls gegen dieses abwechselnd verstärkt und geschwächt. Es wird daher die Intensität der vernommenen Töne periodisch abwechselnd stärker und schwächer, und so entstehen die sogenannten Schwebungen. Je näher die beiden Töne in ihrer Höhe einander liegen, je geringer also die Differenz ihrer Schwingungszahlen ist, um so länger wird die Periode, welche zwischen zwei Verstärkungen oder zwei Schwächungen verfliesst. Sind n und n', die Schwingungszahlen für die beiden Töne und $n > n'$, so wird, wenn in einem bestimmten Augenblicke z. B. zwei Verdichtungen genau zusammenfallen, wiederum eine Coïncidenz eintreten, wenn die verflossene Zeit sowohl ein ganzes Vielfaches von $\frac{1}{n}$ als von $\frac{1}{n'}$ ist.

Bezeichnet nun m die Anzahl der Coïncidenzen in einer gegebenen Zeit t, und setzt man $\frac{m}{t} = x$, so wird während der Zeit $\frac{1}{x} = \frac{t}{m}$, d. h. in der zwischen 2 Coïncidenzen verfliessenden Zeit der eine Ton $\frac{n}{x}$, der andere $\frac{n'}{x}$ Schwingungen machen. Der Unterschied zwischen beiden muss aber der kleinsten ganzen Zahl, d. h. 1 gleich sein, folglich ist

$$\frac{n}{x} = \frac{n'}{x} + 1$$

$$\text{oder } n = n' + x \text{ oder}$$

$$x = n - n'$$

folglich $$m = t \,.\, x = t\,(n - n').$$

In einer Secunde, wo also $t = 1$ wird, ist daher die Anzahl der Schwebungen $= n - n'$, d. h. dem Unterschiede der Schwingungszahlen beider Töne gleich.

Dieses giebt ein Mittel ab, durch die Schwebungen die Schwingungszahlen zweier einander sehr naher Töne sehr genau zu vergleichen, indem man die Schwebungen (oder auch Stösse genannt) in einer gegebenen Zeit

zählt, etwa so wie der Nonius zu einer genauern Vergleichung der Länge einer Linie mit der eines Maasstabes dient.

Wenn die Anzahl der Schwebungen in einer Secunde beträchtlich ist, d. h. wenn die Schwingungszahlen der beiden Töne sehr verschieden sind, so ergiebt sich eine sehr rasche Aufeinanderfolge der periodischen Verstärkungen und Schwächungen; es ist dieses so gut, als sei zu den vorhandenen Wellensystemen ohne dass diese sich gegenseitig modificiren, ein drittes Wellensystem hinzugefügt, dessen Schwingungszahl der Anzahl der Stösse in einer Secunde gleich ist. Man hört alsdann ausser den beiden ursprünglich entstehenden Tönen noch einen dritten, den sogenannten Combinationston. Sind z. B. die beiden ursprünglichen Töne *c* und *e*, deren Schwingungszahlen etwa 264 und 330 sind, so entsteht der Combinationston, dessen Schwingungszahl = 66 ist, oder gleich $\frac{264}{4}$, d. h. der Combinationston ist $\underline{C}$, nämlich um 2 Octaven tiefer als *c*.

Der entstandene Combinationston kann nun auch wieder mit einem der ursprünglichen Töne einen neuen Combinationston bilden u. s. f., z. B. in dem ebengenannten Falle giebt $\underline{C}$ mit *c* den Combinationston, dessen Schwingungszahl 264 — 66 = 198 ist, entsprechend dem Ton *G*, und wiederum *G* mit *e* einen Combinationston, dessen Schwingungszahl 330 — 198 = 132 ist, entsprechend dem Tone *C*; so dass den gleichzeitigen Tönen *c* und *e* die drei Combinationstöne $\underline{C}$, *C*, *G* entsprechen; andere Combinationstöne werden aber in dem gegebenen Falle nicht möglich sein.

Obwohl die Beobachtung nun das Vorhandensein solcher Combinationstöne wirklich nachweist, so zeigt sich doch darin eine eigenthümliche Erscheinung, dass man mitunter den ersten Combinationston nicht, wohl aber einen der folgenden sehr deutlich hört. Eine feste Regel aber, welcher derselben wirklich gehört werde, ist noch nicht bekannt.

§. 109.

Wenn an zwei verschiedenen Punkten zwei vollkommen gleiche Töne erregt werden, so können die beiden dadurch in der Luft hervorgebrachten Wellensysteme wie andere Wellen mit einander Interferenzwellen hervorbringen, d. h. an den Durchkreuzungsstellen beider Wellensysteme wird je nachdem gleichzeitig zwei verdichtende oder zwei verdünnende, oder eine verdichtende und eine verdünnende Welle hier zusammentreffen, eine Verstärkung oder eine Schwächung der Wellen hervorgebracht. Dieser Fall tritt dann ein, wenn ein Stab in transversale Schwingungen versetzt wird. Indem er sich nämlich nach der einen Seite hinbiegt, stösst er die auf dieser Seite liegende Luft zurück, erregt hier also eine Verdichtungswelle, aber gleichzeitig weicht er auf seiner andern Seite vor der Luft zurück,

erregt hier also in demselben Momente (oder genauer nach Webers Untersuchungen in einem um so viel spätern Momente, als die Wellen Zeit gebrauchen, um durch den Stab hindurch sich fortzupflanzen) eine Verdünnungswelle. Indem beide Wellen sich nach allen Seiten hin in der umgebenden Luft ausbreiten, kommen sie zur Durchkreuzung, so dass sich Reihen von Punkten finden, in welchen immer gleichzeitig eine Verdichtungswelle von der einen Seite des Stabes und eine Verdünnungswelle von der andern anlangt.

In diesen Punkten wird daher die Luft offenbar immer unbewegt bleiben, der Ton also hier verschwinden müssen. Eine genauere Betrachtung ergiebt, dass diese Punkte in gekrümmten der Achse des Stabes parallelen Flächen liegen, deren Durchschnitte mit einer gegen jene Achse senkrechten Ebene die beiden Arme einer Hyperbel vorstellen, welche fast durch die Ecken des Stabes gehen, wenn dieser ein parallelopipedischer ist.

Der Versuch bestätigt dieses, indem beim Drehen eines solchen Stabes um seine Achse nicht allein die Intensität des Tones 4mal verschwindet, und dazwischen viermal ein Maximum erreicht, sondern die Interferenzflächen auch wirklich nach einer genauen Untersuchung von Weber die angegebene Form und Lage haben.

Das abwechselnde Verschwinden und Anwachsen des Tons rings um den schwingenden Stab beobachtet man am bequemsten an einer Stimmgabel, die man, während sie tönt, vor dem Ohre dreht. Von jedem der beiden Zinken gehen alsdann solche Interferenzflächen aus, die innere jeder Zinke aber wird durch die Wellen der andern Zinke verdeckt, so dass auch hier bei einer Drehung der Gabel um die Achse ihres Stiels viermal der Schall abnimmt und wieder wächst.

Andere Interferenzphänomene sind auf Herschels Vorschlag von Kane beobachtet; sie zeigen sich darin, dass, wenn man eine Röhre in zwei ungleich lange Arme spaltet, die sich später wieder mit einander vereinigen, und diese als eine Pfeife anbläst, von denjenigen Tönen, welche jede der beiden Röhren einzeln tönend geben kann, diejenigen beim gleichzeitigen Anblasen verschwinden, deren halbe Wellenlängen so beschaffen sind, dass die Länge der einen Röhre um eine halbe Wellenlänge grösser oder kleiner als die der andern sind, während die Töne stärker gehört werden, deren halbe Wellenlängen eine gerade Differenz der beiden Röhrenlängen ergeben. Uebrigens ergiebt sich aus der Theorie der Pfeifen, dass schon die Bildung stehender Schwingungen in denselben, wodurch sie eben tönen, ebenfalls durch Interferenz bedingt wird.

Auch Seebeck hat Interferenzen an einer Sirene beobachtet. Werden nämlich zwei Röhren gegen zwei neben einander liegende Löcher derselben Reihe aber von entgegengesetzten Seiten gerichtet, so wird beim gleich-

zeitigen Anblasen der Ton nicht gehört; er tritt aber verstärkt auf, wenn die eine Röhre dann verschlossen ist, wenn die andere geöffnet ist, und umgekehrt. Befinden sich auf einer Sirenenscheibe zwei Löcherreihen, von denen die eine halb so viel Löcher als die andere enthält, so giebt die eine die tiefere Octave der andern. Werden sie aber gleichzeitig von entgegengesetzten Seiten angeblasen, so verschwindet der höhere Ton, oder, genauer gesprochen, die Hälfte seiner abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen wird durch die entgegengesetzten der tiefern Octave aufgehoben, und die bleibende Hälfte bringt eben diese tiefere Octave für sich wieder hervor.

§. 110.

Wenn die in irgend einem Mittel erregten Schallwellen an die Grenze des Mittels gelangen, so werden sie nach den Gesetzen der Wellenbewegung reflectirt, indem von dieser Grenze das reflectirte Wellensystem in dem ersten Mittel sich verbreitet. Es muss daher der Schall ebenfalls reflectirt werden, wenn die Schallempfindung die Folge von an das Ohr gelangenden Wellen ist.

Diese Reflexion des Schalls bemerken wir im sogenannten Echo, welches sich darin zeigt, dass ein vor einer festen Wand in der Luft z. B. erregter Schall dann doppelt, nämlich zuerst direct, und dann nach der Reflexion gehört wird, wenn sowohl die directen als auch die reflectirten Wellen an das Ohr des Beobachters gelangen.

Am einfachsten ist der Fall, wo die erregten Wellen normal auf die feste Wand treffen, indem dann die reflectirten Wellen auch normal von dieser zurückgehen, also nach dem Orte der Erregung zurückgelangen. Zwischen der Wahrnehmung des directen Schalls und der des reflectirten verfliesst dann offenbar die Zeit, welche nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit nothwendig ist, damit die Wellen den Raum zwischen der Erregungsstelle und der Wand zweimal durchlaufen. Nun ergiebt die Beobachtung, dass unter den genannten Verhältnissen das Echo jedesmal gehört wird, wenn diese Entfernung nicht unter eine gewisse Grenze, (gewöhnlich giebt man, aber wohl zu hoch, 17^m an), d. h. wenn die Zeit zwischen der Erregung und der Ankunft der reflectirten Wellen an der Erregungsstelle nicht kleiner als eine bestimmte ($0'',1$ für 17^m) ist.

Bei kleinern Entfernungen wird das Echo nicht mehr wahrgenommen, da aber offenbar auch in diesen Fällen reflectirte Wellen vorhanden sind, so muss man schliessen, dass der Grund der Nichtwahrnehmung des Echos in diesem Falle darin liege, dass das Ohr zwei gleiche Schalleindrücke, die in kürzerer Zeit als $0'',1$ oder noch weniger auf einander folgen, nicht mehr als getrennte wahrnehmen kann, sondern dass diese zu einem einzigen

verschmelzen, also nur eine kleine Verlängerung des Schalleindruckes dann entsteht. Wenn der reflectirenden Wand eine andere gegenüber steht, so entsteht auch an dieser ein Echo, indem die an der ersten reflectirten Wellen hier wiederum reflectirt werden u. s. f., und so können mehrfache Echos entstehen.

Treffen die Wellen nicht normal gegen die feste Wand, so werden sie unter demselben Winkel gegen die Normale, aber von dieser in entgegengesetztem Sinne gezählt, reflectirt, und sie können dann nach der Erregungsstelle nicht zurückgelangen.

Wird der Schall in einem ringsum von Wänden eingeschlossenen Raume erregt, so können je nach der Gestalt der Wände und der relativen Erregungsstelle einzelne Stellen vorhanden sein, wohin mehrere reflectirte Wellen gleichzeitig gelangen, die sich alsdann verstärken, so dass der Gesammteindruck derselben beträchtlicher als der der direct dorthin gelangenden Wellen ist. Dieser Fall tritt z. B. in einem elliptischen Gewölbe ein, wenn der Schall in einem Brennpunkte desselben erregt wird, wo dann alle reflectirten Wellen im andern Brennpunkte zusammentreffen, so dass hier der Schall beträchtlich stärker, als an jedem andern Punkte in dem Raume empfunden wird.

Die Reflexion der Schallwellen an festen Wänden ist der Grund davon, dass in einem, besonders grösseren, Zimmer, z. B. in Kirchen, Concertsälen u. s. w. häufig Undeutlichkeit der Töne entsteht, wenn diese ein zusammenhängendes System, wie beim Sprechen, Singen u. s. w. bilden. Es vermischt sich alsdann mit einem jeden Tone das Echo eines der kurz vorhergegangenen. Daher entsteht für das deutliche Sprechen in solchen Räumen die Regel, dass es möglich langsamst geschehen muss, damit jede Sylbe für sich ganz austönen kann. Um aber solche Räume zweckmässig anzulegen, muss man darauf Bedacht nehmen, die reflectirten Wellen so schwach als möglich zu machen. Es geschieht dieses theils durch eine geeignete Form derselben, indem man dadurch das Zusammentreffen mehrerer reflectirten Wellen und damit eine Verstärkung derselben, verhütet. Dieses geschieht am einfachsten, wenn die einschliessenden Wände möglichst wenig Winkel mit einander bilden, da die an den verschiedenen Stelle einer ebenen Wand reflectirten Wellen sich nirgend durchschneiden; die Form eines Parallelopipedums ist daher in dieser Hinsicht am geeignetsten. Ein anderes Mittel zur Schwächung der reflectirten Wellen ist das, dass man diese verhindert, in den Raum zurückzukehren, oder wenigstens die Regelmässigkeit derselben aufhebt. Es geschieht dieses dadurch, dass in dem Raume selbst die reflectirten Wellen wieder an andern Gegenständen reflectirt und damit geschwächt werden. Diese Wirkung folgt schon daraus, dass

in einem leeren Saale die Störung durch die Reflexion beträchtlicher ist, als in einem mit Menschen, Mobilien u. s. w. erfüllten.

Ein drittes Mittel endlich ergiebt sich aus der Betrachtung der Entstehung der Reflexion. Wenn nämlich eine Welle an eine Wand gelangt, so werden die Theile dieser ebenfalls bewegt, und daraus entstehen auch in dieser fortschreitende Wellen, welche wir im folgenden Paragraph noch weiter betrachten wollen. Diese Wellen sind um so intensiver einerseits, je beträchtlicher die Erschütterungen der Wand, und andererseits, je grösser die Elasticität dieser ist, womit sie dieselben wieder ausgleicht und fortpflanzt. Da aber bei der Verschiedenheit der Wand und der an diese grenzenden den Schall bringenden Luft die Erschütterungen nur zum Theil in diese fortgepflanzt werden, so erleidet die an der Wand liegende Luftschicht in Folge der hier wirksamen bewegenden Kraft eine neue Erschütterung, welche eben die reflectirte Welle erzeugt. Die letztere wird daher um so schwächer sein, je stärker die Erschütterung der Wand war, d. h. je mehr der bewegenden Kraft verwandt wurde, um die Wand in Bewegung zu setzen. Wenn nun die Wand sehr nachgiebig ist, und zugleich wenig elastisch, so wird sie beträchtlich bewegt werden und zugleich diese Erschütterung doch nur éine schwache Welle in der Wand selbst erzeugen; es werden also dann die Wellen an der Wand gleichsam ausgelöscht. Daher kann durch eine Bekleidung der Wände und der in dem Zimmer enthaltenen Gegenstände mit nachgiebigen und wenig elastischen Stoffen, wie Papier, wollenen Zeugen u. dgl. die Intensität der reflectirten Wellen beträchtlich gemindert werden, und diese daher häufig von akustischem Vortheil für die Deutlichkeit, nicht aber für die Stärke, des Schalls sein.

§. 111.

Die in einem Mittel an die Grenze dieses und eines andern Mittels gelangenden Wellen geben, wie wir so eben gesehen haben, in diesem ebenfalls zur Entstehung von Wellen Veranlassung, indem sie an der Grenzschicht zunächst eine Erschütterung veranlassen.

Eine genauere Betrachtnng dieser würde ergeben, dass diese Wellen bei einer jeden gegebenen Fortpflanzungsrichtung der an die Grenzfläche gelangenden Wellen nur in einer bestimmten leicht zu ermittelnden Richtung sich fortpflanzen können. Da aber in der Natur an eine Grenzfläche zweier Mittel meistens Schallwellen von sehr verschiedener Richtung gelangen, und daher im zweiten Mittel die Wellen sich ebenfalls in verschiedenen Richtungen fortpflanzen, und da ausserdem nur in besondern einzelnen Fällen die Fortpflanzungsrichtung des Schalles von Interesse ist, und mit einiger Schärfe bemerkt werden kann, so wollen wir diese unberücksichtigt lassen, und lieber andere durch diesen Uebergang bedingte Phänomene betrachten, welche für den Schall von grösserem Interesse sind.

Ist nämlich das zweite Mittel eine dünne Wand oder überhaupt ein Körper von nicht beträchtlicher Dicke, so werden die entstehenden Wellen an dessen Grenzen wieder reflectirt, und laufen daher durch dessen Inneres hin und zurück. Diese in ihm hin- und herlaufenden Wellen können aber mit den auf seine Grenzfläche treffenden primären Wellen, wenn diese lange genug fortdauern, sich combiniren und so stehende Schwingungen der Wand erregen. Vermöge dieser stehenden Schwingungen derselben wird dann die umgebende Luft wiederum bewegt, und deren Schwingung also stärker, als wenn der Körper nicht vorhanden wäre. So entsteht die Resonanz oder das Mitklingen ursprünglich nicht erschütterter Körper.

Es zeigt sich dieses deutlich, wenn in der Nähe eines auf irgend einen Ton gestimmten Körpers, z. B. einer Saite, dieser Ton angegeben wird, alsdann geräth die Saite ebenfalls ins Tönen. Dasselbe findet auch statt, wenn in der Nähe einer mit Luft gefüllten Röhre von bestimmter Länge ein Ton erregt wird, der einer Pfeife von derselben Länge, wie die Röhre ist, angehört. Auch dann geräth die Röhre ebenfalls ins Tönen. Dadurch ist ein Mittel gegeben, um z. B. die Lage der Interferenzstellen der Schallwellen mit Genauigkeit aufzusuchen, dessen sich Weber bei seiner Untersuchung derselben in der Nähe einer Stimmgabel bedient hat. Eine kleine Glasflasche wird nämlich so weit mit Wasser oder einer andern Flüssigkeit gefüllt, bis die in derselben enthaltene Luftsäule dieselbe Länge hat, als eine gedackte Pfeife, welche denselben Ton wie die Stimmgabel giebt. Wird nun in der Nähe die Stimmgabel angeschlagen, so tönt die Flasche mit, wenn deren Mündung nicht mit einer Interferenzstelle zusammenfällt, dagegen nicht, wenn dieses Fall ist.

Je geringer der Elasticitätsunterschied zwischen zwei sich berührenden Körpern ist, von denen der eine zum Tönen gebracht wird, um so stärker ist das von der Grenzfläche beider in dem andern ausgehende Wellensystem, um so stärker also auch der Ton dieses, wenn er mittönt. Wird daher ein fester tönender Körper mit einem andern des Mittönens fähigen durch einen festen verbunden, so geräth der zweite in sehr intensive Schwingungen. Auf diese Weise kann daher der Schall in beträchtlicher Intensität fortgeleitet werden.

Zur Resonanz ist nicht unbedingt nöthig, dass der mittönende Körper, wenn er selbstständig tönt, denselben Ton giebt, als der primär tönende, sondern er kann seine Schwingungszahl der des tönenden Körpers accommodiren. Besonders ist dieses dann der Fall, wenn er eine dünne Platte bildet; diese kann alle Schwingungen, welche in ihrer Nähe erregt, und entweder durch Vermittelung der Luft oder auch besser durch directe Berührung mit dem tönenden Körper an sie übertragen werden, ausführen, wobei sie sich aber je nach der Tonhöhe in andere und andere Abtheilungen durch Knotenlinien zerlegt.

Wenn z. B. eine Stimmgabel, nachdem sie angeschlagen ist, mit ihrem Stiel auf eine nur in wenig Punkten unterstützte Holzplatte gestellt wird, so nimmt die Intensität des Tons durch Resonanz beträchtlich zu. Man bedient sich daher bei musikalischen Instrumenten, in welchen die Töne primär durch Schwingungen fester Körper erregt werden, die an sich in Folge des vorher genannten Grundsatzes nur schwache Wellen in der Luft erregen würden, zur Verstärkung des Tones der Resonanzböden, wie beim Fortepiano, der Geige, der Guitarre u. s. w.

Die Blasinstrumente dagegen, in welchen die Luft selbst primär erschüttert wird, und die daher verhältnissmässig weit stärkere Wellen in der Luft erregen, bedürfen einer solchen Verstärkung nicht.

Uebrigens findet auch bei ihnen eine Resonanz der Röhrenwände statt, welche, wenn auch nicht auf Höhe und Stärke des Tones, doch auf seinen Klang von wesentlichem Einfluss ist. Es ergiebt sich dieses daraus, dass der Klang eines solchen vorzugsweise durch die Substanz der Röhrenwände bestimmt ist, und dass ebenfalls die Natur des Resonanzbodens bei Saiteninstrumenten den Klang derselben wesentlich bestimmt, indem z. B. eine Violine mit einem metallenen Kasten einen ganz andern Klang als eine solche mit gewöhnlichem Holzkasten hat.

§. 112.

Indem sich also ergiebt, dass der Klang eines Tones durch Resonanz geändert werden kann, und überhaupt vorzugsweise durch die Substanz der tönenden Körper bedingt wird, so werden wir auf die Frage nach der physikalischen Ursache des Klanges geführt, welche, obwohl sie noch nicht mit Bestimmtheit beantwortet ist, doch eine nicht unwahrscheinliche Hypothese hervorgerufen hat, die wir zum Schluss der Akustik darstellen wollen.

Betrachten wir die wellenförmig sich fortpflanzenden Verdichtungen und Verdünnungen der Luft, welche, indem sie an das Ohr gelangen, die Schallempfindungen hervorbringen, und nehmen wir der Einfachheit wegen an, der Ton bleibe sowohl eine längere Zeit hindurch sich gleich, als auch dass er in einem bestimmten Raume seine Intensität nicht merklich ändere.

Nennen wir u_0 die Aenderung, welche die normale Dichtigkeit der Luft an irgend einem Punkte in einem bestimmten Momente, dem Anfangspunkte der Zeit, in Folge der Wellenbewegung erleidet, indem positive Werthe von u_0 eine Verdichtung, negative eine Verdünnung bezeichnen mögen. Alsdann wird, wie auch die Dichtigkeit mit der Zeit sich ändern möge, immer die Bedingung erfüllt sein müssen, dass in allen Momenten, welche um ein ganzes Vielfaches der Schwingungsdauer T von einander abstehen, sie denselben Werth hat. Nennen wir also u die Dichtigkeitsänderung zur

Zeit t an demselben Punkte, und betrachten wir sie als eine Function von t, die wir durch $F(t)$ bezeichnen wollen, so wird die Bedingung erfüllt sein müssen, dass

$$F(t) = F(t + nT)$$

ist, wo n eine ganze Zahl bezeichnet.

Eine solche Function ist aber z. B. der Cosinus eines Winkels, der sich zu 2ϖ verhält, wie t zu T. Setzen wir also

$$u = u_0 \cos\left(2\varpi\frac{t}{T}\right),$$

so wird diese Function der Bedingung genügen.

Betrachten wir aber die gleichzeitigen Dichtigkeitsänderungen verschiedener Punkte, die in der Fortpflanzungsrichtung liegen, und von einem beliebig gewählten Anfangspunkte um die veränderliche Grösse x abstehen, so ist bei einer mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortschreitenden Wellenbewegung noch die Bedingung zu erfüllen, dass in allen Punkten dieser, welche um die Wellenlänge l von einander abstehen, in demselben Momente die Dichtigkeit eine gleiche ist, wie sie auch in den zwischenliegenden Punkten beschaffen sein möge.

Betrachten wir also u_0 als eine Function $F(x)$ von x, so muss

$$F(x) = F(x + nl)$$

sein, wenn n eine ganze Zahl bedeutet.

Eine solche Function werden wir aber wieder erhalten, wenn wir

$$u_0 = a \cos\left(2\varpi\frac{x}{l}\right)$$

setzen, wo a der Werth von u_0 für $x = 0$ ist.

Stellen wir also u als Function von x und t dar, so werden die gestellten Bedingungen erfüllt sein, wenn wir

$$u = a \,.\, \cos\left(2\varpi\frac{t}{T}\right) . \cos\left(2\varpi\frac{x}{l}\right)$$

setzen. Offenbar würde aber auch die Function

$$u = a \,.\, \sin\left(2\varpi\frac{t}{T}\right) . \sin\left(2\varpi\frac{x}{l}\right)$$

denselben Bedingungen genügen, folglich auch die Summe beider, oder

$$u = a \,.\, \cos\left(2\varpi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{l}\right]\right).$$

Ferner würde ganz dasselbe von der Function

$$u = a \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{l}\right]\right)$$

gelten, also auch, wenn wir

$$a = A \cos \alpha, \quad b = A \sin \alpha$$

setzen, von der Function

$$u = A \cdot \cos\left(2\varpi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{l}\right] - \alpha\right),$$

worin A und α zwei Constante sind, und $A \cos \alpha$ die Dichtigkeitsänderung für $t = 0$ und $x = 0$ ist.

Obwohl nun aber diese Form von u den gegebenen Bedingungen genügt, so darf man sie doch nicht als allgemeinen Ausdruck ansehen, denn sie schreibt ein ganz bestimmtes Gesetz für die Art vor, in welcher sich sowohl an demselben Punkte mit der Zeit, als auch gleichzeitig an verschiedenen Punkten u ändert. Um aber eine Formel zu erhalten, welche nur den beiden aufgestellten Bedingungen genügt, übrigens aber die Dichtigkeitsänderungen unbestimmt lässt, wie es nothwendig sein muss, so lange diese letztere nicht bekannt ist, können wir den eben abgeleiteten Ausdruck noch verallgemeinern. Es ist nämlich ersichtlich, dass der Ausdruck

$$u = B \cos\left(2n\varpi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{t}\right] - \beta\right)$$

ebenfalls den beiden Bedingungen genügt, welche wir aufgestellt haben, vorausgesetzt, dass n eine ganze Zahl ist.

Im Allgemeinen wird also auch ein Ausdruck von der Form

$$u = \Sigma A_n \cdot \cos\left(2n\varpi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{l}\right] - \alpha_n\right)$$

den Bedingungen genügen, wenn das Zeichen Σ die Summe verschiedener Glieder von der Form des daneben stehenden Ausdruckes anzeigt, welche sich durch verschiedene Werthe der ganzen Zahl n und der von dieser abhängigen Constanten A_n und α_n von einander unterscheiden.

Nun lässt sich leicht einsehen, dass, wenn wir eine solche Summe bilden, und dabei dem n und den Constanten A_n und α_n zweckmässige Werthe geben, sehr verschiedenartige Veränderungen von u sowohl hinsichtlich der zeitlichen Periode T als hinsichtlich der räumlichen Periode l sich erreichen lassen. Tiefer eingehende mathematische Untersuchungen lehren sogar, dass jedes beliebige Gesetz der Aenderung von u innerhalb einer dieser Perioden durch einen solchen Ausdruck dargestellt werden kann. Da dieser aber immer den beiden nothwendigen Bedingungen einer jeden Wellenbewegung (wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit constant ist) genügt, so lässt sich der letzte Ausdruck als die allgemeinste Formel für die Abhängigkeit der Dichtigkeitsänderung u von den beiden Grössen x und t ansehen.

Es ist aber offenbar, dass man je nach der Anzahl und den Werthen von n und der davon abhängigen Constanten A_n und α_n beliebig viele verschiedene Ausdrücke erhalten kann, welche aber alle das Gemeinsame haben, dass Schwingungsdauer T und Wellenlänge l für sie dieselben Grössen sind.

d. h. dass den verschiedenen diesen Wellen entsprechenden Tönen dieselbe Höhe zukommt. Auch können jene Grössen so gewählt werden, dass der Ausdruck $\Sigma A_n \cos \alpha_n$ in allen denselben Werth hat. Dieser bestimmt aber die Maxima der Dichtigkeitsänderungen oder die Intensität des Schalles.

Es ist also in dieser Weise möglich, sich verschiedene Wellen zu denken, welche aber sämmtlich Töne von gleicher Höhe und Stärke erzeugen. Die Hypothese über die Entstehung des Klanges ist nun die, dass derselbe von der Anzahl und den Werthen von n abhänge, welche in einem derartigen die Wellen eines bestimmten Schalles darstellenden Ausdrucke vorkommen; oder mit andern Worten, dass die Form der Welle den Klang bestimme.

Es ist nämlich sehr wohl denkbar, dass, indem z. B. in einer Pfeife die Röhrenlänge und die Stärke des Anblasens die Tonhöhe und Stärke bedingt haben, die in derselben fortschreitenden Wellen, indem sie sich in stehende Schwingungen umwandeln, durch die Mitbewegung, welche sie den Pfeifenwänden ertheilen, selbst wieder afficirt werden, so dass die Welle eine ganz bestimmte Form erhält, von der sie sich von der Welle in einer andern Pfeife von derselben Länge auch dann unterscheidet, wenn beide Pfeifen mit gleicher Stärke angeblasen werden.

Diese Hypothese hat schon eine Art experimenteller Bestätigung in verschiedenen Versuchen über die Bildung der Vocallaute, namentlich von Willis, erfahren. Die Modification eines Tones, die wir als Vocallaut bezeichnen, ist freilich von dem sogenannten Klange noch verschieden, scheint aber doch in einiger Beziehung damit zu stehen, d. h. auf ähnlichen Ursachen zu beruhen. Der die Bildung der Vocallaute am besten versinnlichende Versuch von Willis ist folgender. Wenn man die Zähne eines sich rasch drehenden Rades gegen eine biegsame Spitze schlagen lässt, so entseht bei hinreichender Drehungsgeschwindigkeit ein Ton, dessen Höhe durch die Anzahl der Schläge in der Zeiteinheit gegeben ist. Lässt man die Zähne gegen eine elastische Feder schlagen, so wird diese durch jeden Schlag in Schwingungen versetzt, deren Dauer nach bekannten Gesetzen von der Länge, Dicke und Steifheit der Feder abhängt. Es entstehen also ausser den Stössen noch besondere Schwingungen dieser, die offenbar die Form der durch die Stösse hervorgebrachten Wellen ändern müssen, wenn die Länge der Feder und damit deren Schwingungsdauer verändert wird.

Nun hat Willis gefunden, dass, wenn dieses letztere geschieht, die Höhe des gehörten Tones ungeändert bleibt, indem sie sich nur nach der Anzahl der Stösse richtet, dass er aber einen deutlichen Vocallaut und zwar für jede Länge der Feder einen besondern annimmt.

Andere Versuche von Willis nun stehen hiermit in Einklang. Setzt man nämlich an ein Mundstück einer Zungenpfeife eine Röhre von ver-

änderlicher Länge, und sieht man von den früher besprochenen Abänderungen der Höhe der Töne ab, so ändert sich mit der Länge der Röhre auch der Vocallaut in einer regelmässigen Weise, so dass jedesmal derselbe Vocallaut gehört wird, wenn die Länge der Röhre $= na + v$ ist, wo n eine ganze Zahl, a die halbe Wellenlänge des der Zunge entsprechenden Tones und v die kürzeste Röhrenlänge bezeichnet, bei welcher dieser Vocallaut erscheint. Es ergab sich, dass bei allmähliger Verlängerung der Röhre zuerst der Reihe nach die Vocale *I, E, A, O, U* erscheinen. Willis leitet in ähnlicher Weise wie vorher diese Vocallaute von den Formänderungen der Welle ab, welche diese durch die Combination der an den Enden der Röhre mehrfach reflectirten Wellen mit der primär erregten erfährt.

In ähnlicher Weise werden wahrscheinlich im menschlichen Stimmorgan die Vocale durch den grössern oder geringern Verschluss der Mundöffnung hervorgebracht.

Vierter Abschnitt.

Von dem Lichte.

Erstes Capitel.

Von der Fortpflanzung und der Reflexion des Lichtes.

§. 113.

Von fast noch grösserer Wichtigkeit für unsere Erfahrungen von der Aussenwelt als die Schallerscheinungen sind die Lichterscheinungen oder die Empfindungen des Auges.

Die verschiedenen einzelnen Lichtempfindungen, durch deren Verbindung und gegenseitige Verhältnisse wir eben in den Stand gesetzt werden, uns eine Vorstellung von den ausser uns befindlichen Gegenständen zu bilden, unterscheiden sich von einander hauptsächlich und unmittelbar in dreierlei Hinsicht, nämlich:

1) in Hinsicht der Stärke, deren graduelle Verschiedenheiten wir gegensätzlich durch hell und dunkel bezeichnen,
2) hinsichtlich einer besondern Qualität, die wir Farbe nennen, und für deren mit einander nicht unmittelbar zu vergleichende, aber durch allmählige Abstufungen in einander übergehende Verschiedenheiten wir besondere Namen haben, und
3) rücksichtlich der Richtung, in der wir sie wahrnehmen. Indem wir gleichzeitig Lichteindrücke in verschiedenen Richtungen erhalten, und bewusst oder unbewusst jeden derselben als von einem bestimmten in derselben Richtung liegenden äussern Punkte herkommend betrachten, sehen wir die Gegenstände, und gewinnen dadurch eine Vorstellung von ihrer räumlichen Ausdehnung, dass wir die Richtungsverschiedenheit der Lichteindrücke auf die Lage der verschiedenen Punkte der Gegenstände übertragen. In vielen Fällen bestätigt das Gefühl diese vorausgesetzte Uebereinstimmung zwischen der Lage eines Gegenstandes und der Richtung, die

wir an dem Lichteindrucke empfinden, so dass wir auch selbst dann, wenn wir diese Bestätigung uns nicht verschaffen können, oder das Gefühl uns bei genauerer Untersuchung zeigt, dass sie gar nicht vorhanden ist, doch unwillkürlich in die Richtung des Lichteindruckes einen Gegenstand in unserer Vorstellung setzen, welchen wir als die Ursache desselben betrachten.

Auch über die Entfernung der verschiedenen Gegenstände vom Auge bilden wir uns nicht selten beim unmittelbaren Anblicke eine Vorstellung, die durch genauere Untersuchung bestätigt wird. Es wird aber diese Vorstellung in noch weit höherem Grade durch eine Verbindung von unwillkürlich gezogenen Schlüssen bedingt, welche wir durch Erfahrung und Uebung zu ziehen gelernt haben, was sich theils daraus ergiebt, dass sie uns in manchen Fällen im Stiche lässt, theils aber dadurch, dass kleine Kinder, welche die erforderlichen Erfahrungen noch nicht gemacht haben, zwar die Richtungen der Gegenstände gegen sie sehr bald auffassen, hinsichtlich der Entfernungen aber sehr grossen Irrthümern ausgesetzt sind, wie es ihr unterschiedliches Greifen nach nahen und entfernten Dingen zeigt.

§. 114.

Unter den verschiedenen sichtbaren Gegenständen, welche die Natur unsern Blicken darbietet, nehmen wir sehr bald den Unterschied wahr, dass einige von ihnen, wenn wir unsere Augen auf sie richten, immer sichtbar sind, andere dagegen nur dann, wenn ein der ersten Classe angehöriger zugegen ist. Die erstern nennen wir leuchtende, die andern nichtleuchtende, und dann, wenn diese mit Hülfe eines leuchtenden sichtbar sind, sagen wir, dass sie von diesem erleuchtet seien.

Es muss daher eine gewisse von den Gegenständen an sich verschiedene Ursache, das Licht, geben, welche die Sichtbarkeit der Gegenstände bedingt, und welche nur von bestimmten Gegenständen ursprünglich herstammt, aber fähig ist, von diesen an andere an sich dunkele übertragen zu werden.

Die vorzüglichsten leuchtenden Gegenstände sind die Sonne, die Gestirne, flammende und phosphorescirende Körper u. a.

Wenn wir zwischen einen leuchtenden oder erleuchteten Gegenstand und das Auge einen nicht leuchtenden Körper bringen, so kann dieser je nach seiner Natur die Sichtbarkeit des erstern aufheben, oder nicht, und im letztern Falle sie merklich oder unmerklich schwächen. Körper der ersten Art heissen undurchsichtig, der letztern durchscheinend und durchsichtig. Wir ziehen aber daraus den Schluss, dass das Licht eines leuchtenden oder erleuchteten Körpers, um im Auge einen Lichteindruck hervorzubringen, den zwischen beiden liegenden Raum erfüllen muss, und dass die undurchsichtigen Körper diese Lichterfüllung des zwischenliegenden Raumes, wenn sie sich in demselben befinden, verhindern, die durchscheinenden und durch-

sichtigen dagegen sie theilweise oder vollständig gestatten. Da die Luft uns allenthalben umgiebt, und wir durch sie hindurch Gegenstände sehen, so gehört sie zu den durchsichtigen Körpern. Auch der Himmelsraum, welcher die Erde sammt ihrer Atmosphäre umgiebt, muss durchsichtig sein, da wir Sonne und Sterne durch denselben sehen.

Der Raum hinter einem undurchsichtigen Körper, der einen leuchtenden verdeckt, heist Schatten, und zwar Kernschatten, soweit der leuchtende Gegenstand durch den undurchsichtigen ganz verdeckt wird, so dass kein Theil desselben gesehen werden kann, Halbschatten da, wo die Verdeckung nur eine theilweise ist.

Stellen wir nun einen durchsichtigen Körper, z. B. einen ebenen Papierschirm, vor einer Kerzenflamme auf, und hinter dem Schirme noch einen zweiten grösseren, so sehen wir auf dem letztern einen dunkeln Fleck, umgeben von einer nach Aussen hin allmählig heller und heller werdenden ringförmigen Fläche. Der mittlere dunklere Fleck ist der Durchschnitt des Kernschattens mit der Ebene des auffangenden Schirmes, der Ring der des Halbschattens mit derselben Ebene, wovon wir uns leicht überzeugen können, wenn wir das Auge an die verschiedenen Stellen dieses auffangenden Schirmes bringen.

Nähern wir den letztern dem schattengebenden, so werden beide dunkle Räume kleiner, bei der Entfernung dagegen grösser, vorausgesetzt, dass der schattengebende Schirm grössere Ausdehnug als die Flamme habe.

Der Einfacheit wegen möge der schattengebende Schirm kreisförmig sein, seine Ebene senkrecht auf einer durch seinen Mittelpunkt und die Mitte der Flamme gehenden Geraden stehen, und die Ebene des auffangenden Schirmes dieser immer parallel sein. Es hat alsdann der dunkle durch den Kernschatten erzeugte Fleck eine ebenfalls nahezu kreisförmige Gestalt. Messen wir einen Durchmesser desselben, z. B. den horizontalen, in verschiedenen Entfernungen des auffangenden Schirmes von dem schattengebenden, so ergiebt sich, soweit die nicht ganz scharfe Begrenzung des dunkeln Fleckes eine genaue Messung erlaubt, dass die Differenz zwischen ihm und dem Durchmesser des schattengebenden Schirmes der Entfernung von diesem proportional ist, und dieses constante Verhältniss ist zugleich gleich dem des Ueberschusses des horizontalen Durchmessers des schattengebenden Schirmes über den horizontalen der Flamme zu der Entfernung dieser beiden von einander; oder wenn der Durchmesser der Flamme gegen den des ersten Schirmes und die Entfernung dieses nur klein ist, so ist jenes Verhältniss das des Durchmessers des ersten Schirmes zu der Entfernung von der Flamme. Daraus folgt also, dass, wenn man von einem Punkte am Rande des Schattens nach dem entsprechenden Punkte am Rande des schattenden Körpers eine Linie zieht, die bei einer Verschiebung der auffangenden Ebene immer durch die entsprechenden Punkte am Rande des Schattens

geht, diese eine gerade Linie ist, welche verlängert die Flamme oder, genauer gesprochen, deren Grenze trifft.

Aehnliches gilt nun auch von den übrigen Grenzpunkten des Kernschattens. Dieser ist also dadurch bestimmt, dass von keinem Punkte im Innern desselben sich eine gerade Linie ziehen lässt, welche nach irgend einem Punkte der Flamme gehend nicht den Schirm schnitte. Alle Punkte dagegen, für welche dieses möglich ist, fallen ausserhalb desselben.

In ähnlicher Weise ergiebt sich für den Halbschatten, dass dieser nur solche Punkte enthält, von welchen aus zwar nach einigen, aber nicht nach allen Punkten der Flamme gerade nicht durch den Schirm gehende Linien möglich sind, während alle Punkte, von welchen aus man gerade Linien nach jedem Punkte der Flamme ziehen kann, ohne den Schirm zu schneiden, auch ausserhalb dieses liegen.

Aus dieser Untersuchung des Schattens folgt, dass irgend ein leuchtender Punkt von irgend einem andern gesehen werden kann, wenn die beide verbindende Gerade nicht durch einen undurchsichtigen Körper geht; oder dass von einem jeden leuchtenden Punkte aus das Licht nach allen Richtungen hin sich geradlinig verbreitet.

Daraus ergeben sich dann leicht die geometrischen Regeln zur Construction des Schattens in jedem Falle, wo die Grössen und Lagen eines leuchtenden und eines undurchsichtigen Körpers gegeben sind.

§. 115.

Die geradlinige Ausbreitung des Lichtes ergiebt sich noch aus einem andern Versuche. Wird in die eine Wand eines von allen Seiten umschlossenen dunkeln Raumes, eines Zimmers z. B., eine kleine Oeffnung gemacht, und vor derselben ein sehr heller selbstleuchtender oder erleuchteter Gegenstand aufgestellt, so geht von einem jeden Punkte desselben Licht durch die Oeffnung geradlinig fort und erleuchtet auf der gegenüber liegenden Wand ein kleines Flächenstück. Die den einzelnen Punkten des leuchtenden Gegenstandes entsprechenden Flächenstücke haben unter einander eine ähnliche aber umgekehrte Lage, wie die leuchtenden Punkte selbst, und wenn dieselben hinreichend klein sind, aber merklich aus einander zu liegen kommen (was natürlich von den Grössenverhältnissen des leuchtenden Gegenstandes und der Oeffnung sowie von den Entfernungen abhängt), so erscheint auf der gegenüber liegenden Wand ein umgekehrtes Bild des vor der Oeffnung befindlichen Gegenstandes.

Nennen wir die von Licht erfüllte von einem Punkte zu einem andern reichende gerade Linie einen Lichtstrahl, so reicht von jedem Punkte des leuchtenden Gegenstandes bis zu der der Oeffnung gegenüber liegenden Wand ein konisches Bündel Lichtstrahlen, dessen Spitze der leuchtende Punkt und dessen Querschnitt in der Ebene der Oeffnung diese selbst ist.

Das von einem Punkte des leuchtenden Gegenstandes erhellte Flächenstück der Wand ist um so kleiner, je kleiner die Oeffnung ist, und die von stetig zusammenhängenden Punkten des leuchtenden Gegenstandes ausgehenden Strahlenbündel erleuchten stetig zusammenhängende, aber in entgegengesetzter Reihenfolge neben einander liegende Flächenstücke, die bei hinreichender Kleinheit der Oeffnung wie neben einander liegende leuchtende Punkte erscheinen und so das Bild hervorbringen. Ist die Oeffnung gross im Vergleich mit der Entfernung des leuchtenden Gegenstandes von derselben, so decken sich die benachbarten Flächenstücke, welche je zwei benachbarten Punkten entsprechen, fast gänzlich, das Bild wird dann ganz verwaschen, und ist oft gar nicht mehr zu erkennen, während es bei zweckmässigen Verhältnissen ziemlich scharf erscheint, und zwar um so deutlicher und heller, aber auch um so kleiner, je näher die auffangende Wand der Oeffnung liegt, indem dann die Flächenstücke, über welche sich die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen verbreiten, um so kleiner sind, auf jeden Punkt derselben also um so dichter die Strahlen fallen, als bei grösserer Entfernung.

Etwas Aehnliches zeigt sich, wenn die Sonne durch das Laub der Bäume scheint; jeder der kleinen mannigfaltig gestalteten Oeffnungen, welche zwischen den Blättern den Lichtstrahlen einen Durchgang gestatten, entspricht auf dem übrigens beschatteten Boden ein runder heller Fleck, ein Bild der Sonnenscheibe, gebildet durch die von allen einzelnen Punkten derselben durch die Oeffnung gehenden konischen Strahlenbündel.

In allen diesen Fällen liegt immer ein bestimmter Punkt des leuchtenden Gegenstandes und jeder der ihm entsprechenden erhellten Punkte so, dass die beide verbindende Gerade durch die Oeffnung geht, so dass auch dieses wieder die Geradlinigkeit der Lichtstrahlen beweist.

Jedenfalls ergiebt sich, dass, wenn ein leuchtender Gegenstand in irgend einer Entfernung von demselben eine Lichtwirkung hervorbringt, entweder dadurch, dass er in einem dort befindlichen Auge eine Lichtempfindung hervorruft, oder einen an sich dunkeln Gegenstand erhellt, von demselben irgend ein Etwas, das Licht, aus, und durch den zwischen Beiden befindlichen Raum geradlinig hin sich erstreckt.

Ueber die Natur dieses Etwas ist damit aber Nichts ausgesagt, wir könnten uns darunter eine Materie denken, die von dem leuchtenden Gegenstande nach allen Richtungen geradlinig ausgeworfen würde, oder auch eine Zustandsveränderung des den Raum zwischen den beiden Orten der Ursache und Wirkung Erfüllenden, die von der erstern bedingt sich geradlinig allenthalben hin verbreitet fände, wo sie nicht durch bestimmte ihr widerstrebende Ursachen zurückgehalten würde. Das, was diese Versuche beweisen, ist ganz unabhängig von der einen oder andern dieser Vorstellungen, und ist nur das, dass dieses Etwas, das Licht, um von einem Punkte aus auf einen andern

entfernten wirken zu können, in allen in gerader Linie zwischen beiden liegenden Punkte ebenfalls wirksam sein, diese gleichsam durchlaufen muss; der Zusammenhang dieser von dem von einem leuchtenden Punkte bedingten Lichte bis zu einem andern erleuchteten Punkte erfüllten, sich geradlinig an einander schliessenden Punkte ist es, was wir einen Lichtstrahl nennen.

Die Geradlinigkeit der Lichtstrahlen benutzt man im Diopter, wie überhaupt beim Visiren zur Fixirung bestimmter Richtungen.

§. 116.

Bei der Auseinandersetzung dieser Verhältnisse haben wir uns schon mehrfach der Vorstellung einer Bewegung des Lichtes von dem erleuchtenden Punkte nach dem erleuchteten hin bedient. Diese ist aber nicht durchaus nothwendig, denn es wäre denkbar, dass ein Lichtstrahl sich in allen seinen Punkten wirklich momentan herstellte, und es entsteht daher die Frage, ob dieses der Fall ist, oder ob ein entstehender Lichtstrahl successiv sich bildet, zuerst mit dem dem leuchtenden Punkte nächstliegenden Ende, und erst nach und nach mit seinen übrigen Theilen. Erst in dem letztern Falle würde von einer Bewegung des Lichtes die Rede sein können.

Alle directen Versuche nun, die man in dieser Beziehung auf der Erde anstellen könnte, indem man die Zwischenzeit zwischen dem Leuchtendwerden eines bestimmten Gegenstandes und der Wahrnehmung desselben aus einer gemessenen Entfernung unmittelbar zu bestimmen versuchte, würden ein negatives Resultat ergeben, nämlich zeigen, dass, wenn zwischen beiden Momenten eine Zeit liegt, diese jedenfalls so klein ist, dass wir sie nicht unmittelbar messen können. Da wir aber in der Sonne und den Sternen sehr weit von uns entfernte sichtbare Gegenstände besitzen, so könnten in den Erscheinugen, welche diese uns darbieten, vielleicht Gründe gefunden werden, welche die Frage entschieden. Dieses ist nun wirklich der Fall, und astronomische Erscheinungen haben wenigstens das erste Mittel geliefert, sowohl die Bewegung, d. h. die successive Verlängerung der Lichtstrahlen festzustellen, als auch die Geschwindigkeit zu messen, mit welcher sie stattfindet.

Die ersten der astronomischen Beobachtungen, die auf eine Bewegung der Lichtstrahlen deuteten, waren die von Römer über die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten in den Jahren 1675 und 1676.

Diese sind, wie der Jupiter selbst, nichtleuchtende Körper, und werden uns nur dadurch sichtbar, dass das Licht der Sonne auf sie fällt. Sobald aber ein undurchsichtiger Körper zwischen sie und die Sonne tritt, so verschwinden sie unsern Blicken, verfinstern sich so lange, bis sie aus dem Schatten des undurchsichtigen Körpers wieder heraustreten. Ein solcher schattenwerfender Körper ist der Jupiter, um welchen sie sich in ähnlichen Bahnen, wie der Mond um die Erde, bewegen.

Nehmen wir der Einfachheit wegen an, der Jupiter stände fest, so würde zwischen je zwei Verfinsterungen eines seiner Trabanten eine Zeit verfliessen, welche der Umlaufszeit dieses gleich ist. Es ergiebt sich aber, dass die Zwischenzeit zwischen zwei Verfinsterungen veränderlich ist, und zwar, dass sie sich immer betrachten lässt als die Summe oder Differenz einer constanten Zahl, und einer kleinen veränderlichen, welche der Entfernung proportional ist, um welche sich die Erde während dieser Zwischenzeit von dem Jupiter entfernt, oder sich ihm nähert; im erstern Falle ist die veränderliche Zahl zur constanten zu addiren, im letztern davon zu subtrahiren; oder wenn wir durch T die Zwischenzeit zwischen zwei Verfinsterungen eines Trabanten bezeichnen, durch r die Grösse, um welche die Erde sich während derselben vom Jupiter entfernt, indem eine Annäherung als negativ gerechnet werden mag, endlich durch t und c zwei Constante, so ergiebt sich

$$T = t + \frac{1}{c} \cdot r.$$

Genauer genommen ist zwar t nicht ganz constant, sondern einer kleinen durch die Bewegung des Jupiter bedingten Veränderung unterworfen, die aber aus dieser berechnet werden kann, und die wir als in Rechnung gezogen betrachten wollen. Bezeichnen nun T', t' und r' dieselben Grössen in Bezug auf einen andern Trabanten, so ergiebt sich auch für diesen

$$T' = t' + \frac{1}{c} \cdot r',$$

worin c wieder denselben Werth wie in dem vorigen Ausdrucke hat.

Daraus lässt sich schliessen, dass die zweiten Theile in diesen Ausdrücken von Ursachen herrühren müssen, die nicht in den Bewegungen der Trabanten selbst liegen, sondern darin, dass die Verfinsterungen nicht in denselben Momenten beobachtet werden, in welchen sie eintreten.

Würden die Verfinsterungen von einem Punkte aus betrachtet werden können, welcher stets dieselbe Entfernung vom Jupiter behielte, so würde $r = r' = 0$, also $T = t$, $T' = t'$ sein. Die Zeiten t und t' können also als die zwischen den wahren Anfängen der Verfinsterungen verfliessenden Zeiten betrachtet werden.

Die Abhängigkeit der Zwischenzeiten aber von der relativen Bewegung der Erde und des Jupiter findet eine vollständige Erklärung, wenn man annimmt, dass die Zeiten $\frac{1}{c} r$ und $\frac{1}{c} r'$ gebraucht werden, damit die Lichtstrahlen die Entfernungen durchlaufen, um welche die Erde bei der je zweiten Verfinsterung vom Jupiter entfernter oder diesem näher ist, als bei der ersten. Es ist daraus ferner auch erklärlich, warum die Constante c, welche dann nichts anderes als die Geschwindigkeit ist, mit der die Lichtstrahlen sich fortpflanzen, für alle Trabanten einen und denselben Werth hat. Dieser

ergiebt sich, wenn Secunde und Meile als Maasseinheiten der Zeit und des Raumes zu Grunde gelegt werden, aus der Gesammtheit der Beobachtungen zu etwa 42000.

§. 117.

Die Annahme, dass die Lichtstrahlen zu ihrer Fortpflanzung eine gewisse Zeit benutzen, welche aus den Beobachtungen der Jupiterstrabanten abgeleitet ist, wird durch eine zweite astronomische Erscheinung, die von Bradley 1727 entdeckte sogenannte Aberration, bestätigt.

Es besteht diese darin, dass sämmtliche Fixsterne nicht, wie es ihr Name besagt, ihren Ort am Himmel unverändert bewahren, sondern eine periodische scheinbare Bewegung ausführen, deren Periode bei allen genau ein Jahr ist, und sich eben dadurch als eine nur scheinbare, nämlich durch die Bewegung der Erde bedingte, zu erkennen giebt.

Die scheinbare Bahn, in der sich dabei dieselben bewegen, ist im Allgemeinen eine Ellipse, deren grosse Achse der Ekliptik, d. h. der Erdbahn parallel ist, und etwa 40″,5 beträgt. Die Ellipse ist um so abgeplatteter, je näher die Sterne der Ekliptik stehen, so dass sie in dieser in eine gerade Linie übergeht; nach den Polen hin dagegen nähert sie sich einem Kreise von 40″,5 Durchmesser; die kleine Achse ist für alle Sterne, die gleich weit von der Ekliptik entfernt sind, gleich. Endlich sind immer zwei Sterne, deren Abstand von einander parallel der Ekliptik gemessen 180° beträgt, gleichzeitig nach entgegengesetzten Richtungen hin von dem Mittelpunkte der Bahn entfernt.

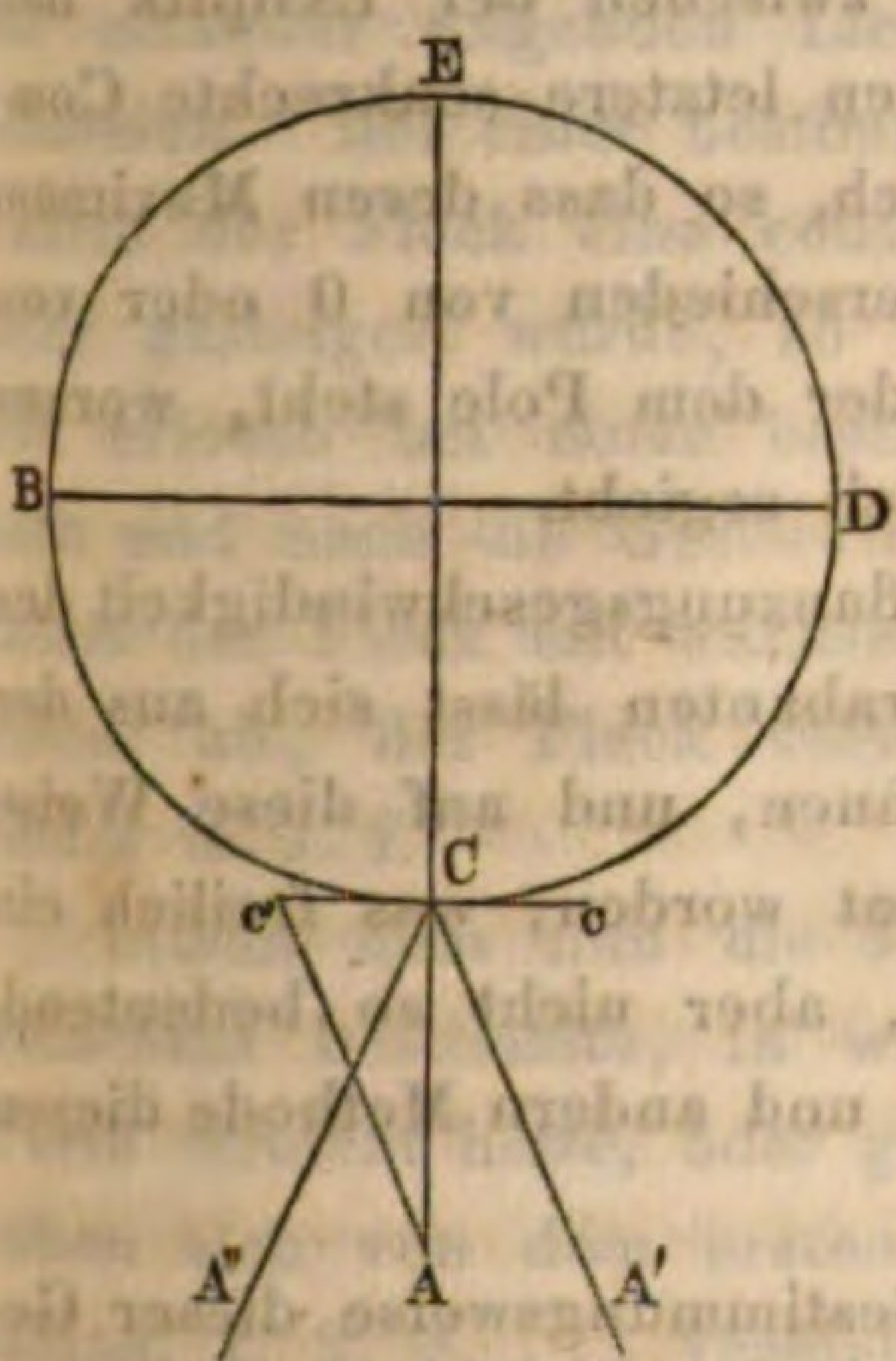
Schon die Gleichheit in der Grösse der scheinbaren Bewegung parallel der Ekliptik und die regelmässige Zunahme der gegen diese senkrechten mit der Zunahme des Abstandes von ihr bei den verschiedenen Sternen macht es unwahrscheinlich, dass dieselbe, wie man wohl zuerst denken könnte, von einer Parallaxe der Fixsterne herrührte, d. h. davon, dass die von den verschiedenen Punkten der Erdbahn nach ein und demselben Fixsterne gezogenen Geraden nicht als merklich parallel anzusehen, oder die Dimensionen der Erdbahn nicht verschwindend klein gegen die Entfernungen der Fixsterne von ihr wären. Noch directer ergiebt sich dieses aber, wenn man die Zeiten beachtet, wann die einzelnen Sterne am weitesten von den Mittelpunkten der scheinbaren Bahnen (parallel der Ekliptik gemessen) entfernt sind. Rührte die Erscheinung von einer Parallaxe her, so müsste dieses dann der Fall sein, wenn die Erde sich an einem der beiden Endpunkte des Durchmessers ihrer Bahn befindet, welcher senkrecht auf der von dem Mittelpunkte dieser nach dem Fixstern gezogenen Geraden steht; in der mittlern Lage müssten sie aber dann erscheinen, wenn die Erde in einem der Endpunkte des mit jener Geraden zusammenfallenden Durchmessers sich befindet.

Nun findet aber gerade das Gegentheil davon statt; in den zuerst erwähnten Stellungen der Erde erscheinen die Sterne in der mittlern Lage, in den letztern in den äussersten Punkten ihrer Bahnen, und zwar immer nach der Seite von der mittlern Lage entfernt, nach welcher die Bewegung der Erde augenblicklich gerichtet ist.

Sehen wir die Mittelpunkte der Bahnen als die wahren Orte der Sterne an, so heisst dieses nichts Anders, als sie erscheinen dann an ihrem wahren Orte, wenn die Bewegung der Erde gerade auf den Stern zu oder gerade von ihm ab gerichtet ist, dagegen um so mehr im Sinne dieser Bewegung vom wahren Orte abgelenkt, je grösser die Componente der Erdbewegung ist, welche senkrecht auf der von der Erde nach dem Stern gezogenen Geraden steht.

Eine solche Wirkung kann aber dadurch hervorgebracht werden, dass die Erde und die von dem Sterne kommenden Lichtstrahlen sich mit Geschwindigkeiten bewegen, von denen die erstere nicht verschwindend klein gegen die letztere ist. Denn bezeichnet der Kreis $BCDE$ (Fig.12) die Erdbahn, CA die Richtung der von einem Stern in der Ekliptik kommenden Lichtstrahlen, so ist im Punkte C die Bewegung der Erde senkrecht auf der der Lichtstrahlen; werde die Geschwindigkeit der Erdbewegung durch Cc, die der Lichtstrahlen durch AC vorgestellt, so ist offenbar der Erfolg derselbe, als stände die Erde fest, und als würden die Lichtstrahlen parallel mit sich in der Richtung Cc' (entgegengesetzt Cc) mit der Geschwindigkeit $Cc' = Cc$ verschoben, oder als hätten die Lichtstrahlen nach dem Parallelogramm der Bewegungen die Richtung Ac' oder $A'C$, wenn $A'C$ parallel Ac' gezogen wird. Befindet sich die Erde in E, so ist in ganz ähnlicher Weise der Erfolg der Verbindung beider Bewegungen, als kämen die Strahlen in der Richtung $A''C$, wenn $ACA'' = - ACA'$ gemacht wird. In den Punkten B und D dagegen wird die scheinbare Richtung der Lichtstrahlen nicht durch die Bewegung der Erde geändert, weil dann beide Bewegungen in eine Richtung fallen. Der Erfolg ist also der, dass der Stern eine scheinbare Bahn zwischen A' und A'' hin und her in einem Jahre beschreiben und die äussersten Punkte A' und A'' erreichen muss, wenn die Erde in C und E sich befindet, ganz so wie es die Sterne in der Ekliptik thun. Die Grösse des Bogens $A'A''$ ergiebt sich leicht aus der Gleichung

Fig. 12.



$$\operatorname{tg} ACA' = \frac{Cc'}{AC},$$

woraus

$$A'A'' = 2\,ACA' = 2 \text{ Arc tg} \frac{Cc'}{AC}$$

folgt, worin Cc' die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, AC die der Lichtstrahlen bezeichnet. Die erstere ist etwa 4,14, die letztere 42000, wenn Meile und Secunde wieder als Maaseinheiten gebraucht werden, und daraus folgt $A'A'' = 40'',66$, also fast genau so gross, wie die vorher angegebene grosse Achse der scheinbaren Bahn der Fixsterne.

Offenbar gelten aber dieselben Schlüsse auch noch für die ausserhalb der Ekliptik stehenden Sterne hinsichtlich der dieser letztern parallelen scheinbaren Bewegung, die daraus hervorgeht, dass die Richtung der von denselben kommenden Lichtstrahlen mit der Ekliptik, also auch mit der Richtung der Erdbewegung immer einen Winkel bildet. Für den Pol ist die Richtung der Lichtstrahlen immer senkrecht auf der der Erdbewegung, ein hier befindlicher Stern würde also immer um $20'',33$ aus seiner Lage nach der Richtung hin abgelenkt erscheinen müssen, wohin die Erde sich gerade bewegt, d. h. er müsste im Jahre eine scheinbare kreisförmige Bahn vom Halbmesser $20'',33$ beschreiben. Für die zwischen der Ekliptik und dem Pole liegenden Sterne ist offenbar die gegen letztere senkrechte Componente ihrer scheinbaren Bewegung veränderlich, so dass deren Maximum für einen bestimmten Stern um so weniger verschieden von 0 oder von $20'',33$ ist, je näher der Stern der Ekliptik oder dem Pole steht, woraus die elliptische Form der scheinbaren Bahnen sich ergiebt.

Unabhängig von der Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts durch die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten lässt sich aus der alleinigen Messung der Aberration diese berechnen, und auf diese Weise ist sie von Struve neuerlich zu 41549 bestimmt worden, was freilich ein wenig von der vorhergenannten Zahl abweicht, aber nicht so bedeutend, als dass nicht die Beobachtungsfehler der einen und andern Methode diesen Unterschied bedingt haben könnten.

Von besonderem Interesse ist die zweite Bestimmungsweise dieser Geschwindigkeit übrigens deshalb, weil sie lehrt, dass dieselbe für das Licht aus den verschiedensten Quellen und von sehr verschiedener Farbe (denn hinsichtlich dieser zeigen sich grosse Verschiedenheiten unter den Fixsternen) eine und dieselbe ist.

§. 118.

In neuerer Zeit ist es endlich Fizeau gelungen, auch durch Versuche auf der Erde nachzuweisen, dass das Licht zu seiner Fortpflanzung Zeit verlangt, und die Geschwindigkeit der Fortpflanzung zu messen.

Der Versuch wurde in der Weise angestellt, dass von einem Punkte aus Lichtstrahlen auf einen 8633 Meter davon entfernten Spiegel fielen,

dessen Stellung so regulirt war, dass nach den bald genauer zu betrachtenden Spiegelungsgesetzen sie genau in der entgegengesetzten Richtung vom Spiegel zurückkamen, und in der Nähe ihres Ausgangspunktes wahrgenommen werden konnten. Vor demselben jedoch befand sich eine mit zahnartigen Ausschnitten versehene um eine Achse drehbare Scheibe, die, wenn sie gedreht wurde, die Lichtstrahlen abwechselnd zurückhielt und durchliess, je nachdem ein Zahn oder ein Ausschnitt vor der Ausgangsstelle sich befand, und gleicherweise wurden auch die zurückkommenden Lichtstrahlen dadurch aufgehalten oder durchgelassen.

Wurde nun die Scheibe langsam gedreht, so erschien in der Richtung des Spiegels ein heller Fleck, der abwechselnd verdunkelt und wieder sichtbar wurde.

Wurde indess die Drehungsgeschwindigkeit vergrössert, so wurde der helle Fleck continuirlich sichtbar, weil, wie wir bei der spätern Untersuchung des Sehens noch genauer verfolgen werden, jeder Lichteindruck im Auge eine etwas länger dauernde Lichtempfindung bewirkt, und also, wenn die Unterbrechungen der Strahlen kürzer als diese Zeit geworden waren, die auf einander folgenden Lichtempfindungen sich unmittelbar an einander schlossen. Bei einer bestimmten Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe bewahrte der Fleck eine constante Helligkeit, aber wenn die erstere noch mehr gesteigert wurde, so nahm die Helligkeit des Fleckes merklich ab, und erlosch bei einer bestimmten Geschwindigkeit gänzlich. Indem nun nach und nach die Geschwindigkeit noch immer vermehrt wurde, erschien zuerst der Fleck mit wachsender Helligkeit wieder, dann nahm aber diese wieder ab, der Fleck verschwand wieder, nach und nach erschien er wieder u. s. f.

Indem man nun die Drehungsgeschwindigkeiten der Scheibe in den Momenten bestimmte, in welchen die Helligkeit entweder einen grössten Werth erreicht hatte, oder gänzlich verschwunden war, ergab sich, dass dieselben sich von dem ersten Verschwinden an gerechnet, wie die ganzen Zahlen, 1, 2, 3, . . . verhielten, so dass, wenn v die Drehungsgeschwindigkeit beim ersten Verschwinden bezeichnet, der Fleck wieder verschwand, wenn sie den Werth $(2n + 1)\, v$ hatte, wo n eine ganze Zahl ist, dagegen der Fleck am hellsten erschien, wenn sie den Werth $2nv$ hatte.

Die Messung der Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe wurde dadurch vorgenommen, dass man die Höhe des Tones bestimmte, der durch das Anschlagen der Zähne der Scheibe gegen eine Platte entstand.

Diese Erscheinung erklärt sich nun aus der Annahme, dass die Lichtstrahlen eine bestimmte Zeit gebrauchten, um von der Scheibe bis zum Spiegel und von diesem bis zur erstern zurück zu gelangen. Betrachten wir ein Strahlenbündel, welches durch eine Zahnlücke gegangen ist, und zu diesem Wege die Zeit t gebraucht hat, so wird dieses, wenn es an die

Scheibe zurückkommt, auf einen Zahn, z. B. den der Zahnlücke nächst anliegenden treffen, wenn die Scheibe während der Zeit t um einen Bogen gedreht ist, der zwischen den Mittelpunkten einer Zahnlücke und des nächst anliegenden Zahns liegt. Dann wird aber das Lichtbündel durch den Zahn aufgefangen, und kann also hinter der Scheibe nicht wahrgenommen werden. Dasselbe gilt aber auch für alle Strahlenbündel, welche bei derselben Drehungsgeschwindigkeit v der Scheibe durch eine Lücke dringen und auf den Spiegel fallen, vorausgesetzt, dass der Umfang der Scheibe durch die Zähne und Lücken in gleiche Theile getheilt ist. Es kann also dann gar kein Licht hinter die Scheibe gelangen. Wird die Drehungsgeschwindigkeit aber verdoppelt, so befindet sich, wenn das durch eine Lücke gelangende Strahlenbündel wieder zur Scheibe zurückgelangt, an der ersten Stelle wieder eine Lücke, es kann also frei durch diese hindurchgehen.

Bei einer Drehungsgeschwindigkeit $> v$ und $< 2v$ wird das zurückkommende Strahlenbündel theilweise aufgefangen, die Helligkeit ist also grösser als Null, aber kleiner als bei der Geschwindigkeit $2v$. Ebenso ergiebt sich leicht, dass bei jeder Drehungsgeschwindigkeit $(2n + 1)\,v$ immer das rückkehrende Strahlenbündel durch einen Zahn vollkommen aufgefangen, bei jeder Drehungsgeschwindigkeit $2nv$ aber vollständig durch eine Lücke gelassen, bei allen übrigen Geschwindigkeiten aber theilweise aufgefangen und theilweise durchgelassen wird.

Die Zeit also, welche das Licht gebraucht, um den Weg von der Scheibe bis zum Spiegel und von diesem bis zu jener zurück, also in Fizeau's Versuchen 17266 Meter, zu durchlaufen, ist gleich der Zeit, welche zwischen dem Vorübergange der Mitte eines Zahns, und der einer Zahnlücke bei der Drehungsgeschwindigkeit v liegt. Durch Messung dieser letztern ist also diese Zeit t gleichfalls gemessen, und damit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Fizeau hat aus allen seinen Versuchen diese so auf 42500 Meilen in der Secunde bestimmt.

Da nun bei diesen Beobachtungen das Licht in der atmosphärischen Luft sich bewegte, durch die Beobachtungen der Jupiterstrabanten aber die Geschwindigkeit desselben im Himmelsraume, d. h. im sogenannten leeren Raume gemessen wird, und letztere Methode ein etwas kleineres Resultat ergeben hat, so könnte man glauben, dass dadurch der Unterschied der Ergebnisse beider Methoden bedingt sei, das Licht also in der Atmosphäre sich schneller als im leeren Raume fortpflanze. Indess ist dabei zu bemerken, dass durch die Aberrationsbeobachtungen, welche eine noch kleinere Geschwindigkeit ergeben haben, die Geschwindigkeit des Lichtes gemessen wird, mit welcher dasselbe zu den Beobachtern an der Erde gelangt, welche es also in der Atmosphäre hat. Da aber das Mittel aus Struve's Resultat und Fizeau's fast genau mit Römer's zusammenfällt, so muss man vielmehr schliessen, dass die Unterschiede an Beobachtungsfehlern liegen und die

Lichtgeschwindigkeit in der Atmosphäre wenigstens nicht beträchtlich von der im Himmelsraume verschieden ist. Andere Versuche machen es sogar, wie wir später sehen werden, wahrscheinlich, dass sie in der Atmosphäre ein wenig kleiner als im leeren Raume ist. Auch möge schon jetzt vorläufig bemerkt werden, dass durch einen directen Versuch von Fizeau nachgewiesen ist, dass das Licht im Wasser sich langsamer als in der Luft verbreitet, woraus man schliessen kann, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit desselben in verschiedenen Medien überhaupt einen verschiedenen Werth habe.

§. 119.

Mit der Fortpflanzung des Lichtes von einem leuchtenden oder erleuchteten Körper aus ist, wie es schon die alltäglichsten Erfahrungen uns lehren, eine allmähliche Schwächung in der Stärke verbunden, indem die Helligkeit einer Kerze z. B. um so geringer erscheint, je weiter wir uns von derselben befinden, und sie ebenso auch einen an sich nicht leuchtenden Körper um so schwächer erleuchtet, je weiter derselbe von ihr entfernt ist.

Es ergiebt sich leicht, dass der Grund hiervon darin gesucht werden muss, dass die von einem leuchtenden Gegenstande ausgehenden Lichtstrahlen, indem sie sich nach allen Seiten hin verbreiten, divergiren, eine Fläche also von bestimmter Grösse von um so weniger Lichtstrahlen getroffen wird, in je grösserer Entfernung von dem leuchtenden Körper sie sich befindet, so dass also gleichsam die Dichtigkeit der auf das Flächenstück fallenden Lichtstrahlen mit wachsender Entfernung von der Lichtquelle abnimmt. Betrachten wir der Einfachheit wegen die letztere als einen leuchtenden Punkt, vor welchem sich ein Schirm mit einer beliebig gestalteten Oeffnung befinde. Fangen wir das durch diese dringende Lichtbündel mit einem andern Schirme auf, so verhalten sich die auf diesem erhellten Flächen ihrer Grösse nach wie die Quadrate der Entfernungen dieses Schirms von der Lichtquelle. Wenn wir also annehmen, die Schwächung der Lichtstärke rühre von der Ausbreitung der Lichtstrahlen her, so wird die Helligkeit oder die Stärke des von einem jeden leuchtenden Punkte ausgehenden Lichtes dem Quadrate der Entfernung von dem leuchtenden Punkte umgekehrt proportional sein müssen.

Man hat dieses Resultat durch sogenannte Photometer experimentell zu prüfen gesucht, obwohl eine genaue Messung der Lichtstärke nicht auszuführen ist, wir vielmehr immer auf ziemlich ungenaue Schätzungen derselben angewiesen sind.

Alle diese Photometer können nur zur Vergleichung der Lichtstärken zweier Lichtquellen dienen, wenn man durch Entfernen oder Nähern der einen dieser an eine Fläche, welche von beiden aber in verschiedenen an

einander grenzenden Stellen erleuchtet wird, es erreicht, dass die Helligkeit dieser Flächenstücke, soweit die Genauigkeit der Schätzung reicht, eine gleiche ist.

Rumford's Photometer besteht aus einer verticalen mit weissem Papier bekleideten Wand, vor welcher in einer angemessenen Entfernung eine undurchsichtige verticale Säule steht. Stellt man jenseits dieser 2 Lichtquellen neben einander auf, so wirft die Säule zwei Schatten auf die Wand, von welchen indess jeder durch eine der beiden Lichtquellen erleuchtet wird. Wenn beide Schatten gleich hell erscheinen, so schliesst man, dass die Intensität des von den beiden Lichtquellen ausgehenden Lichtes an der Wand eine gleiche sei.

In Ritchie's Photometer fallen die Lichtstrahlen der beiden Lichtquellen von entgegengesetzten Seiten in die offenen Enden eines parallelopipedischen länglichen Kastens. In der Mitte desselben sind zwei mit weissem Papier überzogene Ebenen den Lichtstrahlen unter gleicher Neigung, etwa von 45°, gegen den Boden gegenübergestellt, die sich oben in einer scharfen horizontalen Kante schneiden, so dass die eine Fläche nur von den Strahlen der einen, die andere nur von denen der andern erleuchtet wird. Indem man nun von oben in verticaler Richtung gleichzeitig auf beide Flächen sieht, verändert man die Stellung der Lichtquellen so lange, bis beide Flächen gleich hell erscheinen, wo dann wieder die Intensität der Strahlen in den Flächen als gleich betrachtet wird.

Bunsen's Photometer wird durch einen Schirm von weissem Papier gebildet, auf welchem ein mit Oel getränkter runder Fleck sich findet, wodurch an dieser Stelle das Papier durchscheinend geworden ist.

Wird der Schirm von vorn erleuchtet, so erscheint der Fleck dunkler als der umgebende Grund, bei Beleuchtung von hinten dagegen heller. Sind Fleck und Grund bei gleichzeitiger Beleuchtung von beiden Seiten gleich hell, so betrachtet man wieder die Intensität der beiden Lichtstrahlenbündel in der Schirmebene als gleich.

Mittelst eines dieser Photometer lässt sich nun das obige Gesetz prüfen; verschafft man sich nämlich mehrere gleiche Lichtquellen, und vereinigt zwei oder mehrere derselben zu einer, welche man mit einer einzigen andern für sich vergleicht, so ergiebt sich, dass die Helligkeiten der verschiedenen Flächenstücke gleich erscheinen, wenn die Entfernungen, in welche sie von denselben gebracht werden müssen, sich nahezu wie die Quadratwurzeln aus den Anzahlen der Lichtquellen in den beiden Gruppen verhalten.

Umgekehrt kann man nun aber auch bei Anwendung verschiedener Lichtquellen aus den Entfernungen, in welche man sie von den Schirmen bringen muss, damit die verschiedenen in Betracht kommenden Flächenstücke gleich hell erscheinen, nach jenem Grundsatze auf deren Lichtstärke schliessen.

Es ist aber bei derartigen Messungen nie eine grosse Schärfe zu erreichen, namentlich dann nicht, wenn die zu vergleichenden Lichtstrahlen verschiedene Farben besitzen, weil dann die Schätzung der relativen Helligkeiten völlig unsicher wird.

§. 120.

Die wenigstens näherungsweise erlangte Bestätigung unserer Annahme der Schwächung der Lichtstärke im quadratischen Verhältnisse der Entfernung von der Lichtquelle durch die photometrischen Beobachtungen zeigt, dass wenigstens der hauptsächlichste Grund jener Schwächung in der divergirenden Ausbreitung der von jedem Punkte der Lichtquelle ausgehenden Strahlen gesucht werden muss. Es ist dadurch indess nicht ausgeschlossen, dass dieselbe, wenn auch in weit schwächerem Maasse, auch noch von andern Ursachen abhängen könnte. Einige allgemein bekannte Thatsachen zeigen vielmehr, dass wirklich noch andere Gründe ebenfalls mitwirken.

Denn wenn jene Ausbreitung allein die Abnahme der Lichtstärke bedingte, so müsste die letztere immer in ganz gleicher Weise stattfinden; nun ist aber dieses nicht der Fall, indem je nach der besondern Beschaffenheit der Atmosphäre eine und dieselbe Lichtquelle, die Sonne, oder eine Kerzenflamme, letztere aus ein und derselben Entfernung betrachtet, bald heller, bald dunkler erscheint, so dass wir also schliessen müssen, dass wenigstens zu gewissen Zeiten die Atmosphäre nicht vollkommen durchsichtig ist, sondern einen Theil der in sie eindringenden Lichtstrahlen hindurchzugehen verhindert, sei es, dass sie dieselben gänzlich vernichtet, oder dass sie sie zwingt, in anderer als ihrer ursprünglichen Richtung sich zu bewegen.

Dass aber nicht blos zu gewissen Zeiten, sondern immer ein gewisser Theil der in die Atmosphäre tretenden Lichtstrahlen verhindert wird, durch dieselbe ungestört hindurchzugehen, kann aus verschiedenen Erscheinungen geschlossen werden, wohin namentlich die allgemeine Tageshelle und die Dämmerung gehören.

Der unverkennbare Zusammenhang, in welchem sie mit der mächtigsten Lichtquelle, der Sonne, und deren Stellung gegen den Horizont stehen, beweist, dass wir beide einer Erleuchtung der Atmosphäre durch die Sonne zuschreiben müssen; diese ist aber nicht anders denkbar, als dass ein Theil der auf irgend eine Stelle der Atmosphäre gelangenden Lichtstrahlen von hier aus in allen möglichen Richtungen weiter geht, also von seinem ursprünglich geradlinigen Wege abgelenkt wird.

Wäre dieses nicht der Fall, so müsste uns am Tage bei wolkenlosem Himmel die Sonne als eine glänzende Scheibe auf völlig dunkelem Grunde erscheinen, und ebenso des Morgens vor Sonnenaufgang und des Abends nach Sonnenuntergang ein plötzlicher Wechsel zwischen Dunkelheit und

Helligkeit und umgekehrt eintreten. Da aber beides nicht der Fall ist, sondern am Tage jeder Theil des Himmels erhellt erscheint, und vor Sonnenaufgang und nach Sonnenuntergang wenigstens einzelne Theile desselben, so müssen offenbar die zu diesen Stellen gelangenden Sonnenstrahlen hier eine theilweise Zerstreuung nach allen möglichen Richtungen erleiden, gerade wie von einem erleuchteten festen Körper die Lichtstrahlen nach allen Richtungen hin fortgehen.

Die grosse Intensität des von der Sonne direct kommenden Lichtes im Vergleich mit dem von verschiedenen Stellen des erhellten Himmels kommenden zeigt freilich, dass der grösste Theil der Strahlen ohne eine solche Zerstreuung zu erleiden, durch die Atmosphäre hindurchgeht, und nur ein geringer Theil derselben zur Erleuchtung des Himmels, d. h. der Atmosphäre, verwandt wird.

§. 121.

Wenn ein an sich nicht leuchtender Körper durch einen leuchtenden beleuchtet wird, so muss das von dem letztern ausgehende Licht von den einzelnen Punkten des Körpers in allen den Richtungen zerstreut werden, in welchen diese letztern sichtbar sind. Da aber die einzelnen Punkte eines beleuchteten Körpers von sehr verschiedenen Richtungen aus sichtbar sind, so muss die Zerstreuung des auf einen solchen Körper fallenden Lichtes nach unendlich vielen Richtungen hin stattfinden.

Wenn die Oberfläche des beleuchteten Körpers glatt ist, so finden sich für alle auf dieselbe fallenden Lichtstrahlen immer einzelne Richtungen, in welchen sie vorzugsweise von dem Körper ausgehen, so dass die Intensität des Lichtes in dieser Richtung merklich grösser als in jeder andern ist. Man unterscheidet das so in einer bestimmten Richtung von dem beleuchteten Körper ausgehende Licht als reflectirtes von dem nach allen Richtungen hin ausgehenden, diffusen oder zerstreuten, Lichte.

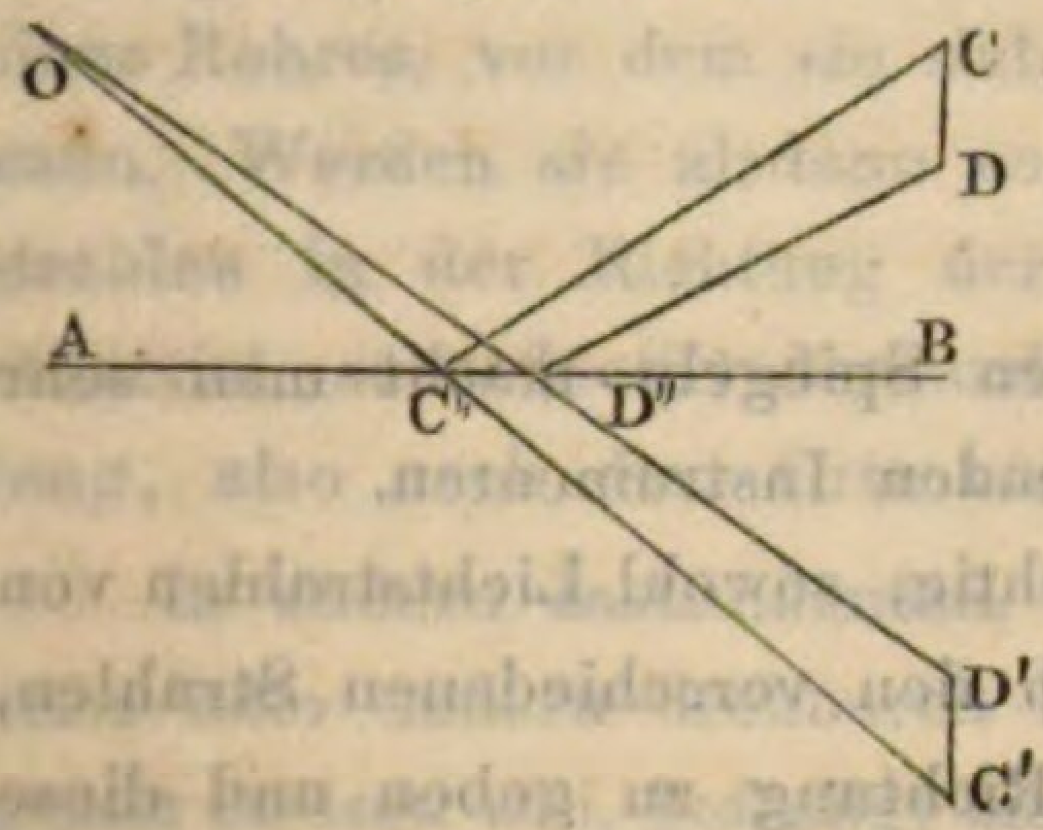
Durch das letztere wird es bedingt, dass der beleuchtete Körper gesehen werden kann, während das reflectirte Licht, je vollkommener die Reflexion ist, d. h. je weniger von dem einfallenden Lichte von dem beleuchteten Körper diffundirt oder zerstreut wird, um so mehr den reflectirenden Körper in seiner Richtung unsichtbar macht, dafür aber den Anschein hervorbringt, als befände sich der leuchtende Körper, von welchem das Licht vor der Reflexion ausgegangen ist, in der Richtung des reflectirten Lichtes. Durch die Reflexion entstehen also Bilder der Gegenstände, deren Licht an einer reflectirenden oder spiegelnden Fläche reflectirt wird. Die Lage dieser Bilder ist meist beträchtlich von der der Gegenstände selbst verschieden, und hängt von der Lage und der Form der spiegelnden Fläche ab.

Ist die spiegelnde Fläche eine Ebene, so sehen wir hinter derselben ein Bild des Gegenstandes, von gleicher Grösse mit diesem, aber in einer

verkehrten Lage, so dass z. B. in einem ebenen vertical stehenden Spiegel die linke Seite eines Gegenstandes als die rechte des Bildes erscheint; oder wenn wir es kürzer ausdrücken wollen, jedem Punkte des Gegenstandes entspricht ein Punkt des Bildes, der gegen die Rückseite der spiegelnden Fläche gerade so liegt, wie der erstere gegen die Vorderseite.

Es stelle AB, Fig. 13, den Durchschnitt eines horizontalen Spiegels mit einer verticalen Ebene vor, in welcher sich sowohl eine gerade Linie CD, als auch das Auge eines Beobachters in O befindet. Indem dieses auf den Spiegel gerichtet ist, sieht es in demselben das Bild $C'D'$ der Geraden CD, indem der Punkt C' dem Punkte C, der Punkt D' dem Punkte D entspricht. Da wir nun einen Punkt in der Richtung sehen, in der das von ihm ausgegangene Licht ins Auge gelangt, so muss das von C ausgegangene auf den Spiegel fallende und ins Auge gelangende Licht durch die Reflexion eine solche Richtungsänderung erhalten haben, dass es sich nach derselben in der Richtung $C'O$ fortbewegt, und ebenso das von D ausgegangene in der Richtung $D'O$. Denken wir uns die Geraden $C'O$ und $D'O$ gezogen, welche die spiegelnde Ebene in den Punkten C'' und D'' schneiden mögen, so können wir diese Punkte auf der spiegelnden Fläche bezeichnen, und damit die gebrochenen Geraden $CC''O$ und $DD''O$ oder die von den Punkten C und D ausgegangenen und durch die Reflexion ins Auge gelangenden Strahlen ermitteln. Wenn wir alsdann die Lagen der Linien $C''O$ und $D''O$ gegen CC' und DD'' und die Spiegelebene bestimmen, so finden wir,

Fig. 13.



1) dass CC'', $C''O$ mit dem in C'' errichteten Lothe auf der spiegelnden Ebene in einer Ebene liegen, und dass ebenso die von DD'' und $D''O$ gebildete Ebene senkrecht auf der Spiegelebene steht, und

2) dass die Winkel $CC''O$, $DD''O$ durch die in den Punkten C'', D'' errichteten Normalen auf der spiegelnden Ebene halbirt werden.

Nennt man daher den Winkel, welchen der auf eine spiegelnde Ebene fallende Strahl, der Einfallsstrahl, mit der Normale auf der Spiegelebene, dem Einfallslothe, macht, den Einfallswinkel, und ebenso den Winkel, welchen der reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe macht, den Reflexionswinkel, so ergiebt die Beobachtung der Bilder an ebenen Spiegeln das Gesetz, dass Einfallswinkel und Reflexionswinkel in einer Ebene liegen, und einander an Grösse gleich, aber entgegengesetzt gerichtet sind.

Nach Auffindung dieses Gesetzes lassen sich alle Aufgaben, welche sich auf die Lage der durch ebene Spiegel hervorgebrachten Bilder be-

ziehen, nach folgender geometrisch leicht aus diesem Gesetze abzuleitenden Regel bestimmen.

Von einem beliebigen Punkte aus vor einem ebenen Spiegel sieht man in diesem ein Bild eines vor dem Spiegel befindlichen Punktes in einer Richtung, welche man erhält, wenn man von dem Punkte ein Loth auf die Spiegelebene fällt, dieses hinter derselben so weit verlängert, bis es dem Abstande des Punktes vor dem Spiegel von diesem gleich ist, und von hieraus eine Gerade nach dem Punkte zieht, in welchem sich das Auge befindet.

§. 122.

Von der Reflexion des Lichts an ebenen Spiegeln macht man sehr häufig Anwendungen bei optischen und messenden Instrumenten.

Bei vielen optischen Versuchen ist es wichtig, sowohl Lichtstrahlen von beträchtlicher Intensität anzuwenden, als auch den verschiedenen Strahlen, mit welchen man experimentirt, eine gleiche Richtung zu geben und diese längere Zeit zu erhalten. Beides findet aber in der Regel nicht bei dem Lichte statt, welches aus irdischen Quellen stammt, weil die von ihnen ausgehenden Strahlen in solchen Entfernungen, wo sie noch eine hinreichende Intensität besitzen, merklich divergiren. Die Sonnenstrahlen dagegen, welche trotz der grossen Entfernung der Erde von der Sonne auf ersterer eine sehr beträchtliche Intensität besitzen, können eben der grossen Entfernung der Sonne wegen an der Erde als merklich parallel angesehen werden. Da diese aber an sich nur in einer bestimmten und zwar wegen der Achsendrehung der Erde veränderlichen Richtung auf die Erde gelangen, so benutzt man die Reflexion derselben an einem ebenen Spiegel, um sie längere Zeit hindurch in eine beliebige und unveränderliche Richtung zu bringen, indem man sie auf einen drehbaren Spiegel, einen sogenannten Heliostaten, fallen lässt, dessen Normale immer in derselben Ebene mit der Richtung der einfallenden Strahlen und der constanten Richtung liegt, in welcher man die Strahlen benutzen will, und den Winkel zwischen beiden fortwährend halbirt, indem sie sich mittelst eines mit dem Spiegel verbundenen Uhrwerkes in einer bestimmten Zeit um die Hälfte des Winkels dreht, um welchen sich während derselben Zeit die Richtung der einfallenden Strahlen ändert.

Wenn man bei den Versuchen der Lichtstrahlen nicht fortwährend bedarf, sondern nur von Zeit zu Zeit, so kann man sich ohne Anwendung eines Heliostaten auch durch einen einfachen Spiegel helfen, der zweckmässig verstellt wird. Dieses ist bei manchen geodätischen Winkelmessungen der Fall, wo die Punkte, deren Richtungen zu bestimmen sind, sehr weit auseinanderliegen, so dass sie nicht mit hinlänglicher Deutlichkeit gesehen werden können. Alsdann macht man sie bequem dadurch sichtbar, dass

man in ihnen kleine Spiegel so aufstellt, dass die auf sie fallenden Sonnenstrahlen in den Richtungen des Punktes reflectirt werden, wo die Richtungen bestimmt werden sollen. Die leichte und bequeme richtige Einstellung solcher Spiegel, der sogenannten Heliotrope, wird durch verschiedene Einrichtungen erreicht, wie beim Gauss'schen und Steinheil'schen. Das erstere besteht aus zwei sich rechtwinklig kreuzenden und beliebig drehbaren Spiegeln, die ihre spiegelnden Flächen einander zukehren, in der Mitte aber durchbrochen sind, so dass man durch sie hindurch sehen, und die Achse eines Rohres, vor dem sie sich befinden, auf einen gegebenen Punkt richten kann. Werden sie alsdann so gedreht, dass der eine Spiegel die Sonnenstrahlen in der Richtung der Achse des Rohrs und dem Beobachter zu reflectirt, so reflectirt der andere sie in der gerade entgegengesetzten Richtung, also nach dem Orte hin, worauf die Achse des Rohrs gerichtet ist.

In andern Instrumenten, durch welche man die Drehung eines Hebelarms oder andern drehbaren Körpers, z. B. des Armes einer Torsionswage genau messen will, befestigt man an der Drehungsachse einen ebenen Spiegel, vor dem man in geeigneter Entfernung einen Maassstab so aufstellt, dass bei einer Drehung des Hebelarms und des Spiegels andere und andere Zahlen in einer bestimmten Richtung, aus der man auf den Spiegel sieht, erscheinen. Liegt die constante Richtung, in der man auf den vertical hängenden Spiegel sieht, in einer Verticalebene, welche durch den Theilstrich a des Maassstabes geht, so wird dieser gesehen, wenn die Spiegelnormale in dieselbe Ebene fällt; erscheint alsdann, wenn diese und damit auch der Spiegel um den horizontalen Winkel φ gedreht ist, der Theilstrich b in jener Richtung, so wird, wenn r den Abstand des Maassstabes vom Spiegel, in demselben Maasse wie a und b gemessen, bezeichnet

$$\frac{a-b}{r} = tg\,2\varphi$$

sein, woraus sich φ durch Beobachtung der 3 Grössen a, b und r, welche mit einer grossen Schärfe ausgeführt werden kann, leicht berechnen lässt.

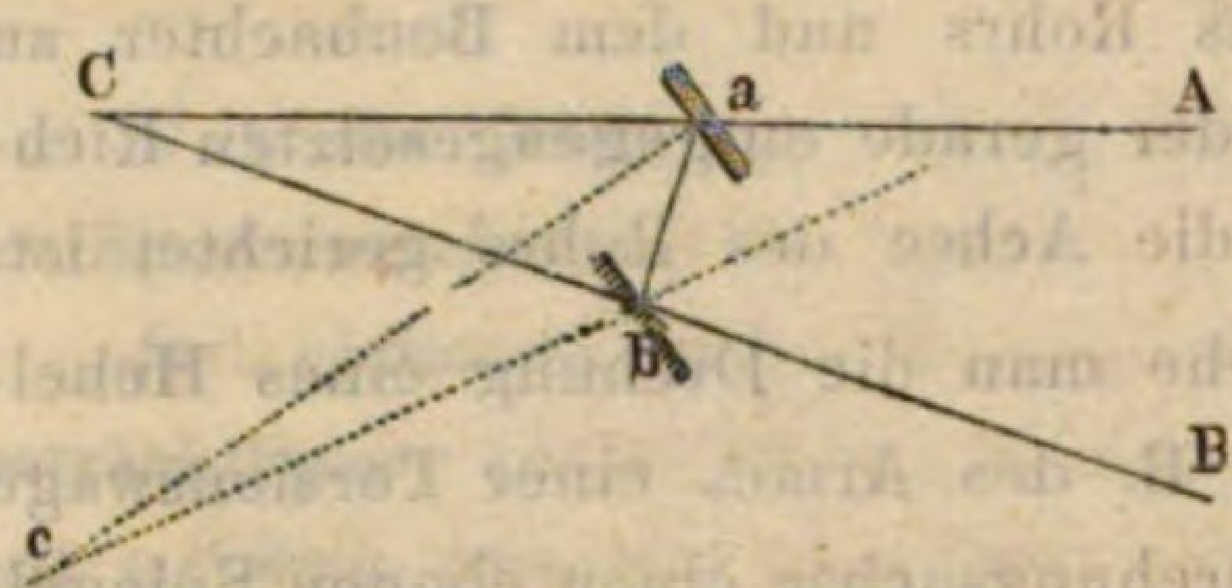
Im Spiegelsextanten und ähnlichen Instrumenten benutzt man die Spiegelung, um durch eine einmalige Beobachtung den Winkel zwischen zwei Richtungen aufzufinden, was vorzüglich da von grossem Nutzen ist, wo man wie auf Schiffen keinen festen Standpunkt hat, also die gewöhnlichen winkelmessenden Instrumente, wie Theodolithen, nicht angewandt werden können.

Man bringt nämlich die Achse eines Rohres in die eine der beiden Richtungen, welche man vergleichen will. Vor dem Rohre befindet sich aber ein mit parallelen Ebenen begrenztes Glas, durch das man sieht, aber nur durch die eine z. B. obere Hälfte desselben, während die andere Hälfte durch aufgelegte Spiegelfolie spiegelnd gemacht ist, so dass die Spiegelfläche dem Beobachter zugewandt ist. Das Rohr und diese Glasplatte sind fest mit einander verbunden, und an radienartigen Armen eines Kreisbogens

befestigt, durch dessen Mittelpunkt eine auf der Ebene desselben senkrechte Drehungsachse geht, um welche ein auf dieser Ebene ebenfalls senkrecht stehender Spiegel gedreht werden kann. Dieser wird bei der Beobachtung so gestellt, dass das von ihm erzeugte Bild des zweiten Gegenstandes auf den festen Spiegel fällt, und von diesem in die Achse des Rohrs reflectirt wird, welches man daran erkennt, dass der erste Gegenstand und das Bild des zweiten durch die Achse des Rohrs gesehen über einander fallen.

Bezeichnen nun AC und BC, Fig. 14, die beiden zu vergleichenden Richtungen, welche den Winkel φ mit einander bilden, so fällt die Achse des Rohrs in der richtigen Stellung mit AC zusammen. Ist ferner α der Winkel, welchen die Normale des feststehenden Spiegels a mit AC bildet, so muss der bewegliche Spiegel b so gestellt werden, dass wenn ψ den Winkel bezeichnet, welchen seine Normale mit der Richtung BC bildet, die Gerade ab, d. h. die von dem Einfallspunkte des Strahls BC auf b nach dem Durchschnittspunkte von AC mit a gezogene Gerade mit der Normale auf b den Winkel $-\psi$ und mit der Normale auf a den Winkel $-\alpha$ bildet, beide von den Normalen an, aber in entgegengesetztem Sinne wie ψ und α gezählt. Nennen wir endlich noch χ den Winkel, welchen dann die beiden Spiegelnormalen im Punkte c mit einander bilden, so ergiebt ohne Rücksicht auf die Vorzeichen die Betrachtung des Dreieckes cba:

Fig. 14.



$$\chi = \psi - \alpha,$$

und die Betrachtung des Dreieckes Cba

$$\varphi = 2\psi - 2\alpha, \text{ also}$$
$$\varphi = 2\chi.$$

Der Winkel χ lässt sich aber mit Hülfe einer Alhydade auf dem Kreisbogen messen, die mit dem drehbaren Spiegel zusammen gedreht wird. Wird letzterer so gestellt, dass man in der Achse des Rohrs einen sehr entfernten Gegenstand, z. B. einen Stern, sowohl direct, als auch in b und a gespiegelt sieht, so dass beide Bilder zusammenfallen, so ist der Winkel $\chi = 0$, und der Punkt, auf welchen dann die Alhydade einsteht, kann als Nullpunkt der Theilung gelten, indem bei einer beliebigen andern Stellung des Spiegels b der zwischen diesem Nullpunkte und dem dann mit dem Index der Alhydade zusammenfallenden Punkte des Kreisbogens liegende Bogen den Winkel χ misst.

Für die Krystallographie ist das sogenannte Reflexionsgoniometer von grosser Wichtigkeit, welches zur Messung der Flächenwinkel der Krystalle dient, und dessen Gebrauch ebenfalls auf der Reflexion an ebenen Spiegeln beruht. Der Krystall wird nämlich an einem um eine Achse drehbaren

Träger so befestigt, dass die Kante des zu messenden Winkels der Drehungsachse parallel ist. Dieser Träger ist doppelt drehbar, einmal für sich, und ferner zusammen mit einer concentrischen getheilten Kreisscheibe, die vor einem festen Index sich dreht. Wird zuerst der Krystall so gestellt, dass die eine der Flächen das Bild eines bestimmten Punktes nach einer bestimmten Richtung hin reflectirt, wobei die Scheibe nicht mitgedreht wird, und dann durch Drehung des Trägers mit der Scheibe die andere Fläche in dieselbe Lage gebracht, so giebt der mit Hülfe des Index zu messende Winkel, um welchen die Scheibe gedreht werden musste, den Winkel an, welchen die Normalen beider Flächen mit einander bilden. Dieser ist aber der Ergänzung des Flächenwinkels zu 180° gleich, wodurch also auch dieser gemessen werden kann.

Bei solchen Messungen, wo man die Stellung eines Punktes oder Striches über einem getheilten Maassstabe beobachtet, ist man, besonders je weiter ersterer von der Ebene des letztern absteht, leicht einem parallactischen Fehler ausgesetzt, der dadurch entsteht, dass man an dem Punkte oder Striche vorbei schief auf die Ebene des Maassstabes visirt. Diesen Fehler kann man vermeiden, wenn man die Ebene des Maassstabes zu einer spiegelnden macht. Bringt man das Auge alsdann so über den Maassstab, dass man die Mitte des Spiegelbildes des Auges von der Visirlinie getroffen sieht, so steht die Visirlinie genau senkrecht auf der Ebene des Maassstabes, weil nur die senkrecht auf einen Spiegel fallenden Strahlen genau in derselben Richtung reflectirt werden, und dann wird der parallactische Fehler vermieden.

Endlich ist noch als eine sehr wichtige Anwendung der ebenen Spiegel der sogenannte künstliche Horizont zu erwähnen, der dazu dient, die Höhe eines Sterns über dem Horizonte an einem vertical stehenden Kreise mit grosser Schärfe zu messen, oder den dem Horizonte entsprechenden Nullpunkt eines solchen Kreises zu finden. Es ist dieses ein mit Quecksilber gefülltes weiteres Gefäss; die Oberfläche des Quecksilbers stellt darin eine vollkommen horizontale und zugleich spiegelnde Ebene vor. Beobachtet man nun an einem Verticalkreise die Richtung, in welcher man das Spiegelbild eines Sterns sieht, welches durch den Quecksilberspiegel hervorgebracht wird, und zugleich die Richtung, in welcher der Stern selbst gesehen wird, so macht die letztere Richtung mit dem Horizonte gerade einen eben so grossen Winkel, nach aufwärts gezählt, als die erstere nach abwärts gezählt. Der dem Horizonte entsprechende Theilpunkt des Kreises liegt also genau in der Mitte zwischen den beiden Theilpunkten, durch welche jene Richtungen gehen, diese letztern immer bezogen auf den Mittelpunkt des Kreises als ihren einen Endpunkt. Die Höhe des Sterns über dem Horizonte ist die Hälfte des zwischen beiden Richtungen liegenden Winkels.

§. 123.

Die Reflexion findet nicht blos an ebenen Flächen statt, sondern auch an gekrümmten. Da nun in dem für ebene Spiegel abgeleiteten Reflexionsgesetze Nichts liegt, welches sich auf die besondere Beschaffenheit der Ebene bezieht, die Richtung der reflectirten Strahlen vielmehr allein von der Lage der reflectirten Strahlen gegen die durch den Einfallspunkt gehende Normale der Spiegelebene abhängt, und da in jedem Punkte einer stetig gekrümmten Fläche eine Normale auf diese möglich ist, so ist es natürlich anzunehmen, dass dasselbe Gesetz auch noch für gekrümmte Spiegel gültig sei.

Man kann daher untersuchen, welche Erscheinungen durch die Reflexion an einer beliebig gekrümmten Fläche hervorgebracht werden müssen, wenn diese Annahme richtig ist, und dann durch eine Vergleichung mit der Erfahrung entscheiden, ob diese damit übereinstimmt.

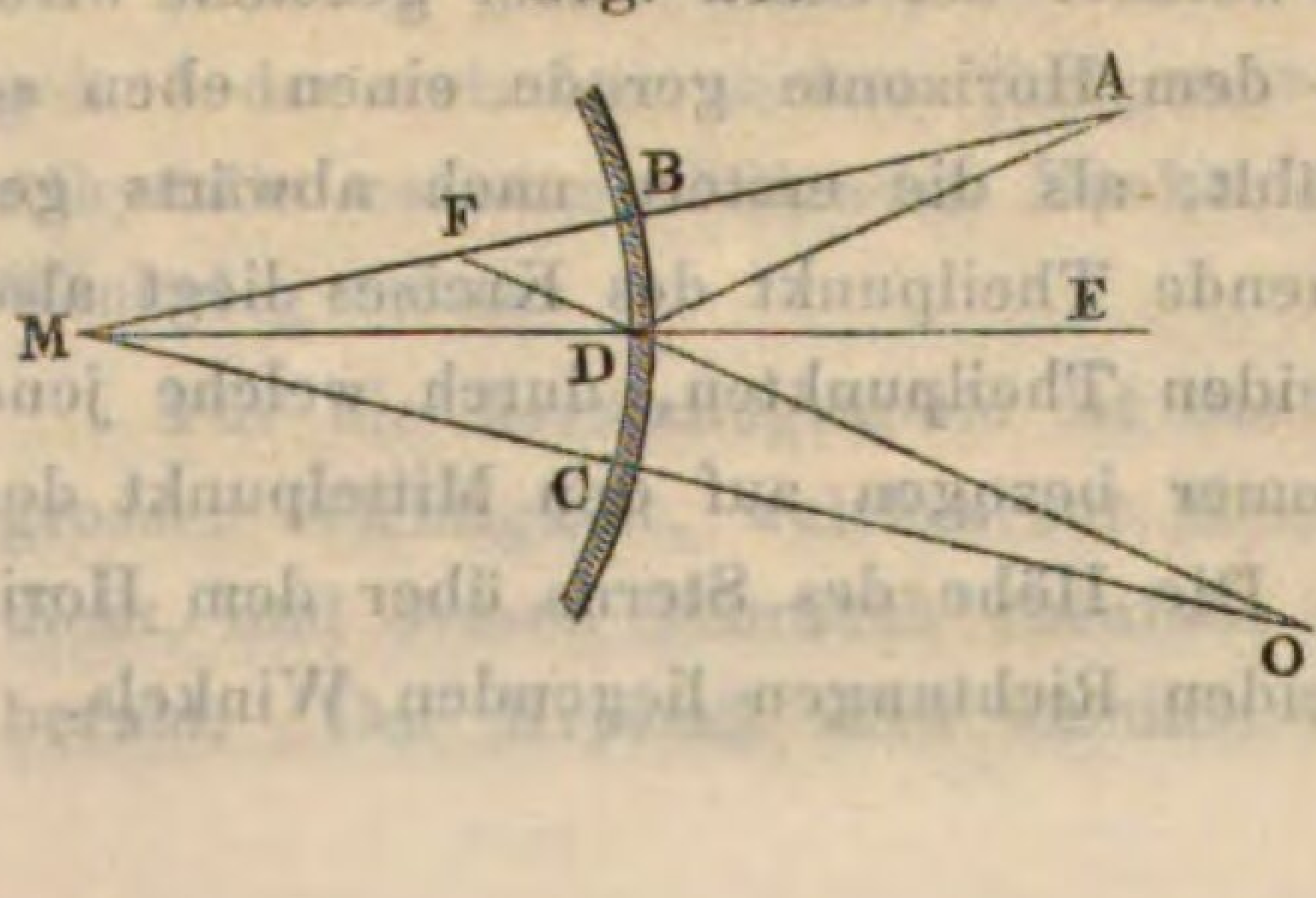
Unter den gekrümmten Spiegeln sind diejenigen von besonderem Interesse, welche durch eine Kugelfläche gebildet werden, theils weil sie sich practisch leicht herstellen lassen, also auf eine leichte Weise eine Vergleichung der Folgerungen aus jener Annahme mit der Erfahrung zulassen, theils weil man einige wichtige Anwendungen von denselben macht.

Da eine Kugelfläche zwei verschiedene Seiten, eine convexe und eine concave, hat, so können wir auch zweierlei sphärische Spiegel betrachten, nämlich solche, wo die convexe Seite spiegelt, der Gegenstand sich also vor dieser befindet, und solche, deren concave Seite spiegelt, indem der Gegenstand vor dieser liegt.

Nehmen wir nun an, dass von einem Punkte A, Fig. 15, vor einer convexen Kugelfläche Strahlen auf alle möglichen Punkte dieser fallen, und untersuchen wir, ob und in welchen Richtungen Strahlen nach einem andern Punkte O vor der Kugelfläche gelangen, wenn wir dabei das Reflexionsgesetz, wie es sich aus der Betrachtung der Erscheinungen an ebenen Spiegeln ergeben hat, zu Grunde legen.

Zunächst ist dann klar, dass, wenn M den Mittelpunkt der Kugel bezeichnet, da eine jede Normale, die in irgend einem Punkte der Kugelfläche errichtet wird, durch den Punkt M gehen muss, nur solche Strahlen durch Reflexion an der Kugelfläche nach dem Punkte O gelangen können, welche auf die Kugelfläche in einem Punkte gelangt sind, der in der durch die 3 Punkte A, O und M gelegten Ebene liegen. Wir können also unsere Betrachtungen auf die in dieser Ebene, d. h. auf irgend

Fig. 15.



einen Punkt des durch den Durchschnitt dieser Ebene mit der Kugelfläche gebildeten Kreisbogens einfallenden Strahlen beschränken. Sei BC, Fig. 15, dieser, und zwar das auf demselben durch die Geraden MA und MO abgeschnittene Stück. Es kann alsdann kein Strahl von A nach O gelangen, welcher ausserhalb BC auf diesen Bogen trifft, weil die von irgend einem Punkte ausserhalb dieses Bogens nach A und O gezogenen Geraden immer auf derselben Seite des verlängerten Radius, d. h. des Einfallslothes liegen. Allein wenn wir den Einfallspunkt von B nach C verschieben, so nehmen die Einfallswinkel von 0 an bis zu einem bestimmten Werthe hin zu, ziehen wir aber gleichzeitig von jedem Einfallspunkte nach O eine gerade Linie, so bilden diese mit dem Einfallslothe Winkel, welche auf der entgegengesetzten Seite desselben wie die Einfallswinkel liegen, und welche beim allmähligen Vorschieben des Einfallspunktes von B nach C hin von einer bestimmten Grösse bis zu 0 hin stetig abnehmen. Es muss daher einen Punkt D zwischen B und C geben, wo dieser Winkel dem Einfallswinkel gleich ist, d. h. in welchem ein von A kommender Strahl nach O reflectirt wird. Um nun die Richtung des reflectirten Strahls DO anzugeben, wollen wir denselben rückwärts bis zum Durchschnitte mit MA in F verlängern, und das Stück MF berechnen, welches dadurch auf der Geraden MA von M aus abgeschnitten wird. Bezeichnen wir durch φ den Winkel AMD, der von der gegenseitigen Lage der drei Punkte A, M und O abhängt, so ist im Dreiecke MDF

$$\operatorname{tg} MDF = \frac{MF \, . \sin\varphi}{MD - MF \, . \cos\varphi},$$

und im Dreiecke ADM

$$\operatorname{tg} MDA = \frac{MA \, . \sin\varphi}{MD - MA \, . \cos\varphi}.$$

Verlängern wir MD über D hinaus bis zu einem beliebigen Punkte E, so ist

$$MDF = EDO = ADE = 180^0 - MDA,$$

also

$$\operatorname{tg} MDA = - \operatorname{tg} MDF,$$

folglich

$$\frac{MA \, . \sin\varphi}{MD - MA \, . \cos\varphi} = - \frac{MF \, . \sin\varphi}{MD - MF \, . \cos\varphi}.$$

Nennen wir r den Halbmesser der Kugelfläche, a die Entfernung des leuchtenden Punktes vom Mittelpunkte der Kugelfläche, und x die zu bestimmende Entfernung MF, so ergiebt sich hieraus

$$\frac{a \, . \sin\varphi}{r - a\cos\varphi} = - \frac{x \, . \sin\varphi}{r - x\cos\varphi}$$

oder

$$ar - ax\cos\varphi = - rx + ax\cos\varphi$$

oder

$$x(r - 2a \cos \varphi) = - ar$$

oder

$$x = \frac{ar}{2a \, . \cos \varphi - r}.$$

Um den Winkel φ aus der gegebenen Lage des Punktes O gegen A und M zu finden, kann man sich der Gleichung bedienen

$$\frac{a \, . \sin \varphi}{r - a \, . \cos \varphi} = \frac{b \, . \sin (\alpha - \varphi)}{r - b \, . \cos (\alpha - \varphi)},$$

wenn b die Entfernung des Punktes O von M und α den Winkel AMO bezeichnet, welche sich aus dem Ausdrucke ergiebt

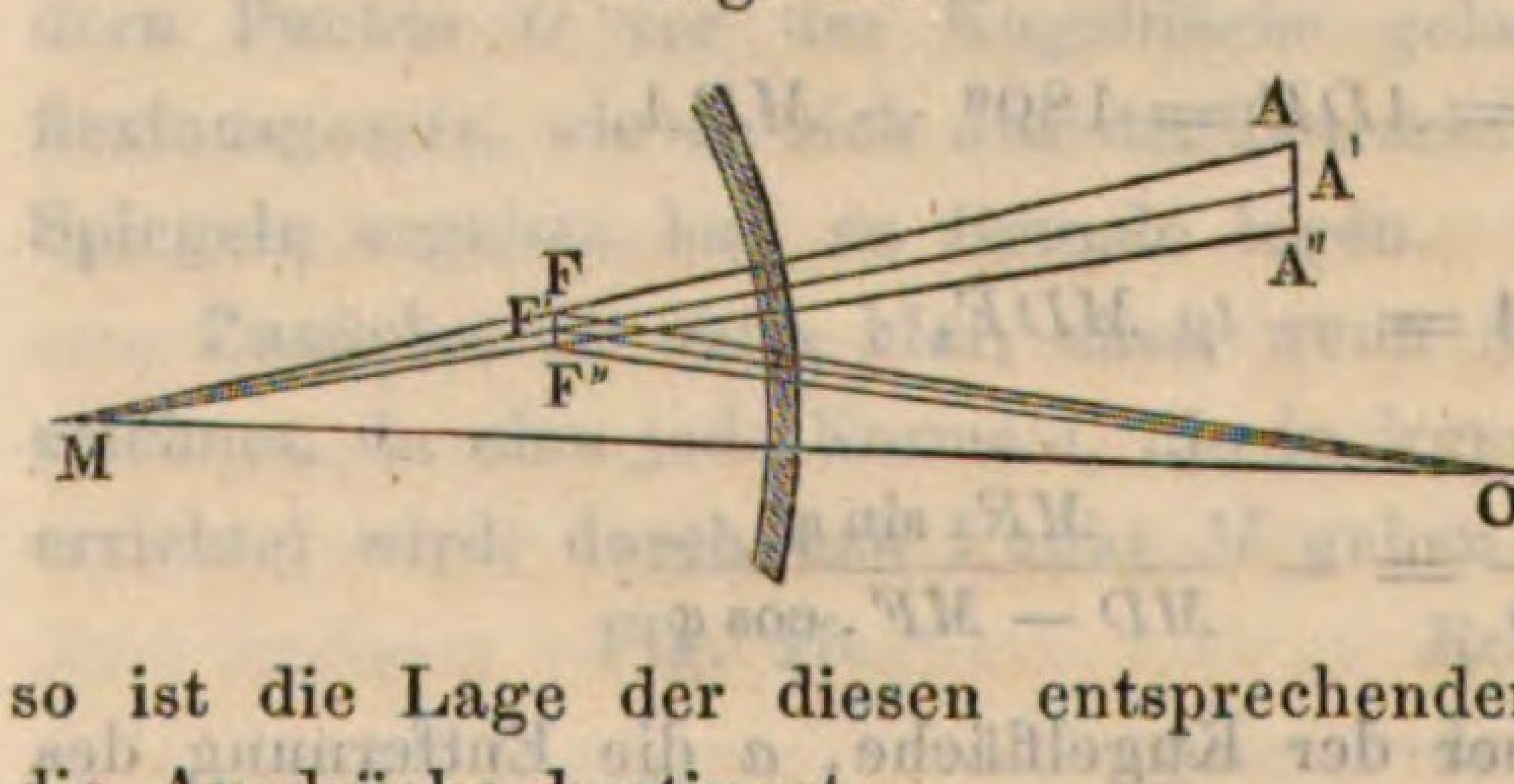
$$\operatorname{tg} MDO = \frac{MO \, . \sin DMO}{MD - MO \, . \cos DMO},$$

da $MDO = MDA$ sein muss.

Ohne aber hieraus den Werth von cos φ abzuleiten, welches zu ziemlich weitläufigen Ausdrücken führen würde, lässt sich leicht ersehen, dass φ immer kleiner als α sein muss, und dass folglich, wenn α selbst nur klein genommen wird, d. h. wenn wir nur solche leuchtende Punkte berücksichtigen, welche nahe der Richtung liegen, in welcher man gegen den Spiegel sieht, cos φ ziemlich denselben Werth, nämlich fast 1 haben wird, also dann die Richtung, in der man auf den Spiegel sieht, von sehr geringem Einflusse auf die Grösse von x sein muss; d. h. wenn man unter dieser Voraussetzung aus verschiedenen Richtungen auf den Spiegel sieht, so sieht man immer die von A kommenden reflectirten Strahlen in solchen Richtungen, als kämen sie von demselben Punkte F her, der deshalb der Bildpunkt von A heissen mag.

Wenn wir ferner die von mehreren Punkten A, A', A'', die in einer Geraden auf der Richtung OM nahe senkrechten Linie, Fig. 16, liegen mögen, ausgehenden und nach der Reflexion nach O gelangenden Strahlen betrachten, und durch x, x', x'', φ, φ', φ'', α, α', α'' und a, a', a'', die diesen entsprechenden Werthe von x, φ, α und a bezeichnen,

Fig. 16.



so ist die Lage der diesen entsprechenden Bildpunkte F, F', F'', durch die Ausdrücke bestimmt

$$x = \frac{ar}{2a \cos \varphi - r},$$

$$x' = \frac{a'r}{2a' \cos \varphi' - r},$$

$$x'' = \frac{a''r}{2a'' \cos \varphi'' - r},$$

Unter der gemachten Voraussetzung aber würden $a \, . \cos \varphi$, $a' \cos \varphi'$, $a'' \cos \varphi''$ wenig von einander verschieden sein, folglich werden x, x', x'' den Entfernungen a, a', a'', nahezu proportional sein. Man wird daher in O ein verkleinertes aufrecht stehendes Bild eines in A, A', A'' befindlichen Gegenstandes erblicken, welches in $FF'F''$ nahezu parallel mit $AA'A''$ zu liegen scheint.

Die Beobachtung an einem solchen Convexspiegel bestätigt nun die Folgerungen, indem man darin wirklich verkleinerte Bilder der vor demselben befindlichen Gegenstände erblickt, welche bei einer Veränderung in der Lage des Auges (vorausgesetzt, dass die gemachte Bedingung dabei erfüllt bleibt) stets an denselben Orten hinter dem Spiegel sich zu befinden scheinen.

Weil die von einem Punkte ausgehenden auf einen solchen Convexspiegel fallenden Strahlen nach der Reflexion so fortgehen, als kämen sie von einem hinter dem Spiegel befindlichen Punkte her, also divergiren, so nennt man solche Spiegel auch wohl Zerstreuungsspiegel, und die Bildpunkte, welche den verschiedenen leuchtenden Punkten entsprechen, Zerstreuungspunkte.

Wenn man in einem solchen Spiegel einen sehr weit entfernten Punkt oder Gegenstand betrachtet, so wird in dem Ausdrucke für x, $a = \infty$, und es reducirt sich dann x auf $\frac{r}{2}$, d. h. das Bild scheint dann in der Mitte zwischen der Spiegelfläche und deren Mittelpunkte zu liegen. Da man solchen Spiegeln gewöhnlich eine kreissegmentförmige Figur giebt, wo man die vom Mittelpunkte durch die Mitte des Segments gezogene Gerade die Achse nennt, so nennt man den auf dieser liegenden Zerstreuungspunkt, welcher unendlich weiten Entfernungen entspricht, im engern Sinne den Zerstreuungspunkt oder den negativen Brennpunkt.

§. 124.

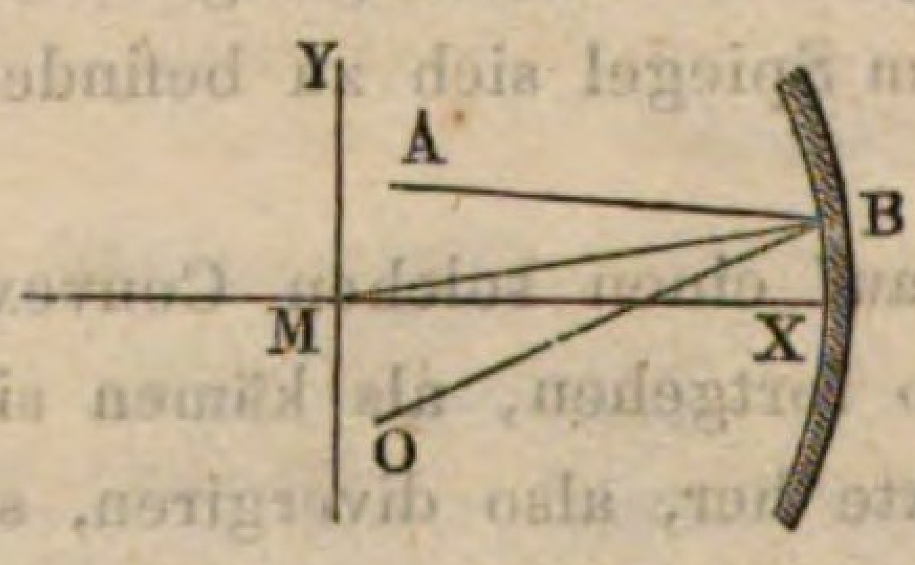
Für die sphärischen Spiegel der zweiten Art, wo nämlich die innere concave Seite einer Kugelfläche spiegelt, ergiebt sich ebenfalls wieder auf eine ähnliche Weise aus dem Reflexionsgesetz, dass von einem leuchtenden Punkte A aus nach einem andern Punkte O nur solche Strahlen durch Reflexion gelangen können, welche in der Ebene liegen, die durch die Punkte A, O und M festgelegt ist, wenn M den Mittelpunkt der Kugel wieder bezeichnet, weil auch hier das jedem Strahl entsprechende Einfallsloth durch den Punkt M gehen muss.

Ebenfalls ergiebt sich in ähnlicher Weise wie früher, dass nach dem Punkte O wenigstens von irgend einem Punkte des Spiegels eine Gerade gezogen werden kann, welche mit der Normalen in diesem Punkte einen gleichen aber entgegengesetzt gerichteten Winkel bildet, wie die von dem-

selben Punkte nach A gezogene Gerade, und dass daher der Punkt A in O gesehen werden kann, wobei freilich, wenn der Spiegel nur ein Stück der Kugelfläche bildet, die Voraussetzung gemacht werden muss, dass eine nach dem Rande des Spiegels von M aus gezogene Gerade zwischen A und O hindurchgeht.

Es kann aber auch der Fall eintreten, dass nach dem Punkte O mehrere der von A ausgehenden und reflectirten Strahlen gelangen. Legen wir in der Ebene AMO, Fig. 17, durch M ein rechtwinkliges Coordinatensystem MX, MY, nennen a und b die Coordinaten von A, α und β die von O, x und y die eines Punktes B des Spiegels, in welchem dieser von einem aus A ausgehenden und nach O gelangenden Strahle getroffen wird, so ist, wenn noch r den Halbmesser der Kugelfläche bezeichnet

Fig. 17.



$$xx + yy = rr.$$

Die Lage des Einfallslothes MB ist durch den Ausdruck gegeben

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x},$$

wenn φ den Winkel bezeichnet, welchen das Einfallsloth mit der Abscissenachse bildet. Sind ebenso χ und ψ die Winkel, welche AB und OB damit bilden, so ist

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{y - b}{x - a},$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{y - \beta}{x - \alpha}.$$

Für den Winkel $\varphi - \chi$ zwischen MB und AB erhält man also

$$\operatorname{tg} (\varphi - \chi) = \frac{tg\,\varphi - tg\,\chi}{1 + tg\,\varphi \,.\, tg\,\chi} \quad \text{oder}$$

$$\operatorname{tg} (\varphi - \chi) = \frac{\frac{y}{x} - \frac{y-b}{x-a}}{1 + \frac{y}{x} \cdot \frac{y-b}{x-a}} = \frac{yx - ya - yx + xb}{xx - ax + yy - yb} = \frac{bx - ay}{rr - ax - by}.$$

Ebenso ergiebt sich für den Winkel $\varphi - \psi$ zwischen MB und OB der Ausdruck

$$\operatorname{tg} (\varphi - \psi) = \frac{\beta x - \alpha y}{rr - \alpha x - \beta y}.$$

Da nun diese beiden Winkel einander gleich aber entgegengesetzt sein sollen, so ist

$$\frac{bx - ay}{rr - ax - by} + \frac{\beta x - \alpha y}{rr - \alpha x - \beta y} = 0.$$

Durch Fortschaffen der Nenner ergiebt sich hieraus:

$$\left.\begin{array}{l} bxrr - ayrr - b\alpha xx + a\alpha xy - b\beta xy + a\beta yy \\ + \beta xrr - \alpha yrr - a\beta xx + a\alpha xy - b\beta xy + b\alpha yy \end{array}\right\} = 0 \quad \text{oder}$$

$$x\,[rr\,(b + \beta) + 2y\,(a\alpha - b\beta)] - yrr\,(a + \alpha) + (a\beta + b\alpha)\,(yy - xx) = 0,$$

oder

$$\sqrt{rr-yy}\,[rr(b+\beta) + 2y(a\alpha - b\beta)] = -2yy(a\beta + b\alpha) + yrr(a+\alpha) + rr(a\beta + b\alpha),$$

oder, wenn man durch r^4 dividirt, und quadrirt:

$$\left(1 - \frac{yy}{rr}\right)\left(\frac{b+\beta}{r} + 2\,\frac{y}{r}\,\frac{a\alpha - b\beta}{rr}\right)^2 = \left(-2\,\frac{yy}{rr}\,\frac{a\beta + b\alpha}{rr} + \frac{y}{r}\,\frac{a+\alpha}{r} + \frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right)^2,$$

oder

$$\left(1 - \frac{yy}{rr}\right)\left[\left(\frac{b+\beta}{r}\right)^2 + 4\,\frac{yy}{rr}\left(\frac{a\alpha - b\beta}{rr}\right)^2 + 4\,\frac{y}{r}\,\frac{b+\beta}{r}\,\frac{a\alpha - b\beta}{rr}\right] =$$

$$4\,\frac{y^4}{r^4}\left(\frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right)^2 + \frac{yy}{rr}\left(\frac{a+\alpha}{r}\right)^2 + \left(\frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right)^2 - 4\,\frac{y^3}{r^3}\,\frac{a+\alpha}{r}\,.\,\frac{a\beta + b\alpha}{rr}$$

$$-\frac{4yy}{rr}\left(\frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right)^2 + 2\,\frac{y}{r}\,\frac{a+\alpha}{r}\,\frac{a\beta + b\alpha}{rr},$$

oder, wenn man nach den Potenzen von $\frac{y}{r}$ ordnet:

$$4\,\frac{y^4}{r^4}\left(\frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right)^2 + 4\,\frac{y^4}{r^4}\left(\frac{a\alpha - b\beta}{rr}\right)^2 - 4\,\frac{y^3}{r^3}\,\frac{a+\alpha}{r}\,\frac{a\beta + b\alpha}{rr}$$

$$+ 4\,\frac{y^3}{r^3}\,\frac{b+\beta}{r}\,\frac{a\alpha - b\beta}{rr} + \frac{yy}{rr}\left(\frac{a+\alpha}{r}\right)^2 - \frac{4yy}{rr}\left(\frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right)^2$$

$$+ \frac{yy}{rr}\left(\frac{b+\beta}{r}\right)^2 - \frac{4yy}{rr}\left(\frac{a\alpha - b\beta}{rr}\right)^2 + \frac{2y}{r}\,\frac{a+\alpha}{r}\,\frac{a\beta + b\alpha}{rr}$$

$$-4\,\frac{y}{r}\,\frac{b+\beta}{r}\,\frac{a\alpha - b\beta}{rr} + \left(\frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right)^2 - \left(\frac{b+\beta}{r}\right)^2 = 0.$$

Wählt man nun die Coordinatenachsen so, dass die X-Achse durch die Mitte des Spiegels geht, d. h. mit der Spiegelachse zusammenfällt, und wird dieser von einem kleinen Kugelsegment gebildet, so ist y gegen r immer sehr klein, und es können dann die 3te und 4te Potenz von $\frac{y}{r}$ vernachlässigt werden; dadurch geht die Gleichung über in

$$\frac{yy}{rr}\left[\left(\frac{a+a}{r}\right)^2 - 4\left(\frac{a\alpha - b\beta}{rr}\right)^2 + \left(\frac{b+\beta}{r}\right)^2 - 4\left(\frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right)^2\right]$$

$$+ 2\,\frac{y}{r}\left(\frac{a+\alpha}{r}\,\frac{a\beta + ba}{rr} - 2\,\frac{b+\beta}{r}\,\frac{a\alpha - b\beta}{rr}\right) + \left(\frac{a\beta + b\alpha}{rr}\right) - \left(\frac{b+\beta}{r}\right)^2 = 0,$$

Bestimmt man nun die Coordinaten α und β des Punktes O so, dass sie den Gleichungen genügen:

$$\frac{a\beta + b\alpha}{rr} = \frac{b+\beta}{r}, \text{ und}$$

$$2\frac{a\alpha - b\beta}{rr} = \frac{a+\alpha}{r},$$

so werden die zwei letzten Glieder von selbst verschwinden, und das erste reducirt sich auf

$$-3\frac{yy}{rr}\left(\frac{b+\beta}{r}\right)^3.$$

Wenn nun b und β nur klein gegen r sind, d. h. wenn der leuchtende Punkt A und der Punkt O der Achse nahe liegen, so wird auch diese Grösse nahezu gleich Null sind. Es ist dann also die Bedingungsgleichung nahezu wenigstens für jeden Punkt des Spiegels erfüllt, d. h. die an sämmtlichen Punkten des Spiegels reflectirten und von A ausgegangenen Strahlen gelangen nach dem Punkte O, der nun wieder der Bildpunkt von A genannt wird, sich von dem einem Convexspiegel zugehörigen Bildpunkte aber dadurch unterscheidet, dass, wenn der Punkt O vor den Spiegel zu fallen kommt, die reflectirten Strahlen nicht nur von diesem aus divergiren, sondern zwischen dem Spiegel und ihm convergiren, sich also in O wirklich schneiden, weshalb man ihn einen reellen Bildpunkt nennt, im Gegensatz zu den virtuell genannten Bildpunkten, welche sich an Convexspiegeln finden. Die Lage des Bildpunktes O ist durch die beiden Gleichungen bestimmt:

$$a\beta + b\alpha = r(b+\beta) \text{ und}$$

$$2(a\alpha - b\beta) = r(a+\alpha),$$

oder

$$b\alpha + (a-r)\beta - br = 0 \text{ und}$$

$$(2a-r)\alpha - 2b\beta - ar = 0,$$

woraus sich für α und β durch Elimination die Werthe ergeben:

$$\alpha = \frac{ra(a-r) + 2bbr}{(2a-r)(a-r) + 2bb} \text{ und}$$

$$\beta = \frac{br\,.\,(a-r)}{(2a-r)(a-r) + 2bb}.$$

Diese Ausdrücke werden sehr einfach, wenn b entweder $= 0$ oder gegen $(a - r)$ sehr klein ist, der Punkt A also dicht neben der Spiegelachse liegt, in welchem Falle $2bb$ im Zähler und Nenner zu vernachlässigen ist, und sie sich auf

$$\alpha = \frac{ar}{2a-r} \text{ und}$$

$$\beta = \frac{br}{2a-r}$$

reduciren.

Es ergiebt sich hieraus, dass die Bildpunkte mehrerer in gleichem Abstande von dem Spiegel liegender Punkte ebenfalls gleichen Abstand von diesem haben. Betrachten wir also die Bildpunkte eines Gegenstandes, dessen Punkte alle gleiche oder nahegleiche Abstände vom Spiegel haben, so liegen diese ebenfalls in gleichem Abstande von dem Spiegel, und wenn wir mit b den Abstand des äussersten Punktes desselben von der Spiegelachse bezeichnen, so wird β der Abstand des äussersten Bildpunktes von der Achse sein; oder indem b dann ein Maass der Grösse des Gegenstandes ist, so ist β ein Maass der Grösse des Bildes, welches durch Nebeneinanderlagerung der Bildpunkte entsteht.

Ist nun $a = 0$, so wird auch $\alpha = 0$, und $\beta = -b$, d. h. von einem in dem Mittelpunkte des Spiegels befindlichen Gegenstande entsteht ein ebenfalls hier befindliches umgekehrtes und gleich grosses Bild.

Ist $a = \frac{r}{2}$, so wird $\alpha = \frac{ar}{0} = \infty$, das Bild liegt in unendlicher Entfernung vom Spiegel, oder die Strahlen gehen parallel von demselben fort.

Ist $a > \frac{r}{2}$ aber $< r$, was immer stattfinden muss, so ist $2a - r < a$, also $\alpha > r$, das Bild würde also hinter den Spiegel fallen müssen, es ist also ein virtuelles, und da dann $\beta = \frac{br}{2a - r}$ positiv und um so grösser ist, je näher $2a = r$ ist, dagegen immer grösser als b, weil $2a - r < r$ ist, so ist das Bild dann aufrecht und vergrössert.

Ist $a > 0$ und $< \frac{r}{2}$, so wird $\alpha = \frac{ar}{2a - r}$ negativ, und da $\beta = \frac{br}{2a - r}$ ebenfalls negativ und $> b$ ist, so erscheint das Bild umgekehrt und vergrössert in weiterer Entfernung von dem Spiegel als der Gegenstand.

Ist a aber endlich negativ, so ist $\alpha = \frac{-ar}{-2ar + r}$ positiv und $< \frac{r}{2}$, dagegen $\beta = \frac{-br}{-2ar + r}$ negativ und $< b$; es erscheint also ein umgekehrtes verkleinertes Bild zwischen dem Mittelpunkte und der Mitte zwischen diesem und dem Spiegel.

Ist endlich $a = -\infty$, so wird $\alpha = \frac{-\infty r}{-2\infty + r} = \frac{r}{2}$ und $b = -\frac{br}{\infty} = 0$, es erscheint dann also in der Mitte zwischen dem Mittelpunkte und dem Spiegel ein sehr kleines umgekehrtes Bild.

Man nennt den auf der Spiegelachse in der Mitte zwischen Spiegelmittelpunkt und Spiegel liegenden Punkt wohl den Hauptbild- oder Hauptbrennpunkt, oder schlechthin den Brennpunkt des Spiegels.

Es sind diese Folgerungen zunächst zwar nur auf die Strahlen anwendbar, welche in der Ebene AOM auf den Spiegel fallen; eine ähnliche nur etwas weitläufigere Betrachtung würde aber zeigen, dass auch die übrigen

Strahlen zwar nicht genau in den Punkt O gelangen, aber denselben doch in demselben Grade sich nähern wie die hier betrachteten Strahlen, so dass der Bildpunkt immer als der Vereinigungspunkt der sämmtlichen von einem Punkte ausgegangenen und an dem sphärischen Hohlspiegel reflectirten Strahlen angesehen werden kann.

Diese Folgerungen werden übrigens sämmtlich durch die Erfahrung bestätigt, und diese zeigt noch, dass die reellen Bilder, weil sie aus der Vereinigung sämmtlicher reflectirter Strahlen hervorgehen, in ihnen also die Intensität sehr beträchtlich ist, durch Schirme aufgefangen und so noch deutlicher sichtbar gemacht werden können, indem dann von diesen gerade so nach allen Richtungen Strahlen ausgehen, wie bei den Bildern, die auf einem Schirme aufgefangen werden können, und entstehen, indem die von einem leuchtenden Gegenstande ausgehenden Strahlen durch ein enges Loch in der Wand eines dunkeln Raumes in diesen fallen.

§. 125.

Die Anwendungen, welche man von sphärischen Spiegeln macht, haben theils zum Zwecke, vergrösserte Bilder eines Gegenstandes hervorzubringen, theils aber die von einer Lichtquelle ausgehenden Strahlen in gleichsam concentrirterer Menge auf einen Gegenstand, um ihn recht hell zu beleuchten, fallen zu lassen, theils endlich die an sich divergirenden Lichtstrahlen derselben unter sich und einer bestimmten Richtung parallel zu machen, so dass in dieser mehr Lichtstrahlen fortgehen, als es sonst möglich wäre, und diese daher auch noch in beträchtlichen Entfernungen eine merkliche Intensität besitzen, wie z. B. bei den Leuchtthürmen. Die im vorigen Paragraphen entwickelten Regeln reichen hin, in jedem dieser Fälle die Stellung zu bestimmen, welche man dem Spiegel gegen die Lichtquelle geben muss.

Da aber die Formeln, aus denen sie abgeleitet wurden, nur annäherungsweise richtig sind, und namentlich die von einem Punkte ausgegangenen Strahlen nach der Reflexion nicht genau von einem Punkte aus divergiren, sondern von mehreren Punkten, die einander sehr nahe liegen, so entstehen dadurch Undeutlichkeiten der Bilder, welche freilich unter günstigen Umständen nur unbedeutend sein können, die sich aber bei genauer Betrachtung doch meistens merklich machen.

Man könnte diese aber gänzlich vermeiden, wenn man der Spiegelfläche eine von der sphärischen etwas abweichende Gestalt gäbe. Es lässt sich nämlich die Frage beantworten, wie eine Fläche gekrümmt sein muss, damit die von einem Punkte ausgehenden Strahlen nach der Reflexion an jener Fläche sich bewegen, als durchschnitten sie sich sämmtlich reell oder virtuell genau in einem Punkte. Die Auflösung der Aufgabe ergiebt dafür eine parabolische Krümmung, da aber die Anfertigung solcher parabolisch gekrümmten Spiegel bedeutende mechanische Schwierigkeiten hat, so bedient

man sich fast ausschliesslich der viel leichter herzustellenden sphärischen Spiegel.

Auch für andere Flächen kann man nach dem Reflexionsgesetze die Lage und Beschaffenheit der dadurch hervorgebrachten Spiegelbilder berechnen, die man dann immer durch die Beobachtung bestätigt findet. So entstehen durch konische und cylindrische Spiegel eigenthümliche regelmässige Verzerrungen, und umgekehrt erhält man durch sie von verzerrten Zeichnungen (katoptrischen Anamorphosen) richtige Bilder von Gegenständen.

Es zeigt sich also, dass sämmtliche Reflexionserscheinungen mit dem zunächst nur aus der Betrachtung der an ebenen Spiegeln entstehenden Bilder hergeleiteten Gesetze in Uebereinstimmung sind, dieses also ein allgemein gültiges Gesetz ist.

§. 126.

Wenn ein nicht selbstleuchtender Körper in Folge des Lichtes, welches er von einem leuchtenden erhält, gesehen wird, so muss das auf seine Oberfläche fallende Licht, an dieser ebenfalls eine Zurückwerfung erleiden, vermöge deren es in dem Mittel bleibt, in welchem es auf den Körper gelangte. Das so zurückgeworfene Licht unterscheidet sich von dem so eben genauer betrachteten reflectirten Lichte in der Erscheinung dadurch, dass es

1) nicht wie dieses an eine bestimmte Richtung gebunden ist, indem es, auch wenn das einfallende Licht nur in einer Richtung auf den dunkeln Körper fiel, nach allen Richtungen hin sichtbar zurückgesandt wird, in welchen es nicht durch undurchsichtige Körper aufgehalten wird, und
2) dadurch, dass es den zurückwerfenden Körper sichtbar macht, während das bei den Spiegelungen in Betracht kommende reflectirte Licht nicht diesen sondern ein Bild des leuchtenden Körpers sehen lässt, von dem es ausgegangen ist.

Beides, sowohl das zerstreute als auch das regelmässig reflectirte Licht, lässt sich in der Regel an einem Spiegel wahrnehmen, welcher von parallelen Lichtstrahlen getroffen, übrigens aber nicht erleuchtet wird.

Wenn nun auf den ersten Blick diese beide Arten von zurückgeworfenem Licht gänzlich verschieden und unabhängig von einander zu sein scheinen, so bemerkt man doch sehr bald darin einen Zusammenhang zwischen ihnen, dass, je vollkommener die eine von ihnen auftritt, desto unvollkommener und schwächer die andere sich zeigt.

Die Reflexion zeigt sich um so vollkommener, unter je grössern Einfallswinkeln die Lichtstrahlen auffallen, so dass Flächen, welche bei senkrechter Incidenz des Lichts wenig oder gar nicht spiegeln, bei sehr schiefer Incidenz ziemlich vollkommene Bilder hervorzubringen vermögen; je vollkommener aber bei allmähliger Veränderung des Einfallswinkels die Spiegelung

hervortritt, um so weniger wird der spiegelnde Körper selbst gesehen. Dasselbe zeigt sich auch, wenn man das Licht unter gleichen Einfallswinkeln von verschiedenen Flächen zurückwerfen lässt, indem auch dann, je deutlicher das Spiegelbild sich zeigt, um so weniger der spiegelnde Körper selbst wahrgenommen wird.

Wenn wir nun aber darauf achten, wodurch die grössere oder geringere Vollkommenheit der Spiegelung einer Fläche, z. B. einer Ebene, bedingt wird, so zeigt sich, dass dieses von der grösseren oder geringeren Vollkommenheit, mit welcher die Oberfläche des spiegelnden Körpers sich einer glatten regelmässig gestalteten Fläche nähert, abhängt. Durch Abschleifen einer rauhen Fläche und Poliren, d. h. Glätten oder Wegschaffen kleinerer Unebenheiten auf derselben, wird die Fähigkeit, Spiegelbilder hervorzubringen sehr erhöht. Selbst die rauheste Oberfläche bringt unter günstigen Umständen noch eine Spur einer Spiegelung hervor, je mehr aber die Rauhigkeiten von derselben entfernt werden, um so vollkommener wird diese. Man kann daher keinen qualitativen Unterschied swischen spiegelnden und nicht spiegelnden Flächen, sondern nur einen quantitativen zwischen mehr oder weniger vollkommen spiegelnden Oberflächen machen.

Andererseits haben wir auch kein Mittel, vollkommen ebene, oder auch nach irgend einem andern Gesetz gekrümmte Flächen herzustellen, sondern diesen uns nur mehr oder weniger zu nähern, wie sich dies leicht aus einer Betrachtung der Methoden des Schleifens und Polirens ergiebt. Wir können also schliessen, da durch die Vervollkommnung der Glätte einer Oberfläche auch die Spiegelung derselben vervollkommnet wird, dass eine vollkommen glatte Fläche auch eine vollkommne Spiegelung, d. h. gar kein zerstreutes Licht, hervorbringen würde.

Unter der Voraussetzung aber, dass wir gar keine vollkommen glatte Oberflächen besitzen, also an einer jeden Fläche sich unzählig viele kleine Unebenheiten, d. h. unregelmässig und in allen verschiedenen Richtungen gelagerte Flächenelemente finden, muss ein auf eine solche Fläche fallendes Bündel paralleler Lichtstrahlen nach sehr verschiedenen Richtungen reflectirt werden. Indem aber eine solche Fläche so gestaltet ist, dass wir sie mit Vernachlässigung dieser Unebenheiten als nach einem bestimmten regelmässigen Gesetz gebildet betrachten können, werden die Richtungen, welche diesem entsprechen, unter den Oberflächenelementen der Zahl und Grösse nach vorwalten, daher das meiste Licht in den Richtungen zurückgeworfen werden, in welchen es gänzlich reflectirt werden würde, wenn die Oberfläche frei von Unebenheiten wäre.

Wir werden also annehmen müssen, dass jedesmal, wenn Lichtstrahlen auf eine wirkliche Grenzfläche eines Körpers fallen, dieselben zum Theil regelmässig in bestimmten Richtungen, zum Theil unregelmässig nach allen möglichen Seiten hin zurückgeworfen werden. Wie durch das erstere Spiegel-

bilder erzeugt werden, haben wir in den vorhergehenden Paragraphen betrachtet, nämlich dadurch, dass die von verschiedenen Punkten eines Gegenstandes ausgegangenen Lichtstrahlen nach der Reflexion so fortgehen, dass sie, nach einem Punkte, dem Auge, gelangend, hier unter Richtungen zusammentreffen, welche ähnlich gegen einander liegen wie die, unter welchen die von den verschiedenen Punkten des Gegenstandes bei einer bestimmten Lage desselben nach dem Auge gelangenden Lichtstrahlen sich treffen würden.

Was aber die unregelmässig zurückgeworfenen Lichtstrahlen betrifft, so ist klar, dass die von den verschiedenen Punkten desselben leuchtenden Gegenstandes ausgegangenen Strahlen nicht in solchen Richtungen ins Auge gelangen. Die einzelnen durch die verschiedenen zum Auge kommenden Strahlen sichtbar gemachten Punkte ordnen sich also nicht zu einem sinnvollen Bilde zusammen, welches dem leuchtenden Gegenstande entspräche, von welchem sie ausgegangen sind. Da ihre Richtung gegen einander vielmehr durch die gegenseitige Lage der Punkte bestimmt ist, in welchen sie zurückgeworfen werden, und sie in diesem Sinne mit einander combinirt ein zusammenhängendes Ganze bilden, so fassen wir dieses auf und sehen also den erleuchteten Gegenstand.

Es ist übrigens zu bemerken, dass das zurückgeworfene Licht ausserdem noch bei der Zurückwerfung andern Veränderungen hinsichtlich seiner Stärke und Farbe unterliegt, worauf wir bei einer spätern Gelegenheit noch näher eingehen wollen, welche bei der vollkommen regelmässigen Spiegelung für alle auf die verschiedenen Theile des Spiegels fallenden Strahlen gleichmässig sind, bei der unregelmässigen Zurückwerfung aber verschieden sein können, wodurch im letztern Falle die Anordnung zu einem dem beleuchteten Gegenstande entsprechenden Bilde noch hervorstechender wird.

Hiervon abgesehen müssen wir also die Zerstreuung des Lichtes, wodurch allein an sich dunkle Gegenstände uns sichtbar werden, ebenfalls auf die Reflexion nach dem Reflexionsgesetze zurückführen. Daher müssen wir als allgemein gültigen Satz den gelten lassen, dass jeder auf die Grenzfläche eines Mittels treffende Lichtstrahl an dieser so reflectirt wird, dass Reflexions- und Einfallswinkel in derselben Ebene liegen und einander gleich aber entgegengesetzt sind, die Richtung des zurückgeworfenen Strahls also ganz allein von der Richtung des einfallenden Strahls und des reflectirenden Flächenelementes, nicht aber von der besondern Natur des reflectirenden Körpers abhängt.

Zweites Capitel.

Von der Brechung des Lichtes.

§. 127.

Von dem grössten Einflusse ist die Natur eines Körpers, auf welchen Lichtstrahlen fallen, auf denjenigen Theil des auffallenden Lichtes, welcher der Reflexion entgeht. Dass ein solcher immer, wenigstens mit Ausnahme einzelner besonderer Fälle, stattfinde, ergiebt sich, wenn der reflectirende Körper durchsichtig ist, von selbst, indem dann ein Theil der Lichtstrahlen in diesen eindringt. Aber dass auch an undurchsichtigen Körpern nicht alles Licht zurückgeworfen werde, lässt sich einmal aus der Analogie mit den durchsichtigen Körpern schliessen, indem auch zwischen diesen und den undurchsichtigen ein allmähliger Uebergang stattfindet, so dass man nur von mehr oder weniger durchsichtigen, nicht aber absolut durchsichtigen oder undurchsichtigen Körpern sprechen kann; dann aber noch bestimmter daraus, dass das selbst an einem sehr vollkommen spiegelnden undurchsichtigen Körper reflectirte Licht merklich schwächer als das einfallende ist. Wir müssen also schliessen, dass ein Theil des auffallenden Lichtes auch hier der Reflexion entgeht, und indem er in den Körper eindringt, von diesem als Licht vernichtet wird. Auch finden wir, dass vollkommen undurchsichtig erscheinende Körper bei gehöriger Dünne anfangen durchscheinend zu werden, so dass wenigstens bis in einige Tiefe ein Theil des auffallenden Lichtes in sie einzudringen vermag.

Ohne aber für jetzt diesen Gegenstand näher zu verfolgen, wollen wir dasjenige Licht betrachten, welches, der Reflexion an durchsichtigen Körpern entgehend, in diese eindringt, ohne eine beträchtliche Vernichtung als Licht hier zu erleiden, so dass es in merkliche Tiefe in demselben gelangt, und, wenn der durchsichtige Körper begrenzt ist, an der zweiten Grenzfläche, nachdem es hier abermals theilweise reflectirt ist, aus diesem wieder heraustreten kann.

Die auffallendste Erscheinung, welche man bei diesem Eindringen der Lichtstrahlen in einen durchsichtigen Körper fast immer bemerken kann, ist die, dass sie dabei eine Richtungsveränderung erleiden, welche man die Brechung derselben nennt.

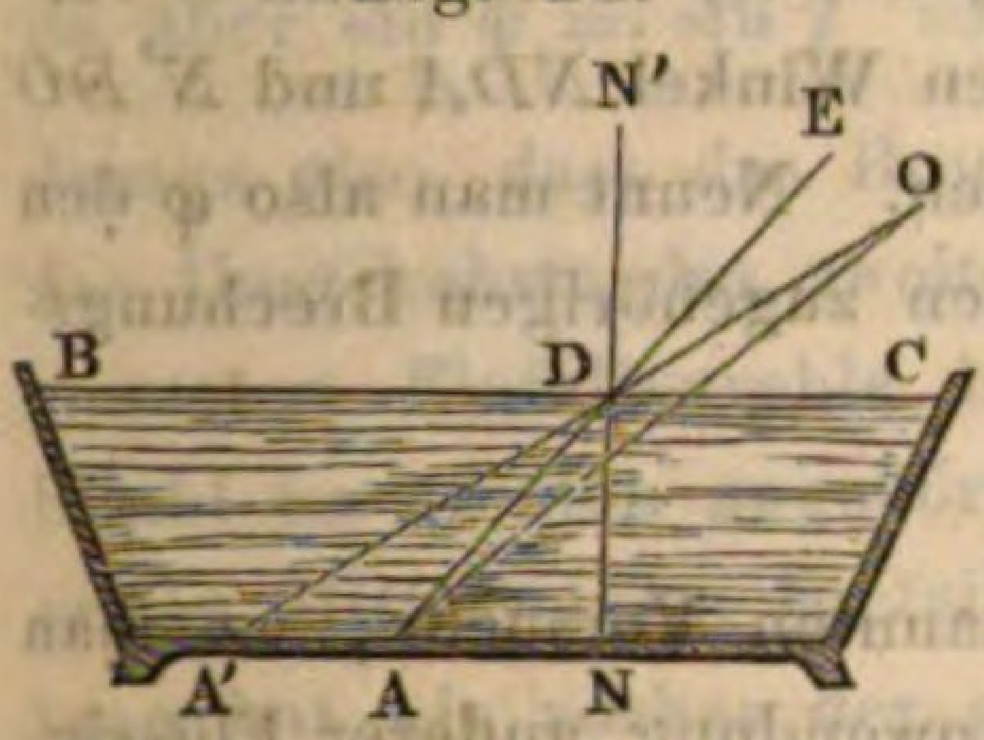
Markirt man z. B. die Richtung, in welcher ein Punkt A auf dem Boden einer Schale von einem äussern Punkte O gesehen erscheint, und füllt man alsdann die Schale zum Theil mit Wasser oder einer andern durchsichtigen Flüssigkeit, so sieht man nun denselben Punkt A von demselben Punkte O aus in einer andern Richtung als vorher.

Gleichwohl pflanzen sich die Lichtstrahlen in der Flüssigkeit selbst noch immer geradlinig fort, wovon man sich durch eine unmittelbare Beobachtung

überzeugen kann, sie müssen daher beim Uebergange aus der Flüssigkeit in die Luft eine Richtungsänderung erlitten haben.

Die Grösse dieser Richtungsänderung ist, wie man sich leicht überzeugen kann, abhängig von dem Winkel, welchen die Richtung, in der man den Punkt erblickt, mit der obern horizontalen Grenzebene der Flüssigkeit macht. Sieht man nämlich vor dem Eingiessen der Flüssigkeit den Punkt A in verticaler Richtung, so erscheint er auch nach dem Eingiessen in derselben Richtung, dagegen um so mehr von der ursprünglichen Richtung abgelenkt, einen je grössern Winkel diese mit der Verticalen macht.

Fig. 18.



Bezeichnet BC (Fig. 18) die horizontale Oberfläche des Wassers, A den am Grunde der Schale markirten Punkt, der, von O aus gesehen, wenn kein Wasser in der Schale sich befindet, in der Richtung OA erscheint, wenn aber das Wasser in derselben bis BC reicht, in der Richtung OA', so wird, wenn wir noch durch D den Punkt bezeichnen, wo die Richtung OA' die horizontale Oberfläche des Wassers schneidet, die Gerade AD einen von A ausgehenden Lichtstrahl bezeichnen, der, indem er beim Austritt aus dem Wasser um den Winkel $EDO = ADA'$ gebrochen wird, in O den Eindruck hervorbringt, als läge der Punkt A, von welchem er ausgegangen ist, in der Richtung OA'. Errichten wir in D die Normale NDN' auf die Oberfläche des Wassers, so kann der Winkel NDA wieder der Einfallswinkel genannt werden, und ebenso der Winkel $N'DO$ der Brechungswinkel. Die Beobachtung ergiebt nun zunächst, dass die beiden Winkel NDA und $N'DO$ in einer Ebene liegen, oder dass der Punkt D in der durch A und O gelegten Verticalebene liegt; denn lässt man irgendwo zwischen O und A ein Loth an einem Faden herabhängen, welche sdie Gerade OA schneidet, so verdeckt der Lothfaden den Punkt A für das in O befindliche Auge, die Schale mag Wasser enthalten oder nicht.

Um die Winkel NDA und $N'DO$ zu messen, und damit die Abhängigkeit des Brechungswinkels vom Einfallswinkel zu bestimmen, kann man so verfahren, dass man, ehe die Schale mit Wasser gefüllt wurde, in einer angemessenen Höhe über dem Boden derselben zwei sich kreuzende Fäden horizontal ausspannt, deren Durchschnittspunkt den Punkt D markirt. Befestigt man ferner auf dem Boden der Schale einen horizontalen Maassstab, dessen einer Theilpunkt, z. B. der Nullpunkt, vertical unter dem Punkte D in N liegt, und stellt man ein zweites bewegliches Fadenkreuz O in einer angemessenen Höhe über D so auf, dass es sich horizontal in der Verticalebene verschieben lässt, worin D und der Maassstab sich befinden, dass aber die Entfernung desselben von dem vertical über D liegenden Nullpunkte N' eines zweiten horizontalen Maassstabes gemessen werden kann,

so kann man die Winkel berechnen, welche die von den verschiedenen Theilpunkten A, A' des untern Maasstabes nach D gezogenen Geraden mit DN machen, wenn man noch die Entfernung DN kennt, und ebenso kann man, wenn man die Entfernung DN' kennt, den Winkel berechnen, welchen die Geraden DO bei verschiedenen Stellungen des beweglichen Fadenkreuzes mit DN' bilden. Füllt man nun die Schale so weit mit Wasser, dass dasselbe gerade bis D reicht, so kann man beobachten, welche Theilpunkte A der untern Scale durch das Fadenkreuz D in den Richtungen OD bei verschiedenen Stellungen des beweglichen Fadenkreuzes verdeckt werden.

Führt man nun ein System solcher Messungen aus, indem man O verändert, so ergiebt sich, dass die Sinus der beiden Winkel NDA und $N'DO$ immer in demselben Verhältniss zu einander stehen. Nennt man also φ den Einfallswinkel NDA eines Strahles AD, und χ den zugehörigen Brechungswinkel $N'DO$, so ergiebt sich

$$\sin \varphi = n \,.\, \sin \chi,$$

wo n eine constante Zahl ist, die in dem genannten Versuche, wo man Wasser anwendet, etwa den Werth $\frac{3}{4}$ hat, bei Anwendung anderer Flüssigkeiten aber andere Werthe erhält.

Man nennt diese constante Zahl n das relative Brechungsverhältniss zwischen dem ersten und zweiten Mittel.

§. 128.

Wenn die Lichtstrahlen, nachdem sie durch eine Grenzfläche zweier verschiedener durchsichtiger Medien gegangen sind, an die zweite Grenzfläche des zweiten gelangen, so erleiden sie hier zum Theil wieder eine Reflexion, zum Theil aber, indem sie auch durch diese hindurchgehen, eine zweite Brechung. Die Richtung, in welcher sie dann aus dieser austreten, hängt in derselben Art wie bei der ersten Brechung von dem Einfallswinkel und dem relativen Brechungsverhältniss des zweiten und dritten Mittels ab.

Am einfachsten wird diese Erscheinung, wenn das erste und dritte Mittel gleichartig sind, und die beiden Grenzflächen parallele Ebenen bilden. Alsdann ist der zweite Einfallswinkel dem ersten Brechungswinkel gleich, und die Beobachtung zeigt, dass der zweite Brechungswinkel dem ersten Einfallswinkel gleich ist.

Wird z. B. mittelst eines Diopters die Richtung bestimmt, in welcher ein bestimmter Punkt erscheint, wenn die Lichtstrahlen in einem Medium, der Luft, bleiben, und lässt man sie alsdann, ehe sie an das Diopter gelangen, durch eine von zwei parallelen Ebenen begrenzte Glasplatte gehen, so erscheint der Punkt noch immer in derselben Richtung wie zuvor, welche Neigung man auch der Glasplatte gegen die Lichtstrahlen geben mag, vorausgesetzt, dass die Dicke derselben nur klein gegen die Entfernung des Punktes vom Auge ist.

Bezeichnet φ den ersten Einfallswinkel, χ den ersten Brechungswinkel, φ' und χ' die zweiten Einfalls- und Brechungswinkel, so dass also $\varphi' = \chi$ ist, so zeigt die Beobachtung, dass auch $\chi' = \varphi$ ist. Nennen wir nun n das Brechungsverhältniss an der ersten, n' das an der zweiten Grenzfläche, so ist

$$\sin\varphi = n \sin\chi,$$
$$\sin\varphi' = n' \sin\chi',$$

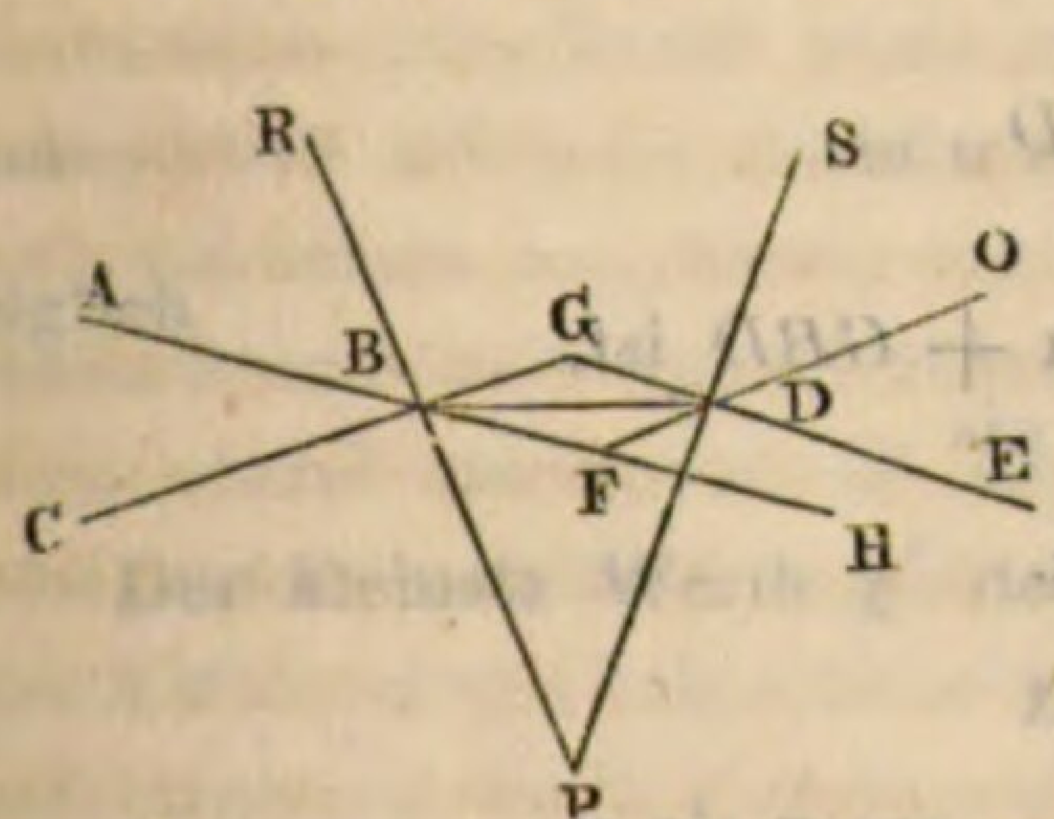
also da

$$\sin\chi = \sin\varphi',$$
$$\sin\varphi = n\,.\,n'\,.\,\sin\chi',$$

da aber $\sin\varphi = \sin\chi'$ so muss $n\,.\,n' = 1$, oder $n' = \frac{1}{n}$ sein. Es folgt daraus also, dass das Brechungsverhältniss eines ersten und zweiten Mittels das Umgekehrte des zweiten und ersten Mittels ist; oder wenn einem bestimmten Einfallsstrahle in dem einen von zwei Mitteln ein gebrochener Strahl im zweiten angehört, so gehört der erste als gebrochener Strahl im ersten Mittel einem Einfallsstrahle im zweiten Mittel an, der dieselbe Richtung hat wie vorher der gebrochene Strahl.

Mittelst dieses Gesetzes lässt sich nun leicht berechnen, in welcher Richtung ein gegebener Strahl sich bewegen wird, wenn er durch ein durchsichtiges Mittel gegangen ist, das von nicht parallelen Ebenen begrenzt ist; oder in welcher Weise die Richtung eines Strahls durch den Durchgang durch 2 Grenzebenen eines durchsichtigen Prismas abgeändert wird. Den Winkel, welchen die beiden vom Strahle durchschnittenen Prismenebenen mit einander bilden, nennt man den brechenden Winkel des Prismas, und die Kante, in der sie sich schneiden oder bei gehöriger Erweiterung schneiden würden, die brechende Kante.

Fig. 19.



Bezeichne nun P (Fig. 19) den Durchschnitt dieser mit der Einfallsebene eines Strahles AB, und PR und PS die Durchschnitte der Prismenebenen mit derselben Ebene; sei ferner BD der gebrochene Strahl im Prisma, DO der austretende Strahl, BC und DE die Einfallslothe der ersten und zweiten Ebene, die sich in G schneiden mögen, und F der Durchschnittspunkt der Richtungen des einfallenden und austretenden Strahles AB und DO. Den ersten Einfallswinkel CBA wollen wir durch φ, den zweiten Brechungswinkel EDO durch ψ, die Ablenkung des gebrochenen Strahles DO von der Richtung des einfallenden AB, oder den Winkel HFO durch χ, den brechenden Winkel RPS durch α und das relative Brechungsverhältniss zwischen der Luft und der Substanz des Prismas durch n bezeichnen.

Alsdann ist

$$\sin \varphi = n \cdot \sin GBD,$$

$$\sin GDB = \frac{1}{n} \sin \psi,$$

oder

$$\sin \psi = n \cdot \sin GDB.$$

Nun ist

$$GBD + GDB = 180^0 - BGD,$$

und

$$BGD = 180^0 - \alpha,$$

also

$$GBD + GDB = \alpha,$$

oder

$$GDB = \alpha - GBD,$$

folglich

$$\sin \psi = n \cdot \sin GDB = n \cdot \sin (\alpha - GBD),$$

oder

$$\sin \psi = n \cdot \sin \alpha \cos GBD - n \cdot \cos \alpha \cdot \sin GBD.$$

Da aber

$$n \cdot \sin GBD = \sin \varphi \text{ ist,}$$

so ist

$$\cos GBD = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{nn}},$$

also

$$\sin \psi = n \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{nn}} - \cos \alpha \cdot \sin \varphi.$$

Ferner ist

$$\chi = DBF + BDF,$$

und da

$$DBF = \varphi - GBD$$

und

$$BDF = \psi - GDB = \psi - \alpha + GBD \text{ ist,}$$

so ergiebt sich

$$\chi = \varphi + \psi - \alpha.$$

Nachdem also ψ durch die Formel

$$\sin \psi = n \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{nn}} - \cos \alpha \sin \varphi$$

berechnet ist, wird sich die totale Richtungsänderung χ des Strahles leicht ergeben. Diese hängt, wie man sieht, ausser vom Einfallswinkel φ und dem Brechungsverhältnisse n von dem brechenden Winkel α des Prismas ab.

An einem gegebenen Prisma wird es aber einen Einfallswinkel geben, für welchen die Ablenkung χ am kleinsten wird, und zwar wird dieses dann

der Fall sein, wenn $\psi = \varphi$ wird; denn ist $\varphi > \psi$, und setzen wir

$$\varphi = \psi + u,$$

so wird

$$\chi = 2\psi + u - \alpha,$$

welches am kleinsten wird, wenn $u = 0$ oder $\varphi = \psi$. Ist aber $\varphi < \psi$, und setzen wir

$$\psi = \varphi + u,$$

so wird

$$\chi = 2\varphi + u - \alpha,$$

welches wieder seinen kleinsten Werth erhält, wenn $u = 0$ oder $\varphi = \psi$ ist.

Damit also χ den kleinsten möglichen Werth χ' erhalte, muss, wenn φ' und ψ' die diesem entsprechenden Werthe von φ und ψ bezeichnen,

$$\sin \varphi' = \sin \psi' = n \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi'}{nn}} - \cos \alpha \sin \varphi',$$

oder

$$\sin \varphi' (1 + \cos \alpha) = n \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi'}{nn}} \text{ sein,}$$

oder

$$\sin^2 \varphi' (1 + \cos \alpha)^2 = nn \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi',$$

oder

$$\sin^2 \varphi' (1 + 2 \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = nn \sin^2 \alpha,$$

oder

$$2 \sin^2 \varphi' (1 + \cos \alpha) = nn \,.\, \sin^2 \alpha;$$

daraus folgt

$$\sin \varphi' = \frac{n \,.\, \sin \alpha}{\sqrt{2(1 + \cos \alpha)}}.$$

Nun ist aber

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

und

$$\sin \alpha = 2 \,.\, \sin \frac{\alpha}{2} \,.\, \cos \frac{\alpha}{2},$$

folglich

$$\sin \varphi' = n \,.\, \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Der kleinste Werth χ' der Ablenkung ergiebt sich hieraus:

$$\chi' = 2\varphi' - \alpha,$$

woraus

$$\varphi' = \frac{\chi' + \alpha}{2} \text{ folgt.}$$

Zwischen dem kleinsten Werthe der totalen Ablenkung, dem brechenden Winkel eines Prismas und dem Brechungsverhältniss der Substanz dieses und der Luft findet also die Gleichung statt:

$$\sin \frac{\chi' + \alpha}{2} = n \,.\, \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Diese Gleichung bietet ein Mittel dar, mittelst eines Prismas sowohl das Brechungsgesetz einer scharfen Prüfung zu unterwerfen als auch die relativen Brechungsverhältnisse fester Körper zu bestimmen, die sich auf dem directen Wege nicht so wie die der Flüssigkeiten bestimmen lassen.

Es ist dazu nur nöthig, ein Diopter, das sich über einem getheilten Kreise drehen lässt, auf einen entfernten leuchtenden Punkt zu richten, und, nachdem die Richtung desselben am Kreise abgelesen ist, ein Prisma vor dem Diopter so aufzustellen, dass es sich um seine auf der Kreisebene senkrecht stehende Längsachse drehen, aber zugleich mit dem Diopter bewegen lässt. Es muss dann, damit derselbe Punkt wieder durch das Diopter gesehen werde, dieses gedreht werden, und durch gleichzeitige Drehung dieses und des Prismas wird man nun die kleinste totale Ablenkung χ' ermitteln können. Der brechende Winkel α des Prismas kann durch Messung, z. B. mit einem Reflexionsgoniometer, direct bestimmt werden, und es ergiebt sich alsdann das der Substanz des Prismas zukommende relative Brechungsverhältniss gegen die Luft:

$$n = \frac{\sin \frac{\chi' + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Sind am Prisma verschiedene Flächenwinkel vorhanden, so muss bei Anwendung jedes desselben, wenn das Brechungsgesetz wirklich genau richtig ist, sich für n immer dieselbe Zahl ergeben, welchen der verschiedenen Flächenwinkel man auch als brechenden Winkel benutzen mag.

§. 129.

Bei der Ausführung dieses Verfahrens ergiebt sich eine eigenthümliche Schwierigkeit, welche uns auf eine neue Classe von Erscheinungen am Lichte hinführt. Indem man als Beobachtungsobject einen Stern oder sonst einen farbloses Licht verbreitenden Punkt oder noch besser eine der brechenden Kante des Prismas parallele gerade kurze Linie nimmt, so erscheint diese durch das Prisma nicht mehr als ein leuchtender Punkt oder eine einfache gerade Linie, sondern als eine in der gegen die brechende Kante senkrechten Ebene liegende Gerade oder ein in dieser Richtung verbreiterter Streifen, welcher in den verschiedenen Punkten oder der brechenden Kante parallelen Geraden allmählig in einander übergehende Farben zeigt. Der brechenden Kante zunächst erscheint sie roth, und hierauf folgen der Reihe nach orange, gelb, grün, blau, violett, welches den Schluss macht. Dieses Farbenbild wird Spectrum und die Erscheinung selbst Dispersion oder auch wohl Farbenzerstreuung genannt.

Wenn man hinter das Prisma einen weissen Schirm stellt, auf den kein anderes oder nur solches Licht fallen kann, dessen Intensität nur

gering gegen die des vom leuchtenden Objecte ausgehenden ist, so kann man das Farbenspectrum auf demselben auffangen, welches dann deutlich auf demselben sichtbar wird. Nähert oder entfernt man dem Prisma den Schirm, oder wenn man dasselbe direct mittelst eines Diopters betrachtet, dieses, so nimmt die Länge der farbigen Linie oder die Breite des Spectrums mit der Entfernung vom Prisma immer zu, indem die einzelnen Farben weiter und weiter aus einander treten, es zeigt sich so, dass sowohl die äussersten als auch die den einzelnen bestimmten Farben entsprechenden Strahlen gerade vom Prisma aus divergirende Linien bilden, so dass jeder einzelne farblose auf das Prisma fallende Lichtstrahl in unzählig viele divergirende farbige Lichtstrahlen zerlegt zu sein scheint.

Giebt man dem Spectrum durch hinreichende Entfernung vom Prisma eine beträchtliche Breite, und sorgt man dafür, dass die Intensität nicht zu schwach wird, was man am besten durch Benutzung eines der später zu betrachtenden Fernröhre erreicht, so sieht man, dass die Farben des Spectrums nicht durchweg continuirlich zusammenhängen, sondern in demselben sich verschiedene der brechenden Kante parallele dunkle Linien finden, die nach ihrem Entdecker Frauenhofersche Linien genannt werden.

Eine bestimmte dieser Linien erscheint, sobald sie überhaupt sichtbar geworden ist, stets von denselben Farben begrenzt, in welcher Entfernung vom Prisma man auch das Spectrum beobachten mag. Sie können daher zu einer genauern Fixirung und Bezeichnung der einander entsprechenden Stellen in zwei in verschiedenen Entfernungen vom Prisma beobachteten Spectren dienen, während die allmählig in einander übergehenden Farben eine solche Fixirung sehr schwierig und ungenau machen würden.

Obwohl die Anzahl dieser Linien sehr beträchtlich ist, und um so beträchtlicher wird, je genauer man das Spectrum untersucht, so treten doch einige von ihnen besonders hervor, welche am leichtesten aufgefunden werden können, und von Frauenhofer vom rothen Ende anfangend durch die Buchstaben *A, B, C, D, E, F, G, H* bezeichnet sind.

Wird nun bei Anwendung der im vorigen Paragraphen beschriebenen Vorrichtung das Prisma gedreht, so findet sich für eine jede dieser dunkeln Linien eine Stellung des Prisma, wo sie in der von der Richtung des auffallenden Lichtstrahles am wenigsten abweichenden Richtung erscheint. Da nun offenbar die verschiedenen farbigen das Spectrum bildenden Lichtstrahlen ihren Ursprung dem einfallenden Lichte verdanken, so kann man das diesem Minimum der Ablenkung eines dunkeln Streifens entsprechende Brechungsverhältniss als das der demselben zunächst anliegenden farbigen Lichtstrahlen betrachten. Wenn man dann für verschiedene brechende Winkel desselben Prismas dieses bestimmt, so ergiebt es sich für eine jede dunkle Linie constant, wodurch also das Brechungsgesetz eine Bestätigung findet, und ein Mittel gegeben ist, das den einzelnen Lichtstrahlen des

Spectrums entsprechende Brechungsverhältniss zu bestimmen. Für die verschiedenen dunkeln Linien oder die diesen nächst anliegenden Lichtstrahlen ergiebt es sich verschieden, und zwar am kleinsten für die rothen, am grössten für die violetten.

Jedenfalls zeigt sich aber, dass dem farblosen Lichte nicht ein einziges Brechungsverhältniss zukommt, sondern verschiedene zwischen zwei Grenzen enthaltene und durch Abstufungen in einander übergehende Werthe, die aber nicht continuirlich in einander übergehen, sondern durch gewisse den dunkeln Linien entsprechende Pausen unterbrochen sind.

Was nun aber die verschiedene Färbung des Lichtes anbetrifft, so könnte ein Zweifel darüber obwalten, ob die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen schon als solche in dem farblosen Lichte enthalten seien, so dass sie durch die Brechung, indem den einzelnen farbigen Lichtstrahlen verschiedene Brechungsverhältnisse zukämen, getrennt würden; oder ob die Brechung unmittelbar nur eine Zerstreuung des farblosen Lichtes in die den verschiedenen Punkten des Spectrums entsprechenden Richtungen bewirkte, und die getrennten farblosen Strahlen erst durch eine fernere Einwirkung der Substanz des Prismas auf sie ihre Färbung erhielten.

Die erste einfachere und darum natürlichere Vorstellung würde mit Nothwendigkeit zu der durch die zweite keineswegs nothwendig erforderten Folgerung führen, dass, wenn die verschiedenen farbigen Lichtstrahlen des Spectrums wieder in eine zusammenfallende Richtung vereinigt würden, dann sie sich zu farblosem Lichte zusammensetzen müssten.

Der Versuch zeigt nun, dass dem wirklich so sei, denn wenn man das Spectrum durch ein zweites Prisma betrachtet, so kann man dieses so drehen, dass nach den ermittelten Brechungsverhältnissen der einzelnen Strahlen, diese in eine einzige Richtung nach dem Austritte aus dem zweiten Prisma zusammenfallen, und dann erscheint das Beobachtungsobject einfach und farblos.

Wenn man aber, bevor die aus dem ersten Prisma getretenen Strahlen auf das zweite fallen, einen Theil derselben durch einen undurchsichtigen Schirm verhindert durch das zweite Prisma zu gehen, so werden die durchgehenden Strahlen zwar auch wieder in eine Richtung gebrochen, das Beobachtungsobject erscheint also auch dann einfach aber nicht mehr farblos, sondern in einer Farbe, die von der Natur und Anzahl der vereinigten farbigen Strahlen abhängt, aber im Allgemeinen von den Farben der einzelnen Strahlen verschieden ist. Es zeigt sich also, dass verschiedenfarbige Lichtstrahlen, wenn sie zusammenfallen, sich zu einem einzigen ungemischt erscheinenden Eindrucke vereinigen, und dass dieser farblos ist, wenn die zusammentretenden Strahlen unter einander in denselben Verhältnissen stehen, wie die durch die Dispersion erhaltenen Strahlen, dagegen farbig, wenn in einem andern Verhältnisse.

Zwei farbige aus verschiedenen farbigen Strahlen zusammengesetzte Lichtbündel, die so beschaffen sind, dass sie vereinigt weisses oder farbloses Licht hervorbringen, nennt man complementair gefärbt.

Aus den Dispersionserscheinungen ziehen wir also den Schluss, dass das farblose an sich homogen erscheinende Licht in Wahrheit nicht homogen, sondern aus farbigen Lichtern zusammengesetzt ist, die sich theils durch ihre verschiedene Brechbarkeit, theils durch ihre Farbe von einander unterscheiden.

Sondern wir von dem durch ein Prisma erhaltenen Spectrum ein möglich dünnstes Strahlenbündel aus, und lassen dieses durch ein zweites (mit dem ersten gleichartiges) Prisma gehen, so wird dieses um so weniger dispersirt, je dünner es ist, und das so ermittelte Brechungsverhältniss desselben stimmt mit demjenigen überein, welches sich aus seiner Stelle im Spectrum des ersten Prismas ergiebt. Ein einziger Werth des Brechungsverhältnisses eines Lichtstrahls (natürlich in Bezug auf ein Prisma von bestimmter Substanz) kann also als Kennzeichen der Homogeneïtät des Lichts dienen.

Bringen wir durch verschiedenartige Prismen zwei Spectra hervor, und sondern aus jedem einen Strahl aus, der an einem andern (und für beide gleichem) Prisma dasselbe Brechungsverhältniss zeigt, so erscheint auch die Farbe desselben gleich; einem bestimmten Werthe des Brechungsverhältnisses entspricht daher immer eine bestimmte Farbe, so dass also die Farbe eines homogenen Lichtstrahls entweder direct von seiner Brechbarkeit abhängt, oder von denselben Umständen, welche auch diese bedingen.

Umgekehrt aber kann die gleiche Farbe zweier Lichtstrahlen nicht als Kennzeichen ihrer Gleichartigkeit gelten, wenigstens dann nicht, wenn nicht auch zugleich beide Lichtstrahlen homogen sind. Denn durch Zusammensetzung mehrerer homogenen Lichtstrahlen kann man Farben hervorbringen, welche unmittelbar nicht von den Farben anderer bestimmter homogener Lichtstrahlen unterschieden werden können. Der Unterschied zwischen zwei solchen anscheinend gleichartigen Lichtstrahlen zeigt sich aber, wenn man sie durch ein Prisma gehen lässt; der erstere erleidet dann eine Dispersion, der letztere nicht. Um daher homogenes Licht zu erhalten, genügt es nicht, Licht von einer anscheinend einfachen Farbe anzuwenden, sondern durch Anwendung eines Prismas und Aussonderung eines möglich dünnsten Strahlenbündels aus dem entstehenden Spectrum erreicht man den Zweck weit sicherer. Diese Methode ist daher anzuwenden, wenn es auf Homogeneïtät des Lichts ankommt.

§. 130.

Die Spectren, welche man durch Dispersion des weissen oder farblosen Lichtes erhalten kann, sind nicht immer gleich, sondern ändern sich so-

wohl mit der Natur der Lichtquelle, aus der das farblose Licht stammt, als auch mit der Natur des Prismas, welches man zur Hervorbringung des Spectrums benutzt.

Was zunächst den erstern Umstand betrifft, so zeigt nicht allein das irdischen Lichtquellen, welche meist etwas gefärbtes Licht geben, entströmende Licht bei Anwendung desselben Prismas ein anderes Spectrum als das Sonnenlicht, sondern auch das Licht solcher Fixsterne, welche ein völlig farbloses Licht besitzen. Besonders auffallend zeigt sich dieser Unterschied in der Zahl und Lage der dunkeln Linien, welche nicht selten ganz anders sind, als im Spectrum des Sonnenlichtes.

Wendet man verschiedene Prismen zur Darstellung der Spectren an, indem man aber immer dieselbe Lichtquelle, z. B. die Sonne, benutzt, so zeigen die Spectren ebenfalls beträchtliche Unterschiede, theils in ihrer relativen Grösse bei gleicher Entfernung vom Prisma, theils darin, dass in einigen Spectren sich mehr dunkle Linien, als in andern finden, oder selbst dunkle Räume, wenn die Prismen aus farbigen durchsichtigen Substanzen bestehen. Das letztere zeigt sich ebenfalls, wenn man vor ein farblos durchsichtiges Prisma eine planparallele Platte einer farbig durchsichtigen Substanz hält, so dass die Lichtstrahlen diese durchdringen müssen.

In beiden Fällen treten theils in der ganzen Ausdehnung des Spectrums neue dunkle Linien auf, wie dieses von Brewster vorzugsweise an den Dämpfen der Untersalpetersäure und anderer gefärbter Körper bemerkt ist, theils werden einzelne Theile des Spectrums verdunkelt oder ganz ausgelöscht. Ist die Platte nur dünn, so tritt das erstere ein, je dicker dieselbe aber ist, um so vollständiger wird die Verdunkelung, während andere Theile des Spectrums wenig oder gar nicht geschwächt werden. Wir müssen daher annehmen, dass die Färbung der farbigen durchsichtigen Körper dadurch hervorgebracht wird, dass Strahlen von gewisser Brechbarkeit beim Durchgange durch dieselben in einem stärkern Verhältnisse in ihrer Intensität geschwächt werden, als andere, ja zuletzt gänzlich verschwinden, also eine allmählige Absorption durch die Substanz erfahren.

Die hindurchgelassenen Strahlen finden sich also dann nicht mehr in demselben gegenseitigen Verhältnisse, als vor dem Durchgange durch die Platte, und bringen daher keine Farblosigkeit, sondern eine Mischfarbe hervor, die aber ganz in derselben Weise erscheinen kann, wie die eines durch Brechung in einem farblosen Prisma homogen gemachten Lichtstrahls. Es ist aber zu bemerken, dass man keine Substanz kennt, welche alle Strahlen, mit Ausnahme der von einer bestimmten Brechbarkeit, auslöschte, sondern immer Strahlen verschiedener Brechbarkeit durchgelassen werden, dass man also durch Absorption in farbig durchsichtigen Körpern sich kein homogenes Licht verschaffen kann. Einige Körper nähern sich dem aber ziemlich, wohin namentlich das durch Kupferoxydul gefärbte rothe Glas ge-

hört, welches ziemlich homogenes Licht liefert, und daher bei manchen optischen Untersuchungen Anwendung findet.

Im Allgemeinen aber kann man als Grundsatz aufstellen, dass das Licht complementairer Farbe durch ein farbiges Medium absorbirt wird. Wenn man daher zwei complementair oder nahe complementair gefärbte Gläser, z. B. ein rothes und ein grünes, hinter einander von Lichtstrahlen durchdringen lässt, so wird die Intensität der durchgegangenen Strahlen sehr beträchtlich gemindert, indem fast alle Strahlen, welche das erste durchliess, vom zweiten absorbirt werden. Hierauf beruht die Anwendung farbiger Gläser als Blendgläser bei Sonnenbeobachtungen, um die dem Auge nachtheilige zu grosse Intensität des directen Sonnenlichtes zu schwächen, ohne doch das Licht ganz aufzuheben.

Ganz in ähnlicher Weise, wie die Färbung der farbig durchsichtigen Körper, muss man sich auch die der farbigen undurchsichtigen Körper im diffusen Lichte entstanden denken. Da nämlich fast alle sogenannten undurchsichtigen Körper bei gehöriger Verdünnung eine Spur von Durchsichtigkeit zeigen, so gelangen die auf sie fallenden Lichtstrahlen bis in eine gewisse Tiefe unter die Oberfläche derselben. Indem sie nun in den verschiedenen Schichten, in welche sie kommen, zum Theil reflectirt werden, gelangen in das Auge eines Beobachters nicht bloss die an ihrer mathemathischen Oberfläche zurückgeworfenen Strahlen, sondern auch die aus jener oberflächlichen Schicht hervordringenden. Diese können aber je nach der Natur des Körpers einer auswählenden Absorption ausgesetzt gewesen sein, wodurch die Strahlen gewisser Brechbarkeit mehr als die anderer vernichtet sind, so dass die letztern nun im diffus zurückgeworfenen Lichte prävaliren und die Färbung bestimmen.

Untersucht man dieses diffus zurückgeworfene Licht mittelst eines Prismas auf seine Homogeneïtät, so findet man es ebenfalls immer gemischt, indem sich immer ein Spectrum von grösserer oder geringerer Ausdehnung findet, in welchem nur einzelne Farben fehlen.

Mit Hülfe farbiger undurchsichtiger Substanzen, sogenannter Pigmente, hat man wohl das Entstehen des weissen Lichtes aus dem Zusammenwirken verschieden farbiger Lichtstrahlen zu zeigen versucht. Bemalt man mit diesen eine kreisförmige Scheibe, die in Sectoren getheilt ist, indem man jedem Sector eine bestimmte Färbung bei einer angemessenen Grösse giebt, so erhält man einen sogenannten Farbenkreisel. Wird die Scheibe in eine rasche Rotation gesetzt, so folgen die verschiedenfarbigen Sectoren an denselben Stellen sehr rasch auf einander, und da, wie schon erwähnt ist, jeder Lichteindruck im Auge eine Zeitlang dauert, so vermischen sich alle Farbeneindrücke mit einander, und bei richtigen Verhältnissen der Färbungen und Grössen der Sectoren sieht man eine farblose Scheibe, die aber, weil

jeder Sector die seiner Färbung complementair gefärbten Strahlen absorbirt, nicht rein weiss, sondern grau erscheint.

Ohne diese Schwächung erreicht man denselben Zweck in ähnlicher Weise, wenn man das durch ein Prisma gebildete Spectrum auf einer Wand aufhängt, und das Prisma um einen kleinen Winkel rasch hin und her dreht, so dass das Spectrum in der Richtung seiner Breite sich hin und her bewegt. Dann fallen die verschiedenfarbigen Strahlen sehr rasch hinter einander, und zwar im natürlichen Verhältnisse auf dieselben Stellen des Schirms, und bringen bei hinlänglicher Geschwindigkeit der Drehung einen hellen farblosen Fleck hervor, der nur an den Rändern Farbensäume zeigt, weil hier sich die auf einander folgenden Spectra nicht decken.

§. 131.

Abgesehen von der Ungleichheit der Absorption in verschiedenen durchsichtigen Substanzen unterscheiden sich die durch verschiedene, z. B. farblose, Prismen hervorgebrachten Spectren auch durch die Breite und die relative Ausdehnung, selbst dann, wenn die absoluten Ablenkungen der Lichtstrahlen, welche die Prismen hervorbringen, wenig von einander verschieden sind.

Nennen wir die beiden äussersten Werthe der Brechungsverhältnisse einer Substanz für rothe und violette Strahlen n_r und n_v, so kann die Differenz $n_v - n_r$ als ein Maass der durch sie bewirkten Farbenzerstreuung oder der Dispersion, das Mittel aus beiden $\frac{n_r + n_v}{2}$ aber als ein Maass der mittlern absoluten Brechung gelten. Letztere Zahl kann nun bei 2 verschiedenen Substanzen nahe gleiche Werthe und zugleich die erstere sehr verschiedene Werthe haben.

So ergiebt z. B. für das Flintglas sich $n_v = 1{,}670$, $n_r = 1{,}627$, also $n_v - u_r = 0{,}043$ und $\frac{n_v + n_r}{2} = 1{,}6485$, während diese Werthe für ein Crownglas sind $n_v = 1{,}545$, $n_r = 1{,}525$, also $n_v - n_r = 0{,}020$ und $\frac{n_v + n_r}{2} = 1{,}535$.

Während also die Mitten zweier durch zwei gleiche Prismen aus Flint- und aus Crownglas gebildeten Spectren nahe gleichweit von der Richtung der einfallenden Strahlen abgelenkt sein werden, wird das durch ersteres erzeugte Spectrum etwa doppelt so breit, als das durch das zweite erzeugte sein.

Dadurch wird es möglich, die Farbenzerstreuung aufzuheben, und doch die Lichtstrahlen von ihrem geradlinigen Wege abzulenken, indem man sie durch zwei Prismen verschiedener Substanz gehen lässt, oder sogenannte achromatische Prismen herzustellen. Nennen wir n_r und n_v die Brechungsverhältnisse des einen Prismas für die rothen und violetten Strahlen, m_r

und m_v die des zweiten, φ den gemeinschaftlichen Einfallswinkel ψ_r', ψ_v', ψ_r'' und ψ_v'' die Austrittswinkel im ersten und zweiten Prisma χ_r', χ_v', χ_r'' und χ_v'' die Ablenkungen durch das erste und zweite Prisma, α und β die brechenden Winkel beider Prismen, und χ_r und χ_v die Winkel, um welche die aus dem zweiten Prisma austretenden Strahlen aus der Richtung der auf das erste Prisma einfallenden Strahlen abgelenkt sind.

Alsdann ist, wenn wir den Gang der rothen Strahlen betrachten:

$$\sin \psi_r' = n_r \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{n_r\, n_r}} - \cos \alpha \sin \varphi$$

$$\chi_r' = \varphi + \psi_r' - \alpha,$$

und da, wenn die einander zugekehrten Flächen der beiden Prismen parallel sind, der Einfallswinkel für das zweite Prisma dem Austrittswinkel aus dem ersten gleich ist

$$\sin \psi_r'' = m_r \sin \beta \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \psi_r'}{m_r\, m_r}} - \cos \beta \sin \psi_r'$$

und $$\chi_r'' = \psi_r' + \psi_r'' - \beta,$$

und endlich $$\chi_r = \psi_r' - \chi_r'',$$

indem bei umgekehrter Stellung des zweiten Prismas die Ablenkung nach der entgegengesetzten Seite hin stattfindet.

Ebenso ist für die violetten Strahlen

$$\sin \psi_v' = n_v \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{n_v\, n_v}} - \cos \alpha \sin \varphi$$

$$\chi_v' = \varphi + \psi_v' - \alpha,$$

$$\sin \psi_v'' = m_v \sin \beta \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \psi_v'}{m_v\, m_v}} - \cos \beta \sin \psi_v'$$

$$\chi_v'' = \psi_v' + \psi_v'' - \beta$$

und $$\chi_v = \chi_v' - \psi_v''.$$

Sind nun n_r, n_v, m_r, m_v und α gegeben, so wird man β so wählen können, dass

$$\chi_r = \chi_v \text{ wird.}$$

Es muss also

$$\chi_v' - \chi_v'' = \chi_r' - \chi_r'' \text{ oder}$$

$$\varphi + \psi_r' - \alpha - \psi_r' - \psi_r'' + \beta = \varphi + \psi_v' - \alpha - \psi_v' - \psi_v'' + \beta$$

oder $\psi_r'' = \psi_v''$ werden, also

$$m_r \sin \beta \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \psi_r'}{m_r\, m_r}} - \cos \beta \sin \psi_r'$$

$$= m_v \sin \beta \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \psi_v'}{m_v\, m_v}} - \cos \beta \sin \psi_v',$$

oder

$$\sin\beta\left(m_r\sqrt{1-\frac{\sin^2\psi_r'}{m_r m_r}}-m_v\sqrt{1-\frac{\sin^2\psi_v'}{m_v m_v}}\right)$$

$$=\cos\beta\,(\sin\psi_v'-\sin\psi_r')$$

oder

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin\psi_v'-\sin\psi_r'}{m_r\sqrt{1-\frac{\sin^2\psi_r'}{m_r m_r}}-m_v\sqrt{1-\frac{\sin^2\psi_v'}{m_v m_v}}}.$$

Nehmen wir z. B. Flint- und Crownglasprismen an, und beträgt der brechende Winkel des erstern $\alpha = 20^0$, so wird, wenn wir noch der Einfachheit wegen $\varphi = 0$ setzen, d. h. senkrecht einfallende Strahlen betrachten,

$$\sin\psi_r' = 1{,}627 \sin 20^0 = \sin 33^0\, 48',7$$

$$\sin\psi_v' = 1{,}670 \sin 20^0 = \sin 34^0\, 50',1.$$

Es ergiebt sich also:

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin 34^0\,50',1-\sin 33^0\,48',7}{1{,}525\sqrt{1-\frac{\sin^2 33^0\,48',7}{1{,}525^2}}-1{,}545\sqrt{1-\frac{\sin^2 34^0\,50',1}{1{,}545^2}}},$$

oder:

$$\operatorname{tg}\beta=-\frac{0{,}01475}{0{,}01265}=\operatorname{tg}-49^0\,23'.$$

Das negative Zeichen von β zeigt nur an, dass das zweite Prisma umgekehrt, wie das erstere stehen muss.

Mit diesem Werthe von β ergiebt sich die gemeinschaftliche Ablenkung

$$\chi_r=\chi_v=\chi_v'-\chi_v''=\varphi-\psi_v''-\alpha+\beta,$$

indem aus

$$\sin\psi_v''=1{,}545\sqrt{1-\frac{\sin^2 34^0\,51',1}{1{,}545^2}}-\cos\beta\sin 34^0\,50',1,$$

$$\psi_v''=45^0\,52',3$$

folgt,

$$\chi_r=\chi_v=-45^0\,52',3-20^0+49^0\,23'$$

$$=-65^0\,52',3+49^0\,23'=-16^0\,29',3,$$

so dass also die Brechung im zweiten Prisma überwiegt, indem ein positiver Werth dieser Ablenkung eine Ablenkung im Sinne des ersten Prismas anzeigt.

Es ist übrigens ersichtlich, dass man auf diese Weise nur erreichen kann, dass die äussersten Strahlen des Spectrums in gleicher Richtung aus der Prismen-Combination austreten. Die zwischen diesen liegenden Strahlen würden nur dann in derselben Richtung austreten, wenn, indem man durch

n_a und m_a die Brechungsverhältnisse irgend eines andern Strahls in den beiden Prismen bezeichnete, die Gleichung bestände:

$$\frac{mv - mr}{nv - nr} = \frac{mv - ma}{nv - na}.$$

Dieses findet aber keineswegs statt, so dass ein vollständiger Achromatismus nicht zu erreichen ist. Indessen ist ersichtlich, dass man durch Zuziehung noch eines dritten Prismas aus einer andern Substanz, auch einen dritten Strahl in dieselbe Richtung, wie die äussersten bringen, durch Zuziehung eines vierten, aber auch noch einen vierten Strahl mit diesen zusammenfallen lassen könnte u. s. f., so dass man sich, wenn es erforderlich wäre, dem vollständigen Achromatismus noch weiter nähern könnte. Man bleibt jedoch fast immer bei zwei in Bezug auf die äussersten Strahlen achromatisirten Prismen stehen, indem die dann bleibende Dispersion fast unmerklich ist.

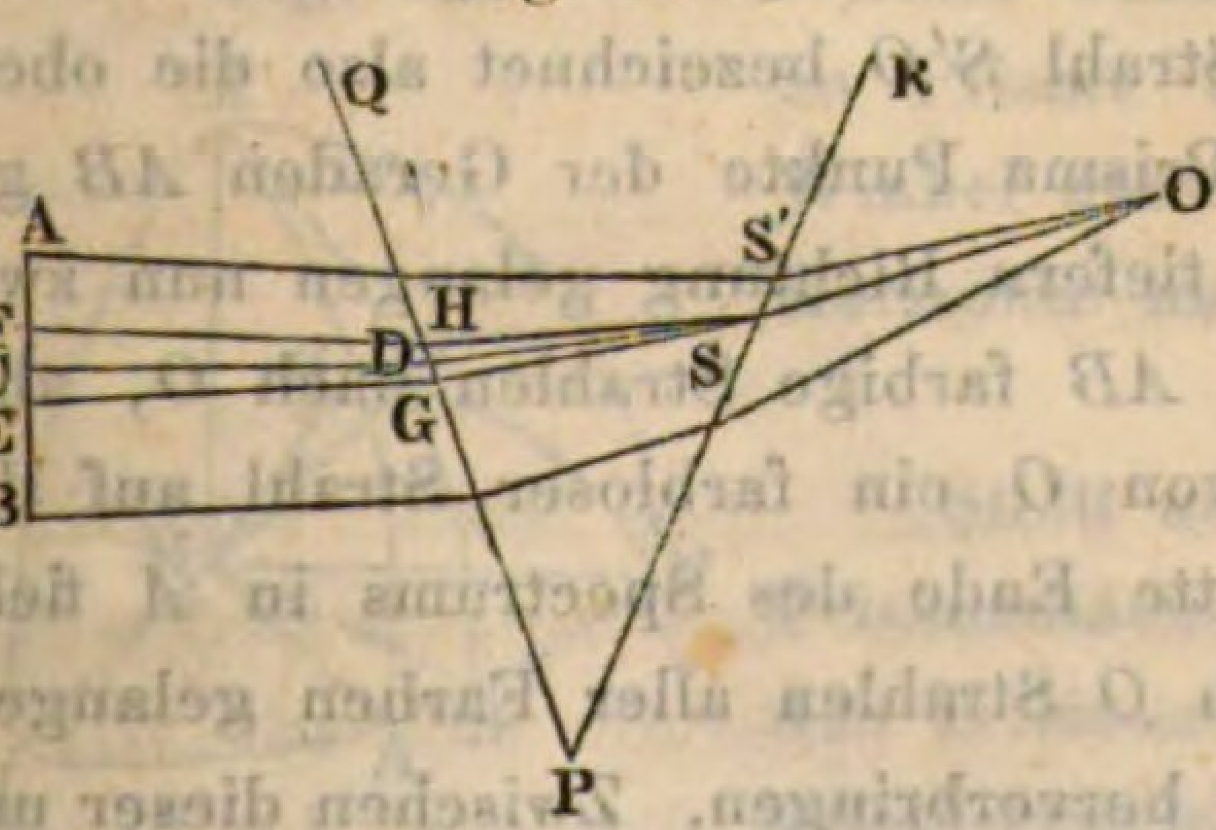
§. 132.

In den bisherigen Betrachtungen der durch die Brechung in Prismen hervorgebrachten Erscheinungen haben wir nur diejenigen ins Auge gefasst, bei welchen die Lichtstrahlen von einzelnen Punkten oder kürzern der brechenden Kante parallelen Linien ausgingen, indem wir auch hinsichtlich der letztern in der mathematischen Betrachtung nur die Lichtstrahlen in Betracht zogen, welche in der gegen die brechende Kante senkrechten Ebene sich bewegten.

Um nun aber die Erscheinungen am Prisma vollständig zu übersehen, wollen wir noch in den zwei Fällen die Richtungen und Färbungen der austretenden Strahlen betrachten, wo die von einer geraden Linie ausgehenden Strahlen ins Auge gelangen, wenn diese entweder in der durch das Auge gehenden und auf der brechenden Kante des Prismas senkrecht stehenden Ebene liegen, oder jene auf dieser letztern senkrecht steht, der brechenden Kante also parallel ist. Alle übrigen Erscheinungen werden sich leicht auf diese beiden Fälle zurückführen lassen.

Stelle zuerst in dem erstern dieser beiden Fälle AB, Fig. 20, die gerade Linie, O das Auge, PQR den Durchschnitt des Prismas mit jener Ebene vor, und sei P der der brechenden Kante zugehörige Durchschnittspunkt, den wir uns nach unten gerichtet denken wollen.

Fig. 20.



Sehe das Auge in der Richtung OS auf die zweite Prismenfläche, so wird es in dieser alle die leuchtenden Punkte der Linie AB erblicken, welche solche Strahlen auf die erste Prismenfläche

senden, dass diese nach dem Austritte in der Richtung SO sich weiter bewegen. Sei C ein Punkt, von welchem ein in D auffallender Strahl ausgeht und so gerichtet ist, dass SO innerhalb der beiden äussersten der divergirenden farbigen Strahlen liegt, in welche der einfallende Strahl CD durch die Brechung zerfällt, so wird O ein Bild von C mit der Farbe erblicken, welche dem gerade mit SO zusammenfallenden Strahle angehört. Von den beiden unmittelbar unter und über C liegenden Punkten E und F fallen aber ebenfalls Strahlen auf das Prisma, unter welchen je einer EG und FH sein wird, der in ein solches divergirendes Strahlenbündel zerfällt, dass einer von diesen ebenfalls in der Richtung SO fortgeht, also von O gesehen wird. Dieses gilt von allen Punkten unter und über C, welche nicht soweit von demselben entfernt sind, dass sie ausserhalb des Spectrums zu liegen kommen, welches von einem in der Richtung OS auf das Prisma fallenden Strahle auf der Geraden AB erzeugt werden würde. Alle diese verschiedenen in der Richtung OS sich bewegenden Strahlen werden aber verschieden gefärbt sein, und zwar wird der von einem Punkte C nach O gelangende Lichtstrahl genau diejenige Farbe haben, welche sich im Punkte C finden würde, wenn ein einfallender farbloser Lichtstrahl OS durch das Prisma dispersirt würde. Es besitzen daher die von den verschiedenen Punkten der leuchtenden Linie in SO nach O gelangenden Strahlen alle verschiedenen Farben, die im farblosen Lichte enthalten sind, und in denselben Verhältnissen, in welchen sie sich in diesem finden, d. h. in SO gelangt nach O ein farbloser Lichtstrahl.

Dieses gilt aber nur für den mittlern Theil der leuchtenden Linie AB, so weit nämlich diese noch in den Raum des von einem farblosen Strahle OS in AB erzeugten Spectrums fällt.

Ist also OS' eine andere Richtung, in der wir gegen das Prisma sehen, und liegt diese so, dass, wenn in ihr ein farbloser Lichtstrahl auf das Prisma fiele, der wenigstgebrochene, d. h. der rothe Strahl des Spectrums nach A, oder dem obersten Punkte der leuchtenden Linie gelangte, so wird in dieser Richtung von A ein rother Strahl nach O kommen. In derselben Richtung kann aber dann von keinem andern Punkte der leuchtenden Linie ein Strahl dorthin gelangen, folglich erscheint in der Richtung OS' die Linie roth. In jeder über OS' liegenden Richtung kann gar kein Strahl von AB nach O gelangen, der rothe Strahl $S'O$ bezeichnet also die obere Grenze in der von O aus durch das Prisma Punkte der Geraden AB gesehen werden können. In einer wenig tiefern Richtung gelangen nun zwar schon von verschiedenen Punkten von AB farbige Strahlen nach O, aber erst diejenige Richtung, in welcher von O ein farbloser Strahl auf das Prisma fallen müsste, damit das violette Ende des Spectrums in A fiele, wird eine solche sein, dass darin nach O Strahlen aller Farben gelangen, und hier einen farblosen Lichteindruck hervorbringen. Zwischen dieser und

SO werden sich die dem rothen Ende des Spectrums nahe stehenden Farben über einander legen; es erscheinen daher in den zwischenliegenden Richtungen von oben nach unten Punkte mit Farben, die aus roth allmählig durch verschiedene Mischfarben in weiss übergehen.

Das Umgekehrte findet in Bezug auf das untere Ende der farblosen Linie statt, ein am tiefsten geneigter Strahl wird von *B* nach *O* mit violetter Färbung gelangen, dessen Farbe nicht durch andere zu weiss ergänzt wird; von hieraus nach oben hin die Richtung *OS* um *O* drehend, gewahrt man nach und nach Punkte, in welchen die durch die Spectralfarben entstehenden Mischfarben vom Violett an bis zum Weiss erscheinen.

Eine solche farblose Linie erscheint daher, durch das Prisma gesehen, farblos und nur oben und unten mit einem farbigen Raume versehen, indem oben die durch die weniger brechbaren Farben entstehenden Mischfarben bis zum roth, unten die durch die brechbareren Strahlen entstehenden Mischfarben bis zum Violett erscheinen.

Die umgekehrte Farbenfolge muss sich natürlich zeigen, wenn wir eine schwarze Linie durch das Prisma betrachten, welche oben und unten auf einem hellen Grunde aufliegt, diese erscheint dunkel, geht aber durch Mischfarben oben von Violett, unten von Roth an nach Aussen in weiss über.

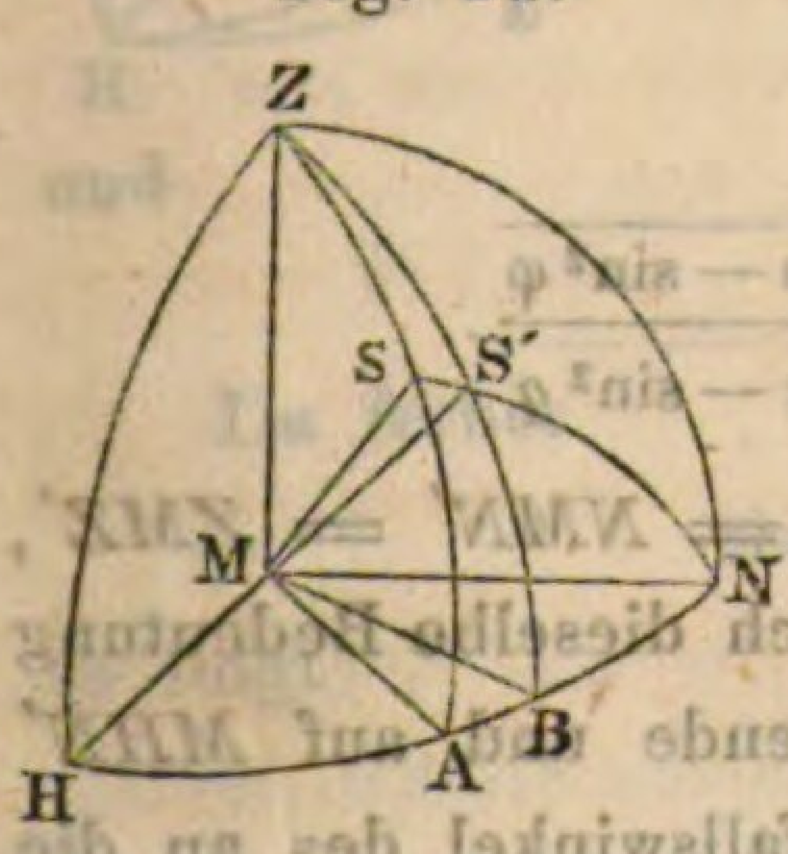
§. 133.

Um nun zu untersuchen, welche Erscheinung eine der brechenden Kante parallele gerade Linie durch das Prisma gesehen, darbieten muss, wollen wir einen Lichtstrahl betrachten, der nicht in einer auf der brechenden Kante senkrecht stehenden Ebene auf die vordere Prismenfläche fällt, sondern mit dieser, die man füglich einen Hauptschnitt des Prismas nennen kann, den Winkel p bildet. Nehmen wir an, der Hauptschnitt sowohl, als die vordere Prismenfläche stehen vertical, und der einfallende Lichtstrahl bilde mit einer horizontalen Ebene den Winkel q, so wird, wenn φ den Einfallswinkel bezeichnet:

$$\cos \varphi = \cos p \,.\, \cos q$$

sein müssen, indem φ die Hypotenuse eines rechtwinklichen sphärischen Dreiecks ist, dessen Katheten p und q sind. Ebenso ist, wenn p' den Winkel bezeichnet, welchen der gebrochene Strahl im Prisma mit dem Hauptschnitte macht, q' den Winkel zwischen dem gebrochenen Strahle und dem Horizonte und φ' den Brechungswinkel

Fig. 21.



$$\cos \varphi' = \cos p' \,.\, \cos q'.$$

Stellt nun, Fig. 21, die Ebene *MHZ* die vordere Prismenfläche, *MZN* den Hauptschnitt und *MHN* den Horizont vor, und denken wir uns um *M* mit einem beliebigen Halbmesser eine Kugelfläche gelegt.

Seien ferner SM und $S'M$ die Richtungen des einfallenden und des gebrochenen Strahls, und ZMA und ZMB zwei durch S und S' gelegte Verticalebenen, so ist

$$p = NA,\ q = AS,\ \varphi = NS$$
$$p' = NB,\ q' = BS',\ \varphi' = NS',$$

indem MN das Einfallsloth ist.

Bezeichnet ferner V den Winkel SNA, und V' den Winkel $S'NB$, so muss nach dem Brechungsgesetze

$$V = V' \text{ und}$$
$$\sin\varphi = n \,.\, \sin\varphi'$$

sein, wenn n das Brechungsverhältniss bezeichnet. Nun ist aber

$$\sin V = \frac{\sin q}{\sin\varphi},$$
$$\sin V' = \frac{\sin q'}{\sin\varphi'}.$$

Folglich ergiebt sich

$$\sin q = \frac{\sin q' \,.\, \sin\varphi}{\sin\varphi'} = n \,.\, \sin q', \text{ oder}$$

$$\sin q' = \frac{\sin q}{n} \text{ und } \cos q' = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 q}{nn}}.$$

Ferner ist

$$\operatorname{tg} p = \operatorname{tg}\varphi \,.\, \cos V$$

und

$$\operatorname{tg} p' = \operatorname{tg}\varphi' \,.\, \cos V$$

folglich

$$\frac{\operatorname{tg} p}{\operatorname{tg} p'} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi'}$$

oder

$$\operatorname{tg} p' = \operatorname{tg} p \,.\, \frac{\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi} = \operatorname{tg} p \,.\, \frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} \,.\, \frac{\cos\varphi}{\cos\varphi'}$$

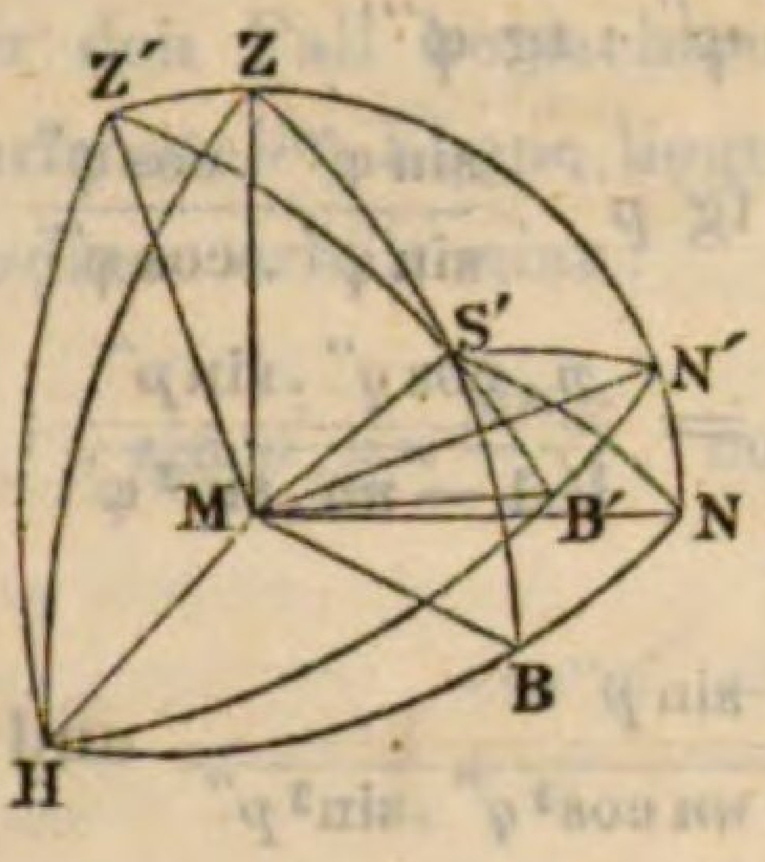
$$= \frac{\operatorname{tg} p}{n} \,.\, \frac{\cos p \,.\, \cos q}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\varphi}{nn}}} = \frac{\sin p \,.\, \cos q}{\sqrt{nn - \sin^2\varphi}},$$

woraus folgt

$$\sin p' = \frac{\sin p \,.\, \cos q}{\sqrt{nn - \sin^2 q}}, \text{ und } \cos p' = \frac{\sqrt{nn - \sin^2\varphi}}{\sqrt{nn - \sin^2 q}}.$$

Ist nun der brechende Winkel des Prismas $\alpha = NMN' = ZMZ'$, Fig. 22, (worin die früher gebrauchten Buchstaben noch dieselbe Bedeutung behalten sollen) und ist $MZ'B'$ eine durch S' gehende und auf MHN' senkrecht stehende Ebene, so ist $\varphi'' = S'N'$ der Einfallswinkel des an die

Fig. 22.



zweite Prismenfläche gelangenden Strahls, und wenn $N'B' = p''$, $B'S' = q''$ gesetzt wird

$$\cos \varphi'' = \cos p'' \cos q''.$$

Ferner ist

$$\cos S'N' = \cos S'N . \cos NN' + \sin S'N \sin NN' \cos S'NN'$$

oder, da

$$S'NN' = 90^{\circ} - BNS' = 90^{\circ} - V' \text{ ist,}$$

also

$$\cos S'NN' = \sin V' = \frac{\sin q'}{\sin \varphi'}$$

$$\cos \varphi'' = \cos \varphi' . \cos \alpha + \sin \varphi' . \sin \alpha . \frac{\sin q'}{\sin \varphi'}$$

$$= \cos p' . \cos q' . \cos \alpha + \sin \alpha . \sin q'.$$

Ausserdem ist:

$$\cos Z'S' = \cos Z'Z \cos S'Z + \sin Z'Z \sin S'Z \cos Z\,ZS',$$

oder, da

$$S'Z = 90^{\circ} - S'B = 90^{\circ} - q',$$

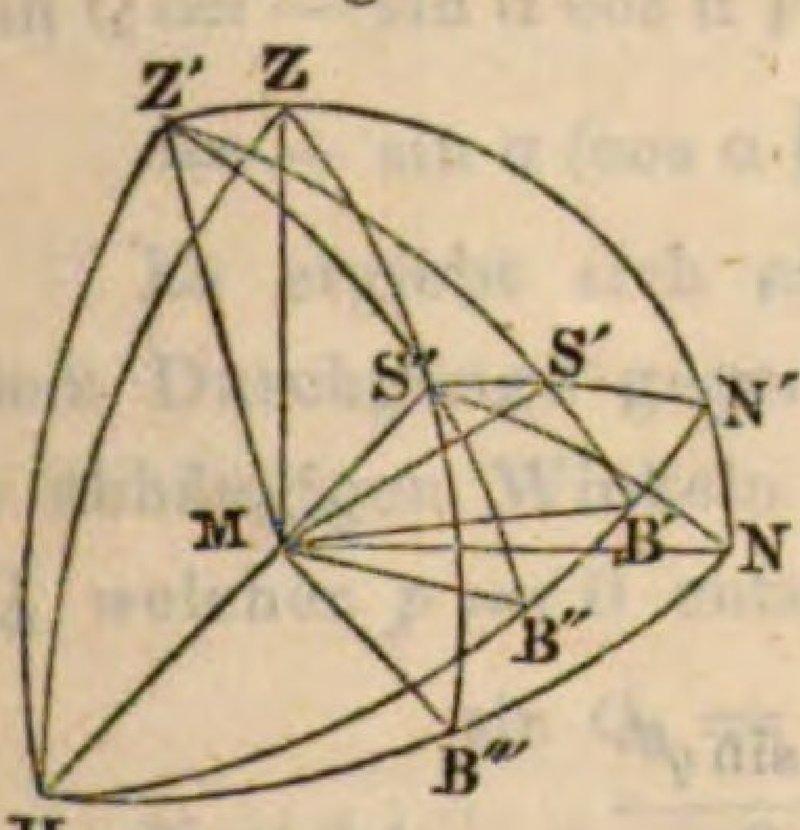
$$Z'ZS' = 180^{\circ} - S'ZN = 180^{\circ} - BN = 180^{\circ} - p'$$

$$\text{und } Z'S' = 90^{\circ} - S'B' = 90^{\circ} - q'' \text{ ist,}$$

$\sin q'' = \cos \alpha . \sin q' - \sin \alpha \cos q' . \cos p'$, und zugleich

$$\cos p'' = \frac{\cos \varphi''}{\cos q''}.$$

Fig. 23.



Bezeichnet nun MS'', Fig. 23, den austretenden Strahl, und sind $MZ'B''$ und MZB''' zwei durch S'' senkrecht auf MHN' und MHN gelegte Ebenen, und setzen wir

$$N'B'' = p''', \; B''S'' = q''', \; N'S'' = \varphi''',$$
$$NB''' = P, \; B'''S'' = Q,$$

so ist

$$\cos \varphi''' = \cos p''' . \cos q'''$$

und

$$n . \sin \varphi'' = \sin \varphi'''.$$

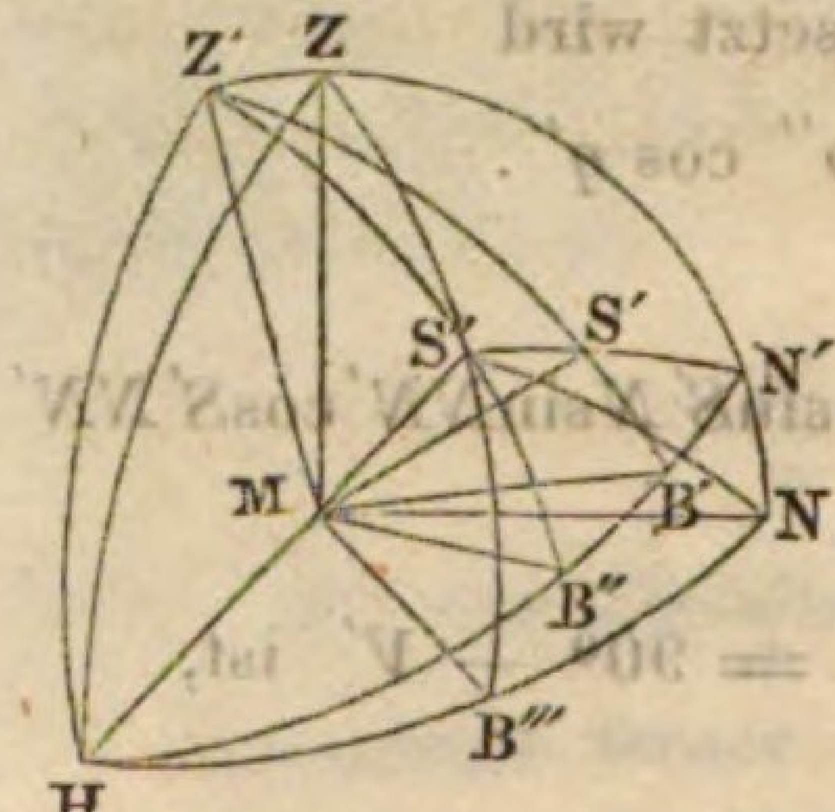
Da ferner

$$\sin \varphi'' : \sin \varphi''' = \sin q'' : \sin q''' \text{ ist,}$$

so folgt

$$\sin q''' = n . \sin q''$$

Fig. 23.



und aus

$$\operatorname{tg} p'' : \operatorname{tg} p''' = \operatorname{tg} \varphi'' : \operatorname{tg} \varphi'''$$

$$\operatorname{tg} p''' = \operatorname{tg} p'' \,.\, \frac{\operatorname{tg} \varphi'''}{\operatorname{tg} \varphi''} = \operatorname{tg} p'' \,.\, \frac{\sin \varphi''' \,.\, \cos \varphi''}{\sin \varphi'' \,.\, \cos \varphi'''}$$

$$= \operatorname{tg} p''\, n \,.\, \frac{\cos q'' \,.\, \cos p''}{\sqrt{1 - nn \sin^2 \varphi''}} = \frac{n \,.\, \cos q'' \,.\, \sin p''}{\sqrt{1 - nn \,.\, \sin^2 \varphi''}};$$

also

$$\sin p''' = \frac{n \cos q'' \sin p''}{\sqrt{1 - nn \sin^2 \varphi'' + nn \cos^2 q'' \,.\, \sin^2 p''}} \text{ und}$$

$$\cos p''' = \sqrt{\frac{1 - nn \sin^2 \varphi''}{1 - nn \sin^2 \varphi'' + nn \cos^2 q'' \sin^2 p''}}.$$

Ferner ist

$$\cos ZS'' = \cos ZZ' \,.\, \cos Z'S'' + \sin ZZ' \,.\, \sin Z'S'' \,.\, \cos ZZ'S'',$$

woraus, da

$$ZS'' = 90^0 - B'''S'' = 90^0 - Q$$

$$Z'S'' = 90^0 - B''S'' = 90^0 - q'''$$

$$\text{und } ZZ'S'' = N'B'' = p''' \text{ ist,}$$

$$\sin Q = \sin q''' \cos \alpha + \sin \alpha \,.\, \cos q''' \cos p''' \text{ folgt.}$$

Endlich ergiebt sich

$$\cos P = \frac{\cos NS''}{\cos Q},$$

welches, da

$$\cos NS'' = \cos NN' \,.\, \cos N'S'' + \sin NN' \sin N'S'' \,.\, \cos NN'S''$$

$$NN'S'' = 90^0 + B'N'S',$$

oder

$$\cos NN'S'' = - \sin B'N'S'$$

und

$$\sin B'N'S' = \frac{\sin S'B'}{\sin S'N'} = \frac{\sin q''}{\sin \varphi''},$$

oder

$$\cos NN'S'' = - \frac{\sin q''}{\sin \varphi''} \text{ ist,}$$

ergiebt:

$$\cos P = \frac{\cos \alpha \,.\, \cos \varphi'''}{\cos Q} - \frac{\sin \alpha \,.\, \sin \varphi''' \,.\, \sin q''}{\sin \varphi'' \cos Q}$$

$$= \frac{\cos \alpha \,.\, \cos \varphi''' - n \,.\, \sin \alpha \,.\, \sin q''}{\cos Q}$$

$$= \frac{\cos \alpha \,.\, \cos \varphi''' - \sin \alpha \,.\, \sin q'''}{\cos Q}.$$

Mit Hülfe dieser Formeln lassen sich, wenn p, q, α und n gegeben sind, P und Q berechnen, also die Richtung des austretenden Strahls finden.

Da aber die allgemeinen Ausdrücke sehr verwickelt sind, so wollen wir den Fall betrachten, wo die einfallenden Strahlen sämmtlich in einer horizontalen Ebene liegen, also $q = 0$ ist, und folglich $\sin q = 0$, $\cos q = 1$; alsdann erhält man:

$$\sin p' = \frac{\sin p}{n}, \quad \cos p' = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 p}{nn}}, \quad \sin q' = 0, \quad \cos q' = 1,$$

$$\cos \varphi'' = \cos p' \,.\, \cos \alpha = \frac{\cos \alpha \sqrt{nn - \sin^2 p}}{n},$$

$$\sin \varphi'' = \frac{\sqrt{nn \,.\, \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \,.\, \sin^2 p}}{n},$$

$$\sin q'' = -\sin \alpha \,.\, \cos p' = -\frac{\sin \alpha \sqrt{nn - \sin^2 p}}{n},$$

$$\cos q'' = \frac{\sqrt{nn \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 p}}{n},$$

$$\cos p'' = \sqrt{\frac{nn \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 p}{nn \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 p}},$$

$$\sin p'' = \frac{\sin p}{\sqrt{nn \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 p}},$$

$$\sin q''' = -\sin \alpha \sqrt{nn - \sin^2 p},$$

$$\cos q''' = \sqrt{1 - nn \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 p},$$

$$\sin p''' = \frac{\sin p}{\sqrt{1 - nn \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 p}},$$

$$\cos p''' = \sqrt{\frac{1 - nn \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 p}{1 - nn \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2 p}},$$

$$\sin Q = -\sin \alpha \cos \alpha \sqrt{nn - \sin^2 p} + \sin \alpha \sqrt{1 - nn \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 p}$$
$$= -\sin \alpha \left(\cos \alpha \sqrt{nn - \sin p} - \sqrt{1 - nn \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin p}\right).$$

Es ergiebt sich also, dass die horizontal einfallenden Strahlen nach dem Durchgange gegen den Horizont unter verschiedenen von dem Winkel p abhängigen Winkeln geneigt sind. Es bezeichne nun Q_0 den Werth von Q, welcher $p = 0$ entspricht, so wird

$$\sin Q_0 = -\sin \alpha \left(n \cos \alpha - \sqrt{1 - nn \sin^2 \alpha}\right).$$

Nun ist:

$$\sqrt{1 - \frac{\sin^2 p}{nn}} = \left(1 - \frac{\sin^2 p}{nn}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 - \tfrac{1}{2} \frac{\sin^2 p}{nn} - \tfrac{1}{8} \frac{\sin^4 p}{n^4}$$
$$- \tfrac{1}{16} \frac{\sin^6 p}{n^6} - \ldots$$

worin lauter negative Glieder folgen, die aber, wenn, wie wir es voraussetzen, $n > 1$ ist, sehr rasch abnehmen, und zwar um so mehr, je kleiner p ist.

Ebenso ist auch

$$\sqrt{1 - \frac{\cos^2\alpha \sin^2 p}{1 - nn \sin^2\alpha}} = 1 - \tfrac{1}{2} \frac{\cos^2\alpha \sin^2 p}{1 - nn\sin^2\alpha} - \tfrac{1}{8} \frac{\cos^4\alpha \sin^4 p}{(1 - nn\sin^2\alpha)^2}$$

$$- \tfrac{1}{16} \frac{\cos^6\alpha \sin^6 p}{(1 - nn\sin^2\alpha)^3} - \ldots$$

Also wird

$$\cos\alpha \sqrt{nn - \sin^2 p} - \sqrt{1 - nn\sin^2\alpha - \cos^2\alpha \sin^2 p} = n\cos\alpha \sqrt{1 - \frac{\sin^2 p}{nn}}$$

$$- \sqrt{1 - nn\sin^2\alpha} \sqrt{1 - \frac{\cos^2\alpha \sin^2 p}{1 - nn\sin^2\alpha}}$$

$$= n\cos\alpha - \tfrac{1}{2} \frac{\cos\alpha \,.\, \sin^2 p}{n} - \tfrac{1}{8} \frac{\cos\alpha \sin^4 p}{n^3} - \tfrac{1}{16} \frac{\cos\alpha \sin^6 p}{n^5} - \ldots$$

$$- \sqrt{1 - nn\sin^2\alpha} + \tfrac{1}{2} \frac{\cos^2\alpha \sin^2 p}{\sqrt{1 - nn\sin^2\alpha}} + \tfrac{1}{8} \frac{\cos^4\alpha \sin^4 p}{(1 - nn\sin^2\alpha)^{\frac{3}{2}}} + \tfrac{1}{16} \frac{\cos^6\alpha \sin^6 p}{(1 - nn\sin^2\alpha)^{\frac{5}{2}}} + \ldots$$

$$= n \,.\, \cos\alpha - \sqrt{1 - nn\sin^2\alpha} + \tfrac{1}{2}\cos\alpha \sin^2 p \Big(\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1 - nn\sin^2\alpha}}$$

$$+ \tfrac{1}{4} \frac{\cos^3\alpha \sin^2 p}{(1 - nn\sin^2\alpha)^{\frac{3}{2}}} + \tfrac{1}{8} \frac{\cos^5\alpha \sin^4 p}{(1 - nn\sin^2\alpha)^{\frac{5}{2}}} + \ldots$$

$$- \frac{1}{n} - \tfrac{1}{4} \frac{\sin^2 p}{n^3} - \tfrac{1}{8} \frac{\sin^4 p}{n^5} - \ldots \Big)$$

Nun ist aber:

$$nn\cos^2\alpha > 1 - nn\sin^2\alpha, \text{ wenn } n > 1 \text{ ist,}$$

folglich

$$\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1 - nn\sin\alpha}} > \frac{1}{n},$$

also auch

$$\frac{\cos^i\alpha \,.\, \sin^{i-1} p}{(1 - nn\sin^2\alpha)^{\frac{i}{2}}} > \frac{\sin^{i-1} p}{n^i},$$

wo i eine ganze Zahl bedeutet; folglich ist:

$$\cos\alpha \sqrt{nn - \sin^2 p} - \sqrt{1 - nn\sin^2\alpha - \cos^2\alpha \sin^2 p}$$

$$= n\cos\alpha - \sqrt{1 - nn\sin^2\alpha} + \tfrac{1}{2}\cos\alpha \sin^2 p A,$$

wo A eine positive Zahl ist, und daher

$$\sin Q = \sin Q_0 - \tfrac{1}{2} \sin\alpha \cos\alpha \sin^2 p \,.\, A.$$

Da aber $\sin Q$ und $\sin Q_0$ beide negativ sind, so ist, vom Zeichen abgesehen, Q immer grösser als Q_0, und zwar um so mehr, je grösser p ist.

Es folgt hieraus also, dass die in einer Horizontalebene einfallenden Strahlen gleicher Brechbarkeit nach dem Austritte eine gekrümmte Fläche bilden, welche ihre convexe Seite der Einfallsebene zuwendet, und für den im Hauptschnitte einfallenden Strahl der Einfallsebene am nächsten liegt.

Aehnliches würde sich aber auch für die von jeder andern der brechenden Kante parallelen Geraden ausgehenden Strahlen ergeben; eine solche muss daher, durch ein Prisma gesehen, bogenförmig gekrümmt erscheinen, und zwar mit der concaven Seite der brechenden Kante zugewendet.

Da jedoch in dem Werthe von $\sin Q - \sin Q_0$ die einzelnen Glieder $\sin^2 p$ und dessen Potenzen enthalten, so ergiebt sich, dass für solche Strahlen, welche nur wenig gegen den Hauptschnitt geneigt einfallen, diese Differenz nur gering, die Krümmung also nur unbeträchtlich, bei kürzeren Linien daher fast ganz zu vernachlässigen sein wird.

Uebrigens ist klar, dass, wenn die leuchtende Linie farbloses Licht aussendet, für einen jeden Werth von n sich ein solcher Bogen bilden wird, welche sich nun, ähnlich wie im Spectrum, das von einem leuchtenden Punkte gebildet wird, an einander schliessen, so dass bei nach unten gerichteter brechender Kante der unterste am wenigsten abgelenkte Bogen roth, der oberste violett erscheint.

Gehen die Lichtstrahlen von einer leuchtenden Fläche aus, so können wir diese in Linien zerlegt denken, welche der brechenden Kante parallel sind. Jede derselben bringt ein in der beschriebenen Weise gestaltetes Spectrum hervor, und indem in der Mitte die Spectra der verschiedenen Linien sich mit ihren ungleichen Theilen über einander legen, erscheint die Fläche in der Mitte farblos, an dem obern und untern Rande aber mit ähnlichen Farbensäumen versehen, wie diese an den Endpunkten einer im Hauptschnitte befindlichen leuchtenden Linie sich zeigen, womit wir uns im vorigen Paragraphen beschäftigt haben.

Ebenso wie dort ergiebt sich auch, dass ein dunkler flächenartiger Streif auf hellem Grunde hinsichtlich der Farbenordnung an den Rändern die entgegengesetzte Erscheinung darbieten muss, wie ein heller flächenartiger Streif auf dunkelem Grunde.

§. 134.

Die Formel, welche die Beziehung zwischen dem Einfallswinkel φ und dem Brechungswinkel χ darstellt, nämlich

$$\sin \varphi = n \sin \chi$$

führt auf eine merkwürdige Erscheinung in einzelnen Fällen.

Geht nämlich das Licht aus der Luft in Wasser, Glas u. s. w., überhaupt in ein Mittel über, dessen Brechungsverhältniss > 1 ist, so entspricht jedem Werthe des Einfallswinkels φ ein bestimmter Werth von χ,

weil dann immer $\frac{\sin\varphi}{n} < 1$ ist, und sich daher immer ein Winkel χ findet, dessen Sinus der Zahl $\frac{\sin\varphi}{n}$ gleich ist. Die Grösse des Brechungswinkels kann aber ein bestimmtes Maximum nicht überschreiten, da φ immer zwischen den Grenzen 0 und 90° liegt, also $\sin\varphi$ zwischen 0 und 1, so dass $\frac{1}{n}$ der grösste Werth von $\sin\chi$ ist; sei χ' dieses Maximum von χ.

Da nun aber bei dem umgekehrten Gange der Lichtstrahlen aus dem zweiten Mittel in das erste, wenn der Brechungswinkel zum Einfallswinkel wird, der frühere Einfallswinkel zum Brechungswinkel wird, so entsprechen zwar allen Einfallswinkeln, die kleiner als χ' sind, zwischen 0 und 90° liegende Brechungswinkel, aber wenn der Einfallswinkel grösser als χ' wird, so giebt es keinen Brechungswinkel mehr. Es folgt das auch direct aus der obigen Gleichung, wenn man darin $n < 1$ annimmt; wird φ so gross genommen, dass $\sin\varphi > n$ ist, so muss $\sin\chi > 1$ werden, d. h. χ wird imaginair.

In diesem Falle findet daher gar keine Brechung statt, die Grenzfläche ist für die Lichtstrahlen völlig undurchdringlich, und es bleibt nur die an derselben stattfindende Reflexion, welche dann totale Reflexion genannt wird.

Es kann dieses z. B. an der zweiten Grenzfläche eines Glasprismas stattfinden. Für den Winkel ψ, welchen ein aus einem Prisma tretender Strahl mit der Normale der Austrittsebene bildet, haben wir, wenn α den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet, die Gleichung abgeleitet:

$$\sin\psi = \sin\alpha\sqrt{nn - \sin^2\varphi} - \cos\alpha\sin\varphi.$$

Damit ψ einen möglichen Werth erhalte, muss daher

$$\sin\alpha\sqrt{nn - \sin^2\varphi} - \cos\alpha\sin\varphi < 1 \text{ sein,}$$

oder

$$\sin\alpha\sqrt{nn - \sin^2\varphi} < 1 + \cos\alpha\sin\varphi,$$

oder

$$nn\sin^2\alpha - \sin^2\alpha\sin^2\varphi < 1 + \cos^2\alpha\sin^2\varphi + 2\cos\alpha\sin\varphi,$$

oder

$$nn\sin^2\alpha - 1 < \sin^2\varphi + 2\cos\alpha\sin\varphi,$$

oder

$$nn\sin^2\alpha - \sin^2\alpha < \sin^2\varphi + 2\cos\alpha\sin\varphi + \cos^2\alpha,$$

oder

$$(nn - 1)\sin^2\alpha < (\sin\varphi + \cos\alpha)^2,$$

oder

$$\sin\varphi > \sin\alpha\sqrt{nn - 1} - \cos\alpha.$$

Betrachten wir ein Prisma von Flintglas, dessen Querschnitt ein gleichschenkliches rechtwinkliches Dreieck vorstellt, und nehmen wir den einen

spitzen Winkel von 45⁰ als brechenden Winkel an, so ist $n = 1{,}65$ und $\alpha = 45^0$, folglich wird

$$\sqrt{nn - 1} = 1{,}3124, \qquad \sin\alpha = \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1{,}4142},$$

also muss

$$\sin\varphi > \frac{0{,}3124}{1{,}4142} = 0{,}2209 \text{ sein,}$$

oder

$$\varphi > 12^0\, 45',7.$$

Alle Strahlen, welche unter kleinern Einfallswinkeln als dieser auf die eine Kathetenfläche eines solchen Prismas fallen, können zwar in das Innere desselben eindringen, aber indem sie auf die Hypotenusenfläche fallen, können sie durch diese nicht hindurchgehen, sondern werden hier vollständig reflectirt, wodurch sie auf die zweite Kathetenfläche unter denselben Winkeln fallen, unter welchen sie die erste verliessen, und aus dieser in die Luft unter denselben Winkeln treten, unter denen sie auf die erste fielen. Ein derartiges Prisma verhält sich also für solche Strahlen ganz ebenso wie ein ebener Spiegel, der an die Stelle der Hypotenusenfläche des Prismas gesetzt würde. Da die Intensität der total reflectirten Strahlen sehr gross, ja, so weit man beurtheilen kann, der der einfallenden völlig gleich ist, so wendet man derartige Prismen nicht selten statt ebener Spiegel an, z. B. am sogenannten Prismenkreise, der in ähnlicher Weise wie ein Spiegelsextant gebraucht wird.

Sieht man durch eine der Kathetenflächen normal in ein solches Prisma, während vor der andern sich eine helle Fläche befindet, so erscheint die Hypotenusenfläche sehr hell erleuchtet, gerade so, als befände sich ein hell erleuchteter polirter Metallspiegel an der Stelle derselben.

Eine ähnliche Erscheinung zeigt sich auch an einer mit Luft erfüllten Glasröhre, wenn diese mit einem verschlossenen Ende unter gehöriger Neigung unter Wasser getaucht wird. An der Grenzfläche des Glases und der Luft findet dann eine totale Reflexion des von oben auf diese fallenden Lichtes statt, welche den Anschein hervorbringt, als befände sich in der Röhre ein vollkommen glänzender Metallspiegel, wie er z. B. sich zeigt, wenn die Röhre, mit reinem Quecksilber gefüllt, in der Luft betrachtet wird.

§. 135.

Wir haben im §. 128 eine Methode kennen gelernt, wodurch man mit Genauigkeit das Brechungsverhältniss eines Körpers für einen bestimmten Strahl des Spectrums bestimmen kann, indem man dem Körper eine prismatische Gestalt giebt, und die kleinste Ablenkung beobachtet, welche dadurch der betreffende Strahl erfährt, und zugleich den brechenden Winkel misst.

Auf feste Körper lässt sich diese Methode unmittelbar anwenden, um aber die Brechungsverhältnisse von Flüssigkeiten mittelst derselben zu bestimmen, muss man sie in Gefässe einschliessen, deren innerer Raum eine prismatische Gestalt besitzt. Die Gefässwände müssen natürlich durchsichtig, also z. B. von Glas sein, und vollkommen planparallele Platten bilden, damit der Einfluss der Brechung in ihnen eliminirt werde, indem der Durchgang durch eine planparallele Platte die Richtung eines Lichtstrahles nicht ändert.

Auf diese Weise kann man auch Gase dem Versuche unterwerfen, wie es vorzüglich von Arago und Biot geschehen ist, und findet dann, dass auch diese eine zwar im Vergleich mit der der festen und flüssigen Körper nur geringe Brechung hervorbringen.

Wenn man nun diese Versuche mit einem und demselben Gase anstellt, diesem aber in den verschiedenen Versuchen verschiedene Dichtigkeiten giebt, so ergeben sich verschiedene Brechungsverhältnisse desselben, indem jedes Gas bei einer geringern Dichtigkeit auch ein geringeres Brechungsverhältniss besitzt.

Wenn man z. B. den Apparat mit atmosphärischer Luft von der Dichtigkeit der umgebenden Luft füllt, so findet gar keine Brechung statt, oder es ergiebt sich $n = 1$; verdichtet man die Luft im Apparate, so wird das Licht von der brechenden Kante weg abgelenkt, oder n wird grösser als 1, verdünnt man die Luft aber, so wird das Licht der brechenden Kante zugebrochen, oder n wird kleiner als 1.

Bezeichnet 1 die Dichtigkeit der äussern Luft und d die der innern, ferner m das aus der Ablenkung sich ergebende Brechungsverhältniss, so ergiebt sich die Gleichung:

$$m'm' = \frac{1 + d\,.\,a}{1 + a},$$

worin a ein constanter Factor ist; es entspricht z. B. dem Werthe von

$$d = \tfrac{1}{10} \text{ der Werth } m' = 0{,}99974 \text{ und}$$

$$d = 10 \text{ der Werth } m' = 1{,}00264.$$

Setzt man diese Werthe in jene Gleichung, so ergiebt sich:

$$0{,}99974^2 + 0{,}99974^2\,.\,a = 1 + 0{,}1\,.\,a \text{ und}$$

$$1{,}00264^2 + 1{,}00264^2\,.\,a = 1 + 10\,.\,a, \text{ oder}$$

$$a(0{,}99974^2 - 0{,}1) = 1 - 0{,}99974^2 \text{ und}$$

$$a(10 - 1{,}00264^2) = 1{,}00264^2 - 1.$$

Aus der ersten Gleichung folgt

$$a = 0{,}000578$$

und aus der zweiten

$$a = 0{,}000589$$

also zwei Werthe, welche fast genau mit einander übereinstimmen. Berechnet man hieraus m' für einen andern Werth von d nach der Formel

$$m' = \sqrt{\frac{1 + d \,.\, 0{,}000584}{1{,}000584}},$$

so stimmt der berechnete Werth mit dem beobachteten überein.

Aus dieser Formel kann man die Erscheinung berechnen, welche eintreten würde, wenn man die Dichtigkeit d der Luft $= 0$ machen könnte, d. h. wenn die Strahlen durch einen völlig leeren Raum gingen. Setzt man nämlich $d = 0$, so wird

$$m' = \frac{1}{\sqrt{1{,}000584}} = \frac{1}{1{,}000292}.$$

Umgekehrt also ist 1,000292 das Brechungsverhältniss, welches stattfindet, wenn das Licht aus dem leeren Raume in die atmosphärische Luft von normaler Dichtigkeit tritt.

Man nennt dieses das absolute Brechungsverhältniss dieser Luft, indem man unter dem absoluten Brechungsverhältniss eines Körpers dasjenige versteht, welches für den Eintritt der Lichtstrahlen aus dem leeren Raum in ihn gilt.

Kennt man das relative Brechungsverhältniss n' eines Körpers für den Eintritt der Lichtstrahlen aus der atmosphärischen Luft in denselben, so ergiebt sich das absolute n desselben Körpers leicht, indem man n' mit $m = 1{,}000292$, dem absoluten Brechungsverhältnisse der atmosphärischen Luft, multiplicirt.

Bei den Gasen kann man statt des Brechungsverhältnisses eine andere Constante einführen, die von der Dichtigkeit unabhängig ist, und die Brechung in demselben bestimmt. Bezeichnet man nämlich durch n das absolute Brechungsverhältniss der Luft von der Dichtigkeit d, so ist

$$nn = 1 + da, \text{ oder}$$

$$\frac{nn - 1}{d} = a.$$

Diese constante Grösse a nennt man das specifische Brechungsvermögen der Luft; und $ad = nn - 1$ die brechende Kraft derselben.

Für andere Gase als die atmosphärische Luft gelten dieselben Gesetze, nur hat darin die Constante a verschiedene Werthe.

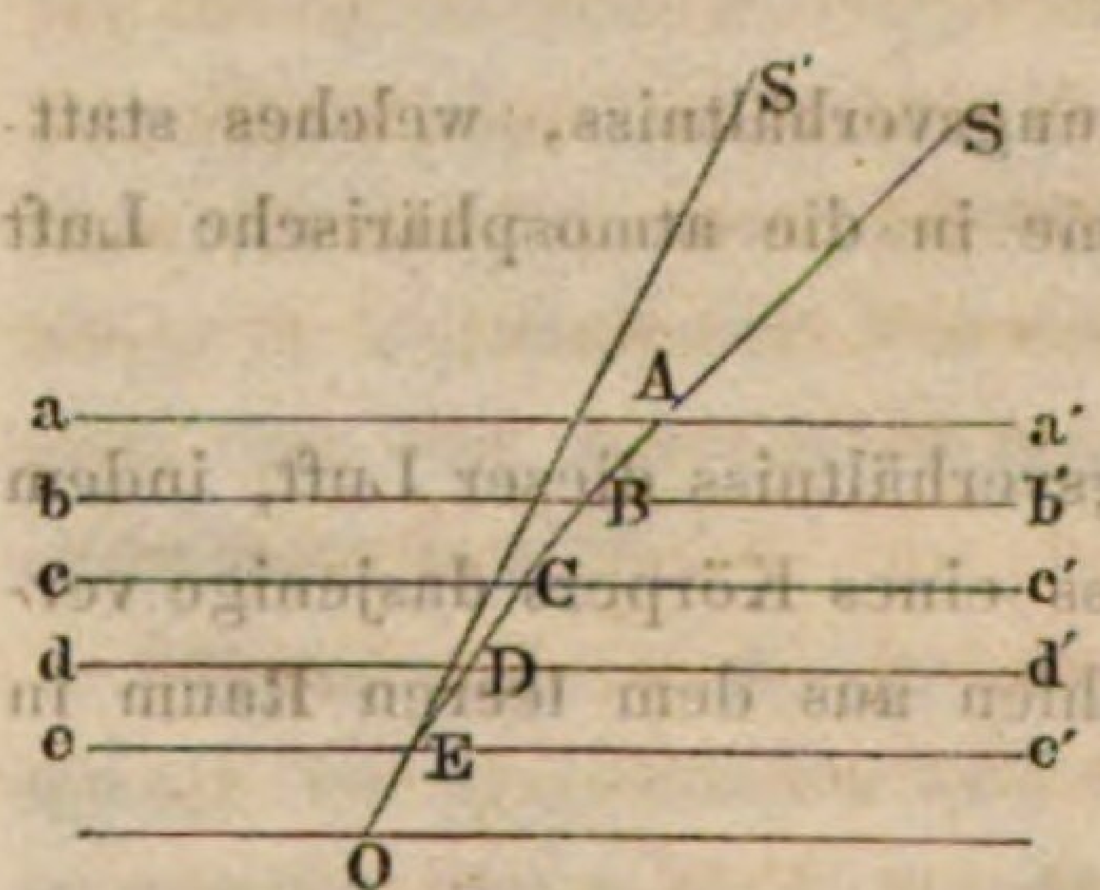
§. 136.

Durch die ungleiche Brechung des Lichtes in Luft verschiedener Dichtigkeit werden einige bemerkenswerthe Erscheinungen in der Atmosphäre bedingt.

Ein von Aussen, z. B. von einem Fixsterne her, in sie eindringender Lichtstrahl muss, um bis zur Oberfläche der Erde zu gelangen, die verschiedenen Schichten ungleicher Dichtigkeit derselben durchlaufen. Er wird also nicht nur beim Eintritte in dieselbe eine Brechung erleiden, sondern die Brechung wiederholt sich jedesmal, wenn er in eine dichtere Luftmasse eintritt.

Betrachten wir die Dichtigkeit der Atmosphäre sich sprungweise von Schicht zu Schicht ändernd, die durch horizontale Flächen von einander getrennt sind, welche in der hier in Betracht kommenden Ausdehnung als eben angesehen werden können, und stellen aa', bb', cc' . . . (Fig. 24) die Durchschnitte dieser Ebenen mit der Einfallsebene eines in der Richtung SA auf die Atmosphäre fallenden Strahles vor, so wird derselbe in der Atmosphäre eine gebrochene Linie wie $ABCDEO$ bilden, deren Neigung gegen den Horizont nach Unten hin immer grösser wird. Ein in O befindliches Auge wird daher den Punkt S in der Richtung OS', des letzten Theils dieser gebrochenen Linie, sehen. Daraus ergiebt sich, dass in der Wirklichkeit, wo die Dichtigkeit allmählig nach Unten hin zunimmt, der Strahl in der Atmosphäre eine gekrümmte Linie bilden wird, welche ihre concave Seite nach Unten wendet, so dass der Punkt, von welchem er ausgeht, in der Richtung der Tangente an diese Curve gesehen wird, also in einer grössern Höhe über dem Horizonte erscheint, als in welcher er sich wirklich befindet.

Fig. 24.



Man sieht leicht, dass ein normal durch die Atmosphäre dringender Strahl keine Brechung erleidet, dass aber die Ablenkung um so grösser ist, in je kleinerer Höhe über dem Horizonte sich der Stern befindet.

Aus dem bekannten Brechungsvermögen der Luft und dem Gesetze der Aenderung der Dichtigkeit der Atmosphäre lässt sich nun für verschiedene Neigungen der einfallenden Strahlen gegen den Horizont der Betrag dieser sogenannten astronomischen Strahlenbrechung berechnen. Unter den mittlern Verhältnissen der Atmosphäre beträgt sie für horizontal einfallende Strahlen etwa 33′, so dass, wenn der untere Rand der Sonne gerade im Horizont steht, er schon in einer Höhe von 33′ über demselben erscheint. Mit der wachsenden Neigung der Strahlen gegen den Horizont nimmt aber dieser Winkel sehr rasch ab, so dass er für den obern Rand der Sonne in der genannten Stellung nur 28′ beträgt, die unmittelbar über dem Horizonte stehende Sonne also nicht als eine kreisförmige sondern als eine elliptische Scheibe mit vertical stehender kleiner Achse erscheint.

Eine Folge der Strahlenbrechung ist es, dass die Sonne schon oder noch über dem Horizonte erscheint, wenn sie in Wahrheit Morgens oder Abends unter demselben steht, die Tage also im Vergleich mit der Nacht verlängert werden. In unsern Breiten, wo die Sonne nicht lange in der Nähe des Horizontes verbleibt, ist freilich diese Verlängerung nur unbedeutend; in höheren Breiten aber kann sie sehr beträchtlich werden, wie z. B. Parry bei seiner Ueberwinterung auf der Melville-Insel die längste Nacht um 12 Tage abgekürzt fand.

Da die Dichtigkeitsverhältnisse der Atmosphäre nicht immer dieselben sind, so können auch in dem Betrage der astronomischen Strahlenbrechung Schwankungen stattfinden, welche bei astronomischen Beobachtungen berücksichtigt werden müssen. In der Nähe des Horizonts haben diese Schwankungen eine weit beträchtlichere Grösse als in der Nähe des Zeniths, die Unsicherheit ist daselbst also viel grösser, und daher pflegt man die astronomischen Beobachtungen bei den möglich grössten Höhen der Sterne vorzunehmen.

Man kann übrigens den Betrag der Strahlenbrechung beobachten, indem man zu zwei verschiedenen Zeiten die Höhen eines und desselben Sterns beobachtet; die Differenz des beobachteten Höhenunterschiedes und des aus der Achsendrehung der Erde berechneten ist der Wirkung der Strahlenbrechung zuzuschreiben.

Indem man dieses in verschiedenen Höhen ausführt, und viele Beobachtungen combinirt, kann man selbst das Brechungsvermögen der Luft bestimmen, wie dieses von Delambre geschehen ist, der so einen mit dem von Arago und Biot direct ermittelten übereinstimmenden Werth desselben erhalten hat.

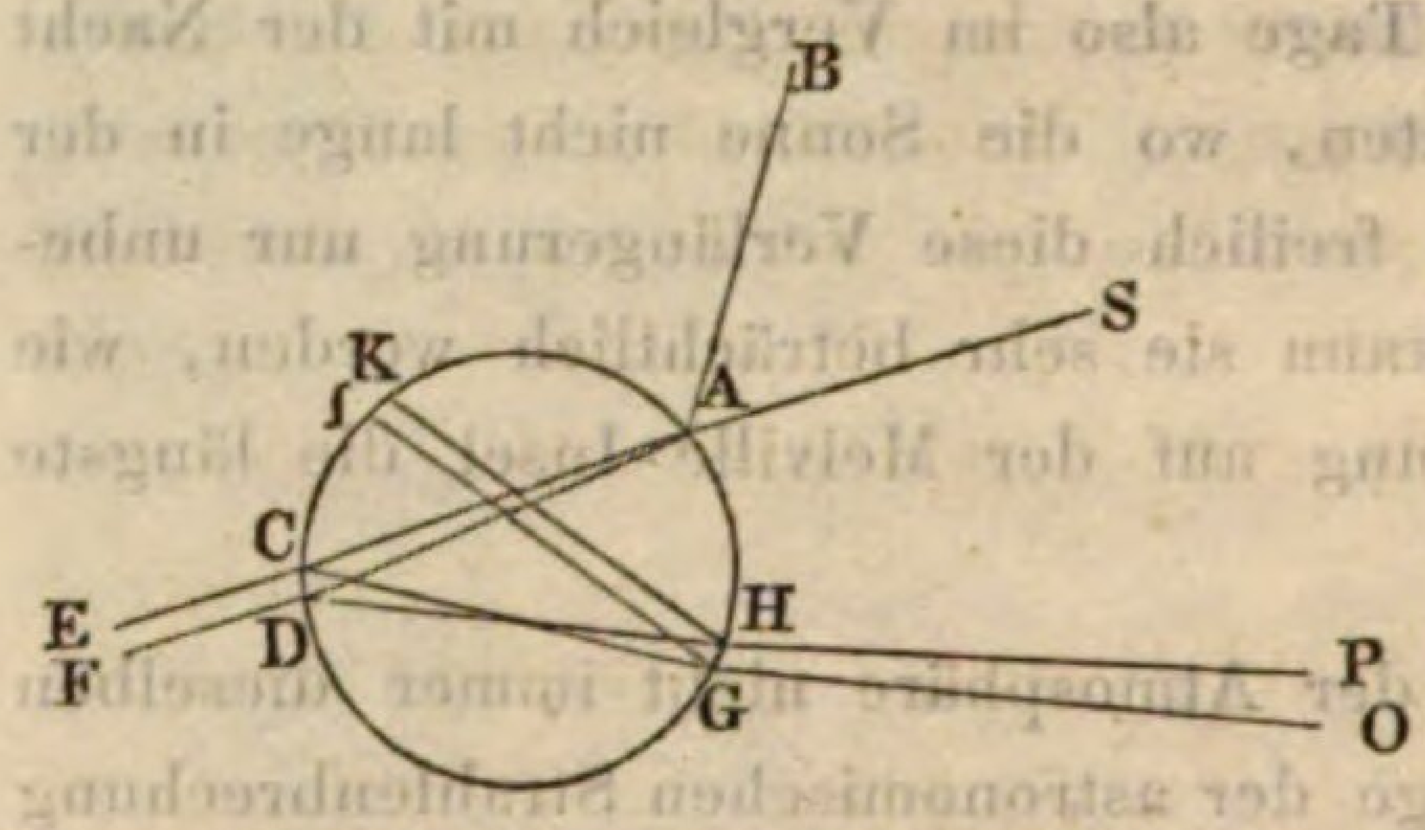
Auch bei Messungen auf der Erde, wo die Lichtstrahlen durch die Luftschichten verschiedener Dichtigkeiten gehen, z. B. bei trigonometrischen Höhenmessungen, wird durch die Strahlenbrechung eine Unsicherheit bedingt.

Wenn die Atmosphäre hinsichtlich ihrer Dichtigkeit und der Aenderungen derselben von ihrem regelmässigen Zustande abweicht, so werden durch die Strahlenbrechung seltnere Erscheinungen, wie die sogenannten Kimmungen, Depressionen des Horizontes und Luftspiegelungen veranlasst, deren genauere Betrachtung indess in die optische Meteorologie zu verweisen ist.

Zu den häufiger sich zeigenden optisch-meteorologischen Erscheinungen, die durch die Brechung des Lichtes veranlasst werden, gehört der Regenbogen. Ohne auf eine genauere Analyse der Erscheinung einzugehen, möge hier nur bemerkt werden, dass derselbe seine Entstehung einer zweimaligen Brechung der von der Sonne auf eine von Regentropfen gebildete Wand fallenden Strahlen, verbunden mit Dispersion und einer einmaligen Reflexion

im Innern der Tropfen verdankt. Stellt F (Fig. 25) den Durchschnitt eines Tropfens vor, SA einen auf denselben fallenden Lichtstrahl, so wird dieser theils nach AB reflectirt, theils gebrochen, wodurch das Spectrum CD im Tropfen entsteht; die dasselbe bildenden farbigen Strahlen AC, AD werden an der Rückwand theils gebrochen in CE und DF, theils nach der vordern Wand nach G und H reflectirt, und hier zum Theil wieder nach I, K reflectirt, zum Theil nach O, P gebrochen. Ein in O befindliches Auge sieht also nur den rothen von S kommenden Strahl, während die übrigen farbigen Strahlen in von GO divergirenden Richtungen höher fallen. Von tiefern Regentropfen aus kommen aber diese ebenfalls nach O, und so erscheint in einer durch die Sonne, das Auge und den Mittelpunkt des Tropfens gelegten Ebene ein oben rothes, unten violettes Spectrum. Indem die seitwärts liegenden Tropfen ähnliche Spectren erzeugen, schliessen sich diese zu einem nach Oben convexen Bogen an einander.

Fig. 25.



In ähnlicher Weise entsteht durch eine zweimalige Brechung und zweimalige Reflexion der Strahlen in den Regentropfen der Nebenregenbogen, der häufig den Hauptregenbogen äusserlich mit entgegengesetzter Aufeinanderfolge der Farben begleitet.

§. 137.

Von einer grossen praktischen Wichtigkeit sowohl für optische Untersuchungen als für andere Zwecke sind die Erscheinungen, die durch die Brechung des Lichtes in solchen Gläsern hervorgebracht werden, die durch Segmente von Kugelflächen begrenzt sind, und die man Linsen nennt.

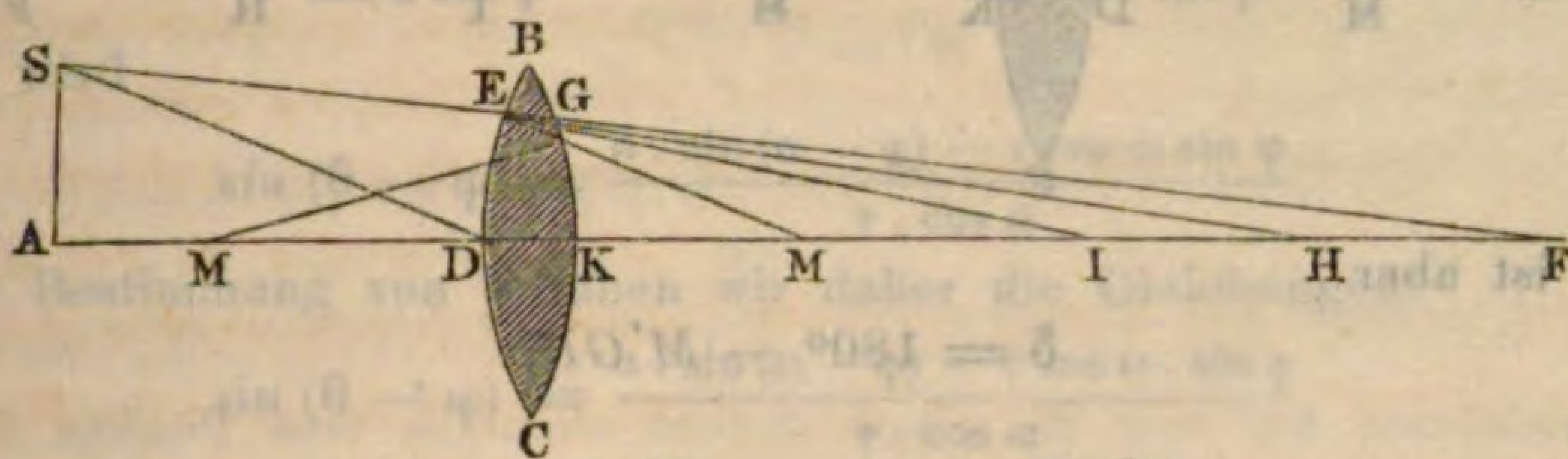
Man unterscheidet convexe und concave Linsen, je nachdem sie in der Mitte dicker als am Rande sind, oder umgekehrt. Die convexen Linsen zerfallen wieder in biconvexe, planconvexe und concavconvexe, je nachdem die Linse von zwei convexen Kugelsegmenten, oder einem convexen und einer Ebene, oder von einem convexen und einem concaven Kugelsegmente begrenzt wird, in welchem letztern Falle die erste Fläche stärker als die zweite gekrümmt sein, d. h. einer Kugel von kleinerem Halbmesser als die zweite angehören muss; und in ganz ähnlicher Weise zerfallen die concaven Linsen in biconcave, planconcave und convexconcave.

Die durch die Mittelpunkte der beiden Kugelflächen gelegte Gerade heisst die Hauptachse der Linse, der Abstand der beiden Flächen auf dieser von einander die Linsendicke, die hierauf senkrecht stehende grösste Sehne, welche

die Linse noch trifft, die Linsenweite, und solche Strahlen, welche nahe der Achse auf die Linse fallen, nennt man Centralstrahlen.

Sei nun $AM'DKMIHF$ (Fig. 26) die Achse einer biconvexen Linse,

Fig. 26.



deren Durchschnitt $BCDK$ sein mag, M und M' die Mitteldunkte, S eni leuchtender Punkt, SA senkrecht auf AF, so wollen wir die Halbmesser der Kugelflächen $MB = r$, $M'B = r'$, die Dicke $DK = d$, $AD = a$, und den Winkel $ADS = \omega$ setzen, und die Ablenkung untersuchen, welche ein Strahl SE erleidet, der bis F verlängert die Achse unter dem Winkel $AFS = \varphi$ schneidet. In E wird dieser Strahl gebrochen, und der gebrochene Strahl schneide im Punkte G die zweite Linsenfläche, und verlängert in H die Achse unter dem Winkel $AHG = \chi$; in G wird der Strahl noch einmal gebrochen, und der zweimal gebrochene Strahl schneide die Achse in I unter dem Winkel $AIG = \psi$. Endlich mögen noch θ und θ' die Winkel AME und $FM'G$ bezeichnen, welche die nach den beiden Punkten E und G gezogenen Radien mit der Achse bilden, so wie b die Entfernung KI des Punktes I von der zweiten Linsenfläche.

Alsdann ist

$$b = KI = M'I - M'K = M'I - r'.$$

Nun ist im Dreiecke $M'IG$

$$M'I : M'G = \sin M'GI : \sin M'IG,$$

oder

$$M'I = \frac{M'G \, . \sin M'GI}{\sin M'IG} = \frac{r' \sin M'GI}{\sin \psi},$$

aber

$$M'GI = 180^0 - (\theta' + \psi),$$

folglich wird

$$b = \frac{r' \, . \sin(\theta' + \psi)}{\sin \psi} - r' = r' \, . \, \frac{\sin(\theta' + \psi) - \sin \psi}{\sin \psi}.$$

Bezeichnet nun ε den zweiten Brechungswinkel, so ist

$$M'GI = 180^0 - \varepsilon,$$

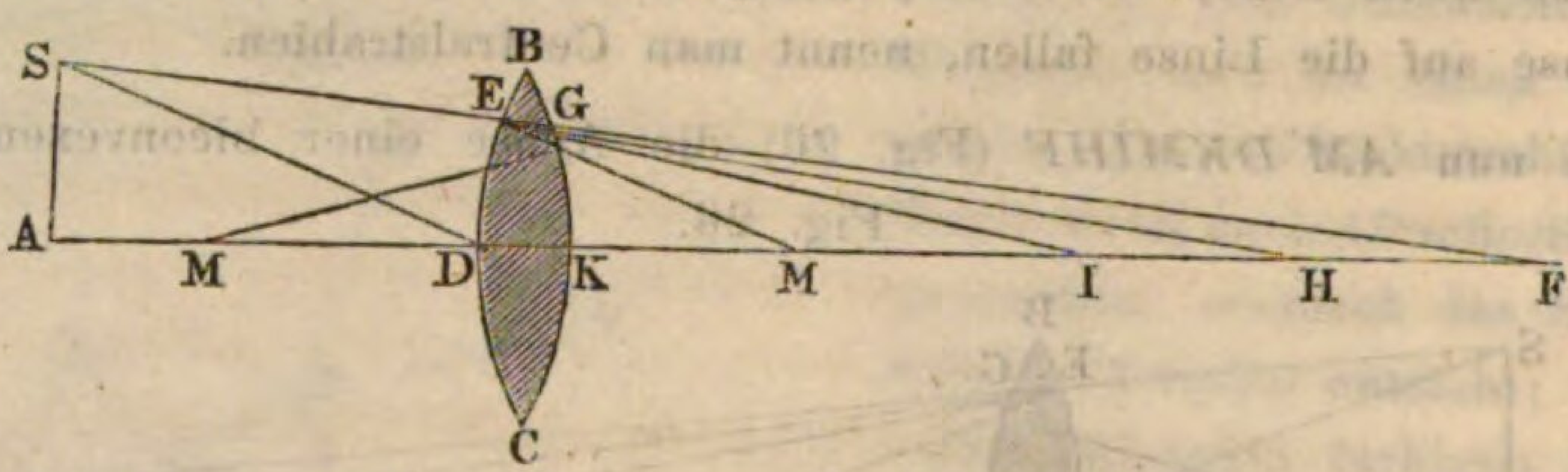
also

$$\theta' + \psi = \varepsilon,$$

und wenn δ der zweite Einfallswinkel und n das Brechungsverhältniss ist, so ist

$$n \sin \delta = \sin \varepsilon.$$

Fig. 26.



Es ist aber

$$\delta = 180^0 - M'GH,$$

oder da

$$M'GH = 180^0 - (\theta' + \chi) \text{ ist,}$$
$$\delta = \theta' + \chi.$$

Folglich wird

$$n \,.\, \sin(\theta' + \chi) = \sin(\theta' + \psi).$$

Aus dem Dreiecke $M'HG$ ergiebt sich

$$M'H : M'G = \sin M'GH : \sin M'HG,$$

oder

$$\sin M'GH = \frac{M'H \,.\, \sin M'HG}{M'G} = \frac{M'H \,.\, \sin \chi}{r'},$$

oder

$$\sin(\theta' + \chi) = \frac{M'H \,.\, \sin\chi}{r'}.$$

Es ist aber

$$M'H = M'M + MH = r + r' - d + MH,$$

und da im Dreiecke MHE

$$MH : ME = \sin MEH : \sin MHE,$$

oder

$$MH = \frac{ME \,.\, \sin MEH}{\sin MHE} = \frac{r \,.\, \sin(\theta - \chi)}{\sin\chi},$$

so wird

$$\sin(\theta' + \chi) = \frac{\sin\chi}{r'}\left(r + r' - d + \frac{r \,.\, \sin(\theta - \chi)}{\sin\chi}\right).$$

Endlich ist

$$n \,.\, \sin(\theta - \chi) = \sin(\theta - \varphi)$$

und $\sin(\theta - \varphi)$ ergiebt sich aus der Gleichung

$$FM : ME = \sin MEF : \sin MFE,$$

oder

$$\sin MEF = \frac{FM \,.\, \sin MFE}{ME} = \frac{FM \,.\, \sin\varphi}{r}.$$

Es ist aber

$$FM = FD - r,$$

und da

$$FD : DS = \sin FDS : \sin DFS,$$

so wird

$$FD = \frac{DS \,.\, \sin FDS}{\sin DFS} = \frac{a}{\cos \omega} \,.\, \frac{\sin(\omega - \varphi)}{\sin \varphi},$$

also $$FM = \frac{a \,.\, \sin(\omega - \varphi)}{\cos \omega \sin \varphi} - r = \frac{a \,.\, \sin(\omega - \varphi) - r \cos \omega \sin \varphi}{\cos \omega \,.\, \sin \varphi}.$$

Folglich wird

$$\sin(\theta - \varphi) = \frac{a \,.\, \sin(\omega - \varphi) - r \cos \omega \sin \varphi}{r \,.\, \cos \omega}.$$

Zur Bestimmung von b haben wir daher die Gleichungen:

$$\sin(\theta - \varphi) = \frac{a \,.\, \sin(\omega - \varphi) - r \cos \omega \,.\, \sin \varphi}{r \,.\, \cos \omega},$$

$$\sin(\theta - \chi) = \frac{\sin(\theta - \varphi)}{n},$$

$$\sin(\theta' + \chi) = \frac{\sin \chi (r + r' - d) + r \,.\, \sin(\theta - \chi)}{r'},$$

$$\sin(\theta' + \psi) = n \,.\, \sin(\theta' + \chi),$$

$$b = r' \frac{\sin(\theta' + \psi) - \sin \psi}{\sin \psi},$$

woraus der Reihe nach, wenn a, ω, φ, r, r' d und n gegeben sind, θ, χ, θ', ψ und b gefunden werden können.

Man kann also aus diesen Formeln berechnen, in welcher Entfernung von der Linse jeder durch dieselbe gegangene Strahl die Linsenachse schneidet, wenn die Dimensionen der Linse, das Brechungsverhältniss und die Lage des leuchtenden Punktes gegen die Linse gegeben sind. Die allgemeine und strenge Auflösung dieser Aufgaben würde freilich zu sehr verwickelten Ausdrücken führen, allein dieselben vereinfachen sich durch gewisse in der Praxis fast immer nahezu erfüllte Voraussetzungen. Sind nämlich die Grenzflächen der Linsen nur kleine Kugelsegmente, so sind θ und θ' immer nur klein; liegt der Punkt S der Linse nicht ganz nahe, in verhältnissmässig kleinem Abstande von der Hauptachse, so dass wir nur die von ihm ausgehenden Centralstrahlen betrachten, so werden auch φ, χ, ψ, ω nur klein sein; dann kann man also statt der Sinus dieser 6 Winkel die Winkel selbst und statt ihrer Cosinus 1 setzen, und es gehen diese Formeln dann in die folgenden über:

$$\theta - \varphi = \frac{a(\omega - \varphi) - r\varphi}{r},$$

$$\theta - \chi = \frac{\theta - \varphi}{n},$$

$$\theta' + \chi = \frac{\chi(r + r' - d) + r(\theta - \chi)}{r'},$$

$$\theta' + \psi = n(\theta' + \chi),$$

$$b = \frac{r'\theta'}{\psi}, \text{ oder:}$$

$$\theta = \frac{a(\omega - \varphi)}{r},$$

$$\chi = \frac{\theta(n-1) + \varphi}{n},$$

$$\theta' = \frac{r\theta - d\chi}{r'},$$

$$\psi = \theta'(n-1) + n\chi,$$

$$b = \frac{r'\theta'}{\psi}.$$

Bezeichnen wir nun für einen andern ebenfalls vom Punkte S ausgegangenen Strahl, der auf die Linse unter dem Winkel φ' gefallen ist, durch χ', ψ', b', η, η' die Werthe der Grössen χ, ψ, b, θ, θ', so ist für diesen ebenfalls:

$$\eta = \frac{a(\omega - \varphi')}{r},$$

$$\chi' = \frac{\eta(n-1) + \varphi'}{n},$$

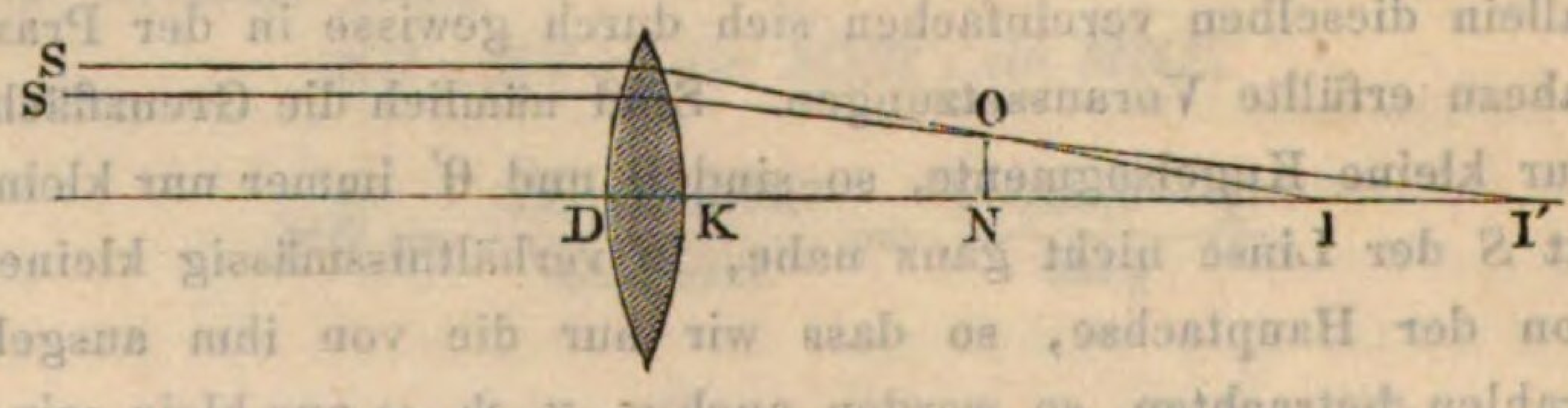
$$\eta' = \frac{r\eta - d\chi'}{r'},$$

$$\psi' = \eta'(n-1) + n\chi',$$

$$b' = \frac{r'\eta'}{\psi'}.$$

Nennen wir nun O (Fig. 27) den Durchschnittspunkt beider gebrochener

Fig. 27.



Strahlen, und fällen von O ein Perpendikel ON auf die Achse, dessen Länge wir $= y$ setzen, während x die Entfernung des Punktes N von der zweiten Linsenfläche bezeichnet, so ist:

$$x = KI - IN = b - IN \text{ und}$$

$$x = KI' - I'N = b' - I'N,$$

und
$$y = IN \,.\, \text{tg}\, \psi,$$

$$y = I'N \,.\, \text{tg}\, \psi',$$

oder
$$IN = y \,.\, \text{cotg}\, \psi,$$

$$I'N = y \,.\, \text{cotg}\, \psi',$$

also
$$x = b - y \,\text{cotg}\, \psi = b' - y \,\text{cotg}\, \psi',$$

also
$$b - b' = y\,(\text{cotg}\, \psi - \text{cotg}\, \psi'),$$

oder

$$y = \frac{b - b'}{\operatorname{cotg}\psi - \operatorname{cotg}\psi'} = \frac{(b - b')\sin\psi \,.\, \sin\psi'}{\cos\psi \,.\, \sin\psi' - \cos\psi'\sin\psi},$$

$$= \frac{(b - b')\sin\psi \,.\, \sin\psi'}{\sin(\psi' - \psi)},$$

und

$$x = b - y \,.\, \operatorname{cotg}\psi = b - \frac{(b - b') \,.\, \cos\psi \,.\, \sin\psi'}{\sin(\psi' - \psi)},$$

$$= \frac{b\sin\psi'\cos\psi - b\cos\psi'\sin\psi - b\cos\psi\sin\psi' + b'\cos\psi\sin\psi}{\sin(\psi' - \psi)},$$

$$= \frac{b \,.\, \cos\psi'\sin\psi - b' \,.\, \cos\psi\sin\psi'}{\sin(\psi - \psi')}.$$

Setzen wir hierin wieder ψ und ψ' für $\sin\psi$ und $\sin\psi'$, und 1 für $\cos\psi$ und $\cos\psi'$, so wird:

$$x = \frac{b\psi - b'\psi'}{\psi - \psi'} \text{ und } y = -\frac{(b - b')\psi' \,.\, \psi}{\psi - \psi'}.$$

Durch Substitution der Werthe von b und b' ergiebt sich hieraus:

$$x = \frac{r'\theta' - r'\eta'}{\psi - \psi'} = r'\frac{\theta' - \eta'}{\psi - \psi'},$$

$$y = -\frac{r'\theta'\psi' - r'\eta'\psi}{\psi - \psi'} = -r'\frac{\theta'\psi' - \eta'\psi}{\psi - \psi'}.$$

Hierin wieder für ψ und ψ' ihre Werthe gesetzt liefert:

$$x = r'\frac{\theta' - \eta'}{(n-1)(\theta' - \eta') + n(\chi - \chi')}$$

und

$$y = -r'\frac{(n-1)(\theta'\eta' - \eta'\theta') + n(\theta'\chi' - \eta'\chi)}{(n-1)(\theta' - \eta') + n(\chi - \chi')},$$

$$= -r'n\frac{\theta'\chi' - \eta'\chi}{(n-1)(\theta' - \eta') + n(\chi - \chi')}.$$

Setzen wir statt θ' und η' ihre Werthe, so wird:

$$x = r'\frac{r(\theta - \eta) - d(\chi - \chi')}{(n-1)r(\theta - \eta) - ([n-1]d - nr')(\chi - \chi')},$$

$$y = -r'n \,.\, \frac{r\theta\chi' - d\chi\chi' + r\eta\chi + d\chi\chi'}{(n-1)r(\theta - \eta) - ([n-1]d - nr')(\chi - \chi')},$$

$$= -rr'n \,.\, \frac{\theta\chi' - \eta\chi}{(n-1)r(\theta - \eta) + (nr' - [n-1]d)(\chi - \chi')}.$$

Durch Substitution der Werthe von χ und χ' ergiebt sich hieraus:

$$x = r'\frac{\left(r - d\frac{n-1}{n}\right)(\theta - \eta) - \frac{d}{n}(\varphi - \varphi')}{(n-1)(\theta - \eta)\left(r + r' - d\frac{n-1}{n}\right) + (\varphi - \varphi')\left(r' - d\frac{n-1}{n}\right)}$$

und

$$y = -rr' \frac{\theta\varphi' - \eta\varphi}{(n-1)(\theta-\eta)\left(r+r'-d\frac{n-1}{n}\right) + (\varphi-\varphi')\left(r'-d\frac{n-1}{n}\right)},$$

Setzt man hierin endlich für θ und η ihre Werthe, so wird:

$$x = \frac{anrr' - dr'(a[n-1]-r)}{na(n-1)(r+r') - (n-1)d(a[n-1]-r) - nrr'},$$

$$y = -\frac{anrr'\omega}{na(n-1)(r+r') - (n-1)d(a[n-1]-r) - nrr'}.$$

Da diese beiden Ausdrücke unabhängig von φ und φ' sind, so ergiebt sich, dass alle Strahlen, welche vom Punkte S aus in der betrachteten Ebene auf die Linse fallen, nach dem Durchgange in Richtungen fortgehen, welche (nöthigenfalls verlängert) sich im Punkte O schneiden, dessen Coordinaten x und y sind. Der Punkt O kann daher wieder der S entsprechende Bildpunkt genannt werden, und zwar wird er ein virtueller oder ein reeller Bildpunkt sein, je nachdem er auf derselben oder der entgegengesetzten Seite der Linse liegt, wie der Punkt S.

Die Durchschneidung der sämmtlichen Strahlen findet freilich nicht ganz genau im Punkte O statt, sondern in einem kleinen denselben umgebenden Raume, da die Ausdrücke, aus welchen die Werthe von x und y abgeleitet sind, nur näherungsweise gelten, und diese letztern in Wahrheit ein wenig von der Richtung der einfallenden Lichtstrahlen abhängen; aber unter den ausgesprochenen Bedingungen wird diese Abweichung nur unbedeutend sein. Ebenso würde auch eine ähnliche Untersuchung ergeben, dass für alle nicht in der durch S und die Linsenachse gelegten Ebene von S aus auf die Linse fallenden Strahlen der Punkt O unter den nämlichen Bedingungen wie vorher ein gemeinschaftlicher Durchschnittspunkt der Richtungen der gebrochenen Strahlen ist, so dass dieser allgemein als Bildpunkt des Punktes S angesehen werden kann.

Der Umstand, dass die Strahlen sich nicht genau im Bildpunkte schneiden, hat eine kleine Undeutlichkeit des Bildes zur Folge, die aber um so unbeträchtlicher ist, je näher die aufgestellten Voraussetzungen erfüllt, d. h. je weniger die Neigungen der einfallenden Strahlen gegen die Linsenachse geneigt sind und je näher der Mitte der Linse sie durch diese gehen.

Man kann indessen den Betrag dieser Abweichung oder den Einfluss der sogenannten Abweichung wegen der Kugelgestalt berechnen, indem man unter Berücksichtigung der höhern Potenzen der Bogen in den Grundformeln die Grösse des Raumes berechnet, innerhalb dessen die Durchschnittspunkte der sämmtlichen von einem Punkte ausgegangenen und gebrochenen Strahlen unter einander liegen.

Bei unsern fernern Betrachtungen wollen wir indess bei den Näherungsformeln stehen bleiben, da diese den meisten praktischen Anforderungen genügen.

Zunächst ergiebt sich aus dem Ausdrucke für x, da dieser von ω unabhängig ist, dass die Bilder aller Punkte, deren Entfernungen von der Vorderfläche der Linse auf der Linsenachse eine gleiche Projection haben, in einer auf der Linsenachse senkrechten Ebene liegen.

Uebrigens werden die Formeln noch weit einfacher, wenn wir, was ebenfalls in den meisten Fällen erlaubt ist, die Dicke der Linse vernachlässigen, oder $d = 0$ setzen, dann gehen sie über in:

$$x = \frac{arr'}{(n-1)a(r+r')-rr'},$$

$$y = \frac{-arr'\omega}{(n-1)a(r+r')-rr'}.$$

Setzt man hierin $a = \infty$, d. h. befindet sich der leuchtende Punkt so weit von der Linse, dass die Halbmesser der Kugelflächen gegen diese Entfernung verschwindend klein sind, so wird:

$$x = \frac{rr'}{(n-1)(r+r')}.$$

Man nennt nun die Entfernung des Bildes eines Punktes von der Linse die diesem entsprechende Brennweite, und die einem unendlich entfernten Punkte entsprechende Brennweite die Hauptbrennweite oder schlechthin die Brennweite der Linse.

Bezeichnen wir diese letztere durch F, und durch f die einem Punkte entsprechende Brennweite (oder das x), dessen Entfernung von der Linse $= a$ ist, so ergiebt sich die sehr einfache Gleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a},$$

während F durch den allein von den Dimensionen und dem Brechungsverhältnisse der Linse abhängigen Ausdruck bestimmt ist:

$$\frac{1}{F} = \frac{(n-1)(r+r')}{rr'} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right).$$

Für y oder den Abstand des Bildpunktes von der Linsenachse ergiebt sich leicht die Gleichung:

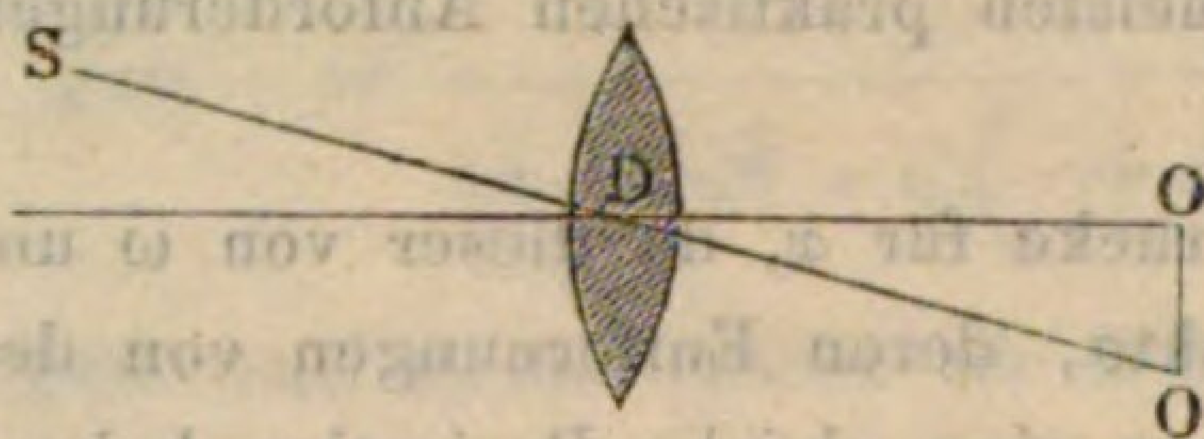
$$\frac{y}{x} = \frac{y}{f} = -\omega,$$

oder, indem wir für ω seine Tangente setzen,

$$y = -f \cdot \operatorname{tg} \omega.$$

Daraus folgt dann die einfache Regel für die Construction des Bildpunktes O (Fig. 28), welcher durch eine Linse hervorgebracht wird, dass

Fig. 28.



man in der durch den Punkt S und die Achse gelegten Ebene auf der Achse in dem durch f gegebenen Abstande von der Rückfläche der Linse ein Perpendikel QO zu errichten hat, dessen Durchschnittspunkt O mit der von S nach der Mitte der Linse gezogenen Geraden SD der Bildpunkt ist, indem unter Vernachlässigung der Dicke der Linse der frühere Punkt D mit der Mitte der Linse zusammenfällt, und der Strahl SD, der deshalb auch Hauptstrahl genannt wird, ungebrochen durch die Linse hindurchgeht.

§. 138.

Die zuletzt gegebene Constructionsregel kann noch ein wenig erweitert werden, so dass man auf die Dicke der Linse Rücksicht nimmt, und doch die Construction mit Leichtigkeit auszuführen ist.

Man muss dann freilich statt der zuletzt gegebenen Näherungsformel für f die genauere anwenden, welche sich ergiebt, wenn man d in dem ersten Ausdrucke für x nicht vernachlässigt, nämlich:

$$f = \frac{anrr' - dr'(a[n-1] - r)}{na(n-1)(r+r') - (n-1)d(a[n-1]-r) - nrr'},$$

oder

$$\frac{1}{f} = \frac{na(n-1)(r+r') - (n-1)d(a[n-1]-r) - nrr'}{anrr' - dr'(a[n-1]-r)}$$

$$= \frac{na(n-1)(r+r') - (n-1)d(a[n-1]-r) - nrr'}{anrr'\left(1 - \frac{dr'(a[n-1]-r)}{anrr'}\right)}$$

$$= \left((n-1)\frac{(r+r')}{rr'} - \frac{1}{a}\right)\left(\frac{1 - \frac{(n-1)d(a[n-1]-r)}{na(n-1)(r+r') - nrr'}}{1 - \frac{d(a[n-1]-r)}{anrr'}}\right).$$

Nun ist aber:

$$\frac{1 - \frac{(n-1)d(a[n-1]-r)}{na(n-1)(r+r') - nrr'}}{1 - \frac{d(a[n-1]-r)}{nar}} = 1 - \frac{\frac{(n-1)d(a[n-1]-r)}{na(n-1)(r+r') - nrr'} - \frac{d(a[n-1]-r)}{nar}}{1 - \frac{d(a[n-1]-r)}{nar}}$$

$$= 1 - \frac{d\left(\frac{n-1}{r} - \frac{1}{a}\right)\frac{ar(n-1) - a(n-1)(r+r') + nrr'}{a(n-1)(r+r') - rr'}}{n - d\left(\frac{n-1}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

$$= 1 + \frac{ar}{a.(n-1)(r+r') - rr'} \cdot \frac{d.r'\left(\frac{n-1}{r} - \frac{1}{a}\right)^2}{n - d\left(\frac{n-1}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

$$= 1 + \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)-\frac{1}{a}} \cdot \frac{d\left(\frac{n-1}{r}-\frac{1}{a}\right)^2}{n-d\left(\frac{n-1}{r}-\frac{1}{a}\right)}.$$

Folglich wird:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)-\frac{1}{a}+d\,\frac{\left(\frac{n-1}{r}-\frac{1}{a}\right)^2}{n-d\left(\frac{n-1}{r}-\frac{1}{a}\right)}.$$

Die Hauptbrennweite mit Rücksicht auf die Linsendicke ergiebt sich hieraus, indem man $a = \infty$ setzt, zu:

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)+\frac{d\left(\frac{n-1}{r}\right)^2}{n-d\,\frac{n-1}{r}}.$$

Wenn man aber in dieser Weise auf die Dicke der Linse Rücksicht nimmt, so wird derjenige Strahl, welcher nach dem Austritte aus derselben dieselbe Richtung als vorher hat, oder der Hauptstrahl, nicht eine einfache gerade Linie, sondern eine zweimal gebrochene sein, indem er in der Linse in einer andern Richtung als vor und hinter derselben sich bewegt. Die Lage desselben lässt sich aber bestimmen, indem man die Abstände der beiden Punkte von der Hinter- und Vorderfläche der Linse berechnet, in welchen der einfallende und der austretende Hauptstrahl die Linsenachse schneiden. Man nennt diese Punkte Hauptpunkte, und die Lage derselben ergiebt sich in folgender Weise.

Mit Beibehaltung der Bezeichnungen des vorigen Paragraphen finden die Gleichungen statt:

$$\theta' = \frac{r\theta - d\chi}{r'}$$

$$\text{und } \psi = \theta'(n-1) + n\chi,$$

oder

$$\frac{\psi - n\chi}{n-1} = \theta',$$

woraus sich ergiebt:

$$\frac{r\theta - d\chi}{r'} = \frac{\psi - n\chi}{n-1},$$

und da

$$\chi = \frac{\theta(n-1)+\varphi}{n} \text{ ist,}$$

so ist

$$\frac{nr\theta - d\theta(n-1) - d\varphi}{nr'} = \frac{\psi - \theta(n-1) - \varphi}{n-1},$$

oder

$$\psi - \varphi = \theta(n-1) + \frac{n-1}{nr'}(nr\theta - d\theta[n-1] - d\varphi)$$

$$= \frac{n-1}{nr'}(n\theta[r+r'] - d\theta[n-1] - d\varphi).$$

Da nun für einen Hauptstrahl $\psi = \varphi$ sein soll, so ist, wenn φ' jetzt den einem Hauptstrahle zugehörigen Werth von φ bezeichnet:

$$\varphi' = \frac{n\theta(r+r') - d\theta(n-1)}{d},$$

oder da allgemein

$$\theta = \frac{a(\omega - \varphi)}{r} \text{ ist,}$$

$$\varphi' = \frac{n(r+r') - d(n-1)}{d} \frac{a(\omega - \varphi')}{r},$$

oder

$$\varphi'\left(1 + \frac{a}{r}\frac{n[r+r'] - d[n-1]}{d}\right) = \omega\frac{a}{r}\frac{n(r+r') - d(n-1)}{d},$$

oder

$$\varphi' = \omega \cdot \frac{n(r+r') - d(n-1)}{n(r+r') - d(n-1) + \frac{dr}{a}}.$$

Daraus findet man die Entfernung des dem austretenden Hauptstrahle angehörigen Hauptpunktes von der hintern Linsenfläche aus der allgemeinen Gleichung

$$b = \frac{r'\theta'}{\psi}.$$

Es ist nämlich für $\psi = \varphi'$, indem

$$\theta' = \frac{\psi - n\chi}{n-1}$$

$$\text{und } n\chi = \theta(n-1) + \varphi,$$

$$\theta' = \frac{\psi - \varphi' - \theta(n-1)}{n-1} = -\theta = -\frac{a}{r}(\omega - \varphi'),$$

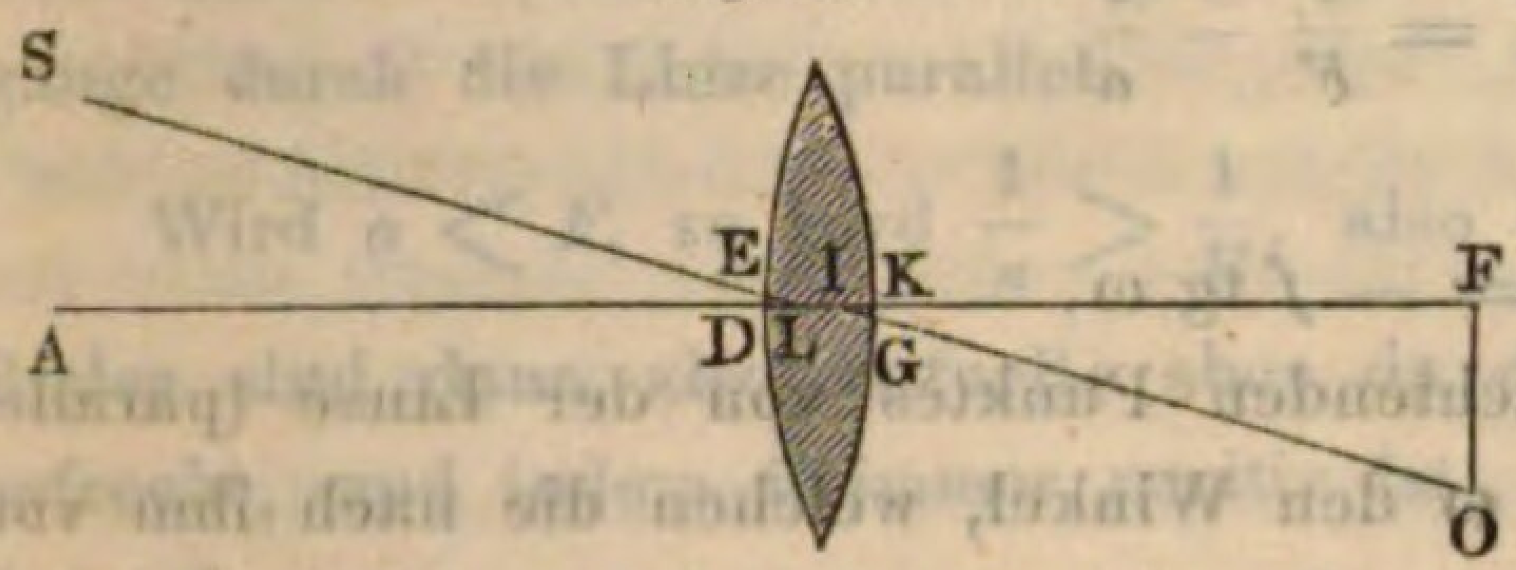
$$= -\frac{a}{r}\omega\left(1 - \frac{n(r+r') - d(n-1)}{n(r+r') - d(n-1) + \frac{dr}{a}}\right),$$

$$= \frac{-d\omega}{n(r+r') - d(n-1) + \frac{dr}{a}} \text{ wird,}$$

wenn β den Werth von b bezeichnet, welcher dem Hauptpunkte entspricht:

$$\beta = \frac{-dr'}{n(r+r') - d(n-1)}.$$

Fig. 29.



Ist also, Fig. 29, *AF* die Linsenachse, *SE* ein einfallender Hauptstrahl und *GO* der austretende, so muss, wenn wir *OG* bis zum Durchschnitte mit *AF* in *I* verlängern, $KI = \beta$ sein.

Um nun zu untersuchen, in welchem Punkte *L* der einfallende Strahl verlängert die Achse *AF* schneidet, wollen wir die Länge $DL = \alpha$ setzen. In dem Dreiecke *DSL* ist

$$DL : DS = \sin DSL : \sin DLS,$$

oder

$$DL = \alpha = \frac{DS \,.\, \sin DSL}{\sin DLS} = \frac{a}{\cos\omega}\,\frac{\sin(\omega - \varphi')}{\sin\varphi'},$$

oder

$$\alpha = \frac{a(\omega - \varphi')}{\varphi'}$$

$$= a \,.\, \frac{\frac{dr}{a}}{n(r+r') - d(n-1)} = \frac{dr}{n(r+r') - d(n-1)}.$$

Die Ausdrücke für α und β sind aber von der Lage des Punktes *S* ganz unabhängig. In einer jeden Linse giebt es daher zwei bestimmte Hauptpunkte, die die Eigenschaft haben, dass, wenn man von einem leuchtenden Punkte *S* nach dem ersten von ihnen eine Gerade zieht, eine zweite durch den zweiten mit dieser parallel gezogene Gerade die Richtung des ungebrochen austretenden Strahles oder des Hauptstrahles ist, so dass der Hauptstrahl leicht gefunden werden kann, wenn die Lage der Hauptpunkte aus den beiden Formeln

$$\alpha = \frac{dr}{n(r+r') - d(n-1)}$$

und

$$\beta = \frac{-dr'}{n(r+r') - d(n-1)}$$

berechnet ist.

Wenn also *KF* die Brennweite ist, welche der Entfernung *a* des leuchtenden Punktes von der Linse entspricht, so braucht man nur in *F* ein Perpendikel auf die Achse zu errichten, um unter Berücksichtigung der Linsendicke in dem Durchschnittspunkte *O* dieses mit dem Hauptstrahl *GO* den dem Punkte *S* entsprechenden Bildpunkt zu finden.

§. 139.

Für die Lage und Grösse der Bilder von Gegenständen, welche man durch Linsengläser erhält, ergeben sich sehr einfache Regeln, wenn man unter Vernachlässigung der Dicke der Linse von den Formeln ausgeht

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a}$$

und

$$y = -f \operatorname{tg} \omega,$$

worin a die Entfernung des leuchtenden Punktes von der Linse (parallel der Achse gemessen) bezeichnet, ω den Winkel, welchen die nach ihm von der Mitte der Linse aus gezogene Gerade mit der Achse bildet, f den Abstand des Bildpunktes von der Linse parallel der Achse, y den Abstand desselben von der Achse und F die Hauptbrennweite der Linse, die sich aus der Formel ergiebt

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right),$$

in welcher r und r' die Halbmesser der Kugelflächensegmente, welche die Linse begrenzen, und n das Brechungsverhältniss ist.

Hinsichtlich der Vorzeichen ist noch zu bemerken, dass wir a als positiv zählen von der Linse aus in der Richtung nach dem leuchtenden Punkte zu, f dagegen (und ebenso auch F) in der entgegengesetzten, so dass ein negativer Werth von f anzeigt, der Bildpunkt liege vor der Linse, sei also ein virtueller, während positive Werthe von f reelle Bildpunkte bedeuten.

Ist nun $a > F$, also $\frac{1}{a} < \frac{1}{F}$, so ist $\frac{1}{f}$, also auch f positiv, es entsteht also ein reelles Bild, welches aber, da dann y negativ wird, auf der entgegengesetzten Seite der Achse liegt, wie der leuchtende Punkt selbst.

Dasselbe gilt auch von andern leuchtenden Punkten, die mit dem ersten einem Gegenstande angehören, und zugleich haben die entsprechenden Bildpunkte gegen einander dieselbe relative Lage, wie die des Gegenstandes; es entsteht daher ein umgekehrtes reelles Bild dieses. Dieses Bild ist gegen den Gegenstand vergrössert, wenn $f > a$ ist, dagegen verkleinert, wenn $f < a$, da $a \operatorname{tg} \omega$ ein Maass der Grösse des Gegenstandes und y ein Maass der Grösse des Bildes ist.

Das Bild erscheint gleich gross wie der Gegenstand, wenn $f = a$ wird, oder

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a}, \text{ d. h.}$$

$$a = 2F,$$

oder der Gegenstand um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt ist.

Alle grössern Werthe von a machen $\frac{1}{a}$ kleiner, d. h. $\frac{1}{f}$ grösser, oder f und damit auch y kleiner; alle kleinern Werthe von a dagegen f grösser.

Wenn $a = F$ wird, so wird $\frac{1}{f} = 0$, also $f = \infty$, d. h. die Vereinigungspunkte der Strahlen liegen dann unendlich weit von der Linse ab,

oder die von einem Punkte ausgegangenen Strahlen sind nach dem Durchgange durch die Linse parallel.

Wird $a < F$, so wird $\frac{1}{a} > \frac{1}{F}$, also $\frac{1}{f}$ und daher auch f negativ, die Bilder sind dann also virtuell; aber da dann y positiv wird, so sind sie aufrecht, und indem F immer positiv ist, so wird vom Zeichen abgesehen $\frac{1}{f} < \frac{1}{a}$, also $f > a$, das Bild ist also gegen den Gegenstand vergrössert, und zwar um so mehr, je kleiner $F - a$ ist.

Obwohl die obige Formel zunächst nur für biconvexe Linsen abgeleitet ist, so lässt sie sich doch auch auf alle übrigen anwenden; denn eine Ebene lässt sich als ein Stück einer Kugelfläche von unendlich grossem Radius betrachten, eine concave Kugelfläche aber als eine convexe mit negativem Radius.

Abgesehen also von einer entsprechenden Werth- oder Zeichenänderung von r und r' werden alle übrigen Betrachtungen auch für andere sphärische Linsen noch gültig bleiben. Da aber in der obigen Formel F nur von r und r' abhängig ist, so werden sich die verschiedenen Linsen durch andere Werthe der Hauptbrennweite von einander unterscheiden.

Mit Rücksicht hierauf finden sich folgende Brennweiten für die verschiedenen Linsenarten:

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \text{ für biconvexe}$$

$$\frac{1}{F} = (n-1)\frac{1}{r} \text{ für planconvexe,}$$

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) \text{ wo } r' > r \text{ für concavconvexe,}$$

$$\frac{1}{F} = -(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \text{ für biconcave,}$$

$$\frac{1}{F} = -(n-1)\frac{1}{r} \text{ für planconcave,}$$

$$\frac{1}{F} = -(n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) \text{ wo } r' > r \text{ für convexconcave.}$$

Der Unterschied zwischen convexen und concaven Linsen lässt sich also so aussprechen, dass erstere eine positive, letztere eine negative Brennweite haben, indem die eingeklammerten Ausdrücke in diesen Formeln immer positiv sind.

Da planconvexe und concavconvexe Linsen von den biconvexen also sich nur durch die an sich willkürlichen Werthe der Brennweite, nicht aber deren Zeichen unterscheiden, so werden die für die letztern abgeleiteten Regeln für die Bilder auch noch für erstere gelten.

Hinsichtlich der concaven Linsen jedoch, welche eine negative Brennweite haben, ergiebt sich, dass zwar die 3 Arten derselben nach denselben

Regeln die Bilder erzeugen, dass aber für jeden Werth von a, der seiner Natur nach nur positiv sein kann, wenigstens, wenn wirkliche Gegenstände oder reelle zu Stande gekommene Bilder durch die Linsen betrachtet werden, f immer negativ sein muss, die Bilder also immer virtuell sind; sie stehen aber immer aufrecht, da y immer positiv wird, und indem sie der Linse immer näher als der Gegenstand liegen, oder vom Zeichen abgesehen, $f < a$ ist, sind sie immer verkleinert.

§. 140.

Gehen die Lichtstrahlen durch mehrere Linsen hindurch, die eine gemeinschaftliche Achse haben, so kann man die Lage und Art der entstehenden Bilder noch durch eine wiederholte Anwendung derselben Regeln bestimmen, indem man das Bild, welches durch die erste oder durch die Combination mehrerer ersten Linsen entstanden ist, als einen Gegenstand ansieht, und dessen Bild durch die nächstfolgende aufsucht, u. s. f. Dabei ist es gleichgültig, ob die Bilder reell oder virtuell sind, und ob die ersten wirklich zu Stande gekommen sind, da es nur auf die Richtung der auffallenden Lichtstrahlen ankommt. Es wird dann also die bisher mit a bezeichnete Grösse, welche bisher immer als positiv angesehen wurde, auch negativ werden können.

Nennen wir z. B. F' und F'' die Brennweiten zweier Linsen, die sich berühren, und deren Dicken unberücksichtigt bleiben mögen, a die Entfernung eines Gegenstandes von der ersten, f' die dieser entsprechende Brennweite der ersten, f'' die Brennweite der zweiten, entsprechend der Entfernung $-f'$ von derselben, so ergiebt sich:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{F'} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{f''} = \frac{1}{F''} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{1}{a}.$$

Diese Formel, welche indess auch noch erweitert werden kann, indem man auf die Dicke und den Abstand der Linsen von einander Rücksicht nimmt, kann dazu dienen, um die Bilder aufzufinden, welche man durch zusammengesetzte Linsen erhält.

Vorzüglich wendet man dieselbe an, um die die Brechung begleitende Dispersion unschädlich zu machen.

Da nämlich die Lage eines durch eine Linse erzeugten Bildes von dem Brechungsverhältnisse abhängig ist, und dieses für verschiedenfarbige Strahlen verschieden ist, so werden durch eine Linse eine Reihe farbiger nicht zusammenfallender und daher auch ungleich grosser Bilder entstehen, welche zwar, wenn man dieselben in der Richtung der Achse betrachtet, in der Mitte sich decken, aber an den Rändern über einander hervortreten, so dass diese farbig erscheinen.

Wie man aber durch Combination zweier Prismen die Dispersion wenigstens grösstentheils aufheben kann, ohne doch die Ablenkung der Strahlen gleichzeitig zu vernichten, so kann man auch achromatische Linsen herstellen, welche keine oder wenigstens fast unmerkliche Farbenränder zeigen, aber doch sonst als Linsen wirken, d. h. Bilder der Gegenstände hervorbringen, die anders als diese liegen, oder durch ihre Grösse von denselben sich unterscheiden.

Nennen wir nämlich F_r', F_v', F_r'', F_v'', f_r', f_v', f_r'' und f_v'' die den rothen und violetten Strahlen entsprechenden Werthe von F', F'', f', f'' in dem vorherbetrachteten Falle, so ist:

$$\frac{1}{f_r''} = \frac{1}{F_r'} + \frac{1}{F_r''} - \frac{1}{a},$$

und

$$\frac{1}{f_v''} = \frac{1}{F_v'} + \frac{1}{F_v''} - \frac{1}{a}.$$

Sollte die Dispersion aufgehoben werden, ohne dass die Linse als solche zu wirken aufhört, so müssen beide Grössen einander gleich werden, ohne dass $\frac{1}{F_r'} + \frac{1}{F_r''}$ oder $\frac{1}{F_v'} + \frac{1}{F_v''}$ verschwinden.

Es bestehen also die Gleichungen

$$\frac{1}{F_r'} + \frac{1}{F_r''} = \frac{1}{F_v'} + \frac{1}{F_v''}$$

und

$$F_r' \gtrless - F_r'',\ F_v' \gtrless - F_v''.$$

Sind nun n_r', n_r'', n_v', n_v'' die Brechungsverhältnisse der beiden Linsen für die rothen und violetten Strahlen und $r, r', r_{,,}, r_{,,}'$ die Halbmesser der Linsen, so ist

$$\frac{1}{F_r'} = (n_r' - 1)\left(\frac{1}{r_,} + \frac{1}{r_,'}\right),$$

$$\frac{1}{F_r''} = (n_r'' - 1)\left(\frac{1}{r_{,,}} + \frac{1}{r_{,,}'}\right),$$

$$\frac{1}{F_v'} = (n_v' - 1)\left(\frac{1}{r_,} + \frac{1}{r_,'}\right),$$

$$\frac{1}{F_v''} = (n_v'' - 1)\left(\frac{1}{r_{,,}} + \frac{1}{r_{,,}'}\right).$$

Sei die eine Linse eine biconvexe Crownglaslinse, deren Halbmesser einander gleich und $= 100^{mm}$ sind, die andere eine convexconcave Flintglaslinse, deren erster Halbmesser der concaven Fläche ebenfalls $= 100^{mm}$ sei, so ist

$$n_v' - n_r' = 0{,}020$$

$$n_v'' - n_r'' = 0{,}043,$$

$$r_, = r_,' = 100,\ r_{,,} = -100.$$

Folglich ergiebt sich für $r_{,,}'$ die Gleichung

$$0{,}020 \,.\, \frac{2}{100} = -\,0{,}043 \left(\frac{-1}{100} + \frac{1}{r_{,,}'}\right)$$

oder

$$0{,}0004 - 0{,}00043 = -\,\frac{0{,}043}{r_{,,}'}$$

oder

$$0{,}00003\, r_{,,}' = 0{,}043,$$

also

$$r_{,,}' = \frac{0{,}043}{0{,}00003} = 1433{,}3.$$

Die Brennweite F einer einfachen Linse, welche dieser Combination gleich wirken würde, wenn eine solche möglich wäre, würde sein

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_r'} + \frac{1}{F_r''}$$

oder, da

$$\frac{1}{F_r'} = 0{,}525 \,.\, \frac{2}{100},\quad \frac{1}{F_r''} = 0{,}627 \left(\frac{-1}{100} + \frac{1}{1433{,}3}\right),$$

oder

$$\frac{1}{F_r'} = 0{,}0105,\quad \frac{1}{F_r''} = -\,0{,}00583 \text{ ist,}$$

$$\frac{1}{F} = 0{,}0105 - 0{,}00583 = 0{,}00467$$

oder

$$F = 214^{mm}{,}14.$$

Mit Hülfe dieser Formeln kann man auch die Halbmesser berechnen, welche man bei gegebenen Brechungsverhältnissen zweier Gläser anwenden muss, um daraus eine achromatische Linse von bestimmter Brennweite zu erhalten.

Drittes Capitel.

Von der Wahrnehmung des Lichtes.

§. 141.

Durch die Betrachtung der Brechungen des Lichts in Linsen sind wir in den Stand gesetzt, die Vorgänge im Auge beim Sehen etwas genauer verfolgen zu können. Es lässt sich nämlich das Auge oder vielmehr der Augapfel, in welchen die Lichtstrahlen eindringen, als eine Combination von linsenartig gestalteten durchsichtigen Medien betrachten.

Der Augapfel wird von einer zusammengesetzten Membran umschlossen, die ihm eine nahezu kugelförmige Gestalt ertheilt, und an welche äusserlich verschiedene Muskeln befestigt sind, durch welche er in der Augenhöhle befestigt ist und darin bewegt werden kann, während er nach vorn durch die beweglichen Lider zum Theil bedeckt wird, die ihn nach Bedürfniss auch ganz verschliessen können, und ausserdem hauptsächlich zum Schutze desselben bestimmt scheinen.

Die äusserste Hülle der den Augapfel umschliessenden Membran ist eine hornartige Haut, welche ihrem grössten Theile nach undurchsichtig ist und Sclerotica heisst, nur vorn geht sie in die durchsichtige, etwas stärker gewölbte und ein kleineres Kugelsegment bildende Cornea über. Der innere durch diese beiden Häute gebildete Raum wird durch eine farbige undurchsichtige Membran, die Iris, in zwei Kammern getheilt, eine vordere von der Cornea und Iris, und eine hintere von letzterer und der Sclerotica begrenzte.

Die Iris trennt beide Räume nicht vollkommen von einander, sondern in ihrer Mitte ist sie von der Pupille, einer engern Oeffnung, durchbrochen, die durch Muskelfasern, welche die Iris enthält, erweitert und verengert werden kann, und welche den in die vordere Kammer gelangten Strahlen den Eingang in die hintere Kammer gestattet. Dabei aber müssen sie einen hinter der Pupille liegenden durchsichtigen linsenartigen Körper, die Krystalllinse, durchdringen, die durch eine farblose Membran eingeschlossen und mittelst dieser an der hintern Wand der Iris und der Bedeckung des Augapfels befestigt ist.

Die Sclerotica ist nach Innen zu mit einer an Blutgefässen reichen Membran, der Aderhaut, überzogen, und diese wieder nach Innen zu mit einem schwarzen Pigmente bekleidet, welches auch die Rückseite der Iris überzieht. Wo die Iris an die Sclerotica grenzt, ist sie von einem weissen Ringe, dem Ciliarringe, eingefasst, von welchem aus feine Fasern, die Ciliarfasern, in die hintere Augenkammer sich verbreiten.

Ueber dem schwarzen Pigmente endlich ist die Netzhaut oder Retina ausgebreitet, welche eine flächenartige Ausbreitung der feinen Fasern des Sehnerven bildet. Letzterer tritt durch eine Oeffnung im hintern Theile der Hornhaut fast der Pupille gegenüber in das Auge ein.

Die vordere Augenkammer ist von einer durchsichtigen Flüssigkeit, der wässrigen Feuchtigkeit, die hintere von einer gallertartigen ebenfalls durchsichtigen Substanz, dem Glaskörper, erfüllt.

Die drei hauptsächlichsten durchsichtigen Medien des Auges, die wässerige Feuchtigkeit, die Krystalllinse und der Glaskörper haben linsenartige Formen, und zwar bilden sie der Reihe nach eine planconvexe, eine biconvexe und eine concavconvexe Linse. Sie haben eine gemeinschaftliche Achse, die durch die Mitte der Pupille geht, und Augenachse heisst; indess

sind sie nicht durch genau sphärische, aber durch Rotationsflächen begrenzt, deren gemeinschaftliche Achse die Augenachse ist.

Die wässerige Feuchtigkeit und der Glaskörper zeigen keine besondere Structur, wohl aber die auf der Rückseite stärker als auf der Vorderseite gekrümmte Krystalllinse, welche concentrisch schalig abgesondert ist, und zwar in der Weise, dass die Absonderungsflächen von Aussen nach Innen sich immer mehr einer Kugelform nähern, und zugleich die Brechungsverhältnisse der Schichten nach Innen hin zunehmen. Das mittlere Brechungsverhältniss derselben ist grösser, als die der beiden andern durchsichtigen Medien.

Die Lichtstrahlen, welche auf die durchsichtige Cornea fallen, werden in den verschiedenen Medien des Auges gebrochen, so aber, dass nur Centralstrahlen in die zweite Augenkammer gelangen können, indem die Pupille nur die der Achse zunächst liegenden Strahlen hindurchgehen lässt. Da die sämmtlichen Medien zusammen eine Convexlinse darstellen, so muss hinter der Krystalllinse ein reeller Vereinigungspunkt aller von einem leuchtenden Punkte vor dem Auge ausgegangenen und durch die Pupille gedrungenen Lichtstrahlen sich finden; in der Regel fallen diese Vereinigungspunkte in die Nähe der hintern Grenze des Glaskörpers. Von den Gegenständen bilden sich daher kleine umgekehrte reelle Bilder, welche beim richtigen Sehen gerade auf die Netzhaut fallen.

Man kann sich hiervon überzeugen, wenn man von dem Augapfel eines frisch getödteten Thieres einen Theil der undurchsichtigen Sclerotica fortnimmt, wo man dann auf der durchsichtigen Netzhaut kleine umgekehrte Bilder der vor dem Auge befindlichen Gegenstände erblickt, wenn man von hinten darauf sieht.

Diese Bilder sind es offenbar, welche beim Sehen ins Bewusstsein kommen, d. h. in den Stellen, wo sie sich finden, werden die Lichteindrücke wahrgenommen, indem die Netzhaut, die Ausbreitung der Sehnerven, als das vermittelnde Organ zwischen dem Lichte und der bewussten Empfindung angesehen werden muss.

Da nun eine Linse die Bilder ungleich entfernter Gegenstände in verschiedenen Entfernungen von ihr hervorbringt, so wird nur bei einer bestimmten Entfernung eines Gegenstandes vom Auge das Bild desselben genau auf die Netzhaut fallen; bei anderen Entfernungen dagegen müssen die Vereinigungspunkte der von einem Punkte ausgegangenen Strahlenbündel vor oder hinter die Netzhaut fallen, d. h. diese Strahlenbündel nehmen dann auf der Netzhaut kleine Flächenstücke ein, und indem die verschiedenen Punkten entsprechenden Flächenstücke sich zum Theil über einander lagern, werden die Bilder undeutlich. Es ist aber eine Erfahrung, die wir sehr leicht machen können, dass wir Gegenstände, die sehr ungleiche Entfernungen vom Auge haben, nicht gleichzeitig deutlich sehen können; indem

wir aber uns bemühen, nach einander zwei solche Gegenstände deutlich zu sehen, bemerken wir, dass wir dabei eine Veränderung des Auges vornehmen müssen. Die Fähigkeit des Auges, ungleich entfernte Gegenstände nach einander deutlich sehen zu können, oder das sogenannte Accommodationsvermögen, besteht wahrscheinlich darin, dass wir im Stande sind, durch unbewusste Bewegungen die Krümmung der Oberflächen der durchsichtigen Medien ein wenig zu ändern.

Dass aber irgend eine Veränderung im Auge dazu nothwendig ist, beweist, dass das deutliche Sehen dadurch bedingt ist, dass die entstehenden Bilder auf bestimmte Stellen im Auge, nämlich die Netzhaut, fallen. Noch deutlicher ergiebt sich dieses aus den Mitteln, durch welche wir das Accommodationsvermögen unterstützen können.

Es ist nämlich dieses nicht unbegrenzt, sondern es giebt sowohl eine untere als eine obere Grenze, welche die Entfernung eines Gegenstandes vom Auge nicht überschreiten darf, wenn man ihn noch deutlich sehen will.

Die mittlere Entfernung, welche hierzu erforderlich ist, oder die mittlere Sehweite beträgt beim gesunden Auge etwa 200 bis 250 Millimeter; für kurzsichtige Augen ist sie kleiner, für weitsichtige grösser. Nach der oben genannten Vorstellung werden also in einem kurzsichtigen Auge die Bilder der zu weit entfernten Gegenstände vor die Netzhaut, in einem weitsichtigen Auge die der zu nahen hinter dieselbe fallen. Wenn man also im ersten Falle die einfallenden Strahlen, ehe sie ins Auge dringen, divergirend macht, im letztern aber convergirend, so werden nun im erstern Falle die Vereinigungspunkte der zusammengehörigen Strahlen von der Krystalllinse entfernt, im letztern ihr genähert, so dass es durch eine zweckmässig gewählte Grösse der Divergenz oder Convergenz möglich sein muss, dieselben wieder genau auf die Netzhaut zu bringen. Den erstern Zweck kann man durch eine concave, den letztern durch eine convexe Linse erreichen, die man vor das Auge hält, und die Erfahrung zeigt, dass in beiden Fällen ein deutlicheres Sehen dadurch wirklich erreicht wird. Hierauf beruht der Gebrauch der Brillen und Lorgnetten.

Das Accommodationsvermögen kann übrigens durch Uebung gestärkt, oder umgekehrt durch mangelnde Uebung geschwächt werden, wie denn namentlich Kurzsichtigkeit häufig ein durch die Gewohnheit entstandener Fehler ist, und auch durch Uebung im Fernsehen vermindert werden kann.

Es giebt übrigens noch ein anderes Mittel, Gegenstände, welche wegen zu weiter Entfernung nicht deutlich gesehen werden können, deutlicher zu sehen. Da nämlich nach der obigen Vorstellung die Undeutlichkeit dadurch entspringt, dass die von den verschiedenen Punkten der Gegenstände ausgegangenen Strahlenbündel die Netzhaut in zum Theil über einander fallenden Flächenstücken treffen, so wird, wenn die Querschnitte der Strahlenbündel verringert werden, dieses Uebereinanderfallen viel weniger statt-

finden, die Undeutlichkeit also verschwinden müssen. Dieses findet in der That statt, indem ein ferner undeutlich erscheinender Gegenstand viel deutlicher wird, wenn ein mit einer engen Oeffnung durchbohrter Schirm so vor das Auge gehalten wird, dass man durch diese Oeffnung den Gegenstand erblickt.

Endlich aber wird durch manche Krankheitserscheinungen es ebenfalls nachgewiesen, dass die Netzhaut es ist, welche das Sehen eigentlich vermittelt. Es tritt nämlich, wenn diese zerstört ist, unheilbare Blindheit ein, während, wenn die durchsichtigen Medien, wie dieses zuweilen der Fall ist, sich trüben, zwar ebenfalls Blindheit eintritt, die aber durch Entfernung der trübe gewordenen Theile geheilt werden kann.

Da wir die Gegenstände, wenigstens so lange sie nicht dem Auge sehr nahe gebracht sind, ohne farbige Ränder erblicken, so ergiebt sich, dass das Auge ein sehr vollkommen achromatisches Linsensystem vorstellt. Auf diesen Grund hin behauptete auch Euler die Möglichkeit der Herstellung eines achromatischen Linsensystems, ehe die besondern Regeln zu dessen Anfertigung bekannt waren.

Da das Bild auf der Retina umgekehrt gegen den Gegenstand ist, so hat man wohl die Frage aufgeworfen, weshalb wir die Gegenstände nicht in verkehrter Richtung sehen, was der Fall sein zu müssen scheint, wenn wir die Bilder auf der Retina selbst empfänden. Aus dem Sehen der Gegenstände in ihrer richtigen Lage folgt aber, dass nicht dieses Bild als Ganzes von uns wahrgenommen wird, sondern wir uns in einem jeden Punkte desselben der Richtung des denselben bildenden Strahlenbündels bewusst werden, so dass, da diese Strahlenbündel sich im Auge kreuzen, die Vorstellung, welche wir uns von der Lage der einzelnen Punkte gegen einander nach der Richtung bilden, in der wir die Lichtstrahlen empfangen, trotz der umgekehrten Lage des Netzhautbildes mit der wahren Lage übereinstimmt.

§. 142.

Diese Vorstellung von der gegenseitigen Lage der gesehenen Punkte bezieht sich indess unmittelbar nur auf die Richtungsverschiedenheit derselben, nicht aber auf ihre Entfernungen vom Auge. Denn abgesehen von der verschiedenen Accommodation des Auges für ungleich entfernte Punkte, und der von der Entfernung abhängigen relativen Schwächung der Lichtstärke wird die Lichtempfindung an sich durch die Entfernung der Gegenstände vom Auge nicht geändert.

Wenn wir gleichwohl die Entfernungen verschiedener Gegenstände beim unmittelbaren Anblick derselben, häufig selbst mit grosser Schärfe, zu vergleichen im Stande sind, so rührt dieses theils von einem gleich noch näher zu besprechenden Zusammenwirken beider Augen beim gewöhnlichen

Sehen, theils von einem durch Uebung uns angeeigneten und fast unwillkürlich ausgeübten Urtheile her, indem gewöhnlich verschiedene Umstände Schlüsse über die Entfernungen der gesehenen Umstände an die Hand geben.

Vorzugsweise gehören hierher die Verhältnisse der scheinbaren Grösse solcher Gegenstände, deren wahre Grössenverhältnisse uns schon anderweitig bekannt sind, die verschiedenen Grade der Helligkeit mehrerer uns bekannter Gegenstände, oder die Vertheilung von Licht und Schatten auf ihnen, und endlich die gegenseitigen Formverhältnisse, in der uns die Gegenstände erscheinen, während ihre wirkliche Form uns entweder bekannt ist, oder wir uns von derselben eine bestimmte auf frühere Erfahrungen oder anderweitige Umstände gegründete und der Wahrheit sich meistens nähernde Vorstellung bilden, so dass die Phantasie unwillkürlich die unmittelbare Sinneswahrnehmung ergänzt.

Auf der Beachtung aller dieser Umstände beruht die Möglichkeit perspectivisch richtige Gemälde herzustellen, d. h. solche Gemälde, welche, obwohl sie nur Projectionen von Gegenständen auf eine Fläche bilden, doch den Eindruck der Tiefe im Raume und ungleicher Entfernungen der dargestellten Gegenstände und ihrer Theile vom Auge hervorbringen.

Beim Sehen wirklich vorhandener, d. h. nicht blos auf einer Fläche gemalter, Gegenstände kommt indess hierzu noch der Umstand, dass wir gewöhnlich mit beiden Augen zugleich dieselben Gegenstände erblicken, aber doch in der Regel wenigstens nur eine einfache Vorstellung von ihnen uns bilden. Richten wir beide Augen auf einen und denselben Punkt, so schneiden sich beide Achsen in diesem; in jedem Auge bildet sich auf der Netzhaut in der Augenachse ein Bild des Punktes; da wir aber den Punkt nur einfach wahrnehmen, so müssen wir daraus schliessen, dass die von den zweierlei Strahlensystemen getroffenen Punkte der beiden Nervenausbreitungen für unsere Wahrnehmung nur einfach wirken, dass sie also gleichsam als zwei Zweige eines Stammes anzusehen sind, die dem letztern den äussern Eindruck zuführen, der aber erst in diesem ins Bewusstsein kommt.

Solcher einander entsprechender Punkte in beiden Augen, die, wenn auf sie die Bilder eines und desselben äussern Punktes fallen, nur eine einzige Vorstellung von diesem hervorbringen, giebt es nun mehrere, indem im Allgemeinen je zwei symmetrisch gegen die Augenachsen liegenden Punkte diese Eigenschaft besitzen.

Wenn aber beide Augen auf einen Punkt gerichtet sind, so fallen die von einem in anderer Entfernung liegenden Punkte hervorgebrachten Bilder nicht auf symmetrisch gegen die Augenachsen liegende Stellen der Netzhaut, und dann sehen wir diesen Punkt wirklich doppelt.

Um daher einen Punkt einfach und damit auch vollkommen deutlich zu sehen, müssen die Augenachsen in eine bestimmte von seiner Entfernung von den Augen abhängende Convergenz gegen einander gebracht werden. Die Muskelanstrengung, welche wir zu diesem Zwecke machen müssen, kann, indem wir sie unbewusst empfinden, ebenfalls die Schätzung der Entfernung desselben erleichtern.

Die Vorstellung von den Erhabenheiten eines nicht eine Ebene bildenden Gegenstandes wird aber dadurch noch in einer andern Weise unterstützt. Die beiden Netzhautbilder, welche ein solcher Gegenstand erzeugt, sind nämlich im Allgemeinen ungleich. Betrachten wir z. B. eine Pyramide von der Spitze aus, indem deren Achse in der Mitte zwischen beiden Augen durchgeht, abwechselnd mit dem einen und dem andern Auge, so sehen wir zwei ganz verschiedene Projectionen derselben, welche, wenn sie zusammen gesehen werden, sich mit einander so vermischen, dass sie die Vorstellung der Erhabenheit hervorrufen. Es können so in der einen Projection Theile des Gegenstandes sichtbar werden, welche in der andern fehlen, und so sehen wir mit beiden Augen mehrere Theile eines Gegenstandes, als in einer einzigen Projection.

Dieser Vorgang wird dadurch besonders anschaulich, dass wir mit Hülfe des sogenannten Stereoskops durch das gleichzeitige Erblicken zweier in einer Ebene liegender aber verschiedener gezeichneter Projectionen eines Gegenstandes den deutlichen Anschein eines Körpers erhalten. Zeichnet man nämlich die Projection eines Gegenstandes doppelt, indem man ihn bei unveränderter relativer Stellung gegen den Kopf einmal mit dem einen und einmal mit dem andern Auge sieht, und betrachtet dann gleichzeitig jede der beiden Zeichnungen aber nur mit dem entsprechenden Auge und so, dass die Netzhautbilder auf einander entsprechende Stellen der letztern fallen, so bringen sie vollkommen deutlich den Anschein des Körpers selbst hervor.

Um die Bilder auf entsprechende Stellen der Netzhaut zu bringen, kann man verschiedene Hülfsmittel, Stereoskope, anwenden. Eins der einfachsten ist das Prismenstereoskop. Wenn man die z. B. für das linke Auge entworfene Projection eines Körpers durch ein rechtwinkliges Prisma so mit dem rechten Auge betrachtet, dass die Hypotenusenfläche dieses senkrecht auf der Ebene der Zeichnung steht, so sieht man vermöge der totalen Reflexion ein Spiegelbild der Zeichnung, worin die rechte Seite der Zeichnung auf der linken Seite erscheint und umgekehrt; das Spiegelbild stellt daher eine für das rechte Auge entworfene Projection desselben Gegenstandes vor. Betrachtet man nun gleichzeitig mit dem linken Auge die Zeichnung selbst, so kann man durch eine zweckmässige Verschiebung des Prismas es leicht dahin bringen, dass die beiden Bilder über einander

fallen, und dann erhält man den Eindruck des der Zeichnung entsprechenden Körpers.

Im gewöhnlicheren (dioptrischen) Stereoskope betrachtet man die beiden gezeichneten Projectionen eines Gegenstandes durch passende Linsen, indem zugleich eine undurchsichtige Scheidewand verhindert, dass jedes Auge die dem andern zugehörige Projection erblickt. Die dazu erforderlichen Linsen erhält man durch Durchschneiden einer Convexlinse nach einem ihrer Durchmesser; eine der beiden so erhaltenen Linsenhälften wird vor ein Auge, die andere vor das andere gebracht, aber so, dass die Durchschnittsränder nach Aussen zu liegen kommen.

Die Linsen, welche zugleich als Prismen dienen, verschieben die Bilder der Zeichnungen, welche gerade vor sie gebracht sind, nach Innen zu, so dass sie auf die entsprechenden Stellen der Netzhäute fallen, und bringen sie zugleich in die Entfernungen des deutlichen Sehens von den Augen.

§. 143.

Die Grösse des durch irgend einen Gegenstand auf der Netzhaut hervorgebrachten Bildes ist von zwei Umständen, der Grösse des Gegenstandes und seiner Entfernung vom Auge, abhängig; ersterer ist sie direct, letzterer umgekehrt proportional. Ein Maass der Grösse desselben ist der Sehwinkel, unter welchem der Gegenstand erscheint, d. h. der Winkel, unter welchem sich die von den beiden äussersten Punkten desselben ausgehenden und ins Auge gelangenden Strahlenbündel, oder genauer deren Achsen, schneiden.

Wenn dieser unter eine gewisse Grösse hinabsinkt, das Netzhautbild also ebenfalls kleiner als eine bestimmte Grösse wird, so hört der Gegenstand auf, sichtbar zu sein. Im Mittel nimmt man diese Grenze gewöhnlich zu 30″ an, doch hängt sie von dem Intensitätsunterschiede des Lichtes des Gegenstandes und des Hintergrundes, so wie von den Farben Beider ab. Sehr helle Punkte erscheinen auf dunkelm Grunde noch, wenn ihr Sehwinkel merklich kleiner als 30″ ist, während sie auf hellem Grunde verschwinden, wie dieses z. B. die Sterne erläutern, die bei unbewölktem Himmel Nachts sehr hell, am Tage dagegen nicht gesehen werden. Ebenfalls sieht man einen kleinen farbigen Gegenstand auf farblosem oder anders farbigem Grunde, während er auf gleichfarbigem verschwindet.

Ebenso muss auch ein Lichteindruck eine bestimmte Zeit dauern, damit er empfunden werden kann, wie sich z. B. daraus ergiebt, dass eine abgeschossene Kanonenkugel während ihres Fluges in der Regel nicht gesehen wird. Aber auch die Grösse der kürzesten hierzu nothwendigen Dauer hängt von der Grösse des Gegenstandes und seiner Lichtintensität ab, so dass je nach diesen beträchtlich verschiedene Grenzen der kürzesten Dauer gefunden werden.

Jedenfalls ergiebt sich aber, dass ein Lichteindruck, um eine Lichtempfindung hervorzurufen, in einer gewissen räumlichen Ausdehnung und eine bestimmte Zeit hindurch auf die Netzhaut wirken muss, und es erscheint daher die Annahme natürlich, dass die Empfindung des Lichts in dem Bewusstwerden gewisser Veränderungen besteht, die durch das Licht in dem Zustande der Netzhaut hervorgebracht werden, und dass, wenn das Licht nicht hinlängliche räumliche und zeitliche Ausdehnung besitzt, um jene Veränderungen hervorzubringen, auch keine Lichtempfindung entsteht.

Andererseits ist aber auch die Lichtempfindung nicht durchaus auf Ort und Zeit des Eindruckes beschränkt, vorzugsweise dann, wenn die Intensität des Lichts sehr beträchtlich ist.

Es zeigt sich dieses darin, dass ein heller Gegenstand, der ruhend den Eindruck eines Lichtfleckes hervorbringt, z. B. eine kleine von der Sonne beschienene polirte Metallkugel, bei rascher Bewegung, z. B. an einem Faden rasch im Kreise geschwungen, als ein glänzender Lichtkreis erscheint; ähnlich erscheint auch ein mit Speichen versehenes Rad bei rascher Drehung als eine volle Scheibe u. dgl. m. Es folgt daraus, dass die Empfindung eines Lichteindruckes nicht sogleich mit dem Eindrucke verschwindet, sondern noch eine Zeitlang fortdauert, was ebenfalls mit der Annahme übereinstimmt, dass die Wahrnehmung erst durch gewisse Veränderungen der Netzhaut vermittelt werde, die, wenn einmal hervorgerufen, noch selbstständig eine Zeitlang andauern können.

Wenn aber ein rasch bewegter Körper nur momentan erleuchtet wird, so erkennt man ihn in der Stellung, in der er sich gerade im Augenblicke der Beleuchtung befindet, wie z. B. die Speichen eines rasch gedrehten Rades dann als solche gesehen werden. Die Vermischung der rasch auf einander folgenden Lichteindrücke zu einem gemeinschaftlichen Eindrucke haben wir ebenfalls schon im Farbenkreisel kennen gelernt, auf welchem bei momentaner Beleuchtung gleichfalls die farbigen Sectoren gesondert erscheinen.

Man hat hiervon eine Anwendung in einer optischen Spielerei, dem sogenannten Phenakistokop oder den stroboskopischen Scheiben, gemacht.

Die Nachwirkung eines Lichteindrucks nach dem Aufhören desselben zeigt sich noch in einer andern Weise. Wenn man einen sehr hellen Gegenstand andauernd und scharf ins Auge fasst, und dann plötzlich die Augen schliesst, so sieht man noch eine längere Zeit ein mehr oder weniger deutliches Bild des Gegenstandes, das erst allmählig wieder verschwindet. Dabei findet zugleich ein Wechsel in der Farbe des Bildes statt, den man das Abklingen der Farben nennt.

Man muss dieses dem Umstande zuschreiben, dass den Empfindungen verschiedener Farben verschiedene Zustandsänderungen der Netzhaut ent-

sprechen, und dass diese verschiedenen Zustandsänderungen in verschiedenem Grade und nach verschiedenen Gesetzen verschwinden, so dass während des allmähligen Erlöschens bald die der einen, bald die der andern entsprechenden Zustände vorwiegen.

Es steht hiermit noch in Verbindung, dass die Netzhaut durch länger anhaltende Eindrücke gleicher Art ermüdet wird, so dass sie für gleichartige Lichteindrücke weniger empfindlich gemacht wird, aber nicht für ungleichartige. Wenn man daher nach andauerndem Betrachten einer hell erleuchteten farbigen Fläche das Auge rasch auf eine helle farblose richtet, so werden die gleichartigen Farben schwächer als die ungleichartigen empfunden, die farblose Fläche erscheint daher der erstern complementair gefärbt; richtet man aber das Auge auf eine dunkle farblose Fläche, so tritt Nachwirkung der erstern Farbe hervor, und diese wird also noch eine Zeitlang wahrgenommen. Indem aber in beiden Fällen die Farben abklingen, erscheinen der Reihe nach die entsprechenden complementairen Farben in dem einen und andern Falle.

Alle diese Erscheinungen finden nun auch ihr Analogon in räumlicher Hinsicht. Ein schmaler heller Streifen erscheint auf dunkelm Grunde breiter als ein ebenso breiter dunkler auf hellem Grunde. Die Lichtempfindung ist also nicht auf die Stellen der Netzhaut beschränkt, welche unmittelbar von den Lichtstrahlen getroffen werden, sondern die an einer bestimmten Stelle der Netzhaut durch das Licht hervorgerufene Zustandsänderung theilt sich auch den nächstanliegenden Netzhautstellen mit. Man nennt diese Erscheinung die Irradiation.

Eine andere Erscheinung beobachtet man, wenn man eine scharfbegrenzte und helle farbige Fläche betrachtet. Gerade so wie nach dem längern Betrachten derselben die von den Lichtstrahlen unmittelbar getroffenen Stellen der Netzhaut nach und nach für diese Farbe abgestumpft werden, ohne die Empfindlichkeit für andere, namentlich die complementairen Farben zu verlieren, so dass eine hinterher betrachtete farblose Fläche complementair gefärbt erscheint, findet auch eine ähnliche Abstumpfung hinsichtlich der Empfindlichkeit an den die getroffenen Stellen der Netzhaut unmittelbar umgebenden aber nicht selbst getroffenen Stellen statt. Es erscheint daher neben einer farbigen Fläche ein heller farbloser Hintergrund in complementairer Färbung, namentlich an den Rändern der farbigen Fläche. Man nennt diese Farben auch Contrastfarben. Sie zeigen sich sehr auffallend in den sogenannten farbigen Schatten, die man erhält, wenn man einen schattengebenden Körper vor einer farbigen Lichtquelle aufstellt, und den Schatten auf einer schwach erleuchteten farblosen Fläche auffängt, wo er dann in der complementairen Färbung der Lichtquelle erscheint.

§. 144.

Damit steht es im Zusammenhange, dass zwei complementaire Farben neben einander lebendiger hervortreten, als wenn jede von ihnen einzeln oder auf einem farblosen Hintergrunde betrachtet wird.

Die gleichzeitige oder rasch auf einander folgende Wahrnehmung verschiedener Farben übt auf uns angenehme oder unangenehme Eindrücke aus, gerade so wie dem Ohre die Combinationen einiger Töne angenehm, anderer unangenehm erscheinen. In dieser Hinsicht erscheint daher die Farbe als die Qualität des Lichts, welche der Höhe der Töne entspricht, und man kann, wie man eine Harmonielehre der Töne hat, auch eine Harmonielehre der Farben aufstellen. Letztere ist freilich nicht so ausgebildet als erstere, einige Grundsätze derselben stehen aber schon fest, deren Beachtung für die Benutzung der Farben zu ästhetischen Zwecken, namentlich in der Malerei, von grösster Wichtigkeit ist.

Als hauptsächlichsten Grundsatz kann man dabei annehmen, dass zwei complementaire Farben einen angenehmen Eindruck hervorbringen; indess sind auch noch andere Combinationen, namentlich von mehr als zwei Farben, dazu anwendbar.

Es ist übrigens zu bemerken, dass manchen Augen die Fähigkeit fehlt, die Farben überhaupt, oder wenigstens gewisse Farben von einander zu unterscheiden, gerade so wie manche Ohren nur unvollständig die Fähigkeit besitzen, verschiedene Töne ihrer Höhe nach zu unterscheiden.

Ueberhaupt sind die Erscheinungen, welche durch die Unterscheidung der Farben, durch die grössere oder geringere Empfindlichkeit der Netzhaut, durch die locale oder temporaire Abstumpfung derselben bedingt werden, bei verschiedenen Beobachtern nicht ganz gleich, eben weil sie von dem besondern subjectiven Zustande der Netzhaut abhängen. Sie gehören daher grösstentheils in die Klasse der subjectiven Lichterscheinungen, zu denen aber ausser den bisher besprochenen nur mittelbar durch die Lichtstrahlen bedingten auch noch solche gehören, welche gar nicht einmal einem Lichteindrucke ihre Entstehung verdanken.

Man bemerkt diese dann, wenn man die Netzhaut auf irgend eine andere, mechanische Weise reizt, z. B. durch einen Druck auf das Auge bei geschlossenen Augenliedern, wo man einen glänzenden Lichtfleck oder Lichtring selbst dann sieht, wenn man sich in einem völlig finstern Zimmer befindet, also von Aussen kein Licht ins Auge gelangen kann.

Auch in manchen krankhaften Zuständen zeigen sich dieselben, so dass man also zu der Vorstellung geführt wird, dass jede Reizung der Augennerven eine Lichtempfindung zur Folge hat, gleichviel, ob diese durch eigentliche Lichtstrahlen, die auf dieselbe fallen, oder auf eine andere Weise hervorgebracht werden, dass aber vorzugsweise die Lichtstrahlen sie deshalb

hervorbringen, weil die Netzhaut durch ihre geschützte Lage den Einwirkungen anderer Reizungen weniger ausgesetzt ist, als jener, die durch die durchsichtigen Medien des Auges leicht bis zu ihr gelangen können.

§. 145.

Einen Uebergang zwischen den subjectiven und objectiven Lichterscheinungen bilden die sogenannten entoptischen, welche mit den objectiven das gemein haben, dass sie nicht von den besondern Zuständen der Netzhaut, sondern von den diese wirklich treffenden Lichtstrahlen hervorgebracht werden, mit den subjectiven dagegen das, dass sie auch in dem Auge selbst, welches sie wahrnimmt, entstehen. Sie haben übrigens in ihren Einzelheiten wie die subjectiven mehr ein physiologisches und pathologisches als ein physikalisches Interesse.

Man kann sie nach Listing am leichtesten dadurch sichtbar machen, dass man in eine Entfernung von 10—15 Millimetern vor das Auge eine kleine kreisförmige Lichtquelle, z. B. eine feine Oeffnung in einem dunkeln Schirme, bringt, durch die man nach dem farblosen hellen Himmel sieht. Alsdann gehen die durch die Pupille dringenden Lichtstrahlen fast parallel im Auge weiter, und man sieht ein durch den Rand der Pupille begrenztes helles Feld, den sogenannten Zerstreuungskreis, auf welchen sich eine Reihe theils veränderlicher, theils beständiger dunkler Flecken und Streifen zeigen, die eben die entoptischen Erscheinungen bilden.

Sie rühren davon her, dass theils die Feuchtigkeit auf der Aussenfläche des Auges, welche sich hier in einzelnen Tröpfchen und Streifen leicht ansammelt und umherfliesst, theils kleine Fältchen der durchsichtigen Hornhaut, die durch einen äussern Druck oder Reiben entstanden sind, theils endlich undurchsichtige Körperchen, die an bestimmten Stellen oder beweglich in den durchsichtigen Medien des Auges sich finden, die Lichtstrahlen auffangen und so Schatten auf die Netzhaut werfen.

Der Zerstreuungskreis bietet daher sehr wechselnde Anblicke dar, in welchen aber bei oftmaliger Betrachtung gewisse constante Elemente erkannt werden, die aber in jedem Auge eine besondere Lage haben.

Ein Theil der beweglichen dunkeln Flecken des Zerstreuungskreises, die sogenannten *mouches volantes*, zeigen sich auch häufig beim gewöhnlichen Sehen, und geben dadurch zu erkennen, dass sie von dunkeln dicht vor der Netzhaut, also im Glaskörper sich bewegenden Körperchen herrühren.

Endlich gehört in die Klasse der entoptischen Erscheinungen, oder derjenigen, in welchen wir Theile im Innern des Auges selbst sehen, auch noch der sogenannte Purkinjesche Versuch, durch welchen bei zweckmässiger seitlicher Beleuchtung der innern Fläche des Augapfels, am besten durch Bewegen eines Lichtes an der Seite des Kopfes etwa in gleicher Höhe

mit dem Auge, der Verlauf der Blutgefässe an der innern Wandung in dunkelen astförmig sich verzweigenden Linien auf hellem Grunde sichtbar gemacht wird.

§. 146.

Da ein Gegenstand, damit er gesehen werden kann, unter einem Sehwinkel erscheinen muss, der nicht unter eine bestimmte Grenze hinabsinken darf, so wird man sehr entfernte oder sehr kleine Gegenstände theils gar nicht, theils nicht deutlich in ihren Einzelnheiten erkennen können. Ebenfalls bewirkt die Beschränktheit des Accommodationsvermögens des Auges bei sehr entfernten oder bei sehr nahen Gegenständen eine Undeutlichkeit. Wäre das letztere unbegrenzt, so würde die Kleinheit eines Gegenstandes seiner Sichtbarkeit keinen Schaden thun, falls wir das Auge demselben nur hinreichend nähern könnten, indem dadurch der Sehwinkel beliebig vergrössert werden könnte.

Wenn nun aber auch die Organisation des Auges der Sichtbarkeit in dieser Weise gewisse Grenzen setzt, so können wir diese doch durch Anwendung optischer Hülfsmittel sehr erweitern, indem wir namentlich in den Linsen Mittel kennen gelernt haben, Bilder von Gegenständen an Orten herzustellen, die von den Gegenständen sehr entfernt sind. In den Brillen und Lorgnetten haben wir schon Apparate kennen gelernt, durch welche wir dem kurzsichtigen oder weitsichtigen Auge Bilder zu entfernter oder zu naher Gegenstände in die Entfernung des deutlichen Sehens bringen.

Auf den nämlichen Principien beruht der Gebrauch von Mikroskopen, d. h. zum deutlichen Sichtbarmachen kleiner Gegenstände bestimmter Instrumente, und von Fernröhren oder Teleskopen, durch welche wir zu ferne Gegenstände deutlich sichtbar machen.

Das einfachste Mikroskop bildet eine convexe Linse von kurzer Brennweite, welche so vor einen kleinen dem Auge nahe gebrachten Gegenstand gehalten wird, dass derselbe innerhalb der Brennweite liegt. Die Linse bringt dann, wie wir im §. 139 gesehen haben, ein virtuelles vergrössertes und aufrechtstehendes Bild hervor, welches von der Linse weiter als der Gegenstand absteht. Man kann daher durch eine zweckmässige Verstellung der Linse es so einrichten, dass die Entfernung des Bildes vom Auge in die Sehweite zu liegen kommt, und der Sehwinkel, welcher an sich schon durch Annäherung des Gegenstandes an das Auge vergrössert ist, auch noch durch die Wirkung der Linse vergrössert wird.

Unter der Vergrösserung eines solchen Mikroskops versteht man das Verhältniss der Sehwinkel, unter welchen das Bild und der Gegenstand aus gleicher Entfernung betrachtet erscheinen. Da, um das Bild in die richtige Entfernung zu bringen, der Gegenstand innerhalb der Brennweite und zwar dem Brennpunkte sehr nahe sich befinden muss, so wird die Vergrösserung

um so beträchtlicher sein, je kleiner die Brennweite ist; denn sieht man von der Mitte der Linse aus, d. h. vernachlässigt man die Entfernung der Linse vom Auge, so wird die Vergrösserung durch $\frac{A}{a}$ ausgedrückt, wenn A die deutliche Sehweite und a der Abstand des Gegenstandes von der Linse ist. Da aber, wenn F die Brennweite der Linse ist, damit das Bild in der Entfernung $-A$ entstehe,

$$-\frac{1}{A} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a},$$

oder

$$a = \frac{AF}{A + F}$$

sein muss, so wird für diesen Fall die Vergrösserung $= \frac{A + F}{F}$, welches um so grösser wird, je kleiner F genommen wird.

Will man aber einer Linse nur eine kleine Brennweite geben, so muss, damit nur Centralstrahlen in Betracht kommen, die Weite der Linse auch sehr klein sein. Es würde dann aber die Intensität des Lichtes sehr geschwächt, und daher wendet man die einfachen Linsen nur an, um schwache Vergrösserungen herzustellen.

Um stärkere Vergrösserungen zu erhalten bedient man sich meist der zusammengesetzten Mikroskope, welche dann auch deshalb vorzuziehen sind, weil sie eine leichtere Handhabung gestatten, als die für starke Vergrösserungen bestimmten sehr kleinen einfachen Linsen.

Unter den zusammengesetzten Mikroskopen kann man solche unterscheiden, welche virtuelle Bilder liefern, so dass diese nur von einem durch das Instrument blickenden Beobachter gesehen werden können, und solche, die reelle Bilder haben, welche aufgefangen und von mehreren Beobachtern gleichzeitig gesehen werden können.

Die einfachste Einrichtung eines zusammengesetzten Mikroskopes der ersten Art ergiebt sich, wenn man beachtet, dass man durch eine convexe Linse ein reelles vergrössertes aber umgekehrtes Bild erhalten kann, wenn man den Gegenstand in eine Entfernung von der Linse bringt, welche grösser als die einfache, aber kleiner als die doppelte Brennweite derselben ist, und dass man von diesem reellen Bilde wieder ein vergrössertes aufrecht stehendes aber virtuelles Bild erhält, wenn man dasselbe durch eine convexe Linse betrachtet, deren Brennpunkt nahe mit dem Bilde zusammenfällt, aber noch etwas über dasselbe hinaus, so dass das Bild zwischen dem Brennpunkte und der Linse liegt. Die erstere Linse nennt man das Objectiv, die letztere das Ocular. Beide werden zusammen in eine Röhre gefasst.

Als Objectiv muss man eine Linse von kurzer Brennweite anwenden, denn damit das reelle Bild gross werde, muss der Gegenstand dem Brennpunkte nahe stehen, dadurch wird das Bild aber von der Linse sehr weit

entfernt; es müsste also bei grosser Brennweite das Ocular sehr weit von dem Objective entfernt werden, was den Gebrauch sehr unbequem machen, zugleich aber das Gesichtsfeld sehr beschränken würde.

Obwohl nämlich ein durch das Ocular betrachtetes reelles Bild ebensowohl ein neues Bild liefert als ein wirklicher Gegenstand, so findet sich doch darin ein Unterschied, dass von jedem Punkte eines wirklichen Gegenstandes Lichtstrahlen in allen Richtungen auf das Ocular fallen, von einem Punkte eines reellen Bildes dagegen nur in solchen Richtungen, welche rückwärts verlängert das Objectiv treffen. Denken wir uns daher zwischen dem Ocular als Basis und dem Objectiv, das wir seiner Kleinheit wegen hierbei als einen Pnnkt betrachten können, als Spitze eine Kegelfläche gelegt, so werden von allen Punkten des reellen Bildes, welche ausserhalb dieser Fläche liegen, keine Strahlen auf das Ocular fallen, diese Punkte also durch letzteres nicht gesehen werden können. Diese Kegelfläche begrenzt daher das Gesichtsfeld. Das letztere wird also um so grösser sein, je grösser das Ocular ist, und je näher es dem Objective steht. Man nimmt daher als Ocular im Gegensatze zum Objective Linsen von grösseren Brennweiten, welchen man eine grössere Ausdehnung geben kann, ohne zuviel Randstrahlen zu erhalten.

Diese einfachste Form der Mikroskope hat nach und nach, je allgemeiner und wichtiger der Gebrauch derselben geworden ist, mannichfaltige Verbesserungen erfahren. Die wichtigsten dieser Vervollkommnungen sind Vermeidung oder Verminderung der durch die Dispersion und die Randstrahlen hervorgebrachten Undeutlichkeit, Erweiterung des Gesichtsfeldes und Vermehrung der Lichtstärke, ohne dabei die Vergrösserung der Bilder zu vermindern.

Die Undeutlichkeit durch Dispersion und Randstrahlen (oder sogenannte sphärische Abweichung) wird hauptsächlich durch eine zweckmässige Combination mehrerer Linsen statt einer einzigen vermindert.

Indem man die Lichtstrahlen durch mehrere hinter einander stehende Linsen gehen lässt, welche nicht gar zu kleine Brennweiten haben, wird man auch noch bei hinreichender Weite der Linsen nur Centralstrahlen haben, also die sphärische Abweichung vermeiden können, und doch durch die Summirung der Brennweiten ebenso starke Vergrösserungen als durch Anwendung einer einzigen Linse von sehr kurzer Brennweite erhalten.

Für die Helligkeit der Bilder wird theils durch besondere Beleuchtungsapparate der Objecte, theils dadurch gesorgt, dass durch Blendungen in der Mikroskopröhre an den Stellen, wo sich die reellen Bilder finden, oder in deren Nähe nur den diese bildenden Strahlen der Durchgang gestattet, allen übrigen aber abgeschnitten wird.

Für besondere Zwecke werden mit dem Mikroskope auch noch Messvorrichtungen verbunden, welche meist in auf planparallelen Glasplatten in

bestimmten Abständen von einander eingeschnittenen feinen Linien bestehen, welche an die Stelle gebracht werden, wo sich das reelle Bild durch das Objectiv bildet, so dass durch das Ocular diese zugleich mit dem Bilde gesehen werden können.

Soll das Mikroskop gebraucht werden, um die Bilder auf einen Schirm zu werfen, so müssen diese reell werden. Man kann in diesem Falle das Ocular ganz fortlassen, und den auffangenden Schirm an die Stelle bringen, wo das reelle Bild entsteht. In diesem Falle ist es nicht nöthig und selbst nicht einmal zweckmässig, das Bild dem Objective sehr nahe zu bringen; man wendet daher Linsen von grösserer Brennweite und grösserem Durchmesser an. Um die Objecte, zu welchen man meist durchsichtige oder durchscheinende nimmt, recht stark zu erleuchten, bedient man sich entweder des Sonnenlichtes, welches man durch eine Convexlinse auf dem Objecte dadurch concentrirt, dass man dieses in den Brennpunkt der letztern bringt, oder man nimmt künstliche Lichtquellen zu Hülfe, z. B. ein in Knallgas glühendes Kalkstückchen, welche sein sehr intensives Licht giebt.

Haben Object und Schirm eine feste Aufstellung, so wird nur bei einer bestimmten Stellung der Objectivlinse auf dem Schirme ein deutliches Bild entstehen, bei jeder andern Stellung aber ein undeutliches, ja selbst nur ein mehr oder weniger erhellter Fleck. Durch zwei ähnliche Apparate, in welche man verschiedene Objecte bringt, und deren Bilder auf dieselbe Stelle eines Schirmes fallen, wenn die Objective richtig eingestellt sind, bringt man die Nebelbilder und andere optische Belustigungen hervor, indem man die Objective abwechselnd einstellt und verschiebt.

Zu derartigen objectiven Mikroskopen gehört auch die sogenannte *Camera obscura*, in welcher ebenfalls die durch eine Convexlinse erzeugten reellen Bilder auf einem durchscheinenden Schirme aufgefangen werden, so dass man sie nun durch Nachzeichnen oder auf irgend eine andere Weise auf dem Schirme fixiren kann.

§. 147.

Wie es der nächste Zweck der Mikroskope ist, von solchen Gegenständen, die man, um sie unter einem hinlänglich grossen Sehwinkel zu sehen, dem Auge sehr nahe bringen muss, Bilder in der Entfernung des deutlichen Sehens zu erzeugen, so ist umgekehrt der Zweck der Fernröhre, von zu weit entfernten Gegenständen Bilder in der Sehweite hervorzubringen.

Da nun eine Convexlinse von unendlich weit entfernten Gegenständen kleine verkehrte und reelle Bilder im Brennpunkte erzeugt, oder von Gegenständen, die zwar nicht unendlich weit, aber doch um beträchtlich mehr als die Brennweite entfernt sind, reelle Bilder, welche in der Nähe des Brennpunktes liegen, so wird durch eine solche Linse dieser nächste Zweck erreicht werden können.

Allein weil entfernte Gegenstände schon an und für sich dem Auge unter einem kleinen Gesichtswinkel erscheinen, und ausserdem noch die in der angegebenen Weise erzeugten Bilder gegen die Gegenstände verkleinert sind, so muss man, um hinlänglich grosse Bilder zu erhalten, mit einer solchen als Objectiv dienenden Convexlinse noch ein Mikroskop, das Ocular verbinden, durch welches man von den verkleinerten Bildern der Gegenstände wieder vergrösserte virtuelle erhält. Die einfachste Construction eines Fernrohres besteht daher in der Verbindung zweier in eine Röhre gefasster Convexlinsen, von welchen die als Ocular dienende so gestellt ist, dass das vom Objectiv erzeugte reelle Bild eines entfernten Gegenstandes innerhalb der Brennweite des Oculars fällt, so dass das durch letzteres erzeugte virtuelle Bild in die Entfernung des deutlichen Sehens von einem hinter dem Ocular befindlichen Auge gebracht wird.

Wenn dasselbe Instrument dienen soll, um dadurch ungleich weite Gegenstände zu sehen, so muss das Ocular gegen das Objectiv verschiebbar sein, da das vom Objectiv gelieferte Bild von diesem um so weiter absteht, je näher der Gegenstand dem Objective liegt.

Dieses Bild ist in Bezug auf den Gegenstand umgekehrt, das Ocular liefert aber mit den unmittelbar gesehenen gleichliegende Bilder, mithin erscheinen durch ein solches Fernrohr die Gegenstände umgekehrt. Bei den meisten astronomischen Beobachtungen und bei Messungen schadet diese Umkehrung nicht; man nennt daher solche Fernröhre astronomische.

Um ein Fernrohr in Messinstrumenten anzuwenden, d. h. es zur Fixirung der Richtung eines entfernten Punktes zu benutzen, bringt man in demselben ein von zwei feinen Fäden gebildetes Kreuz an, welches, damit es von dem beobachtenden Auge mit dem Bilde der Gegenstände zugleich gesehen werden kann, in der Bildebene liegen muss. Es wird daher mit dem Ocular in eine verschiebbare Röhre gefasst.

Da aber die Bildebene von dem beobachtenden Auge auch gerade um die durch das Ocular bestimmte Sehweite dieses entfernt sein muss, so macht man gewöhnlich auch das Ocular selbst noch etwas verschiebbar, damit verschiedene Augen das Instrument benutzen können, wozu indess, wie man leicht sieht, nur ein geringer Spielraum dieser Bewegung erforderlich ist.

Vom astronomischen Fernrohr unterscheidet sich das terrestrische dadurch, dass die Gegenstände in dem letztern in aufrechter Lage gesehen werden; es ist dazu nur nöthig, das als Ocular dienende einfache Mikroskop mit einem zusammengesetzten zu vertauschen, indem dieses umgekehrte Bilder liefert, also die Bilder durch zweimalige Umkehrung dann aufrecht erscheinen.

Noch einfacher wird diese Umwandlung im sogenannten holländischen Fernrohr, wohin auch Operngucker und dergl. gehören, dadurch erreicht,

dass man als Ocular eine concave Linse anwendet, dieser aber eine solche Stellung giebt, dass das durch das Objectiv bedingte reelle Bild nicht wirklich zu Stande kommt, sondern die Lichtstrahlen schon vor ihrer Vereinigung durch das Ocular aufgefangen werden.

Bezeichnen wir nämlich durch F die Brennweite des Oculars, durch a seine Entfernung von dem Orte, wo sich das reelle Bild, wenn es zu Stande käme, bilden würde, und durch f den Abstand des durch das Ocular erzeugten virtuellen Bildes von diesem, so ist in der allgemeinen Formel

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a}$$

F sowohl als a negativ zu setzen. Diese wird also

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{F} + \frac{1}{a},$$

welches, wenn $a > F$ ist, negativ wird, und für f durch zweckmässige Wahl von a sowohl einen Werth $> a$ als auch gleich der Entfernung des deutlichen Sehens geben kann, wodurch die beiden Bedingungen erfüllt sind, welchen das Ocular genügen muss. Da aber in solchen Instrumenten gar kein reelles Bild sich findet, so kann kein Fadenkreuz in denselben angebracht werden, sie sind also zu Messinstrumenten nicht anwendbar.

Die Lichtstärke der Bilder, welche durch Fernröhre geliefert werden sollen, hängt hauptsächlich von der Menge der Lichtstrahlen ab, welche von jedem Punkte des Gegenstandes aus in dasselbe eintreten, und in den Bildern nachher vereinigt werden. Diese hängt aber wieder von der Grösse des Objectivs ab, welche man daher möglich grösst wählt, indem andererseits kein Grund vorhanden ist, Gläser von sehr geringer Brennweite anzuwenden, man also bei der Entfernung der Objecte bei grossen Linsen die sphärische Abweichung durch geringere Krümmung vermeiden kann.

Dass übrigens auch in den Fernröhren die Undeutlichkeiten in Folge dieser und der Dispersion durch Anwendung von Combinationen mehrerer Linsen statt einzelner vermieden werden, und dass ebenfalls durch zweckmässig angebrachte Blendungen das fremde Licht vom Auge zurückgehalten werden muss, ist selbstverständlich.

Da man nicht nur durch Brechung der Lichtstrahlen in Linsengläsern, sondern auch durch Reflexion derselben an sphärischen Hohlspiegeln Bilder von Gegenständen erzeugen kann, die sich von diesen durch ihre Lage und Grösse unterscheiden, so sind ausser den dioptrischen Mikroskopen und Fernröhren auch katoptrische möglich, in welchen die Objectivlinsen durch Objectivspiegel ersetzt sind.

Da die Lichtstärke der Bilder in einem Fernrohre besonders durch die Grösse des Objectivs befördert wird, und da die Anfertigung von Linsen von grosser Weite weit schwieriger als die von weiten Hohlspiegeln ist, so wendet man die letzteren besonders in solchen Fernröhren an, welche zur

Beobachtung sehr ferner und lichtschwacher Objecte, z. B. von Nebelflecken, dienen sollen.

Ein sphärischer Hohlspiegel holt in diesen ebenfalls das Object gleichsam aus unendlicher Entfernung in die Nähe des Auges her, indem er von jenem ein kleines Bild in der Nähe seines Brennpunktes erzeugt, welches nun entweder direct durch ein vergrösserndes Ocular betrachtet wird, oder nachdem durch einen zweiten Spiegel in einer zweckmässigen Richtung erst noch ein zweites Bild erzeugt ist.

Dieser zweite Spiegel hat einen weit kleinern Durchmesser als der erstere, und fängt die vom erstern reflectirten Strahlen so auf, dass er sie dem Ocular zuwirft. Er muss dazu freilich in das einfallende Strahlenbündel gebracht werden, von dem er daher einen Theil auffängt, aber dieser ist im Verhältniss zur ganzen Menge der auffallenden Strahlen nicht beträchtlich, und vermindert daher die Lichtstärke nur wenig.

Die grosse Ausdehnung, welche diese Instrumente besitzen müssen, wenn sie erhebliche Vorzüge vor dem dioptrischen Fernrohr haben sollen, und die daraus entspringende Schwierigkeit beim Gebrauch, namentlich beim Messen, haben den Gebrauch derselben sehr eingeschränkt, so dass sie durch erstere fast gänzlich verdrängt sind, und fast nur für einige astronomische Zwecke noch gebraucht werden.

Viertes Capitel.

Von der Interferenz des Lichtes.

§. 148.

In unsern bisherigen Untersuchungen haben wir immer nur die Lichtstrahlen betrachtet, welche von einem Punkte oder einem Gegenstande ausgehend in das Auge gelangen, und dabei von allen andern Lichtstrahlen abgesehen, welche jene etwa kreuzen konnten. In der Natur finden aber in Wahrheit solche Durchkreuzungen fast immer statt. Durch irgend einen bestimmten Punkt eines durchsichtigen Körpers können unendlich viele andere Punkte von verschiedenen Beobachtern gleichzeitig in den verschiedensten Richtungen gesehen werden. Findet dieses statt, so muss jener Punkt ein Durchkreuzungspunkt unendlich vieler unter den verschiedensten Richtungen gegen einander geneigter Lichtstrahlen sein.

Fixiren wir irgend einen dieser Punkte, so bietet derselbe im Allgemeinen immer dieselbe Erscheinung dar, mag das von ihm kommende Strahlenbündel von vielen oder wenigen es kreuzenden, von andern Punkten ausgehenden Strahlen durchdrungen werden, ehe es ins Auge gelangt. Ueberhaupt zeigt sich, dass troz der unendlich vielen Kreuzungen, welchen die

von einem Gegenstande ausgehenden Strahlen fast immer ausgesetzt sind, ehe sie zum Auge eines Beobachters gelangen, die Erscheinungen, die dadurch hervorgebracht werden, im Allgemeinen immer dieselben sind, als wenn diese Durchkreuzungen vermieden wären, indem die Beobachtung alle früher abgeleiteten Gesetze bestätigt, bei deren Ableitung wir diese Durchkreuzungen vernachlässigt haben.

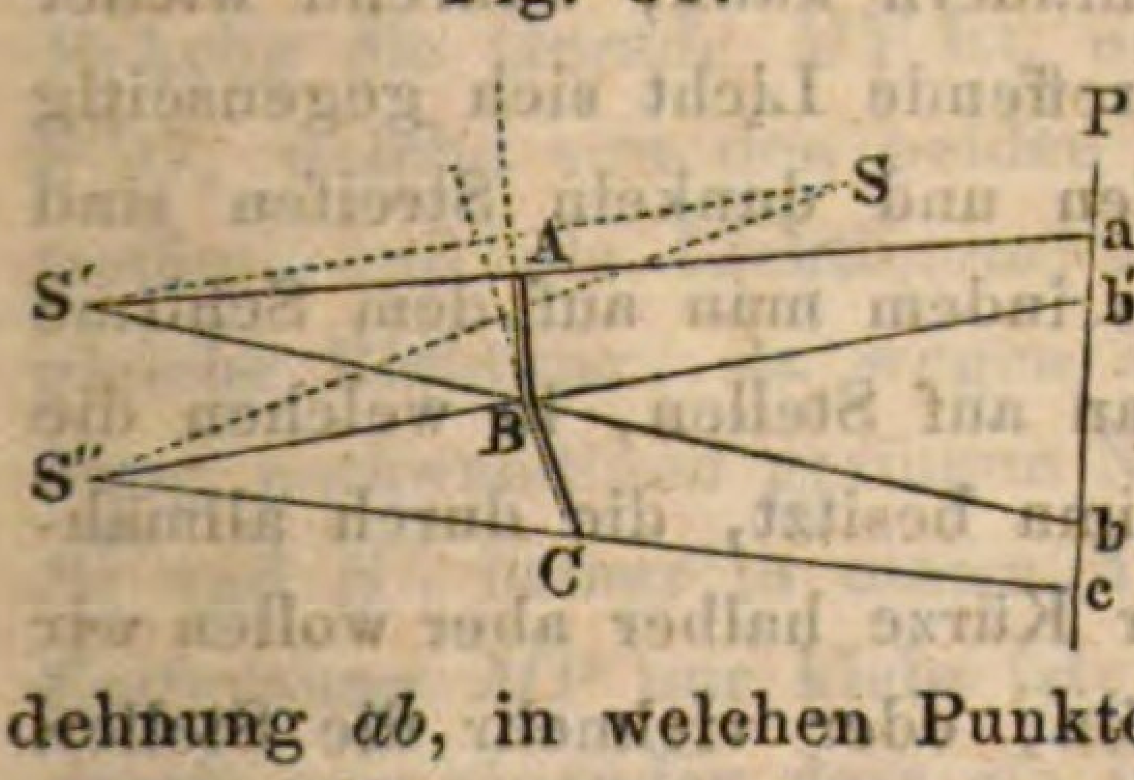
Es folgt daraus also, dass die Durchkreuzung verschiedener Lichtstrahlen in einem Punkte im Allgemeinen die einzelnen Lichtstrahlen nicht verändert, dass diese ohne gegenseitige Störung ganz unabhängig von einander sich durchschneiden, ja selbst in vollständig einander entgegengesetzten Richtungen sich bewegen können. Diese gegenseitige Unabhängigkeit der sich durchkreuzenden Lichtstrahlen von einander muss natürlich besonders berücksichtigt werden, wenn wir uns eine genauere Vorstellung von dem Wesen der Lichtstrahlen bilden wollen. Es leuchtet aber ein, dass wir für eine solche noch sicherere Anhaltspunkte gewinnen werden, wenn es Fälle giebt, in welchen die Unabhängigkeit der sich durchkreuzenden Lichtstrahlen von einander aufhört, diese also durch die Durchkreuzung Veränderungen erleiden, und wenn es uns gelingt, die Gesetze aufzufinden, nach welchen in diesen Fällen die Lichtstrahlen auf einander einwirken.

Solche Fälle finden nun aber in der That statt, und die genauere Untersuchung derselben ist daher für die Theorie des Lichtes von der grössten Wichtigkeit.

Stellt man vor einer verticalen leuchtenden Linie oder einem schmalen Streifen einen verticalen ebenen Spiegel auf, so wird das von dem Streifen ausgehende Licht von dem Spiegel so reflectirt, dass in einem bestimmten Raume vor dem letztern verticale Bilder des leuchtenden Streifens sichtbar sind, deren gemeinschaftlicher virtueller Ort aus dem Reflexionsgesetze bekannt ist.

Sei S (Fig. 30) der Durchschnitt der verticalen leuchtenden Linie mit einer horizontalen Ebene, AB der des Spiegels, S' der Ort des virtuellen Bildes, so wird jener Raum durch die Ebenen begrenzt, deren Durchschnitte mit dem Horizonte die Verlängerungen der Geraden $S'A$ und $S'B$ sind. Wird in diesen Raum ein Schirm PQ gebracht, so erscheint dieser in der Ausdehnung ab, in welchen Punkten $S'A$ und $S'B$ denselben schneiden mögen, erhellt. Ebenso würde, wenn statt des Spiegels AB ein anderer ebener und verticaler Spiegel BC so aufgestellt wäre, dass seine Kante B an der Stelle der Kante B des ersten Spiegels sich befände, seine Ebene aber in ein anderes Azimuth als AB fiele, auf dem Schirme PQ der Raum $b'c$ erhellt werden, der zwischen den von S'', dem virtuellen Bilde des Punktes S in

Fig. 30.



diesem zweiten Spiegel, nach B und C gezogenen und bis b' und c verlängerten Geraden (oder vielmehr den diesen angehörigen Verticalebenen) liegt. Wenn nun beide Spiegel zugleich aufgestellt sind, und die Strahlen sich gegenseitig nicht stören, so muss der gemeinschaftliche Raum bb' der von beiden Spiegeln auf dem Schirme erhellten Räume gleichmässig heller erleuchtet sein, als die Räume ab' und bc. Dieses findet nun aber nicht statt, wenn die Neigung der Spiegel sehr klein gegen einander ist, und die Kanten B beider genau zusammenfallen. Es zeigen sich dann vielmehr, wenn von S farbloses Licht ausging', verticale farbige Streifen auf dem Schirm, und wenn das Licht, z. B. durch den Durchgang durch ein rothes Glas, so nahe als möglich homogen gemacht ist, abwechselnd hellere und dunklere Streifen. Diese Streifen liegen indess sehr nahe beisammen, und einander um so näher, einen je grössern Winkel die beiden spiegelnden Ebenen mit einander bilden. Man nimmt sie daher am besten wahr, wenn man von dem Schirme sich durch Convexlinsen vergrösserte Bilder verschafft, oder den Schirm selbst durch eine solche ersetzt, auf welcher man die von den Spiegeln reflectirten Strahlen direct auffängt.

Man sieht sehr leicht, dass die farbigen im farblosen Lichte erscheinenden Streifen ein zusammengesetzteres Phänomen bilden als die hellern und dunklern Streifen im homogenen Lichte, dass nämlich ihre Entstehung offenbar dadurch bedingt wird, dass jede homogene Strahlenart für sich diese hellern und dunklern Streifen aber von ungleicher Breite erzeugt, welche nun, indem sie von den verschiedenen homogenen Lichtarten sich über einander legen, je nach den Intensitätsverhältnissen der einzelnen zusammentreffenden Farben an verschiedenen Stellen verschiedene Mischfarben hervorbringen. Wir können uns daher vorerst auf die durch homogenes Licht hervorgebrachte Erscheinung, als die einfachere, beschränken.

Die Existenz dunkler Streifen in dem von beiden Spiegeln erhellten Raume zeigt jedenfalls, dass nicht immer Licht zu Licht hinzugefügt die Lichtstärke vermehrt, sondern sie auch vermindern kann, während wieder in den hellen Streifen das hier zusammentreffende Licht sich gegenseitig verstärkt. Die Grenzen zwischen den hellen und dunkeln Streifen sind freilich nicht scharfe gerade Linien, sondern indem man auf dem Schirme einer horizontalen Geraden folgt, kommt man auf Stellen, in welchen die Lichtintensität abwechselnd Maxima und Minima besitzt, die durch allmählige Abstufungen in einander übergehen; der Kürze halber aber wollen wir die Mitten der hellern und dunklern Streifen, oder vielmehr die Stellen der Maxima und Minima, kurzweg helle und dunkle Streifen nennen.

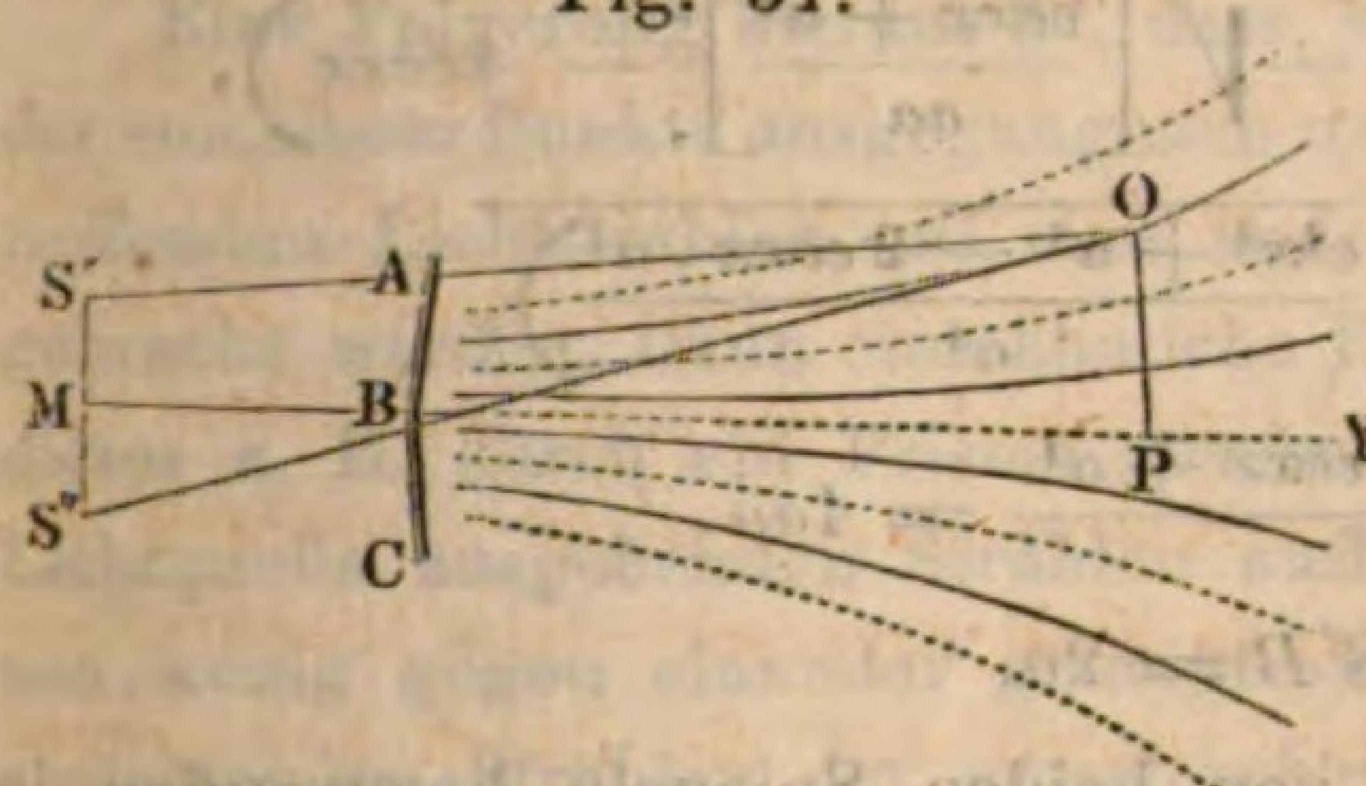
§. 149.

Bevor wir die Erscheinung in ihrer Entstehung weiter verfolgen, wollen wir noch einige Resultate der Messungen anführen, welche Fresnel, der

diesen Versuch zuerst angestellt hat, mit Genauigkeit über die Abstände der Streifen ausgeführt hat, und welche die fernere Untersuchung erleichtern.

Bei einer bestimmten Entfernung der auffangenden Ebene von der durch die beiden Bilder der gespiegelten Linie gelegten Ebene (der die erstere parallel sein mag), finden sich die einzelnen Streifen nahezu in gleichen Abständen von einander, und die Streifen haben nahe gleiche Breite; wenn aber die auffangende Ebene der Ebene der Bilder genähert wird, so treten die Streifen näher zusammen; wird sie entfernt, so nimmt die Breite der Streifen zu. In einem horizontalen Durchschnitte erscheinen daher die hellsten und dunkelsten Stellen, welche man auf dem Schirme bei allmähliger Verschiebung desselben erhält, in einem Systeme von nach den Spiegeln zu sich einander nähernden Linien geordnet. Diese Linien sind aber im Allgemeinen nicht gerade, sondern so gekrümmt, dass sie auf beiden Seiten nach Aussen hin ihre concaven Seiten wenden; nur die mittlere helle Linie ist gerade, die übrigen aber bilden paarweise die Zweige von Hyperbeln, deren Brennpunkte die Durchschnitte der virtuellen Bilder S' und S'' mit der Horizontalebene sind, so dass dieser horizontale Durchschnitt sich etwa wie die Fig. 31 verhält, wo AB, BC wieder die beiden Spiegel, M die Mitte zwischen den beiden Bildern bezeichnet, und MB, BC die durch die gemeinschaftliche Kante der beiden Spiegel gehende und auf $S'S''$ senkrechte Gerade vorstellt, und zugleich die punktirten Linien die Maxima, die ausgezogenen die Minima der Lichtintensität anzeigen.

Fig. 31.



Geben wir die Lage eines beliebigen Punktes O vor den Spiegeln durch zwei Coordinaten $x = PO$, und $y = MP$ an, welche nach einem durch M gelegten rechtwinkligen Coordinatensystem gemessen sind, dessen Y-Ache die Gerade MY ist, und betrachten wir die beiden Strahlen $S'O$ und $S''O$, welche von den beiden virtuellen Spiegelbildern aus hier zusammentreffen, und die Lichtintensität in O bestimmen, so haben diese nahezu gleiche Richtung, da wegen der zum deutlichen Hervortreten der Erscheinung nothwendigen geringen Neigung der Spiegel gegen einander die Punkte S' und S'' immer in einem Abstande von einander liegen, der gegen die Entfernung MP nur klein ist; beide Strahlen unterscheiden sich aber dadurch von einander dass sie in O ungleich lange Wege durchlaufen haben. Bezeichnen wir nun durch $2e$ den Abstand der Punkte S' und S'' von einander, und durch a eine Grösse, welche $<$ e ist, so besteht zwischen x und y, wenn wir solche Punkte O in Betracht ziehen, die auf einem der dunkeln oder hellen Streifen liegen, welche nach Fresnel's Messungen Hy-

perbeln bilden, die in S' und S'' ihre Brennpunkte haben, die Gleichung:

$$\frac{xx}{aa} - \frac{yy}{ee - aa} = 1.$$

Ferner ist

$$S'B = \sqrt{yy + (x - e)^2},$$
$$S''B = \sqrt{yy + (x + e)^2},$$

also

$$S''B - S'B = \sqrt{yy + (x + e)^2} - \sqrt{yy + (x - e)^2},$$

oder

$$(S''B - S'B)^2 = yy + (x + e)^2 + yy + (x - e)^2,$$
$$- 2\sqrt{(yy + [x + e]^2)(yy + [x - e]^2)},$$
$$= 2\,(yy + xx + ee - \sqrt{[yy + xx + ee]^2 - 4\,eexx}).$$

Nun ist aber

$$(ee - aa)xx - aayy = aa(ee - aa),$$

oder

$$aa(xx + yy + ee) = eexx + a^4,$$

folglich

$$xx + yy + ee = \frac{eexx + a^4}{aa}.$$

Mithin wird

$$(S''B - S'B)^2 = 2\left(\frac{eexx + a^4}{aa} - \sqrt{\left[\frac{eexx + a^4}{aa}\right]^2 - 4\,eexx}\right),$$
$$= 2\left(\frac{eexx + a^4}{aa} - \sqrt{\frac{e^4x^4 + a^8 - 2\,eexx\,.\,a^4}{a^4}}\right),$$
$$= 2\,\frac{eexx + a^4 - eexx + a^4}{aa} = 4aa,$$

oder

$$S''B - S'B = 2a.$$

Es folgt daraus also, dass die von beiden Spiegeln kommenden in einem Punkte zusammentreffenden Strahlen für alle Punkte, welche einer jener hyperbolischen Linien gleicher Helligkeit angehören, sich durch die gleiche Differenz $2a$ der durchlaufenen Wege unterscheiden.

Bezeichnet nun α den Winkel der beiden Spiegelebenen, b die Entfernung der leuchtenden Linie S von der gemeinschaftlichen Kante B der beiden Spiegel, und d den Abstand der auffangenden Ebene von derselben, so ist

$$x = d + b \cos \alpha,$$
$$e = b\,.\,\sin \alpha.$$

Wenn also d, b, α und ausserdem y für einen bestimmten Streifen entsprechend der Entfernung d gemessen sind, so kann für jeden der abwechselnd hellen und dunkeln Streifen die Wegdifferenz $2a$ der beiden in dem betreffenden Punkte zusammenkommenden Strahlen bestimmt werden.

Die Ausführung dieser Messungen ergiebt, wenn der Werth der Wegdifferenz für den ersten dunkeln Streifen $= l$ ist, für den zweiten dunkeln Streifen $3l$, für den dritten $5l$, für den fünften $7l$, u. s. w., dagegen für den

ersten (den mittlern nicht mitgerechnet) hellen Streifen $2l$, für den zweiten $4l$, für den dritten $6l$, u. s. f.

Es ist also allgemein jedes Lichtminimum dadurch bestimmt, dass die Wegdifferenz der beiden zusammentreffenden Strahlen ein ganzes ungerades Vielfaches einer constanten Grösse l ist, jedes Lichtmaximum aber dadurch, dass die Wegdifferenz der Strahlen ein gerades Vielfaches derselben Grösse l ist, welchem Gesetze auch die mittlere helle gerade Linie entspricht, indem hier die Wegdifferenz immer 0 ist.

Wir können dieses Resultat auch in dem folgenden allgemeinen Gesetze zusammenfassen, dass zwei von einem Punkte ausgegangene Lichtstrahlen, wenn sie in einem andern Punkte zusammentreffen, die grösste Lichtintensität hervorbringen, wenn sie Wege durchlaufen haben, deren Differenz ein gerades Vielfaches einer constanten Grösse l ist, dagegen die kleinste, wenn diese Differenz ein ungerades Vielfaches von l ist. Da die hellen und dunkeln Streifen durch allmählige Abstufungen in einander übergehen, so folgt auch ferner noch, dass zwei solche Strahlen, deren Wegunterschied kein ganzes Vielfaches der Grösse l ist, ein um so schwächeres oder stärkeres Licht geben, je nachdem sich jene Differenz einem ungeraden oder geraden Vielfachen von l mehr nähert.

Eine Folgerung hieraus ist, dass, wenn die verschiedenen Wegdifferenzen der von einem Punkte ausgegangenen und nachher wieder paarweise zusammentreffenden Lichtstrahlen auf eine andere Weise als durch Reflexion hervorgebracht werden, dann eine ähnliche Erscheinung stattfinden muss. Es kann dieses z. B. durch ein Prisma geschehen, dessen eine Ebene die von einer Lichtquelle ausgehenden Strahlen auffängt, während die beiden andern Ebenen wenig gegen einander geneigt sind, so dass die durch jede derselben austretenden Strahlen der gemeinschaftlichen Kante beider zu gelenkt werden, und in der That treten dann ebenfalls bei Anwendung homogenen Lichtes Maxima und Minima der Lichtintensität, bei Anwendung farblosen farbige Streifen wie in dem Fresnel'schen Fundamentalversuche hervor.

Uebrigens muss hier wohl bemerkt werden, dass die abwechselnden Schwächungen und Verstärkungen sich nur auf die Wirkungen der Lichtstrahlen in den Punkten des Zusammentreffens beziehen, nicht aber auf die Lichtstrahlen selbst, so dass diese vernichtet oder verstärkt würden; denn ein und derselbe durchkreuzt sich nach der Durchkreuzung mit einem Strahle mit andern, und die in diesen Durchkreuzungspunkten stattfindenden Lichtintensitäten hängen ebenfalls blos von der Differenz der durchlaufenen Wege, keineswegs aber von den vorher schon eingetretenen Durchkreuzungen mit andern Strahlen ab. Es stören sich also zwei durch einander hindurchgehende Strahlen nicht selbst, jeder geht fort, wie er auch ohne Dasein des andern fortgegangen sein würde, und nur die gemeinschaftliche Wirkung hängt von der Wegdifferenz der beiden Strahlen ab.

§. 150.

Während nun nach unsern frühern Untersuchungen ein homogener Lichtstrahl uns als eine einfache gerade Linie von allenthalben gleicher Beschaffenheit erschien, müssen wir hiernach unsere Vorstellung von demselben noch beschränken, nämlich annehmen, dass je zwei Punkte auf demselben, die um die Grösse l von einander abstehen, in einem gewissermaassen entgegengesetzten Zustande sich befinden, vermöge deren zwei in solchen entgegengesetzt beschaffenen Punkten zusammentreffende Strahlen die gegenseitige Aufhebung ihrer Wirkung hervorbringen. Diese entgegengesetzten Zustände längs eines Strahls sind aber nicht durch scharfe Grenzen von einander unterschieden, sondern gehen durch allmählige Abstufungen in einander über.

Wollen wir also das Licht als eine Materie ansehen, welche von einem leuchtenden Punkte nach allen Richtungen hin ausgeworfen wird, so dürfen wir die einen homogenen Lichtstrahl bildenden Lichtstrahlen nicht als durchaus gleichartig ansehen, sondern entweder annehmen, dass jedes einzelne Lichttheilchen unveränderlich ist, der leuchtende Punkt aber verschiedene Lichttheilchen auswirft, oder dass zwar die einzelnen Lichttheilchen gleicher Art, aber so beschaffen wären, dass sie selbst ihren Zustand fortwährend änderten.

Im ersten Falle müsste nämlich, wenn in irgend einem Momente ein Theilchen einer bestimmten Beschaffenheit vom leuchtenden Punkte ausginge, nach einer Zeit, während der dieses um den Weg $2l$ fortgegangen ist, ein gleiches Theilchen wieder folgen, in der Zwischenzeit aber lauter verschiedene ausgeworfen sein, nämlich gerade in dem mittlern Momente ein gänzlich entgegengesetztes, und in den übrigen mehr der einen oder der andern Art sich nähernde.

Im andern Falle aber müsste jedes Lichttheilchen in derselben Periode seinen Zustand ändern, so dass es jedesmal, während es sich um den Weg l bewegt, aus einem Zustande allmählig in den entgegengesetzten übergeht.

Welche dieser Vorstellungen wir aber auch annehmen wollen, immer sehen wir, dass wir einen Lichtstrahl in doppelter Weise als veränderlich betrachten müssen. Erstens nämlich, wenn wir die verschiedenen Punkte desselben in demselben Momente betrachten, so sind je zwei dieser Punkte, welche um die Länge l von einander abstehen, von entgegengesetzter Beschaffenheit, alle um $2l$ von einander abstehenden aber gleicher Beschaffenheit, und zwischen diesen finden sich continuirlich in einander übergehende Zustände. Zweitens aber, wenn wir ein und denselben Punkt auf demselben in verschiedenen Momenten ins Auge fassen, so gehen durch denselben in allen Zeitmomenten, welche von einander durch den Zeitraum getrennt sind, während welches die Lichttheilchen um den Weg l vorschreiten, entgegengesetzt beschaffene, in um das doppelte von einander abstehenden Momenten

gleich beschaffene Lichttheilchen, und in den zwischen liegenden Momenten in allmähligem Uebergange Theilchen, die sich der einen oder der andern Art mehr nähern. Längs eines homogenen Lichtstrahles pflanzen sich also periodisch wechselnde Zustände in einer regelmässigen Aufeinanderfolge fort.

Da nun aber die Vorstellung von der Materialität des Lichtes keine nothwendige ist, sondern sich nur zuerst darbietet, weil die Fortpflanzung des Lichtes ein Etwas erfordert, das fortgepflanzt wird, und dabei der Gedanke an eine Materie sehr nahe liegt, so können wir unsere Vorstellung vom Lichte offenbar noch vereinfachen, wenn wir uns denken, dass eben jener wechselnde Zustand es ist, welcher bei der Fortpflanzung des Lichtes von einem Punkte zu einem andern gelangt, und wenn wir dabei den Gedanken von fortgeschleuderten materiellen Theilchen ganz fallen lassen.

Insofern aber diese wechselnden Zustände sich an einem Etwas offenbaren müssen, so werden wir in diesem Falle eine Materie überall verbreitet denken müssen, welche durch die Annahme jener wechselnden Zustände die Lichterscheinungen hervorbringt. Man nennt diese als allgemein verbreitet vorausgesetzte Materie in der Theorie des Lichtes den Aether, und sieht also die physische Ursache des Lichtes in einem periodischen Wechsel in dem Zustande der einzelnen Aethertheilchen, welcher, wenn er irgendwo eingetreten ist, sich auch den ringsum liegenden Theilchen mittheilt, von diesen auf die folgenden übergeht u. s. f., im Allgemeinen aber aufhört, d. h. einem dauernden Zustande der Aethertheilchen Platz macht, wenn die den Wechsel bedingende Ursache zu wirken aufhört, indem das Beharren des Aethers in einem bestimmten Zustande Dunkelheit bedingt.

Wollen wir noch, um die Vorstellung von diesen Vorgängen weniger abstract zu machen, diesen Zustandsänderungen des Aethers bestimmte Begriffe unterlegen, so erscheint es am einfachsten, sie als Bewegungen der einzelnen Theile, und zwar als schwingende, zu denken, welche eben dadurch charakterisirt sind, dass sie periodisch ihre Richtung umkehren, und dann würde der Dunkelheit die vollkommene Ruhe des Aethers, der grössern oder geringern Lichtstärke eine grössere oder geringere Intensität der Schwingungsbewegung entsprechen.

Es wird dadurch eine Analogie des Lichtes mit dem Schalle hergestellt, dessen physische Ursache wir ebenfalls in Schwingungen der einzelnen Theilchen eines elastischen Körpers gefunden haben, die, an irgend einer Stelle erregt, von diesem wellenförmig sich ausbreitend auch andern unmittelbar bewegten Theilen sich mittheilen.

Wenn wir daher den Aether als eine elastische Materie uns denken, so wird die Elasticität desselben die Fortpflanzung der schwingenden Bewegungen in Wellen verursachen, und wir werden die Gesetze der Wellenbewegung hierauf übertragen können.

Jedenfalls wird aber auch dann, wenn die Zustandsänderungen längs der Lichtstrahlen nicht Bewegungen, sondern z. B. materielle Veränderungen der Aethertheilchen in periodischem Wechsel wären, die Verbreitung von Wellen in elastischen Medien noch immer als ein Bild der im Aether stattfindenden Vorgänge dienen können, an welchem sich die Erscheinungen erläutern lassen, weil immer die Zustandsänderungen, an einem Punkt hervorgerufen, den Eintritt ähnlicher Aenderungen an andern Punkten veranlassen, und zwar in derselben Weise, wie die Wellen in elastischen Medien sich fortpflanzen, indem die vorher besprochene doppelte Periodicität, hinsichtlich des Raumes und hinsichtlich der Zeit, stattfinden muss, welche zugleich das charakteristische Merkmal der sich wellenförmig ausbreitenden elastischen Schwingungen ist.

Wir werden daher bei der weitern Verfolgung der optischen Erscheinungen diese in der Sprache der Wellenlehre, übertragen auf die Schwingungen einer sehr elastischen, überall verbreiteten und nicht schweren Materie, des Aethers darstellen und so unter einander in Verbindung bringen können.

§. 151.

Demgemäss nennen wir die Zeit, während welcher eine Schwingung, d. h. ein vollständiger Cyclus der Zustandsänderungen in einem Punkte eines Lichtstrahls, ausgeführt wird, die Oscillationsdauer, τ, und den Weg, welchen während dieser Zeit der Lichtstrahl durchläuft, oder die constante Grösse, die wir bisher durch $2l$ bezeichnet haben, die Wellenlänge, die wir von nun an durch λ bezeichnen wollen. Es ergiebt sich hieraus, dass, wenn v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts bezeichnet

$$\lambda = \tau \,.\, v \quad \text{oder} \quad v = \frac{\lambda}{\tau}$$

ist, eine Gleichung, die für alle Wellenbewegungen gilt. Ferner nennen wir einen aliquoten Theil der Schwingungsbahn als Bruch dieser ausgedrückt die Oscillationsphase, und eine Fläche, welche durch alle Punkte einer gleichen Oscillationsphase gelegt ist, die Wellenfläche.

Der Lichtstrahl ist hiernach nichts Anderes, als die Richtung, in der ein bestimmter mathematischer Punkt einer Wellenfläche beim Fortschreiten derselben sich bewegt, oder die Linie, welche durch alle einander entsprechenden Punkte verschiedener continuirlich auf einander folgender Wellenflächen geht.

Da wir durch den Fresnel'schen Spiegelversuch in den Stand gesetzt sind, wenn wir diesen mit verschiedenen homogenen Lichtarten anstellen, die denselben angehörigen Wellenlängen direct zu messen, welche, wie schon die farbigen Streifen bei Anwendung von farblosem Lichte zeigen, verschieden sein müssen, und da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, welche für Strahlen verschiedener Farben (wenigstens im leeren Raum und der

atmosphärischen Luft) nicht merklich verschieden sein kann, bekannt ist, so kann man die den einzelnen Farben zukommenden Oscillationszeiten berechnen. Fresnel's Messungen ergeben für das äusserste Violett des Spectrums $\lambda = 0,^{mm}000406$, und für das äusserste Roth $\lambda = 0,^{mm}000645$, und daraus findet sich mit Zugrundelegung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes $\frac{42000 \text{ Meilen}}{1''}$, für das violette Licht $\tau = \frac{1''}{764 \,.\, 10^{12}}$ und für das rothe Licht $\tau = \frac{1''}{481 \,.\, 10^{12}}$.

In der Undulationstheorie des Lichtes ist also die Oscillationsdauer dasjenige, wodurch sich die als Farbe wahrgenommenen Qualitäten verschieden brechbarer Lichtarten unterscheiden, so dass homogenes Licht solches ist, welchem eine gleiche Oscillationsdauer zukommt, und das wenigst brechbare Licht die längste, das brechbarste die kürzeste Oscillationsdauer besitzt.

Auch von dieser Seite her erscheint daher die Farbe des Lichtes als das Analogon der musikalischen Höhe des Tones, und zwar so, dass die dem rothen Ende des Spectrums naheliegenden Farben den tiefern, die dem violetten Ende benachbarten den höhern Tönen entsprechen.

§. 152.

So wie wir auf die Wellen- oder Undulationstheorie des Lichtes durch die Schwächungen und Verstärkungen der Wirkungen zweier sich durchkreuzenden Lichtstrahlen, die Interferenzerscheinungen, geführt sind, welche wir im Fresnel'schen Spiegelversuch kennen gelernt haben, so gewährt uns dieselbe auch andererseits wieder eine leicht zu fassende Vorstellung von der Möglichkeit der ungestörten Durchkreuzung der Lichtstrahlen, wenn die Bedingungen der Interferenz fehlen.

Um die Vorstellung von der Materialität des Lichts oder die Emissionstheorie damit zu vereinigen, müssten wir annehmen, dass die einzelnen Lichttheilchen in den Strahlen sehr klein seien, und wenn auch in unendlich kleinen, doch in Entfernungen hinter einander folgten, welche gegen die Dimensionen der Lichttheilchen als unendlich gross zu betrachten wären; denn nur in diesem Falle würde es möglich sein, dass mehrere Strahlen durch denselben Punkt gingen, ohne dass die in verschiedenen Richtungen sich bewegenden Lichttheilchen gegenseitig auf einander stiessen und sich dadurch aus ihren Bahnen ablenkten; und ausserdem müsste noch angenommen werden, dass, wenn auch dann noch zufällig einmal ein solcher Zusammenstoss erfolgte, die Schwächung des Lichtstrahls, dem dadurch ein Theilchen entzogen würde, so unbedeutend wäre, dass sie unseren Sinnen entginge, ebenso wie das nun in anderer Richtung sich bewegende Theilchen.

Von den Wellenbewegungen in elastischen Medien wissen wir aber, dass sie sich ohne gegenseitige Störung durchkreuzen können, indem nur an den Kreuzungsstellen die Interferenzen entstehen, hinter diesen aber jede Welle so fortgeht, als wäre sie allein vorhanden gewesen. Bei der grossen Geschwindigkeit der Lichtbewegung können daher die Interferenzen nur dann merkbar werden, wenn dieselben sich an denselben Stellen wiederholen, d. h. wenn die Wellen in stehende Schwingungen übergehen. Diese dauernden Interferenzen eben sind es, die wir im Fresnelschen Spiegelversuch beobachten. Es ist aber ausserdem, um sie wahrnehmen zu können, noch nothwendig, dass die Schwächungen und Verstärkungen hinlänglich weit aus einander liegen, was in jenem Versuche durch die sehr geringe Neigung der Spiegel gegen einander bewirkt wird. Wird diese aber merklich vergrössert, so erhalten die interferirenden Strahlen eine merkliche Neigung gegen einander, und dann müssen die Maxima und Minima einander sehr genähert werden, so dass zwei oder mehrere derselben auf so kleine Theile der Netzhaut fallen, dass sie nicht mehr getrennt wahrgenommen werden, daraus also der Eindruck einer mittlern Helligkeit entsteht, wie er auch ohne das Stattfinden der Interferenzen erhalten sein würde.

Schon das Erforderniss also nahe gleicher Richtung der zusammentreffenden Strahlen, um wahrnehmbare Interferenzen hervorzubringen, bewirkt es, dass diese im Ganzen selten sind, und nur unter besonders hergestellten Bedingungen, und wenn wir mit grosser Aufmerksamkeit darauf achten, wahrgenommen werden.

Dazu kommt aber noch, dass es ebenfalls eine Bedingung der Interferenz ist, dass die interferirenden Strahlen gleichartig sein müssen, was in aller Strenge auch nur dann der Fall ist, wenn dieselben aus derselben Quelle abstammen, und noch besonderen später zu erörternden Bedingungen genügen. In dieser Beziehung möge nur noch bemerkt werden, dass zwei Strahlen von verschiedener Oscillationsdauer an derselben Stelle innerhalb eines sehr kurzen Zeitraumes bald Maxima, bald Minima der Lichtintensität hervorbringen, deren Interferenzen also ebenfalls unwahrnehmbar werden müssen.

Auch die Zusammensetzung des farblosen Lichts aus verschiedenfarbigem homogenen wird in der Undulationstheorie sehr einfach, indem ein Punkt eines elastischen Mediums sehr viele Schwingungen verschiedener Oscillationsdauer gleichzeitig ausführen, d. h. in einer oscillirenden Bewegung sich befinden kann, welche man als aus verschiedenen in ungleichen Perioden sich wiederholenden einfachen Bewegungen zusammengesetzt betrachten kann. Es ist alsdann nur noch nöthig, einen Grund aufzusuchen, welcher es bedingt, dass bei der Brechung die einzelnen Wellen verschiedener Oscillationsdauer verschieden gebrochen und dadurch von einander getrennt

werden, welche Frage wir einstweilen noch unerörtert lassen wollen. Die Emissionstheorie müsste zum Verständniss des farblosen Lichtes in demselben sehr verschiedenartige sich rasch auf einander folgende Lichttheilchen annehmen.

§. 153.

Dieser Vorzug der Undulationstheorie, sowie der, zugleich eine einfache Vorstellung von den Interferenzerscheinungen und der ungestörten Durchkreuzung der Lichtstrahlen zu gewähren, beruht auf einem in der Mechanik unter dem Namen des Princips der Coëxistenz kleiner Bewegungen vielfach angewendeten Satze, dessen Wesen sich etwa so aussprechen lässt. Wenn in einem Systeme von materiellen, d. h. solchen Punkten, die durch Kräfte mit einander verbunden sind, einem Punkte A zwei verschiedene Bewegungen mitgetheilt werden, so setzen sich diese zu einer gemeinschaftlichen Resultante zusammen, welche mit Hülfe des Parallelogramms der Bewegungen gefunden werden kann; und wenn ein zweiter Punkt B des Systems in Folge der einen dem Punkte A ertheilten Bewegung, wenn sie allein vorhanden wäre, ebenfalls bewegt, in Folge der andern aber nicht bewegt würde, so bewegt sich der Punkt B, wenn A beide Bewegungen ausführt, gerade so als wenn A nur die erstere der beiden Bewegungen besässe.

Dieser Satz ist mit besonderem Hinblick auf die Undulationstheorie von Huyghens und noch bestimmter von Fresnel in der folgenden Form ausgesprochen, welche für die Erörterung vieler optischen Phänomene eine besondere Bequemlichkeit darbietet.

Wenn eine Welle in einem elastischen Medium fortschreitet, und die Lage und Phase derselben zu irgend einer Zeit gegeben ist, so ist die Bewegung, welche ein ausser jener Fläche liegender Punkt in einem beliebigen spätern Momente ausführt, die Resultante aller jener einzelnen Bewegungen, welche die verschiedenen Punkte der Welle in jener ersten Fläche in diesem Momente dahin senden.

Indem wir uns nämlich einen jeden Punkt einer gegebenen Wellenfläche als primär schwingenden denken, werden von jedem Punkte dieser Fläche aus Wellen nach allen Richtungen fortgehen, die man Elementarwellen nennt; und die in jedem Momente eine gemeinsame Berührungsfläche haben, welche offenbar nichts Anderes ist, als die in der bis zu diesem Momente verflossenen Zeit fortgeschrittene Hauptwelle.

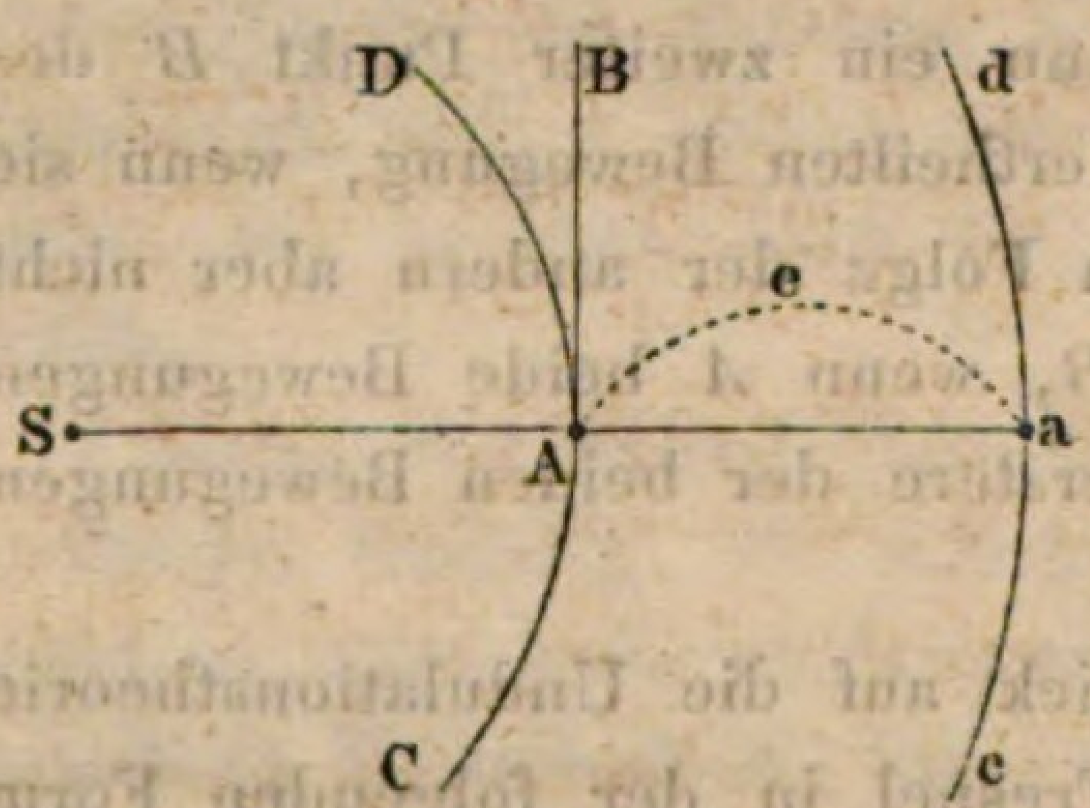
Wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in allen Richtungen um einen leuchtenden Punkt dieselbe ist, so werden die von ihm ausgehenden Wellenflächen offenbar concentrische Kugelflächen sein. Untersuchen wir nun die Form, welche die Wellenfläche von bestimmter Lage nach einer bestimmten Zeit erhalten wird, indem wir dabei die Huyghens'sche Construction an-

wenden, so erhalten wir wieder dieselbe Kugelfläche, als wenn wir unmittelbar vom leuchtenden Punkte selbst zu dieser Wellenfläche übergegangen wären. In diesem Falle ist freilich diese Construction überflüssig, aber nehmen wir an, dass die Wellen durch einen undurchsichtigen Schirm zum Theil aufgefangen würden, so werden wir sie mit Nutzen anwenden können.

Wir wollen dabei, um in einer Ebene bleiben zu können, verticale cylindrische Wellen, d. h. solche, die von einer verticalen leuchtenden Geraden ausgegangen sind, annehmen, und die Ebene des Schirms und die Kante desselben ebenfalls als vertical voraussetzen, so dass wir nur den Durchschnitt der Wellen mit einer horizontalen Ebene zu betrachten brauchen, indem in allen verschiedenen horizontalen Ebenen sich nothwendig gleiche Erscheinungen zeigen müssen.

Sei S, Fig. 32, der Durchschnitt der leuchtenden Linie mit dieser Ebene, AB der des über B hinaus unbegrenzt vorausgesetzten Schirms, CAD der einer von S ausgegangenen Wellenfläche, welche die Kante des Schirms in A gerade erreicht hat.

Fig. 32.



Wäre der Schirm nicht vorhanden, so würde die Welle nach einer bestimmten Zeit gerade in die Lage cad gekommen sein; durch den Schirm wird aber verhindert, dass die zwischen A und D liegenden Theile der Welle sich über AB hinaus fortpflanzen. Beschreiben wir nun um einen jeden Punkt von AC Kreise mit einem Halbmesser, welcher der Differenz der Radien der Kreise cad und CAD gleich ist, so stellen diese die von AC ausgegangenen Elementarwellen vor.

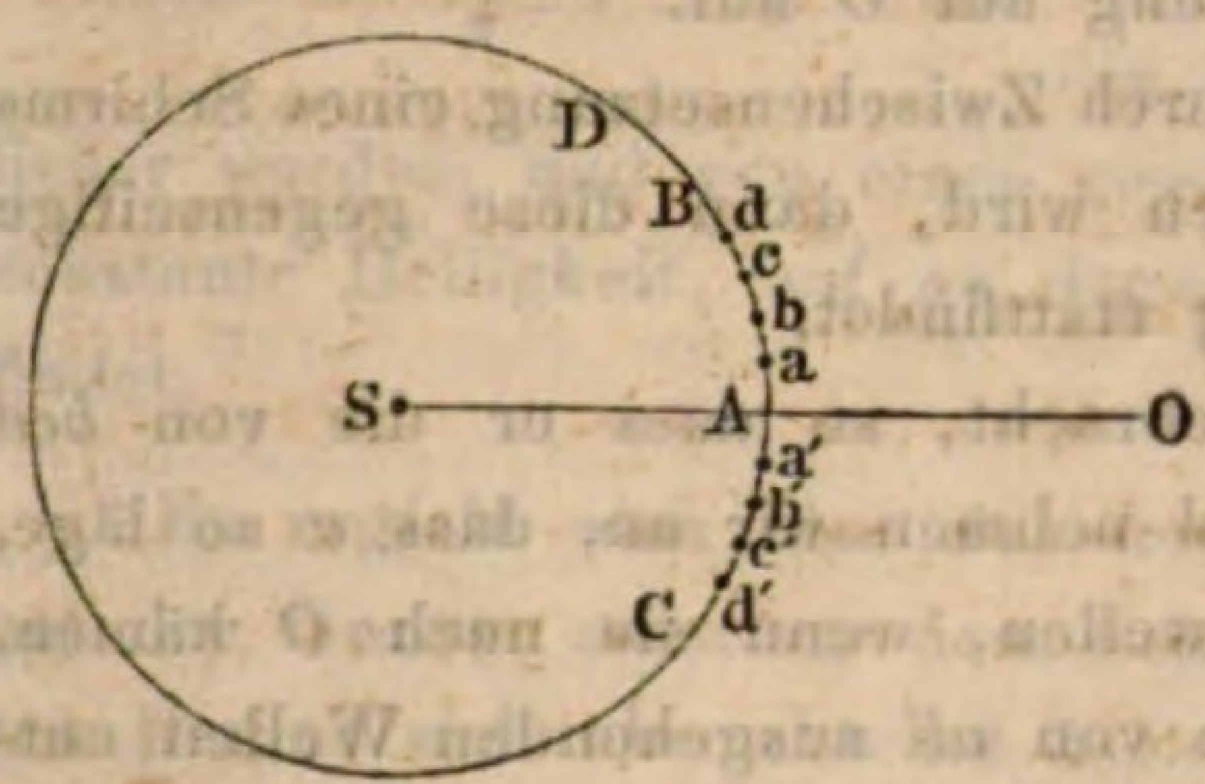
Die gemeinschaftliche Berührungslinie derselben ist offenbar das Stück ac des grössern Kreises, welches durch die Verlängerung der Geraden SA bis a darauf abgeschnitten wird. Auf der nach C zu liegenden Seite des Schirms pflanzen sich also die Wellen im Allgemeinen so fort, als wäre kein Schirm vorhanden; auf der nach D liegenden Seite ist diese Fortpflanzung dagegen grösstentheils gehemmt. Allein gänzlich ist dieses nicht der Fall, indem von allen Punkten auf CA, deren Sehnenentfernung von A kleiner als Aa ist, Elementarwellen in den Raum $ABad$ eingedrungen sind, die ebenfalls eine gemeinschaftliche Berührungslinie Aea haben, die also die Wellenfläche in diesem Raume vorstellt.

Es scheint also hieraus eine Verringerung des Schattens hinter einem Schirme aus der Undulationstheorie zu folgen, und dieses würde im Widerspruche mit den Wahrnehmungen über die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes stehen. Allein wir haben bisher nur eine einzige durch den Punkt A gehende Wellenfläche betrachtet, dieser sind aber eine grosse Zahl Wellenflächen von anderer Phase schon vorausgegangen, und wenn nun

auch nach irgend einem Punkte O von einem und demselben Punkte der durch A gehenden Wellen gleichzeitig nicht zwei in verschiedener Phase begriffene Elementarwellen gelangen können, so können doch von zwei verschiedenen Punkten von AC aus Elementarwellen verschiedener Phase in demselben Momente nach O gelangen und hier Interferenzerscheinungen hervorbringen, indem mehrere solcher Punkte einander so nahe liegen werden, dass wir die Fortpflanzungsrichtung als nahe gleich betrachten können, wenigstens in allen den Fällen, wo die Entfernung des Punktes O von AC einen beträchtlichen Werth gegen die immer sehr kleine Wellenlänge λ hat.

Betrachten wir unter diesem Gesichtspunkte nun zuerst noch einmal die ungestörte Verbreitung der Wellen, nehmen wir also an, vom Punkte S, Fig. 33, gingen Wellen gleicher Oscillationsdauer τ oder gleicher Wellenlänge λ ungestört aus. Stelle der Kreis $ABCD$ die Wellenfläche in einer bestimmten Entfernung r von S dar, und betrachten wir einen Punkt O, der von S um $r + a$ entfernt ist; der Punkt A möge in der Geraden SO liegen. Eine bestimmte Wellenfläche sei zur Zeit τ in $ABCD$ angekommen. Die von A ausgehende Elementarwelle gleicher Phase

Fig- 33.



gelangt nach O zur Zeit $\tau + \frac{a}{v}$, wenn v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bezeichnet, oder da $v = \frac{\lambda}{\tau}$ ist, zur Zeit $\tau + \frac{a\tau}{\lambda}$; von allen übrigen Punkten von $ABCD$ kommen die Elementarwellen gleicher Phase später nach O. Aber in demselben Momente ist von einem Punkte B, dessen Entfernung von $O = b > a$ sei, eine Elementarwelle gekommen, welche zur Durchlaufung des Weges BO die Zeit gebrauchte $\frac{b}{v} = \frac{b\tau}{\lambda}$, also von B zur Zeit $\tau - \frac{(b-a)\tau}{\lambda}$ wegging.

Ist nun $b - a$ ein ganzes Vielfaches von λ, so hatte diese Welle dieselbe Phase, wie die zur Zeit τ von A ausgegangene; allen übrigen Werthen von $b - a$ entsprechen aber andere Phasen der nach O gleichzeitig gelangenden Elementarwellen. Für die verschiedenen Punkte $ABCD$ erhalten wir nun aber sehr verschiedene, stetig in einander übergehende Werthe der Differenz $b - a$. Es kommen also in dem Punkte O gleichzeitig Elementarwellen aller möglichen Phasen an. Den Kreis $ABCD$ können wir nun von A aus auf beiden Seiten in solche Stücke getheilt denken, dass die Theilpunkte $a, a', b, b', c, c', \ldots$ Differenzen von $b - a$ entsprechen, welche $= \frac{1}{4}\lambda$ sind.

Alsdann werden von allen Punkten zwischen a und a' in O gleichzeitig solche Elementarwellen ankommen, welche, wenn auch in verschiedener Stärke, doch in demselben Sinne bewegend auf O einwirken; dagegen von den Stücken ab und $a'b'$ solche Elementarwellen, die O nach entgegengesetzter Richtung treiben, u. s. f. Nun ist aber offenbar $aa' > ab + a'b' > bc + b'c' > \ldots$; aber mit der Grösse dieser Stücke ändert sich auch die Menge der in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne auf O bewegend wirkenden Elementarwellen. Es werden also diejenigen derselben die Bewegung von O vorzugsweise bestimmen, welche mit der von A ausgehenden in gleichem Sinne wirken. Auch ohne eine genauere mathematische Betrachtung, welche übrigens diese Schlüsse bestätigt, lässt sich also übersehen, dass O dem Sinne nach so bewegt wird, als ginge nur von A eine Elementarwelle dahin aus, und alle übrigen gleichzeitig in O ankommenden höben sich unter einander in ihrer Wirkung auf O auf.

Daraus folgt nun aber, dass, wenn durch Zwischensetzung eines Schirms ein Theil der Elementarwellen aufgehalten wird, dann diese gegenseitige Aufhebung nicht mehr immer nothwendig stattfindet.

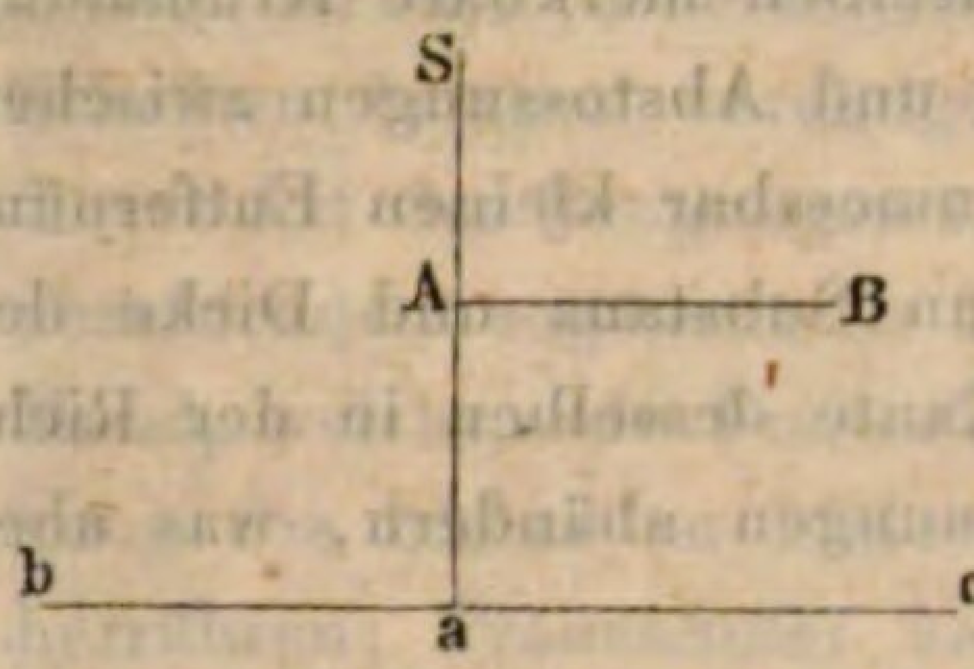
Würde z. B. der Schirm in b angebracht, so dass er die von bcd kommenden Elementarwellen auffinge, und nehmen wir an, dass a so läge, dass die von $abcd$ kommenden Elementarwellen, wenn sie nach O kämen, sich gegenseitig aufheben, so würden die von ab ausgehenden Wellen entgegengesetzt, wie die von aa' ausgehenden wirken, diese also in O ganz oder theilweise aufheben, d. h. die Bewegung von O würde ganz oder theilweise gehemmt. Würde der Schirm bis c zurückgezogen, so kämen neue Elementarwellen hinzu, die wieder in dem Sinne, wie die von aa' ausgehenden wirken, daher würde dann die Bewegung von O wieder stärker werden, u. s. f. bei weiterm Zurückziehen des Sshirms abwechselnd eine Schwächung und Verstärkung der Bewegung von O eintreten müssen.

Zugleich leuchtet aber ein, dass, je weiter die Kante des Schirms von der Geraden SO entfernt ist, die durch allmähliges Zurückziehen des Schirms hervorgebrachten abwechselnden Schwächungen und Verstärkungen der Bewegung in O oder der Lichtintensität dort, dem Grade nach um so unbeträchtlicher ausfallen müssen, so dass, wenn die Kante des Schirms um eine verhältnissmässig beträchtliche Entfernung von der Geraden SO absteht, sie ganz unmerklich werden, dann also ein weiteres Zurückziehen des Schirms keine merkliche Aenderung der Lichtintensität in O hervorbringt. Ganz etwas Aehnliches tritt aber auch ein, wenn der Schirm über SO hinaus bis a', b', c', u. s. f. verschoben wird; d .h. durch dieses successive Fortschieben des Schirms werden auch abwechselnde Schwächungen und Verstärkungen des Lichts in O hervorgebracht; nur leuchtet ein, dass alsdann die grösste Menge des nach O gelangenden Lichtes immer gehemmt bleibt, also auch dann, wenn die Elementarwellen in O sich verstärken, doch daraus

eine schwächere Bewegung resultirt, als im erstern Falle, die um so schwächer wird, je weiter der Schirm über *SO* hinaus verschoben wird, so dass, wenn der Schirm hinlänglich weit vorgeschoben ist, gar kein merkliches Licht mehr nach *O* gelangt.

Betrachten wir nun die verschiedenen Punkte einer auffangenden Ebene *bac*, Fig. 34, vor der sich der leuchtende Punkt *S* und ein Schirm *AB* befindet, so dass *SAa* eine gerade Linie ist, welche senkrecht auf *abc* stehen mag. Im Punkte *a* wird alsdann eine bestimmte Lichtintensität stattfinden, zu beiden Seiten desselben wird diese aber abnehmen, Minima erreichen, dann wieder wachsen müssen, u. s. f., aber so, dass die Maxima auf der Seite *ac*, die Minima auf der Seite *ab* immer unmerklicher werden, und von einer gewissen Entfernung an auf *ab* eine merklich constante Helligkeit, auf *ac* dagegen gar kein merkliches Licht mehr sich findet.

Fig. 34.



Es ergiebt sich also aus der Undulationstheorie die Folgerung, dass auf der Grenze zwischen dem Schatten eines Schirms und dem beleuchteten Raume sich abwechselnd hellere und dunklere Streifen finden müssen, ähnlich wie wir sie im Fresnel'schen Spiegelversuch kennen gelernt haben, welche den Uebergang zwischen beiden vermitteln. Zunächst gilt dieses nur für homogenes Licht, bei farblosem Lichte dagegen müssen diese Streifen der einzelnen Farben, da die Breite derselben von der Wellenlänge abhängt, sich so über einander legen, dass die Maxima oder Minima einer Farbe nicht immer mit den Maximis oder Minimis der übrigen zusammenfallen, wodurch farbige Streifen an der Uebergangsstelle hervorgebracht werden müssen.

§. 154.

Diese von der Undulationstheorie geforderten Erscheinungen finden nun wirklich statt, wie sich bei einer genauern Untersuchung des Schattens ergiebt. Sie sind sogar schon lange bekannt gewesen, ehe man sie aus jener Theorie als eine strenge Folgerung abgeleitet hatte, und Beugungs- oder Diffractionserscheinungen genannt, weil, wenn man die Entfernung der auffangenden Ebene von dem schattengebenden Schirme stetig ändert, die Maxima und Minima der Lichtintensität oder die gleichfarbigen Stellen sich zu hyperbolisch gekrümmten Linien anordnen, die im Innern des geometrischen Schattens sowohl als im hellern Raume ihre convexe Seite der Grenze des erstern zuwenden, die Lichtstrahlen auf den ersten Blick also durch den schattenwerfenden Körper eine Beugung zu erleiden scheinen.

In den ersten Versuchen zur Erklärung derselben, wobei man von der Emissionstheorie ausging, glaubte man sie von einer Anziehung und Abstossung ableiten zu müssen, welche der schattenwerfende Körper auf die in seiner Nähe vorbeigehenden Lichttheilchen ausübe. Diese Erklärungsweise genügt jedoch nicht, da man daraus wohl eine einmalige Biegung oder Krümmung der Lichtstrahlen in einer kurzen Strecke derselben und in unmessbar kleinen Entfernungen von dem Schirme, nicht aber eine solche noch in messbaren Abständen von demselben merkbare Krümmung ableiten kann, weil jedenfalls die Anziehungen und Abstossungen zwischen dem Körper und den Lichttheilchen nur in unmessbar kleinen Entfernungen merklich sein könnten. Auch müsste dann Substanz und Dicke des Schirms, so wie die Gestalt der beugenden Kante desselben in der Richtung der Lichtstrahlen betrachtet, die Erscheinungen abändern, was aber nicht der Fall ist.

Die Undulationstheorie dagegen fordert nicht nur die Existenz derselben im Allgemeinen als eine nothwendige Folgerung aus den für diese Theorie überhaupt nothwendigen Voraussetzungen, sondern wenn man durch tiefer eindringende mathematische Fortsetzung der hier angedeuteten Schlussfolgerungen in einem gegebenen Falle je nach den besondern Bedingungen der Lage und Gestalt des schattengebenden Körpers zur Lichtquelle und zur auffangenden Ebene die relative Lichtintensität in den einzelnen Punkten dieser berechnet, und so theoretisch die Erscheinung vorausbestimmt, so ergiebt eine genaue mit Messungen verbundene Beobachtung derselben wirklich dieselbe Erscheinung, wie dieses die Untersuchungen von Fresnel, Frauenhofer, Schwerd u. A. bewiesen haben. Von ersterem sind diese Beugungserscheinungen ebenso wie die beim Spiegelversuch auftretenden Erscheinungen zur Messung der Wellenlängen der einzelnen Farben benutzt worden. Der Spiegelversuch giebt den überzeugendsten Beweis davon, dass die Beugungserscheinungen nicht aus einer Anziehung und Abstossung eines ponderabeln Körpers auf materielle Lichttheilchen abgeleitet werden müssen, denn hier ist ein ponderabeler Körper, von welchem solche Kräfte ausgehen könnten, gar nicht vorhanden, und doch gewährt derselbe eine Erscheinung, welche den Beugungserscheinungen ganz ähnlich ist, und daher in derselben Weise wie diese erklärt werden muss.

Die Beugungserscheinungen können übrigens sehr mannichfaltig sein, je nach der Gestalt der Projection des schattenwerfenden Körpers auf die auffangende Ebene, und ein vollständiger Vergleich derselben mit den Ergebnissen der Theorie ist nur dann möglich, wenn in jedem einzelnen Falle nach den gegebenen Bedingungen die Rechnung ausgeführt wird. Ohne aber in diese ziemlich weitläufigen Rechnungen einzugehen, mögen hier nur als Beispiele einige der einfachsten und leicht zu beobachtenden Erscheinungen angeführt werden.

Ein sehr schmaler dunkler Körper, z. B. ein Haar oder ein feiner Draht, wirft einen gewissermassen getheilten Schatten, indem dieser in der Mitte der Länge nach von einer hellen Linie durchschnitten ist; parallel mit dieser finden sich farbige Streifen, so aber, dass die Lichtintensität im Allgemeinen zuerst abnimmt, später aber nach Aussen hin wieder zunimmt.

Ein kleiner kreisrunder Schirm zeigt einen in der Mitte hellen, ringsum aber von einem dunklern Ringe umschlossenen Fleck, indem aber zugleich farbige concentrische Ringe auftreten. Mehrere solcher dunkeln Scheiben bringen vereinigt eine einzige ähnliche Erscheinung hervor. Zu dieser Art der Beugungserscheinungen gehören auch die nicht selten zu beobachtenden sogenannten Lichtkränze oder kleinern Höfe um Sonne oder Mond, welche, wie Frauenhofer ausführlich nachgewiesen hat, von der Beugung des Lichts an kleinen in der Atmosphäre befindlichen Nebelbläschen herrühren; Frauenhofer hat sogar eine Methode angegeben, aus den beobachteten Dimensionen der Lichtkränze die mittlern Durchmesser dieser Nebelbläschen zu bestimmen.

Eine kleine Oeffnung in einem undurchsichtigem Schirme vor einem Lichtpunkte oder kleinem leuchtenden Flecke giebt, wenn sie rund ist, eine helle von farbigen concentrischen Ringen umgebene Scheibe, wenn dreieckig, einen sechsstrahligen Stern mit farbigen die Strahlen durchkreuzenden Streifen, wenn parallelogrammatisch, einen vierstrahligen Stern mit ebenfalls sich netzartig kreuzenden Farbenstreifen. Mehrere neben einander befindliche kleine Oeffnungen bringen ebenfalls solche sich netzartig oder gitterförmig durchkreuzende Farbenstreifen hervor. Alle diese Erscheinungen zeichnen sich durch Farbenpracht und gewisse Regelmässigkeiten in ihren Formen aus.

Fünftes Capitel.

Von der Polarisation des Lichtes.

§. 155.

Unter den durchsichtigen Körpern finden sich einige, durch welche man einen hinter denselben befindlichen Gegenstand doppelt sieht, d. h. welche die in sie eindringenden Strahlenbündel in zwei spalten, welche in verschiedenen Richtungen durch dieselben hindurchgehen. Man nennt solche Körper doppelt brechende, und im Allgemeinen gehören dahin alle nicht im regulairen Systeme krystallisirten Krystalle. Ohne auf die Richtung der

gebrochenen Strahlen für jetzt einzugehen, wollen wir nur die beiden durch eine doppelte Brechung erhaltenen Strahlenbündel genauer betrachten, weil sie zu einander in einem gewissen Gegensatze stehen.

In sehr hohem Grade und sehr deutlich zeigt sich die Doppelbrechung am Kalkspath; dieser krystallisirt im hexagonalen Systeme, und zwar in hemiedrischen Formen, und seine Spaltungsrichtungen, die sehr vollkommen sind, sind den 3 Flächen eines Rhomboëders, der hemiedrischen Form einer doppelt sechsseitigen Pyramide, parallel, so dass man mit Leichtigkeit ziemlich grosse und durchsichtige Rhomboëder durch Spaltung aus demselben erhalten kann.

Wenn man nun ein solches Kalkspath-Rhomboëder in eine Hülse fasst, diese auf der einen Seite mit einem Deckel versieht, in welchem eine kleine Oeffnung befindlich ist, und durch diese Sonnenstrahlen senkrecht gegen zwei unter einander parallele Rhomboëderflächen auf diese fallen lässt, so wird, wenn man hinter dem Krystall einen weissen Schirm aufstellt, auf diesem nicht allein ein heller Fleck gesehen, welcher in der Richtung der durch die vordere Oeffnung dringenden Strahlen liegt, sondern ausserdem noch ein zweiter seitlich gegen den erstern verschobener.

Wenn man, ohne übrigens etwas zu ändern, den auffangenden Schirm parallel mit sich von dem Krystall entfernt oder ihn diesem nähert, so bleibt die Entfernung und Lage der beiden hellen Flecke gegen einander dieselbe, die dieselben hervorbringenden Strahlenbündel sind also einander, und wie sich ebenfalls leicht ergiebt, der Richtung der einfallenden Strahlen parallel. Wird aber der Krystall gedreht, und zwar um die Richtung der einfallenden Strahlen als Achse, so bleibt nur der eine Fleck auf derselben Stelle des Schirms, der andere aber dreht sich mit dem Krystall kreisförmig um den ersten.

Die Strahlen, welche den ersten Fleck hervorbrachten, sind also in diesem Falle, ohne irgend eine Brechung zu erleiden, durch die beiden Grenzflächen des Krystalls gegangen, die, welche den zweiten Fleck hervorbringen, haben dagegen sowohl beim Eintritte, als beim Austritte eine Brechung erlitten, und zwar so, dass die letztere Brechung sie ihrer Richtung vor dem Eintritte wieder parallel gemacht hat; den Krystall selbst haben sie aber in anderer Richtung als die ersten ungebrochenen Strahlen durchdrungen. Man nennt die ersten in diesem Falle ungebrochenen Strahlen die ordentlich gebrochenen, die letztern die ausserordentlich gebrochenen. Legt man durch die Richtung eines einfallenden und des ihm entsprechenden ausserordentlich gebrochenen Strahls eine Ebene und untersucht deren Lage gegen den Krystall, so findet man, dass diese Ebene dadurch bestimmt ist, dass in derselben auch die krystallographische Hauptachse liegt, oder diese ihr wenigstens parallel ist.

Diese die krystallographische Hauptachse enthaltende und auf der Einfallsfläche senkrecht stehende Ebene nennt man einen Hauptschnitt des Krystalls.

Der Abstand der Mittelpunkte der beiden Flecke von einander hängt von der Dicke des Kalkspath-Rhomboëders ab, er ist nämlich dieser proportional, und daher wird die Weite der Oeffnung oder der Querschnitt des einfallenden Strahlenbündels so gewählt werden können, dass entweder beide helle Flecke gänzlich getrennt von einander sind, wie wir es zunächst voraussetzen wollen, oder dass sie zum Theil über einander fallen.

Vergleichen wir die Helligkeiten der beiden Bilder mit einander, so zeigt sich im Allgemeinen kein merklicher Unterschied unter denselben, wie auch der Hauptschnitt des Krystalls um die Richtung der einfallenden Strahlen gedreht werden mag, wir müssen also dem ordentlich und dem ausserordentlich gebrochenen Strahle, in welche sich ein einfallender theilt, eine gleiche Intensität zuschreiben. Dieses hört aber auf, wenn wir eins der beiden aus dem Krystall austretenden Strahlenbündel in ähnlicher Weise durch einen zweiten ähnlichen Kalkspath-Krystall gehen lassen. Es wird dieses im Allgemeinen dann auch wieder in ein ordentlich gebrochenes und ein ausserordentlich gebrochenes Strahlenbündel gespalten, welche auf einem Schirme aufgefangen hier zwei helle Flecke hervorbringen; und wenn der zweite Krystall um die Richtung der normal auf ihn fallenden Strahlen gedreht wird, so bleibt der durch die ordentlich gebrochenen Strahlen hervorgebrachte Fleck auf seiner Stelle, und der andere dreht sich mit dem Hauptschnitte des zweiten Krystalls, indem er in der Ebene desselben bleibt. Zugleich aber bemerkt man eine Aenderung in der relativen Helligkeit der beiden Flecke.

Der einfachen Bezeichnung wegen möge die Richtung der einfallenden Strahlen vertical sein, so dass die Grenzflächen der beiden Rhomboëder horizontal, ihre Hauptschnitte senkrecht stehen. Der Hauptschnitt des ersten Krystalls befinde sich im Meridian, und durch den zweiten möge das im ersten ordentlich gebrochene Strahlenbündel gehen. Macht alsdann der Hauptschnitt des zweiten Krystalls mit dem Meridian einen Winkel von 45°, so haben beide Flecke merklich gleiche Helligkeit, wird dann der zweite Krystall gedreht, so dass sein Hauptschnitt sich dem Azimuthe 90° nähert, so nimmt die Helligkeit des ordentlichen Bildes (so möge kurz der durch die ordentlich gebrochenen Strahlen gebildete Fleck genannt werden) ab, die des ausserordentlichen dagegen zu; im Azimuth 90° ist das erstere ganz verschwunden, die Helligkeit des letztern aber ein Maximum, denn bei weiterer Drehung nimmt die Helligkeit wieder ab, und es erscheint ein allmählig heller werdendes ordentliches Bild, welches im Azimuth 135° gleiche Helligkeit mit dem ausserordentlichen hat, bei grössern Azimuthen aber heller als dieses ist. Im Azimuth 180° ist das ausserordentliche Bild

verschwunden, das ordentliche aber am hellsten, mit weiterer Vergrösserung des Azimuths nimmt die Helligkeit des ordentlichen Bildes ab, die des allmählig sich bildenden ausserordentlichen zu, so dass sie bei 225° gleich hell sind, bei 270° aber das erstere verschwunden und das letztere am hellsten ist, und so geht es fort, so dass im Azimuth 315° beide Bilder gleich hell sind, im Azimuth 0 allein ein ordentliches Bild im Maximo seiner Helligkeit vorhanden ist.

Bei einer Drehung des zweiten Krystalls um 360° erreichen also beide Bilder viermal eine gleiche Helligkeit in den Azimuthen 45°, 135°, 225° und 315°, jedes derselben aber zweimal eine grösste, nämlich das ordentliche in den Azimuthen 0 und 180°, das ausserordentliche in den Azimuthen 90° und 270°, und zweimal verschwindet jedes gänzlich, das ordentliche in den Azimuthen 90° und 270°, das ausserordentliche in den Azimuthen 0 und 180°. Ganz dasselbe findet auch statt, wenn nicht der zweite, sondern der erste Krystall um die Richtung der einfallenden Strahlen gedreht wird.

Lässt man dagegen das im ersten Krystall ausserordentlich gebrochene Strahlenbündel durch den zweiten Krystall gehen, so ist im Ganzen die Erscheinung eine ähnliche; es sind nämlich wieder in den vier Azimuthen 45°, 135°, 225° und 315° beide Bilder gleich hell, und jedes erhält zweimal wieder eine grösste Helligkeit, und verschwindet zweimal ganz; aber jetzt verschwindet das ordentliche Bild in den Azimuthen 0 und 180°, wo es vorher seine grösste Helligkeit besass, während das ausserordentliche, welches vorher dann verschwunden war, jetzt die grösste Helligkeit hat, und umgekehrt verschwindet das letztere in den Azimuthen 90° und 270°, während das ordentliche Bild dann am hellsten ist.

Aus diesem Versuche ergiebt sich also einerseits, dass die im Kalkspath ordentlich und ausserordentlich gebrochenen Strahlen gewissermassen entgegengesetzte Eigenschaften erlangen, und andererseits, dass die Brechung in demselben von diesen Eigenschaften derselben abhängt.

Dann betrachten wir z. B. die ordentlich gebrochenen Strahlen im erstern Falle des vorigen Versuchs, so haben dieselben in der Richtung *SN* andere Eigenschaften als in der Richtung *OW*, wonach sie in der ersten Richtung leichter die ordentliche, in der zweiten leichter die ausserordentliche Brechung erleiden; es sind also an denselben zweierlei Seiten zu unterscheiden; man bezeichnet diesen Zustand der Lichtstrahlen als eine Polarisation derselben, indem man sagt, die Strahlen seien nach einer bestimmten Ebene, der Polarisationsebene, polarisirt. Unter der Polarisationsebene versteht man diejenige der beiden auf einander senkrechten Ebenen, worin sich diese entgegengesetzten Eigenschaften im Maximo zeigen, in welche der Hauptschnitt des zweiten Krystalls gestellt werden muss, damit eines der durch den ersten Krystall gegangenen Strahlenbündel darin die ordentliche Brechung erleide.

Daraus folgt, dass die Polarisationsebene der ordentlichen gebrochenen Strahlen dem Hauptschnitte des Krystalls parallel ist, in welchem sie die ordentliche Brechung erlitten haben, die der ausserordentlich gebrochenen Strahlen aber auf dem Hauptschnitte des Krystalls senkrecht steht.

Die Einwirkung des doppelt brechenden Krystalls auf durch denselben hindurchgehende gewöhnliche Strahlen lässt sich also kurz so bezeichnen, dass dieselben in ordentlich gebrochene nach dem Hauptschnitt polarisirte und in ausserdentlich gebrochene senkrecht gegen den Hauptschnitt polarisirte Strahlen zerlegt werden.

Hinsichtlich der Einwirkung desselben auf poralisirtes Licht lässt sich aber das Resultat unserer Versuche kurz so aussprechen, dass dieselben nur die ordentliche oder nur die ausserordentliche Brechung in demselben erleiden, je nachdem sein Hauptschnitt der Polarisationsebene parallel ist, oder senkrecht darauf steht. Wenn aber sein Hauptschnitt einen schiefen Winkel mit derselben bildet, so erleiden die Strahlen zwar beide Brechungen, aber die Intensität der ordentlich gebrochenen und dann dem Hauptschnitte dieses zweiten Krystalls wieder parallel polarisirten Strahlen ist grösser oder kleiner als die der ausserordentlich gebrochenen, je nachdem jener Winkel kleiner oder grösser als 45° ist.

§. 156.

Der Wechsel in der Helligkeit des ordentlichen und des ausserordentlichen Bildes, welche in diesem letztern Falle erzeugt werden, führt auf die Vermuthung, dass die Intensität der ordentlich gebrochenen Strahlen mit dem Cosinus des Winkels sich ändert, welchen die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen mit dem Hauptschnitt macht, und die der ausserordentlich gebrochenen mit dem Sinus desselben. Unter dieser Voraussetzung nämlich muss die erstere für den Werth 0 oder 180° dieses Winkels ein Maximum sein, für die Werthe 90° oder 270° dagegen verschwinden, und ebenso die letztere für 0 und 180° verschwinden, dagegen für 90° oder 270° ein Maximum erreichen; endlich auch müssen beide Intensitäten einander gleich werden, wenn jener Winkel = 45°, 135°, 225° oder 315° wird, gerade so, wie es in der That beobachtet ist. Wollte man aber die Intensitäten der beiden Strahlenarten dem Cosinus und Sinus dieses Winkels einfach, oder überhaupt ungeraden Potenzen derselben proportional setzen, so würde man genöthigt sein, von dem Vorzeichen dieser Ausdrücke dabei abzusehen, um keine negativen Intensitäten zu erhalten, welche selbstverständlich nicht vorkommen können.

Es ist daher wahrscheinlicher, dass die Intensität einer geraden Potenz dieser Functionen proportional ist, und unter den verschiedenen so möglichen Fällen ist der einfachste, dass der Exponent dieser Potenz = 2 ist. Diese Voraussetzung führt, da die Summe der Quadrate des Cosinus und

des Sinus eines Winkels = 1 ist, zu dem Schlusse, dass die Summe der Intensitäten des ordentlich und des ausserordentlich gebrochenen Lichtes eine constante von dem Winkel unabhängige Grösse ist, welchen die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes mit dem Hauptschnitte des doppeltbrechenden Krystalls macht. Obwohl nun im Allgemeinen die Intensitätsmessungen des Lichtes schwierig und nur approximativ auszuführen sind, namentlich wenn man jedes der beiden Bilder für sich hinsichtlich der Intensität prüfen wollte, so lässt sich doch die obige Folgerung aus der gemachten Hypothese einer ziemlich genauen Prüfung unterwerfen, welche sie bestätigt. Wenn man nämlich entweder die Dicke des Krystalls so klein, oder den Querschnitt des auffallenden Strahlenbündels so gross wählt, dass die beiden Bilder zum Theil über einander fallen, so ergiebt sich, dass bei einer Drehung des Krystalls zwar die Helligkeit an den Stellen, wo beide Bilder nicht über einander fallen, nach den früher gefundenen Gesetzen sich ändert, aber an der Stelle, wo sie über einander fallen, immer merklich dieselbe bleibt.

Hieraus können wir also den Schluss ziehen, dass, wenn polarisirtes Licht durch einen doppeltbrechenden Krystall geht, die Intensität der ordentlich gebrochenen Strahlen dem Quadrate des Cosinus, die der ausserordentlich gebrochenen dem Quadrate des Sinus des Winkels proportional ist, welchen die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes mit dem Hauptschnitte des Krystalls macht. Wir können sogar, indem wir von dem geringen Verluste absehen, welchen das durch den Krystall gehende Licht durch die Reflexion an den Grenzflächen desselben erleidet, die Summe der Intensitäten beider der Intensität des einfallenden Lichtes gleich setzen. Es ergiebt sich dieses daraus, dass die Helligkeit der Stelle, wo beide Bilder über einander liegen, nicht merklich geändert wird, wenn man den Krystall ganz fortnimmt. Bezeichnen wir also durch φ den Winkel, welchen die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes von der Intensität I mit dem Hauptschnitte des Krystalls macht, so sind $I \cos^2 \varphi$ und $I \sin^2 \varphi$ die Intensitäten des ordentlich und des ausserordentlich gebrochenen Lichtes.

Hinsichtlich der Einwirkung des doppeltbrechenden Kalkspathes auf das gewöhnliche unpolarisirte Licht sieht man noch, dass man diese auf die Wirkung desselben auf polarisirtes Licht zurückführen kann, wenn man sich das erstere als aus nach allen möglichen Richtungen polarisirtem Lichte zusammengesetzt denkt, entweder indem man annimmt, dass in demselben gleichzeitig alle diese polarisirten Strahlen vorhanden sind, oder dass die Polarisationsebene ihre Lage in sehr kurzen Zwischenräumen ändert, so dass sie in einer unmessbar kleinen Zeit durch alle Azimuthe geht, so dass die Wirkung des doppeltbrechenden Krystalls nicht darin bestehen würde, den Strahlen erst die Polarisation zu ertheilen, sondern die schon vorhandenen polarisirten Strahlen nach zwei auf einander senkrechten Polarisationsebenen von einander zu sondern. Es würde nämlich aus dieser Vorstellung

folgen, dass die Intensität der ordentlich und der ausserordentlich gebrochenen Strahlen von unpolarisirt einfallendem Lichte gleich sein muss, wie es die Beobachtung zeigt; zugleich gewinnen wir aber für die Betrachtung der Erscheinungen den Vortheil, von dem polarisirten Lichte, als dem einfachern ausgehen und aus den für dasselbe gewonnenen Gesetzen die Erscheinungen des unpolarisirten Lichtes construiren zu können, deren Vergleich mit den Ergebnissen der wirklichen Beobachtung, wie sich im weitern Verlaufe zeigen wird, diese Hypothese in der That zulässig macht, so dass wir unsere Betrachtungen vorerst auf das polarisirte Licht beschränken, und erst später wieder auf das unpolarisirte zurückkommen werden.

§. 157.

Untersuchen wir nun zunächst, ob und in welcher Weise wir uns eine Vorstellung von den physischen Zuständen des polarisirten Lichtes bilden können, welche mit der Undulationstheorie im Zusammenhange steht, wie wir also die Polarisationserscheinungen in diese Theorie einführen und für die fernere Untersuchung fruchtbar machen können. In dieser Theorie betrachten wir das Licht durch eine schwingende Bewegung der kleinsten Theilchen des hypothetisch angenommenen Aethers bedingt. Eine Bewegung muss aber immer in einer bestimmten Richtung stattfinden, und in dieser Beziehung könnten wir den Aethertheilchen geradlinige oder krummlinige Bahnen mit verschiedener Neigung gegen die Richtung der Strahlen oder gegen die Richtung anweisen, in welcher sich die schwingenden Bewegungen fortpflanzen.

Hierüber haben wir aber bisher noch keine bestimmte Annahme gemacht, und daher können wir versuchen, ob durch eine solche bestimmmte Annahme, die in der Polarisation zur Erscheinung kommende Seitlichkeit der Lichtstrahlen erklärt werden kann.

Wir können nun aber annehmen, dass die Schwingungen in der Richtung der Fortpflanzung, oder senkrecht, oder unter einem beliebigen Winkel gegen dieselbe geneigt stattfinden, dass sie also longitudinale oder transversale oder aus beiden gemischte seien.

Was nun zunächst die longitudinalen Schwingungen betrifft, so können aus diesen zwar die Interferenzerscheinungen erklärt werden, da diese nur eine Bewegung in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung in den beiden interferirenden Strahlen voraussetzen, nicht aber die verschiedene Seitlichkeit der Strahlen, denn rings um die mit der Schwingungsrichtung dann zusammenfallende Fortpflanzungsrichtung ist Alles identisch. Diese Identität der verschiedenen Azimuthe um die Fortpflanzungsrichtung hört aber auf, sobald wir auch transversale Schwingungen zulassen. Denn bleiben wir zuerst bei der Vorstellung geradliniger Schwingungen stehen, so können wir bei der Annahme transversaler Schwingungen unendlich viele

Azimuthe denken, in denen dieselben stattfinden können. Für jedes einzelne dieser Azimuthe findet aber offenbar eine Verschiedenheit der durch die Fortpflanzungs- und die Schwingungsrichtung gelegten Ebene von einer andern durch die erstere senkrecht gegen die Schwingungsrichtung gelegten Ebene statt. Denn während das schwingende Theilchen immer in der erstern bleibt, entfernt es sich abwechselnd nach der einen und nach der andern Seite von der letztern.

Wollen wir eine dieser beiden Ebenen als die Polarisationsebene des Strahles ansehen, so besitzen wir freilich kein Anzeichen, welche derselben wir dafür nehmen sollen; und es ist bemerkenswerth, dass auch kein optisches Phänomen bekannt ist, welches bis jetzt eine unzweifelhafte Wahl zwischen beiden zu treffen erlaubte. Einige Untersuchungen haben es indessen wahrscheinlich gemacht, dass die auf der Schwingungsrichtung senkrechte Ebene die Polarisationsebene sei; und diese wollen wir auch künftig so nennen, wodurch wir zugleich den Vortheil erhalten, jede jener beiden Ebenen mit einem besondern kurzen Namen bezeichnen zu können, indem wir diejenige, in welcher die Schwingungen stattfinden, Schwingungsebene nennen, im Gegensatze zu der darauf senkrecht stehenden Polarisationsebene.

Nachdem wir also gesehen haben, dass die Annahme longitudinaler Schwingungen des Aethers nicht die Polarisation zu erklären vermag, wohl aber die transversaler, bliebe noch die Frage zu entscheiden, ob die Schwingungen auf der Fortpflanzungsrichtung senkrecht stehend oder unter einem beliebigen Winkel gegen dieselbe geneigt gedacht werden kann. Im letztern Falle können dieselben als aus transversalen und longitudinalen zusammengesetzt angesehen werden, wie sich aus einer kurzen mathematischen Betrachtung ergeben wird.

Wir haben nämlich früher schon (im §. 112) als allgemeinen Ausdruck für die Verschiebung u eines Theilchens eines elastischen Mittels, in welchem Wellenbewegungen stattfinden, aus seiner Gleichgewichtslage zur Zeit t nach einem beliebigen Anfangsmomente, den Ausdruck benutzt:

$$u = \Sigma A_n \, . \cos\left((2n\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right),$$

worin τ die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge, x den Abstand vom Anfangspunkte der Wellen in der Fortpflanzungsrichtung bezeichnet, n und A_n beliebige Werthe erhalten können und das Zeichen Σ die Summation aller den verschiedenen Werthen von n entsprechenden gleichgebildeten Ausdrücke andeutet, welcher, wenn c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bezeichnet, da $c = \frac{\lambda}{\tau}$ ist, auch

$$u = \Sigma A_n \, . \cos\left(\frac{2n\varpi}{\tau}\left[t - \frac{x}{c}\right]\right)$$

geschrieben werden kann.

Statt der verschiedenen Werthe von n, welche darin enthalten sind, bei einem und demselben Werthe von τ können wir also auch verschiedene Werthe von τ setzen, und jener Ausdruck bezeichnet also die Bewegung eines Punktes, der mehrere Schwingungen von verschiedener Dauer gleichzeitig macht. Unter der Voraussetzung homogenen Lichtes wird sich derselbe auf ein Glied reduciren, und wenn wir also dieses annehmen, so können wir

$$u = a \, . \cos\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right)$$

setzen, oder auch, indem wir den Anfangspunkt der Zeit passend verlegen,

$$u = a \, . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right).$$

Dieser Ausdruck misst die Grösse der Verschiebung u unabhängig von der Richtung, in der diese stattfindet. Nehmen wir nun an, ein Aethertheilchen vollführe gleichzeitig eine Transversalschwingung und eine Longitudinalschwingung von gleicher Dauer, so wird erstere durch obigen Ausdruck, letztere durch

$$v = b \, . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right)$$

dargestellt werden können. Indem sich beide zusammensetzen, wird offenbar die Verschiebung w zur Zeit t der Grösse nach durch $\sqrt{uu + vv}$, oder durch

$$w = \sqrt{aa + bb} \, . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right)$$

gegeben sein, w aber in einer Ebene liegen, welche durch die Richtung der longitudinalen und der transversalen Schwingung festgelegt ist, und in einer Richtung stattfinden, welche mit der erstern den constanten Winkel α macht, der durch $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{u} = \frac{b}{a}$ gegeben ist.

Es kann also eine gegen die Fortpflanzungsrichtung unter einem schiefen Winkel geneigte Schwingungsrichtung umgekehrt auch als durch Zusammensetzung longitudinaler und transversaler Schwingungen hervorgebracht angesehen werden. Würde das Licht nun durch solche Schwingungen bedingt, so würde das dem erstern entsprechende Licht keiner Polarisation fähig sein, für dieses also die Lage der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes gegen den Hauptschnitt des Krystalls gleichgültig sein. Da nun aber bei Anwendung von polarisirtem Lichte die ordentlich und die ausserordentlich gebrochenen Strahlen jede bei zwei Stellungen des Krystalls gänzlich verschwinden, so können im polarisirten Lichte keine longitudinale Schwingungen vorhanden sein, oder vielmehr, wenn sie vorhanden sind, so werden sie nicht als Licht empfunden. Da aber ferner die Summe der Intensitäten der ordentlich und der ausserordentlich gebrochenen Strahlen auch bei Anwendung unpolarisirt einfallenden Lichtes der des letztern gleich ist, so

können auch in diesem keine longitudinalen Schwingungen Licht hervorbringen, die etwa beim Durchgang durch den Krystall ausgelöscht würden. Man muss daher überhaupt annehmen, dass nur durch transversale Schwingungen des Aethers Licht hervorgebracht wird, longitudinale Schwingungen in demselben also entweder gar nicht stattfinden, oder wenigstens nicht als Licht empfunden werden, so dass sie in den optischen Untersuchungen vernachlässigt werden können.

§. 158.

Die im vorigen Paragraphen ausgeführte Zusammensetzung einer longitudinalen und einer transversalen Schwingung lässt sich auch auf zwei transversale aber senkrecht gegen einander gerichtete Schwingungen anwenden, und also auch umgekehrt eine geradlinige transversale Schwingung in zwei andere auf einander senkrecht stehende zerlegen.

Uebertragen wir also unter Beibehaltung der übrigen Bezeichnungen v und b auf eine transversale senkrecht gegen u gerichtete Schwingung, so wird wiederum

$$w = A \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right)$$

zu setzen sein, wo

$$AA = aa + bb$$

ist, und

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}$$

den Winkel α bestimmt, welchen die Schwingungsrichtung der resultirenden Schwingung mit der der erstern macht, oder den Winkel zwischen der Polarisationsebene der resultirenden und der ersten Schwingung.

Mittelst dieser Formeln lassen sich also zwei zusammenfallende senkrecht gegen einander polarisirte Strahlen zu einem einzigen nach einer andern Ebene polarisirten vereinigen, oder umgekehrt ein polarisirter Strahl in zwei andere senkrecht gegen einander polarisirte zerlegen, was bei manchen optischen Untersuchungen von Nutzen ist.

Da a und b die grössten Werthe sind, welche u und v erreichen können, nämlich dann, wenn

$$2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) = 90_0$$

wird, so nennt man diese die Oscillationsweiten; von dem Verhältnisse derselben hängt der Winkel ab, welchen die Polarisationsebene des resultirenden Strahles mit der des einen der beiden componirenden macht.

Wenden wir dieses auf die in unsern frühern Versuchen beobachteten Erscheinungen beim Durchgange eines polarisirten Strahlenbündels durch ein Kalkspathrhomboëder an. Nennen wir A die Oscillationsweite des einfallenden Lichtes, α den Winkel, welchen dessen Polarisationsebene mit dem

Hauptschnitte bildet, so können wir das letztere in parallel und senkrecht gegen den Hauptschnitt polarisirtes zerlegen; nennen wir a und b die Oscillationsweiten dieser beiden Lichtarten, so ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a} \text{ und}$$

$$AA = aa + bb,$$

woraus sich

$$a = A \, . \cos \alpha \text{ und}$$

$$b = A \, . \sin \alpha$$

ergiebt; oder

$$\frac{aa}{AA} = \cos^2 \alpha \text{ und}$$

$$\frac{bb}{AA} = \sin^2 \alpha.$$

Nun haben wir aber gesehen, dass, wenn wir durch I die Intensität des einfallenden, durch I' und I'' die des ordentlich und ausserordentlich gebrochenen bezeichnen,

$$\frac{I'}{I} = \cos^2 \alpha \text{ und}$$

$$\frac{I''}{I} = \sin^2 \alpha \text{ ist.}$$

Folglich ist

$$I' : I = aa : AA \text{ und}$$

$$I'' : I = bb : AA,$$

oder die Intensität des Lichtes muss dem Quadrate der Oscillationsweite proportional gesetzt werden.

Dieses Resultat lässt sich noch unter einer etwas andern Form aussprechen. Betrachten wir nämlich die Geschwindigkeit, mit welcher sich ein schwingendes Aethertheilchen bewegt, so ist diese freilich eine veränderliche, aber wenn wir zwei in verschieden weiten Bahnen aber mit gleicher Dauer schwingende Theilchen betrachten, so werden deren Geschwindigkeiten in entsprechenden Punkten der beiden Bahnen den Oscillationsweiten proportional sein, mithin sind diese auch den mittlern Geschwindigkeiten der beiden Theilchen proportional. Das Product aus der Masse eines bewegten Punktes in das Quadrat seiner Geschwindigkeit nennt man in der Mechanik seine lebendige Kraft, und wenn die Geschwindigkeit eines Aethertheilchens constant wäre, so würde auch seine lebendige Kraft constant sein, diese daher als ein Maass der Lichtintensität betrachtet werden können. Betrachten wir einen bestimmten mit Aethertheilchen erfüllten Raum, durch welchen unter einander gleiche Wellen hindurchgehen, so wird die Summe der Quadrate der Geschwindigkeiten in demselben während einer bestimmten Zeit immer eine constante Summe sein, gehen aber verschiedene durch die Intensität sich unterscheidende Wellen durch denselben, so werden die Quadrate der Oscillationsweiten der Intensität

proportional geändert, oder die Summe der lebendigen Kräfte in diesem Raume ist noch der Intensität proportional, so dass man jene als ein Maass dieser betrachtet; denn offenbar müssten, wenn in einem jenem Raume gleichen die Aethertheilchen dichter lägen, in demselben Verhältniss grössere bewegende Kräfte angewendet werden, um den einzelnen Theilchen gleiche Oscillationsweiten als vorher zu geben, oder bei gleichen bewegenden Kräften die Oscillationsweiten kleiner sein, so dass wieder die Summen der lebendigen Kräfte gleich würden.

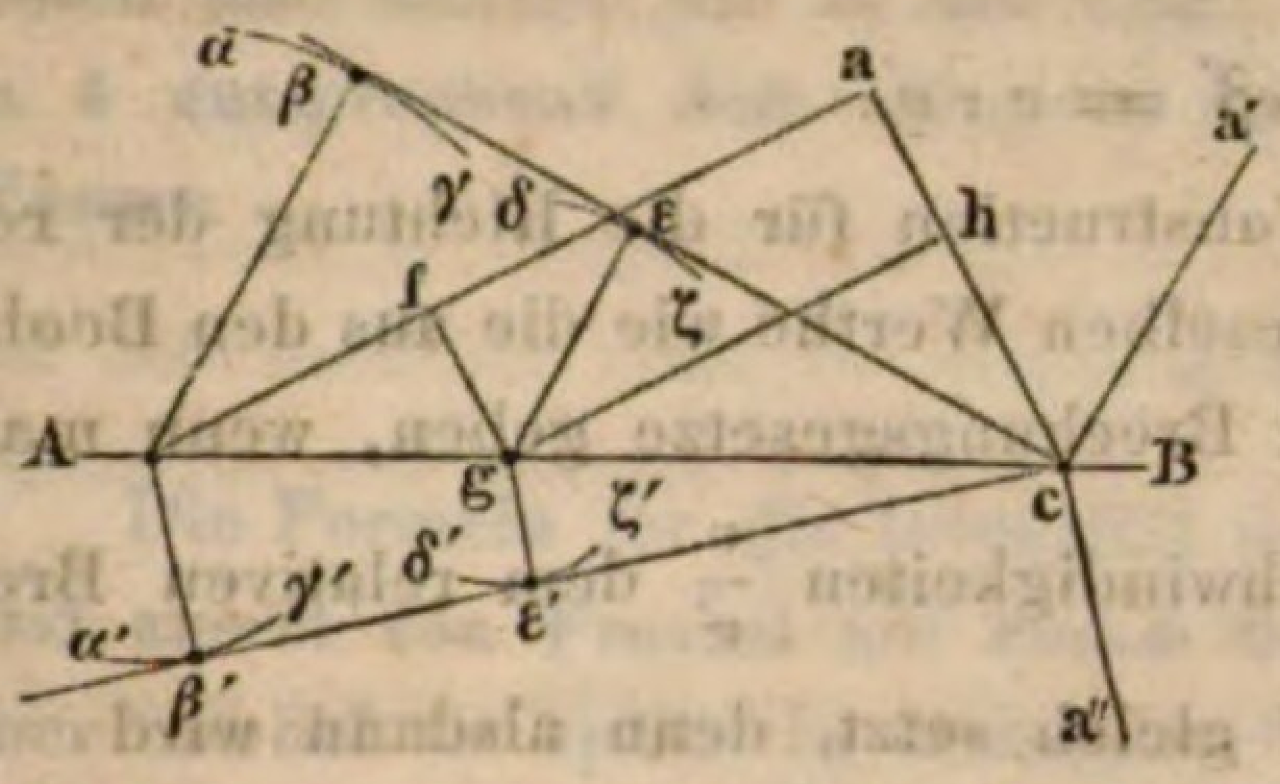
Da nun die Berechnung der lebendigen Kräfte in einem System bewegter Punkte nach Annahme der Voraussetzungen der Undulationstheorie eine rein mathematische Aufgabe wird, so gewinnen wir damit einen Weg zu einer genauen theoretischen Erörterung der Intensitätsverhältnisse des Lichtes, welche, wenn sie in einzelnen Fällen, wo ihre Resultate experimentell geprüft werden können, mit der Erfahrung in Einklang gefunden ist, uns auch dann die Intensität des Lichtes numerisch geben kann, wenn eine solche directe Messung derselben nicht möglich ist. Auf diese Weise sind z. B. die theoretischen und durch die Erfahrung bestätigten Untersuchungen der Diffractionserscheinungen in einzelnen bestimmten Fällen ausgeführt worden, die wir im vorigen Capitel besprachen.

§. 159.

Von besonderm Interesse ist die Anwendung hiervon auf die Reflexion und Brechung des Lichtes oder die Erscheinungen, welche sich beim Uebergange eines Wellensystems aus einem Mittel in ein anderes zeigen, weil wir dadurch theoretische Ausdrücke für die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes erhalten, worüber wir in unsern frühern Untersuchungen, die sich fast ausschliesslich auf die Richtung bezogen, nur gelegentlich einige Bemerkungen machten, dass nämlich im Allgemeinen die Intensität des reflectirten Lichtes mit Verkleinerung des Einfallswinkels abnimmt, während hinsichtlich des gebrochenen im Allgemeinen sich leicht das Entgegengesetzte zeigt.

Bevor wir uns aber zur Aufsuchung der Intensitäten wenden, müssen wir zunächst sehen, ob und unter welchen Voraussetzungen die Undulationstheorie die Richtung der reflectirten und gebrochenen Strahlen in Uebereinstimmung mit der Erfahrung abzuleiten vermag. Dabei wollen wir nur ebene Wellenflächen direct in Betracht ziehen, d. h. solche Wellen, welche parallelen Lichtstrahlen entsprechen, weil diese die Untersuchung vereinfachen, und die Erscheinungen, welche durch gekrümmte Wellen hervorgebracht werden, sich auf diese zurückführen lassen, indem man jedes Flächenelement einer solchen als ein Stück einer ebenen Welle ansehen kann. Die Fortpflanzungsrichtung der ebenen Wellen ist alsdann die Normale auf den Wellenebenen, und bezeichnet die Richtung der Strahlen.

Fig. 35.



Sei also AB (Fig. 35) die ebene Grenzfläche zweier Mittel, oder die Durchschnittslinie derselben mit der Einfallsebene, ab ein Stück einer auf der letztern senkrechten ebenen einfallenden Welle, welche in b gerade die Grenzfläche erreicht hat. Die von den einzelnen Punkten dieser Welle im Durchschnitte mit der Grenzfläche AB ausgehenden Elementarwellen können wir nun betrachten, um nach der Huyghenschen Construction die weitere Fortpflanzung der Wellen zu finden, und der Allgemeinheit wegen wollen wir annehmen, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten und im zweiten Mittel verschieden sei, nämlich v im ersten, v_1 im zweiten. Ein in a auf ab errichtetes Loth ac schneide AB in c so, dass ac als Richtung der einfallenden Strahlen angesehen werden kann. Wenn a in c angelangt ist, so sind von b zwei Elementarwellen in beiden Mitteln ausgegangen und in die Lagen $\alpha\beta\gamma$ und $\alpha'\beta'\gamma'$ gekommen, wenn $\alpha\beta\gamma$ und $\alpha'\beta'\gamma'$ Kugelflächen angehören, deren Halbmesser für $\alpha\beta\gamma$ gleich ab ist, für $\alpha'\beta'\gamma'$ aber gleich $ac \,.\, \frac{v'}{v}$. Ein beliebiger anderer Punkt f der Wellenebene ist in g in AB angekommen, wenn a erst nach $ah = fg$ gelangt ist, und hat, wenn a nach c gekommen ist, die Elementarwellen $\delta\varepsilon\zeta$ und $\delta'\varepsilon'\zeta'$ in ähnlicher Weise ausgesendet, wo wieder der Halbmesser von $\delta\varepsilon\zeta$ gleich ah und der von $\delta'\varepsilon'\zeta'$ gleich $ah \,.\, \frac{v'}{v}$ ist. In ähnlicher Weise können wir auch für alle den zwischen b und c liegenden Punkten zwischen b und a entsprechenden Punkte die bis zu dem Momente fortgeschrittenen Elementarwellen construiren, wo a in c angelangt ist, und die beiden gemeinschaftlichen Berührungsflächen derselben geben die Lagen der Wellen in diesem Momente an. Nun werden offenbar die Elementarwellen im ersten Mittel durch eine auf der Einfallsebene senkrecht stehende Ebene berührt, deren Durchschnitt mit dieser $c\beta$ ist, und die Elementarwellen im zweiten Mittel durch eine ebenfalls auf der Einfallsebene senkrecht stehende Ebene, deren Durchschnitt mit dieser $c\beta'$ ist. Errichten wir also in c auf $c\beta$ und $b\beta'$ Lothe ca' und ca'', so geben diese die Fortpflanzungsrichtungen der Wellen im ersten und zweiten Mittel, d. h. die Richtungen der reflectirten und gebrochenen Strahlen nach der Undulationstheorie.

Man sieht nun leicht, dass ca' und ca'' in der Einfallsebene liegen müssen, dass ferner aca' durch das Einfallsloth halbirt wird, und dass abc und $bc\beta'$ der Einfalls- und der Brechungswinkel sind; nun ist aber

$$\sin abc = \frac{ac}{bc} \text{ und}$$

$$\sin bc\beta' = \frac{b\beta'}{bc} = \frac{ac \cdot v'}{bc \cdot v},$$

folglich

$$\sin abc : \sin bc\beta' = v : v'.$$

Daraus folgt aber, dass diese Construction für die Richtung der reflectirten und gebrochenen Strahlen dieselben Werthe wie die aus den Beobachtungen abgeleiteten Reflexions- und Brechungsgesetze geben, wenn man das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten $\frac{v}{v'}$ dem relativen Brechungsverhältnisse n der beiden Mittel gleich setzt, denn alsdann wird

$$\sin abc = n \cdot \sin bc\beta'.$$

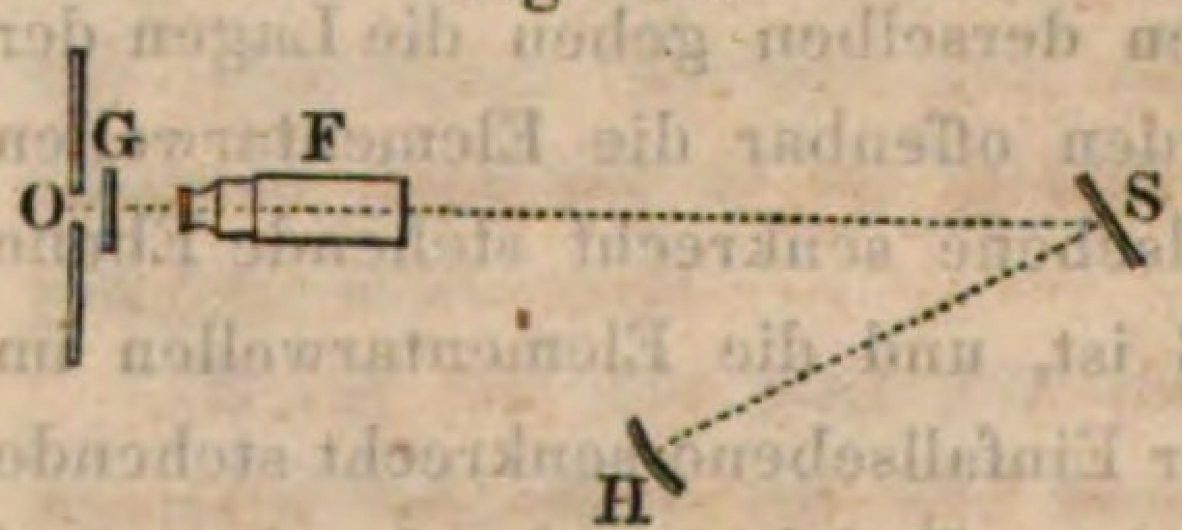
Diese Voraussetzung ist also für die Wellentheorie eine nothwendige, und aus ihr folgt, dass die Geschwindigkeit des Lichtes in allen Mitteln kleiner als in der Luft sein muss, welche mit letzterer verglichen ein relatives Brechungsverhältniss $>$ 1 ergeben.

Von Interesse ist es, zu bemerken, dass die Emissionstheorie, um das Brechungsgesetz zu erklären, wobei sie von einer Anziehung der Mittel auf die in sie eindringenden Lichttheilchen ausgeht, gerade zu dem entgegengesetzten Resultate kommt, nämlich annehmen muss, dass die Lichtgeschwindigkeit in den stärker brechenden Mitteln grösser als in der Luft sein muss.

In neuerer Zeit ist hinsichtlich des Wassers wenigstens durch einen Versuch Foucaults die aus der Undulationstheorie abgeleitete Folgerung als eine richtige erwiesen, und daher auch in dieser Hinsicht der Streit zwischen beiden Theorieen zu Gunsten der letztern entschieden.

Foucault liess nämlich Sonnenstrahlen durch eine enge Oeffnung O, Fig. 36, auf ein aus feinem Platindraht gebildetes Gitter G fallen, dann

Fig. 36.



durch ein Fernrohr F gehen und auf einen kleinen Planspiegel S fallen. Ein kleiner Hohlspiegel H war seitlich so aufgestellt, dass, wenn die von S reflectirten Strahlen auf H fielen, sie gerade in entgegengesetzter Richtung reflectirt werden und in G ein reelles Bild des Gitters hervorbringen mussten, das dieses deckte. Der Spiegel S wurde in rasche Drehung um eine verticale Achse gesetzt, welche bewirkte, dass das reelle Bild von G nicht genau auf das Gitter selbst fiel, sondern um eine kleine scharf zu messende Grösse verschoben wurde, die der Zeit proportional ist, die das Licht gebraucht, um von S nach H und wieder nach S zurück zu gelangen. Es konnte also durch Messung der Verschiebung des Bildes gegen das Gitter die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts zwischen den beiden Spiegeln S und H gemessen werden, und so ergab sich, dass, wenn eine lange mit Wasser gefüllte

Röhre zwischen S und H gebracht wurde, die Verschiebung grösser war, als wenn Luft sich dazwischen fand, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten also kleiner als in der Luft, und zwar etwa im Verhältniss von 3 zu 4 entsprechend dem relativen Brechungsverhältnisse zwischen Luft und Wasser.

§. 160.

Die Formeln für die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes sind zuerst von Fresnel auf einem freilich hypothetischen Wege abgeleitet, aber obwohl sie später in strengerer Weise theoretisch verificirt und kleinen Correctionen unterworfen sind, so ist doch Fresnels Ableitung so einfach, dass sie auch ohne tiefere mathematische Untersuchungen leicht übersehen werden kann, und die von ihm gegebenen Formeln stellen der Hauptsache nach die Erscheinungen dar, weshalb wir derselben hier folgen wollen.

Fresnel geht dabei von der freilich für den strengen Beweis nicht durchaus nöthigen Voraussetzung aus, dass die verschiedene Fortpflanzung des Lichts in verschiedenen Mitteln durch verschiedene Dichtigkeit des Aethers in denselben bedingt werde, die Elasticität desselben aber constant sei. Es ist nämlich schon vielfach von uns die Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v der Wellen in elastischen Medien gebraucht,

$$v = A\sqrt{\frac{e}{d}},$$

worin A eine Constante, e die Elasticität und d die Dichtigkeit des Mediums bezeichnet; zufolge der obigen Voraussetzung nehmen wir also an, dass e in allen Mitteln constant sei, die Verschiedenheiten von v aber durch verschiedene Werthe von d bedingt werden, so dass, wenn v' die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einem andern Mittel, d' die Dichtigkeit des Aethers in demselben bezeichnet, die Gleichung besteht

$$d' : d = vv : v'v'.$$

Wir machen übrigens diese Voraussetzung nicht als eine durchaus nothwendige, sondern nur, weil sie die Ableitung der Formeln erleichtert, während die Annahmen verschiedener Werthe von e bei gleichen von d, oder verschiedener Werthe beider Grössen in beiden Mitteln bei weitläufigern Untersuchungen ebenfalls zu denselben Resultaten führen.

Ausserdem aber gehen wir von folgenden beiden mechanischen Principien aus. Erstens wenn in einem Systeme materieller Punkte irgend welche Bewegungen stattfinden, welche darin neue veranlassen, so geschieht dieses immer in der Weise, dass die Summen der lebendigen Kräfte dabei constant bleiben; und zweitens die Schwingungen, die in der Grenzschicht zweier Medien ausgeführt werden, wenn Wellen, die sich in dem einen verbreiten, an der Grenzschicht reflectirt und gebrochen werden, müssen, da die Grenzschicht beiden Medien angehört, sowohl von den Wellen im ersten als auch

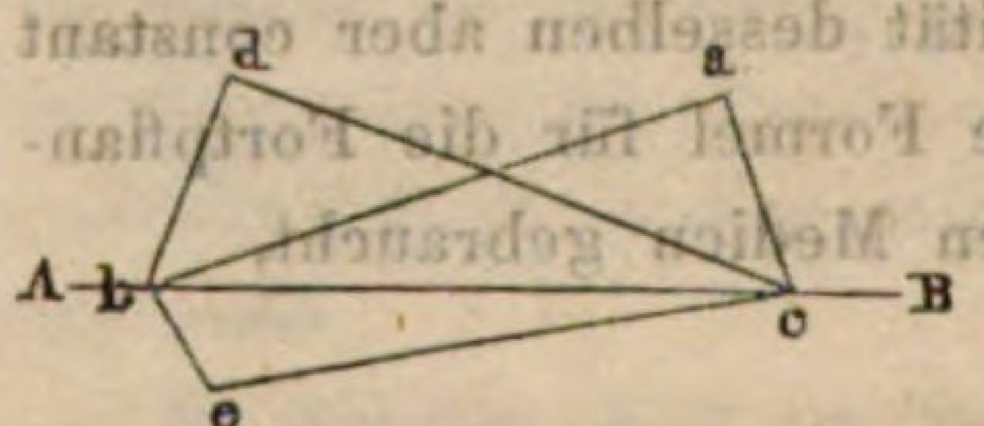
von denen im zweiten herrührend angesehen werden können, so dass, wenn die Bewegungen zweier Theilchen in den beiden Mitteln in je zwei Componenten, nämlich parallel und senkrecht zur Trennungsfläche zerlegt werden, die erstern Componenten einander gleich sein müssen.

Bezeichnet nun A die Oscillationsweite im einfallenden Wellensystem, a die im reflectirten und b die im gebrochenen, so muss hiernach die der Grenzfläche parallele Componente von b gleich der Summe der derselben Fläche parallelen Componenten von A und von a sein.

Nach dem Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte muss aber AA multiplicirt mit der Menge der Aethertheilchen, welche durch ein bestimmtes Stück der einfallenden Welle im ersten Mittel bewegt werden, gleich der Summe der Quadrate von a und b sein, jedes multiplicirt mit der Menge der Aethertheichen, die durch die entsprechenden Stücke der reflectirten und gebrochenen Wellen im ersten und zweiten Mittel bewegt werden.

Stellt nun wieder AB (Fig. 37) die Grenzfläche, ab die einfallende, cd die reflectirte und ce die gebrochene Welle vor, so sind offenbar die Mengen der durch die entsprechenden Stücke der 3 Wellen bewegten Aethertheilchen proportional mit den Flächenräumen der 3 Dreiecke abc, bcd und bce, die ersten beiden multiplicirt mit der Dichtigkeit d des Aethers im ersten, der letzte mit der Dichtigkeit d' desselben im zweiten Mittel.

Fig. 37.



Nennen wir φ den Einfallswinkel $= abc = bcd$, und φ' den Brechungswinkel $= bce$, so sind die Flächenräume der 3 Dreiecke der Reihe nach proportional mit

$$\sin\varphi\cos\varphi,\quad \sin\varphi\cos\varphi,\quad \sin\varphi'\cos\varphi'.$$

Folglich erhalten wir die Gleichung

$$AAd\cos\varphi\sin\varphi = aad\cos\varphi\sin\varphi + bbd'\cos\varphi'\sin\varphi',$$

oder da $d' = d\,.\,\frac{vv}{v'v'}$, wenn v und v' die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten im ersten und zweiten Mittel bezeichnen,

$$\text{und } \frac{v}{v'} = \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi'}, \text{ oder } d' = d\,.\,\frac{\sin^2\varphi}{\sin^2\varphi'} \text{ ist,}$$

$$AA\,.\cos\varphi\sin\varphi = aa\cos\varphi\sin\varphi + bb\,.\,\frac{\sin^2\varphi\cos\varphi'}{\sin\varphi'},$$

oder

$$(AA - aa)\cos\varphi\,.\sin\varphi' = bb\,.\sin\varphi\,.\cos\varphi' \;.\;.\;.\;.\; (1).$$

Die der Trennungsfläche parallelen Componenten von A, a und b sind aber verschieden, je nachdem die gegen die Fortpflanzungsrichtung normalen Bewegungen in der Einfallsebene oder senkrecht gegen diese statt-

finden, d. h. je nachdem das einfallende Licht senkrecht gegen die Einfallsebene oder dieser parallel polarisirt ist.

Im letztern Falle sind die Bewegungen der Grenzebene immer parallel, und dann ist

$$A + a = b, \ldots\ldots\ldots (2),$$

im erstern Falle dagegen sind die der Grenzebene parallelen Componenten $A \cos \varphi$, $a \cos \varphi$ und $b \cos \varphi'$, also

$$(A + a) \cos \varphi = b \cos \varphi' \ldots . (3),$$

Im erstern Falle ergiebt sich aus (1) und (2)

$$(A - a) \cos \varphi \sin \varphi' = b \sin \varphi \cos \varphi',$$

oder, da $A + a = b$ ist,

$$(A - a) \cos \varphi \sin \varphi' = (A + a) \sin \varphi \cos \varphi',$$

also

$$A (\cos \varphi \sin \varphi' - \sin \varphi \cos \varphi') = a \,. (\sin \varphi \cos \varphi' + \cos \varphi \sin \varphi'),$$

oder

$$-A \,. \sin (\varphi - \varphi') = a \,. \sin (\varphi + \varphi'),$$

also

$$a = -A \,. \frac{\sin (\varphi - \varphi')}{\sin (\varphi + \varphi')} \ldots . (4)$$

und

$$b = A \left(1 - \frac{\sin (\varphi - \varphi')}{\sin (\varphi + \varphi')}\right) = A \,. \frac{2 \,. \cos \varphi \,. \sin \varphi'}{\sin (\varphi + \varphi')} \ldots . (5).$$

Im letztern Falle dagegen folgt aus (1) und (3)

$$(A - a) \sin \varphi' = b \,. \sin \varphi,$$

$$(A + a) \cos \varphi = b \,. \cos \varphi',$$

oder

$$(A - a) \sin \varphi' \,. \cos \varphi' = (A + a) \sin \varphi \,. \cos \varphi,$$

oder

$$A \,. (\sin \varphi' \cos \varphi' - \sin \varphi \cos \varphi) = a (\sin \varphi \cos \varphi + \sin \varphi' \cos \varphi'),$$

oder

$$a = -A \,. \frac{\sin \varphi \,. \cos \varphi - \sin \varphi' \cos \varphi'}{\sin \varphi \cos \varphi + \sin \varphi' \cos \varphi'} = -A \,. \frac{\operatorname{tg} (\varphi - \varphi')}{\operatorname{tg} (\varphi + \varphi')} \ldots . (6)$$

und

$$b = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi'} A \left(1 + \frac{\operatorname{tg} (\varphi - \varphi')}{\operatorname{tg} (\varphi + \varphi')}\right) = A \,. \frac{2 \,. \cos \varphi \,. \sin \varphi'}{\sin \varphi \,. \cos \varphi + \sin \varphi' \cos \varphi'} \ldots . (7).$$

Mit Hülfe der Ausdrücke (4), (5), (6) und (7) ergiebt sich die Intensität des reflectirten Lichtes, wenn das einfallende Licht entweder senkrecht gegen die Einfallsebene oder dieser parallel polarisirt ist.

Ist es aber nach einer Ebene polarisirt, welche mit der Einfalls ebene den Winkel α macht, so lässt es sich in zwei Systeme zerlegen, deren eines senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist, und die Oscillations-

weite $A \, . \cos \alpha$ besitzt, während das andere ihr parallel polarisirte die Oscillationsweite $A \, . \sin \alpha$ hat.

Das erste System giebt für das reflectirte Licht die Oscillationsweite

$$a' = - A \, . \cos \alpha \, . \frac{\sin (\varphi - \varphi')}{\sin (\varphi + \varphi')}$$

und für das Gebrochene

$$b' = A \, . \cos \alpha \, . \frac{2 \, . \cos \varphi \sin \varphi'}{\sin (\varphi + \varphi')}.$$

Das zweite ergiebt für die Oscillationsweiten a'' und b'' des reflectirten und gebrochenen Lichtes:

$$a'' = - A \, . \sin \alpha \, . \frac{\operatorname{tg} (\varphi - \varphi')}{\operatorname{tg} (\varphi + \varphi')},$$

$$b'' = A \, . \sin \alpha \, . \frac{2 \, . \cos \varphi \sin \varphi'}{\sin \varphi \cos \varphi + \sin \varphi' \cos \varphi'}.$$

Die beiden Gruppen des reflectirten und des gebrochenen Lichtes können nun je wieder vereinigt werden; nennen wir β und γ die Winkel, welche die Polarisationsebenen derselben mit der Einfallsebene machen, so ist

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a''}{a'}, \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{b''}{b'},$$

also

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \, . \frac{\cos (\varphi + \varphi')}{\cos (\varphi - \varphi')},$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \, . \frac{\sin (\varphi + \varphi')}{\sin \varphi \cos \varphi + \sin \varphi' \cos \varphi'} = \operatorname{tg} \alpha \frac{1}{\cos (\varphi - \varphi')}.$$

Die volle Intensität des reflectirten Lichtes und des gebrochenen ist in diesem Falle resp. $a'a' + a''a''$ und $b'b' + b''b''$.

§. 161.

Es ergiebt sich hieraus, dass im Allgemeinen die Lage der Polarisationsebene durch die Reflexion und Brechung eine Aenderung erleiden muss, deren Grösse beobachtet werden kann, und dadurch ein Mittel giebt, die Intensitätsformeln, welche auf directem Wege an der Erfahrung nicht geprüft werden können, auf indirectem Wege mit derselben zu vergleichen.

Bevor wir aber die Folgerungen aus diesen Formeln hinsichtlich der Polarisation im Einzelnen ableiten, können wir noch bemerken, dass das reflectirte Licht verschwindet, wenn $\varphi = \varphi'$ wird, d. h. wenn das Licht beim Uebergange durch irgend eine Fläche nicht gebrochen wird, wenn es also in beiden Mitteln eine gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat. Dadurch wird es gerechtfertigt, dass wir bei der Huyghens'schen Construction der Wellenflächen, so lange dieselben in einem und demselben Mittel blieben, nur diejenigen Elementarwellen betrachtet haben, welche im Sinne der Fortpflanzung des Lichtes von den einzelnen Punkten der Wellenfläche in einer

ihrer frühern Lagen ausgehen, indem die Intensität der in entgegengesetzter Richtung fortschreitenden Elementarwellen Null wird.

Um nun aus den im vorigen Paragraphen abgeleiteten Formeln die wichtigsten Folgerungen zu ziehen, wollen wir zuerst das reflectirte Licht und zwar die Lage der Polarisationsebene desselben betrachten, welche durch

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \,.\, \frac{\cos(\varphi + \varphi')}{\cos(\varphi - \varphi')}$$

gegeben ist. Wenn $\varphi + \varphi' = 90^0$ wird, so wird $\operatorname{tg} \beta$ also auch $\beta = 0$, d. h. wie auch das einfallende Licht polarisirt sein mag, so ist dann immer das reflectirte nach der Einfallsebene polarisirt; da nun aber das unpolarisirte Licht sich als eine Verbindung von nach allen möglichen Azimuthen polarisirten Lichtstrahlen betrachten lässt, so wird in diesem Falle jeder dieser einzelnen Bestandtheile der Einfallsebene parallel polarisirt werden, mithin auch das unpolarisirte Licht durch eine solche Reflexion vollständig nach dieser Ebene polarisirt werden. Der Winkel φ, unter welchem das Licht einfallen muss, ist bestimmt durch

$$\varphi + \varphi' = 90^0, \text{ oder } \sin \varphi' = \cos \varphi,$$

und

$$\sin \varphi = n \sin \varphi', \text{ oder } \sin \varphi' = \frac{1}{n} \sin \varphi,$$

wenn n das Brechungsverhältniss bezeichnet, folglich ist

$$\frac{1}{n} \,.\, \sin \varphi = \cos \varphi, \text{ oder}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = n.$$

Den Werth von φ, welcher dieser Gleichung genügt, und der also den Einfallswinkel angiebt, welcher das unpolarisirte Licht durch Reflexion vollständig nach der Einfallsebene polarisirt, heist der Polarisationswinkel, und wir wollen denselben künftig durch p bezeichnen. Er ist, wie man leicht sieht, für die Strahlen verschiedener Oscillationsdauer oder Farbe ein wenig verschieden, so dass also farbloses Licht nicht vollkommen durch Reflexion polarisirt wird; aber da, wenn diese Gleichung für einen farbigen Strahl erfüllt ist, wegen der geringen Verschiedenheiten der Brechungsverhältnisse der verschiedenen Strahlen, sie auch für andere sehr nahe erfüllt ist, so werden auch diese dann als fast vollkommen nach derselben Ebene polarisirt angesehen werden können.

Wenn man daher Lichtstrahlen unter dem Polarisationswinkel von irgend einer Substanz, z. B. Glas, reflectiren und dann senkrecht durch ein Kalkspathrhomboëder gehen lässt, so müssen sie in diesem nur die ordentliche oder die ausserordentliche Brechung erleiden, je nachdem der Hauptschnitt des Krystalls der Einfallsebene parallel oder senkrecht gegen dieselbe gerichtet ist, und diese Folgerung wird in der That durch die Beobachtung bestätigt.

Die Intensität des unter dem Polarisationswinkel reflectirten Lichtes im Verhältniss zu der des einfallenden AA, ergiebt sich aus den Formeln

des vorigen Paragraphen, wenn darin p für φ und $90^0 - p$ für φ' gesetzt wird, zu:

$$\frac{a'a' + a''a''}{AA} = \cos^2\alpha \frac{\sin^2(p - 90^0 + p)}{\sin^2(p + 90^0 - p)} + \sin^2\alpha \frac{\mathrm{tg}^2\,\alpha\,(p - 90^0 + p)}{\mathrm{tg}^2(p + 90^0 - p)},$$
$$= \cos^2\alpha \,.\, \cos^2 2p.$$

Dieser Ausdruck erhält seinen grössten Werth, wenn $\alpha = 0$ ist, nimmt dagegen bis 0 hin ab, wenn α bis 90^0 zunimmt. Wenn also das einfallende Licht, indem es unter dem Polarisationswinkel reflectirt wird, senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt war, so ist die Intensität des reflectirten 0, dagegen ein Maximum, wenn das einfallende Licht nach der Einfallsebene polarisirt war.

Diese Folgerung wird ebenfalls durch den Versuch bestätigt, denn wenn man zwei Spiegel so aufstellt, dass die Normale jedes derselben mit einer Achse, um welche einer der Spiegel gedreht werden kann, einen Winkel gleich dem Polarisationswinkel bildet, so wird, wenn Lichtstrahlen unter dem Polarisationswinkel auf den einen dieser Spiegel fallen, die Achse die Richtung der reflectirten Strahlen sein, und zugleich sind diese nach der durch die Achse und die erste Normale gelegten Ebene polarisirt; indem sie aber auf den zweiten Spiegel ebenfalls unter den Polarisationswinkel fallen, wird die Intensität des von diesem reflectirten Lichtes ein Maximum, wenn die Einfallsebene des zweiten Spiegels in die erstere Ebene fällt, dagegen verschwindet das reflectirte Licht gänzlich, wenn sie senkrecht auf dieser Ebene steht. Wir erhalten daher in der Reflexion unter dem Polarisationswinkel sowohl ein Mittel, das unpolarisirte Licht nach einer bestimmten Ebene zu polarisiren, als auch das polarisirte Licht als solches, und die Ebene, nach der es polarisirt ist, zu erkennen. Es gründet sich hierauf die Einrichtung der gewöhnlichsten Polarisationsapparate, in welchen man meist Spiegel von geschwärztem Glase anwendet, um nur eine spiegelnde Ebene zu haben und die Brechung des Lichtes im Glase zu vermeiden.

Wenn das einfallende Licht zwar nach einer Ebene polarisirt, der Einfallswinkel aber dem Polarisationswinkel nicht gleich ist, so wird, da

$$\cos(\varphi + \varphi') < \cos(\varphi - \varphi'), \text{ oder}$$
$$\mathrm{tg}\,\beta < \mathrm{tg}\,\alpha \text{ ist,}$$

die Polarisationsebene durch die Reflexion der Einfallsebene genähert.

Wenn das einfallende Licht unpolarisirt war, so kann man die Formeln des vorigen Paragraphen über die Intensität des reflectirten Lichtes auch dann, wenn der Einfallswinkel nicht dem Polarisationswinkel gleich ist, auf jedes der polarisirten Lichtsysteme anwenden, aus welchen man das unpolarisirte Licht zusammengesetzt ansehen kann, indem man jedes derselben in 2 der Einfallsebene parallel und senkrecht gegen dieselbe polarisirte Strahlenbündel zerlegt; und offenbar wird die Summe der erstern der Summe der letztern gleich sein. Dieses ist aber für das reflectirte Licht

nicht mehr der Fall. Die Summe der Oscillationsweiten, welche in diesem senkrecht gegen die Einfallsebene geschehen, wird noch proportional mit

$$\frac{\sin(\varphi - \varphi')}{\sin(\varphi + \varphi')}$$

sein, die Summe der dieser Ebene parallel gerichteten dagegen proportional mit

$$\frac{tg(\varphi - \varphi')}{tg(\varphi + \varphi')} = \frac{\sin(\varphi - \varphi') . \cos(\varphi + \varphi')}{\sin(\varphi + \varphi') . \cos(\varphi - \varphi')}.$$

Da aber $\frac{\cos(\varphi + \varphi')}{\cos(\varphi - \varphi')} < 1$ ist, so ist die letztere kleiner als die erstere. Betrachten wir nun die erstere als proportional der Summe

$$\frac{tg(\varphi - \varphi')}{tg(\varphi + \varphi')} + 2 \sin \varphi . \sin \varphi' \frac{tg(\varphi - \varphi')}{\sin(\varphi + \varphi')},$$

so ergiebt sich, dass das reflectirte aus unpolarisirtem Lichte besteht, deren Oscillationsweiten proportional $\frac{tg(\varphi - \varphi')}{tg(\varphi + \varphi')}$ sind, und aus nach der Einfallsebene polarisirtem, dessen Oscillationsweite proportional mit

$$2 \sin \varphi \cos \varphi' \frac{tg(\varphi - \varphi')}{\sin(\varphi + \varphi')}.$$

Es folgt also, dass das unpolarisirte Licht durch Reflexion unter einem andern als dem Polarisationswinkel eine theilweise Polarisation erfährt.

§. 162.

Bei der Ableitung der Folgerungen im vorigen Paragraphen haben wir immer $\varphi' < \varphi$ vorausgesetzt, d. h. angenommen, dass der reflectirende Körper das Licht stärker als die Luft breche, indem dann $n > 1$ ist. Man sieht, dass in diesem Falle $\varphi - \varphi'$ immer positiv ist, die Oscillationsweiten im reflectirten Licht also immer negativ sind, wenn man die im einfallenden positiv nennt; d. h. aber die Phase des reflectirten Lichtes ist um eine halbe Oscillationsdauer verzögert, indem die Schwingungen gerade so stattfinden, wie sie im einfallenden Lichte sein würden, wenn die Bewegung um eine halbe Oscillationsdauer später begonnen hätte. Es entspricht dieses der Umkehrung der Wellen, welche wir z. B. bei der Reflexion der an einer Schnur erregten Ausbiegungen beobachtet haben, wenn diese an das feste Ende gelangt sind.

Wenn aber $n < 1$, also $\varphi' > \varphi$ ist, so ist $\varphi - \varphi'$ negativ, dann erleiden also die Wellen keine Verzögerung durch die Reflexion, sondern, indem auch dem reflectirten Lichte positive Oscillationsweiten zukommen, werden die Wellen ohne Umkehrung reflectirt. Ausserdem erhält, wie wir schon früher im §. 134 bei Besprechung der totalen Reflexion gesehen haben, φ' imaginaire Werthe, wenn $\sin \varphi > n$ wird. Unter dieser Voraussetzung werden die Ausdrücke, von welchen die Intensität des reflectirten

Lichts abhängt, zum Theil imaginair, denn es gehen dann unter sonstiger Beibehaltung der Bezeichnungen des §. 160

$$\frac{a'}{A} = -\cos\alpha \cdot \frac{\sin(\varphi-\varphi')}{\sin(\varphi+\varphi')}$$

und

$$\frac{a''}{A} = -\sin\alpha \cdot \frac{\operatorname{tg}(\varphi-\varphi')}{\operatorname{tg}(\varphi+\varphi')},$$

wenn wir n statt φ' einführen, über in

$$\frac{a'}{A} = \frac{\cos\varphi - \sqrt{\sin^2\varphi - nn}\,.\sqrt{-1}}{\cos\varphi + \sqrt{\sin^2\varphi - nn}\,.\sqrt{-1}} \cos\alpha$$

und

$$\frac{a''}{A} = -\frac{nn\cos\varphi - \sqrt{\sin^2\varphi - nn}\,.\sqrt{-1}}{nn\cos\varphi + \sqrt{\sin^2\varphi - nn}\,.\sqrt{-1}} \sin\alpha,$$

indem, da $\sin\varphi' = \frac{\sin\varphi}{n}$ und $\cos\varphi' = \frac{\sqrt{\sin^2\varphi - nn}\sqrt{-1}}{n}$ ist,

$$\sin(\varphi-\varphi') = \frac{\sin^2\varphi\sqrt{\sin\varphi - nn}\,.\sqrt{-1} - \cos\varphi\,.\sin\varphi}{n}$$

$$\sin(\varphi+\varphi') = \frac{\sin\varphi\sqrt{\sin^2\varphi - nn}\,.\sqrt{-1} + \cos\varphi\,.\sin\varphi}{n},$$

$$\cos(\varphi-\varphi') = \frac{\cos\varphi\sqrt{\sin^2\varphi - nn}\,.\sqrt{-1} + \sin^2\varphi}{n},$$

$$\cos(\varphi+\varphi') = \frac{\cos\varphi\sqrt{\sin^2\varphi - nn}\,.\sqrt{-1} - \sin^2\varphi}{n}$$

wird. Setzen wir der Abkürzung wegen:

$$A' = \frac{1 + nn - 2\sin^2\varphi}{1 - nn},$$

$$A'' = \frac{2\cos\varphi\sqrt{\sin^2\varphi - nn}}{1 - nn},$$

$$B' = \frac{\sin^2\varphi - nn(1 + nn\cos^2\varphi)}{\sin^2\varphi - nn(1 - nn\cos^2\varphi)},$$

$$B'' = \frac{2nn\cos\varphi\sqrt{\sin^2\varphi - nn}}{\sin^2\varphi - nn(1 - nn\cos^2\varphi)},$$

welche Grössen unter der gemachten Voraussetzung immer reell sind, so wird

$$\frac{a'}{A} = \cos\alpha\,(A' - A''\sqrt{-1}),$$

$$\frac{a''}{A} = \sin\alpha\,(B' + B''\sqrt{-1}).$$

Man sieht leicht, dass die Coefficienten A'' und B'' von $\sqrt{-1}$ verschwinden, diese Ausdrücke also nur dann reell werden, wenn entweder

$$\varphi = 90^0 \text{ oder } \sin\varphi = n \text{ ist,}$$

für alle zwischenliegenden Werthe von φ aber die Oscillationsweiten complexe Grössen sind.

Ist $\varphi = 90^0$, so findet eigentlich keine Reflexion statt, indem dann das Licht die reflectirende Fläche nur streift; ist $\sin\varphi = n$, so wird $A' = 1$ und $B' = 1$. Es ist also dann die Intensität des reflectirten Lichtes der des einfallenden gleich, d. h. es findet dann wirklich eine totale Reflexion statt.

Um aber die Bedeutung der imaginairen Theile in den Ausdrücken für die Oscillationsweiten zu verstehen, können wir wieder bemerken, dass eine negative Oscillationsweite einer Verzögerung der Schwingung um eine halbe Oscillationsdauer entspricht, oder dass wir um eine Verzögerung um eine halbe Oscillationsdauer zu bezeichnen, die Oscillationsweite mit — 1 multipliciren müssen; eine fernere Multiplication mit — 1 würde eine Verzögerung um eine ganze Oscillationsdauer geben u. s. f. Wollen wir nun eine Verzögerung um eine halbe Oscillationsdauer durch zwei successive Verzögerungen, jede um eine Vierteloscillationsdauer erhalten, und jede derselben durch Multiplication der Oscillationsweite mit einem Factor x bezeichnen, so muss dieser so gewählt werden, dass das Quadrat desselben $= -1$ ist, d. h. es muss $x = \sqrt{-1}$ gesetzt werden. Daraus lässt sich also schliessen, dass die Multiplication der Oscillationsweite mit $\sqrt{-1}$ eine Verzögerung der Oscillation um eine Vierteloscillationsdauer anzeigt.

Wenn also, wenn $n < 1$ ist, $\sin\varphi > n$ wird, so wird jede der beiden nach der Einfallsebene und senkrecht gegen diese polarisirten Wellen in zwei getheilt, von welcher die eine eine Verzögerung um eine Viertelundulation gegen die andere und das einfallende Licht erfährt. Oder wenn wir das Bewegungsgesetz des einfallenden Lichtes, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene den Winkel α bildet, durch

$$A \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right)$$

vorstellen, so wird die Bewegung im reflectirten Lichte durch die beiden Formeln ausgedrückt:

$$A \,.\, \cos\alpha\left(A' \,.\, \sin\left[2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] - A'' \,.\, \sin\left[2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} - \frac{1}{4}\right)\right]\right)$$

und

$$A \,.\, \sin\alpha\left(B' \,.\, \sin\left[2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] + B'' \,.\, \sin\left[2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} - \frac{1}{4}\right)\right]\right)$$

oder

$$A \,.\, \cos\alpha\left(A' \,.\, \sin\left[2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] + A'' \,.\, \cos\left[2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]\right)$$

und

$$A \,.\, \sin\alpha\left(B' \,.\, \sin\left[2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] - B'' \,.\, \cos\left[2\varpi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]\right),$$

wovon die erstere für das der Einfallsebene parallel, die letztere für das senkrecht gegen dieselbe polarisirte Licht gilt.

Nun können wir aber, da

$$A'A' + A''A'' = 1 \text{ und}$$

$$B'B' + B''B'' = 1 \text{ ist,}$$

$$A' = \cos\delta' \text{ und } A'' = -\sin\delta'$$

$$B' = \cos\delta'' \text{ und } B'' = \sin\delta''$$

setzen, und dann werden die obigen Formeln

$$A \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right] - \delta'\right) \text{ und}$$

$$A \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right] - \delta''\right).$$

Die Summe der Intensitäten beider ist noch immer, wie man sieht $= AA$, d. h. der des einfallenden Lichtes gleich; es wird daher dieses durch eine solche Reflexion ebenfalls nicht geschwächt; aber die Phasen sind im reflectirten Lichte gegen das einfallende verändert.

Um nun zu sehen, welche Bedeutung diese Phasenänderung für das reflectirte Licht hat, müssen wir die Bahnen untersuchen, in welchen sich die Aethertheilchen bewegen, wenn sie gleichzeitig die Bewegungen ausführen, welche ihnen vermöge zweier senkrecht gegen einander polarisirter aber nicht in gleichen Phasen befindlicher Wellen zukommen. Eigentliche Interferenzerscheinungen sind alsdann nicht möglich, weil die Bewegungen in auf einander senkrechten Richtungen stattfinden und sich daher weder gegenseitig aufheben noch verstärken können, wie es der Fall ist, wenn nach derselben Ebene polarisirte und in verschiedener Phase befindliche Wellen über einander fallen.

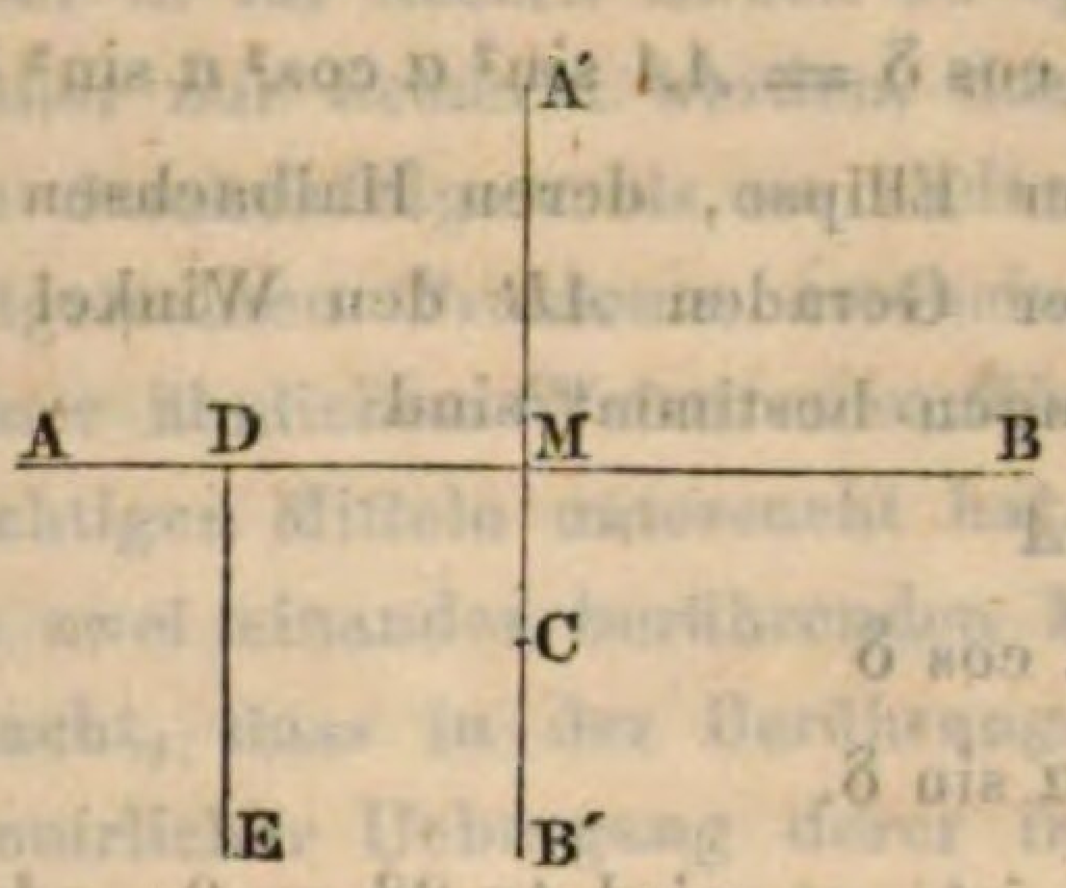
Der Kürze wegen wollen wir $\delta'' - \delta' = \delta$ setzen, und indem wir $x = 0$ annehmen, den Anfangspunkt der Zeit in beiden Systemen um einen gleichen Werth verlegen, so dass wir statt der beiden letzten Formeln von den beiden folgenden ausgehen können:

$$A \cos\alpha \sin\left(2\varpi\frac{t}{\tau}\right) \text{ und}$$

$$A \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin\left(2\varpi\frac{t}{\tau} - \delta\right).$$

Bezeichne nun AB, Fig. 38, die Schwingungsrichtung in der ersten, $A'B'$ die darauf senkrechte in der zweiten Welle, sei ferner M der Ruhe-

Fig. 38.



punkt, $AB = 2A \cos\alpha$, und $A'B' = 2A \sin\alpha$, so wird zur Zeit $t = 0$ oder $m\tau$, wo m eine ganze Zahl ist, das Theilchen sich in der Geraden $A'B'$ befinden, nämlich in der Richtung AB nicht aus seiner Ruhelage entfernt sein; in der Richtung $A'B'$ ist es aber um die Grösse

$$- A \sin\alpha \sin(2\varpi\delta) = MC$$

verschoben, während es nun in der folgenden Zeit sich in der Richtung $A'B'$ noch bewegt, wird es zugleich auch in der Richtung AB in Bewegung gesetzt; ist $\frac{t}{\tau} - \delta = \frac{2m-1}{4}$ oder $t = \delta\tau + \frac{2m-1}{4}\tau$, so ist die Verschiebung in der $A'B'$ parallelen Richtung $- A \sin\alpha = MB'$ geworden, während die Verschiebung parallel AB den Werth

$$A \cos\alpha \,.\, \sin\left(2\varpi \frac{2m-1}{4} + \delta\right) = - A \cos\alpha \,.\, \cos\delta = MD \text{ hat,}$$

das Theilchen befindet sich also in E, wenn $DE = MB'$ ist. So können wir den Weg desselben weiter verfolgen, und es zeigt sich, dass das Theilchen nicht in einer geradlinigen durch M gehenden Bahn, sondern in einer geschlossenen Curve um M sich bewegt.

Bezeichnen wir durch x' und y' die parallel AB und $A'B'$ gemessenen Coordinaten eines Punktes dieser Bahn, in welchem das Theilchen sich zur Zeit t befindet, so ist

$$x' = A \cos\alpha \,.\, \sin\left(2\varpi \frac{t}{\tau}\right)$$

$$y' = A \sin\alpha \,.\, \sin\left(2\varpi \frac{t}{\tau} - \delta\right)$$

$$= A \sin\alpha \,.\, \cos\delta \,.\, \sin\left(2\varpi \frac{t}{\tau}\right) - A \sin\alpha \sin\delta \,.\, \cos\left(2\varpi \frac{t}{\tau}\right),$$

oder da

$$\sin\left(2\varpi \frac{t}{\tau}\right) = \frac{x'}{A.\cos\alpha} \text{ also}$$

$$\cos\left(2\varpi \frac{t}{\tau}\right) = \sqrt{1 - \frac{x'x'}{AA.\cos^2\alpha}} \text{ ist,}$$

$$y' = \frac{A.\sin\alpha.\cos\delta.x'}{A\cos\alpha} - \frac{A\sin\alpha.\sin\delta.\sqrt{AA\cos^2\alpha - x'x'}}{A.\cos\alpha},$$

oder:

$$x' \sin\alpha \cos\delta - y' \cos\alpha = \sin\alpha \sin\delta \sqrt{AA \cos^2\alpha - x'x'},$$

oder

$$x'x' \,.\, \sin^2\alpha \cos^2\delta + y'y' \cos^2\alpha - 2x'y' \sin\alpha \cos\alpha \cos\delta$$
$$= \sin^2\alpha \sin^2\delta \cos^2\alpha\, AA - \sin^2\alpha \sin^2\delta\, x'x',$$

oder

$$x'x' \sin^2\alpha + y'y' \cos^2\alpha - 2x'y' \sin\alpha \cos\alpha \,.\, \cos\delta = AA \sin^2\alpha \cos^2\alpha \sin^2\delta.$$

Es ist dieses aber die Gleichung einer Ellipse, deren Halbachsen a und b sind, und deren eine Achse mit der Geraden AB den Winkel β macht, wenn a, b und β durch die Gleichungen bestimmt sind

$$aa + bb = AA$$

$$\operatorname{tg} 2\beta = - \operatorname{tg} 2\alpha \,.\, \cos\delta$$

und

$$ab = AA \sin\alpha \cos\alpha \sin\delta.$$

Wenn der Phasenunterschied $\delta = 90^0$ ist, so wird $\operatorname{tg} 2\beta = 0$, oder $\beta = 0$ und da dann

$$aa + bb = AA$$

$$ab = AA \sin\alpha \cos\alpha \text{ ist,}$$

so wird

$$a = A \cos\alpha$$

$$b = A \sin\alpha;$$

und wenn $\alpha = 45^0$, so wird $a = b$ und die Ellipse geht in einen Kreis über.

Es ergiebt sich also, dass das polarisirte Licht durch die totale Reflexion zum Theil wenigstens die Polarisation verliert, indem der Gegensatz zwischen den zweierlei Seiten der Strahlen mehr und mehr verschwindet, je näher jene Ellipse einem Kreise kommt. Man nennt das so erhaltene Licht elliptisch oder kreisförmig polarisirtes Licht, indem die Aethertheilchen sich dann in solchen Bahnen bewegen. Je nachdem die Phasendifferenz der beiden Strahlen positiv oder negativ ist, ist die Richtung der resultirenden Bewegung nach der einen oder der andern Seite hin gewendet, und darnach unterscheidet man rechts und links polarisirtes Licht.

Durch eine Wiederholung der totalen Reflexion kann man das elliptisch oder kreisförmig polarisirte Licht wieder geradlinig polarisiren und umgekehrt, je nachdem die Phasendifferenz δ nach der letzten Reflexion ein ganzes oder ein gebrochenes Vielfaches einer halben Oscillationsdauer ist.

Durch Beobachtung der Polarisationsverhältnisse bei der totalen Reflexion sind von Fresnel u. A. diese Resultate der Formeln bestätigt worden.

Durch die Reflexion an Metallen und anderen undurchsichtigen Körpern wird das Licht im Allgemeinen elliptisch polarisirt, es finden daher hier nahe dieselben Erscheinungen, wie bei der totalen Reflexion der durchsichtigen Medien statt. Durch Cauchy's mathematische Untersuchungen sind auch für das an Metallen reflectirte Licht Intensitätsformeln gegeben, welche durch die von Brewster und namentlich Jamin beobachteten Erscheinungen experimentell bestätigt sind; die genauere Betrachtung derselben würde uns

aber in für unsern Zweck zu specielle Untersuchungen einführen. Es möge daher nur bemerkt werden, dass nach dieser Theorie sowohl die Reflexion an durchsichtigen als an undurchsichtigen Medien als specielle Fälle eines allgemeinen Problems erscheinen, dessen Auflösung im Wesentlichen in einer ähnlichen Weise auszuführen ist, wie Fresnel die Reflexion an durchsichtigen Mitteln untersucht hat, nämlich dadurch, dass man die Bewegungen in zwei einander berührenden Mitteln aufsucht, indem man die Bedingung macht, dass in der Berührungsfläche oder vielmehr deren Nähe ein continuirlicher Uebergang derer in dem einen in die im andern Mittel stattfinde und dabei zugleich den Mitteln gewisse Beschaffenheiten zuschreibt, welche geeignet sind, solche Bewegungen hervorzubringen, wie man nach den beobachteten Erscheinungen in jedem der beiden Mittel sich vorstellen muss.

§. 163.

In ähnlicher Weise wie die Intensitäts- und Polarisations-Verhältnisse des reflectirten Lichtes können nun auch aus den im §. 160 abgeleiteten Formeln dieselben Verhältnisse am gebrochenen Lichte bestimmt werden.

Aus der für den Winkel γ, welchen die Polarisationsebene des gebrochenen Lichtes mit der Einfallsebene macht, abgeleiteten Formel

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \, . \, \frac{1}{\cos(\varphi - \varphi')}$$

ergiebt sich zunächst, dass, da dieser Ausdruck nicht unabhängig von α verschwinden kann, das Licht durch einfache Brechung nicht vollständig polarisirt werden kann; da aber $\cos(\varphi - \varphi') < 1$ ist, so ist γ immer grösser als α, die Polarisationsebene wird also durch die Brechung der gegen die Einfallsebene senkrechten Ebene genähert, und zwar um so mehr, je grösser $\varphi - \varphi'$ oder je grösser φ ist.

Geht das Licht durch eine durchsichtige Platte mit parallelen Wänden, so hat an der zweiten Fläche φ' die Bedeutung, welche φ an der ersten hatte und umgekehrt, und da

$$\cos(\varphi' - \varphi) = \cos(\varphi - \varphi')$$

ist, so wird nach dem Durchgange durch die Platte der Winkel γ' zwischen der Polarisationsebene und der Einfallsebene durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \gamma' = \operatorname{tg} \alpha \, \frac{1}{\cos^2(\varphi - \varphi')}$$

bestimmt sein. Bezeichnet man ebenso durch γ_m den Winkel, welchen die Polarisationsebene des durch m einander parallele Platten gleicher Substanz gegangenen Lichtes mit der Einfallsebene bildet, so ist

$$\operatorname{tg} \gamma_m = \operatorname{tg} \alpha \, \frac{1}{\cos^{2m}(\varphi - \varphi')}.$$

Je grösser m ist, um so mehr nähert sich der Werth dieses Ausdruckes unabhängig von α dem Unendlichen, also γ dem Winkel 90°, so dass bei einer hinlänglichen Anzahl von Platten das Licht als nach der gegen die Einfallsebene senkrechten Ebene polarisirt angesehen werden, durch den Durchgang durch diese also ebenfalls das unpolarisirte Licht wenigstens näherungsweise polarisirt werden kann.

Untersuchen wir noch die Intensität des gebrochenen Lichtes, wenn das Licht unter dem Polarisationswinkel einfiel, so müssen wir in dem Werthe von

$$\frac{b'b' + b''b''}{AA}, \ \varphi = p, \text{ und } \varphi' = 90^0 - p$$

setzen. Dann ergiebt sich:

$$\cos^2\alpha \frac{4 \cdot \cos^2 p \cdot \sin^2(90^0 - p)}{\sin^2(p + 90^0 - p)} + \sin^2\alpha \frac{4 \cdot \cos^2 p \cdot \sin^2(90^0 - p)}{(\sin p \cos p + \sin(90^0 - p)\cos(90^0 - p))^2}$$

oder

$$4 \cos^2\alpha \cdot \cos^4 p + \frac{4 \sin^2\alpha \cos^4 p}{4 \sin^2 p \cos^2 p}$$

$$= \operatorname{cotg}^2 p\,(1 - \cos^2\alpha \cdot \cos^2 . 2p).$$

Dieser Ausdruck wird am grössten, wenn $\alpha = 90^0$ und am kleinsten, wenn $\alpha = 0$, d. h. es ist die Intensität des gebrochenen Lichts dann am kleinsten, wenn die des reflectirten am grössten ist, und umgekehrt, was auch schon daraus folgt, dass die Summe der Intensitäten Beider der Intensität des einfallenden Lichtes gleich ist.

§. 164.

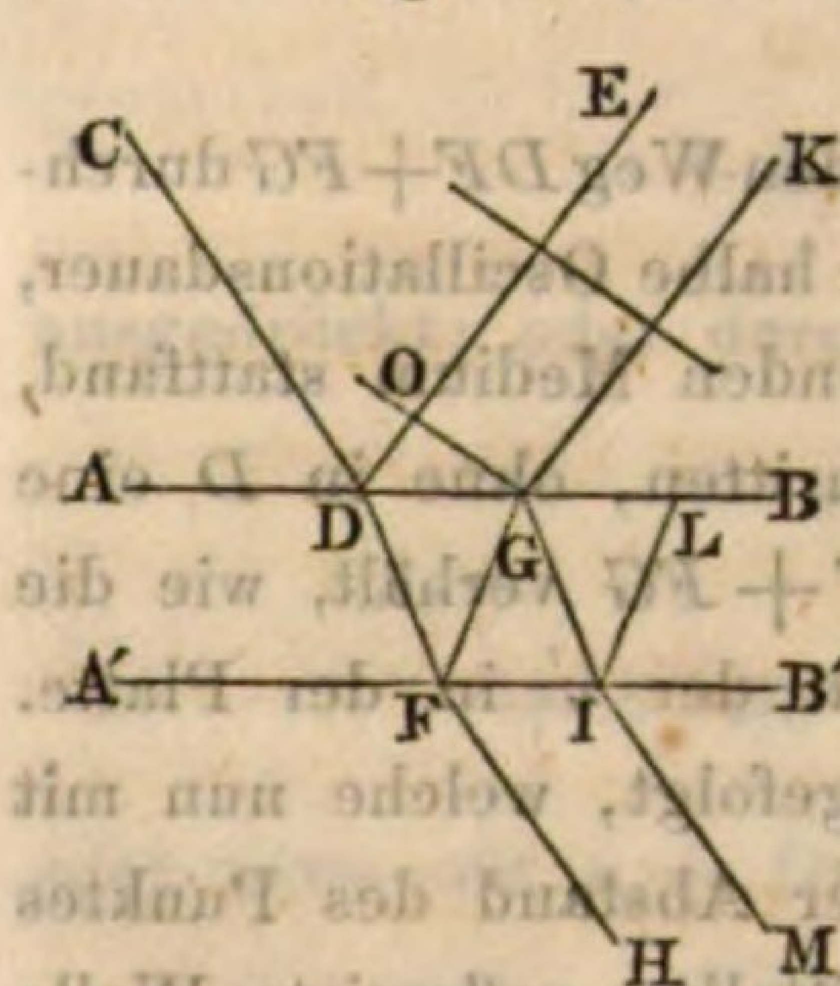
Die durch die Lehre von der Polarisation vervollständigten Gesetze der Reflexion und Brechung des Lichts geben uns in Verbindung mit den Interferenzgesetzen das Mittel zur Erklärung einer eigenthümlichen Erscheinung, welche man beobachtet, wenn man Lichtstrahlen auf eine dünne durchsichtige Platte fallen lässt, und dann entweder das reflectirte oder das durchgegangene Licht sieht.

Bei Anwendung farblosen oder überhaupt zusammengesetzten Lichtes sind beide Strahlenbündel je nach der Beschaffenheit und Dicke der durchsichtigen Platte und der Neigung, unter welcher das Licht auf dieselbe fällt, gefärbt. Man sieht diese Färbungen häufig, wenn man irgend eine durchsichtige Flüssigkeit zu einer sehr dünnen Schicht auszieht, z. B. an der dünnen Oelschicht, welche sich bildet, wenn man einen Tropfen Oel auf Wasser giesst, ferner an den aus Seifenwasser gebildeten bekannten Blasen, an den dünnen Luftschichten, die sich in den Rissen und Sprüngen von Gläsern und Krystallen häufig finden. Mit besonderer Regelmässigkeit zeigen sie sich, wenn man auf die schwach convexe Oberfläche einer Glas-

linse von grosser Brennweite eine planparallele Glasplatte legt und zwischen beide Gläser eine durchsichtige Flüssigkeit, Luft, Wasser oder dergl. bringt. An der Berührungsstelle und rings um diese erscheinen dann Farben in concentrischen Ringen, die nach der Incidenz des Lichtes und nach dem stärkeren oder schwächeren Zusammenpressen der Gläser wechseln. Man hat diese Farbenringe nach Newton, der sie zuerst genauer untersucht hat, Newton'sche Farbenringe genannt. Stellt man den Versuch mit homogenem Lichte an, so verschwinden zwar die verschiedenen Färbungen der Ringe, aber statt deren zeigen sich dann abwechselnd helle und dunkle Ringe, deren entsprechende Durchmesser unter übrigens gleichen Umständen für verschiedene homogene Lichtarten verschieden sind. Daraus sieht man, dass die farbigen Ringe bei Anwendung zusammengesetzten einfallenden Lichtes durch die Uebereinanderlagerung der den verschiedenen Bestandtheilen desselben entsprechenden Maxima und Minima entstehen, und zugleich bietet sich der Gedanke dar, Interferenzen als Grund derselben vorauszusetzen.

Um nun die Entstehung der Erscheinung etwas weiter zu verfolgen, wollen wir eine dünne planparallele durchsichtige Platte betrachten, deren Durchschnitte mit der Einfallsebene eines Bündels paralleler und homogener Lichtstrahlen von der Richtung CD, Fig. 39, AB und $A'B'$ sein mögen.

Fig. 39.



Die Strahlen werden von AB theils in der Richtung DE reflectirt, theils in der Richtung DF gebrochen, an der Fläche $A'B'$ werden die letztern Strahlen wieder theils in der Richtung FG reflectirt, theils in der Richtung $FH \ddagger CD$ gebrochen, die reflectirten erleiden aber an AB theils wieder eine Reflexion in der Richtung $GI \ddagger DF$, theils eine Brechung in der Richtung $GK \ddagger DE$; an $A'B'$ wiederholt sich dann der Vorgang, indem die reflectirten Strahlen theils in der Richtung $IL \ddagger FG$ reflectirt, theils in der Richtung $IM \ddagger FH$ gebrochen werden u. s. f., so dass das von AB in der Richtung des reflectirten Lichtes ausgehende Licht, ausser aus dem einfach reflectirten Lichte, aus einer unendlichen Menge Strahlenbündel gleicher Richtung besteht, von denen das erste eine Reflexion und zwei Brechungen, das zweite drei Reflexionen und zwei Brechungen, überhaupt das $m$te $(2m - 1)$ Reflexionen und zwei Brechungen erlitten hat, die aber der Reihe nach schwächere und schwächere und zuletzt unmerklich werdende Intensitäten besitzen. Ebenso besteht das durch die Platte gegangene Licht ausser dem unmittelbar durchgedrungenen aus einer unendlichen Menge Strahlenbündel gleicher Richtung, von welchen das erste zwei Brechungen und zwei Reflexionen, das zweite zwei Brechungen und 4 Reflexionen, überhaupt das $m$te zwei Brechungen und $2m$ Reflexionen erlitten hat, und deren Intensitäten eben-

falls der Reihe nach schwächer und schwächer werden. Um nun die Intensitäten des von der Platte zurückgeworfenen und des durchgegangenen Lichtes zu berechnen, muss man die Oscillationsweiten der beiden aus unendlich vielen Strahlenbündeln bestehenden Reihen summiren, dabei aber Rücksicht nehmen auf etwaige Phasenverschiedenheiten, welche sich zwischen den einzelnen in demselben Momente durch denselben Punkt gehenden den verschiedenen Strahlenbündeln entsprechenden Wellen finden, so wie ebenfalls auf die Verschiedenheiten in den Lagen der Polarisationsebenen. Letztere sind aber nicht sehr bedeutend, so dass wir sie ausser Acht lassen können, und ebenso wird es für eine Herleitung der Gesetze ohne genaue absolute Berechnung der Intensitäten genügen, wenn wir nur das erste jeder der beiden unendlichen Reihen von Strahlenbündeln berücksichtigen und die Einwirkung untersuchen, welche dieses auf das unmittelbar reflectirte und unmittelbar durchgelassene Licht hat, indem die Berücksichtigung sämmtlicher Strahlenbündel nur eine Aenderung der Grösse der Oscillationsweite des ersten, nicht aber des Vorzeichens derselben zur Folge hat.

Betrachten wir also die beiden Wellen, welche gleichzeitig durch den Punkt O und G gehen, und deren Normalen DE und GK sind; auch wollen wir annehmen, dass die durchsichtige Platte das Licht schwächer bricht, als die beiden gleichen Medien auf beiden Seiten desselben, indem sie z. B. aus Luft zwischen Glasplatten besteht.

Während die Welle in der durchsichtigen Platte den Weg $DF + FG$ durchlief, und zwar mit einer Phasenänderung in F, um eine halbe Oscillationsdauer, indem die Reflexion hier an einem stärker brechenden Medium stattfand, ist die reflectirte Welle um ein Stück DE fortgeschritten, ohne in D eine Verzögerung zu erleiden, dessen Länge sich zu $DF + FG$ verhält, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v im obern Mittel zu der v' in der Platte. In dem Abstande DE ist dieser aber eine andere gefolgt, welche nun mit der aus der Platte kommenden interferirt. Ist x der Abstand des Punktes D vom Anfange der Wellen, so wird die erste unmittelbar reflectirte Welle in D zur Zeit t durch

$$a \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right)$$

ausgedrückt werden können, und die zweite unmittelbar in D reflectirte Welle, die sich in O in dem Momente befindet, wo die erste nach E gelangt ist, durch

$$a \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x + DE - OE}{\lambda}\right]\right).$$

In demselben Momente wird aber die über F nach G gelangte Welle, die mit jener interferirt durch

$$b \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} - \frac{DF + FG}{\lambda'} - \frac{1}{2}\right]\right)$$

dargestellt werden, wenn λ' die Wellenlänge in der durchsichtigen Platte bezeichnet. Diese ist, von der im ersten Mittel verschieden, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten verschieden sind, und zwar ist

$$\text{da } v = \frac{\lambda}{\tau},\ v' = \frac{\lambda'}{\tau} \text{ ist,}$$

$$\lambda' = \frac{\lambda . v'}{v}.$$

Folglich wird der letzte Ausdruck

$$b . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x + \frac{v}{v'}(DF + FG)}{\lambda} - \tfrac{1}{2}\right]\right),$$

oder da

$$DF + FG : DE = v' : v,$$

also

$$(DF + FG)\frac{v}{v'} = DE \text{ ist,}$$

$$b . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x + DE}{\lambda} - \tfrac{1}{2}\right]\right).$$

Die aus beiden zusammengesetzte Welle wird also durch

$$a . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x + DE - OE}{\lambda}\right]\right)$$
$$+ b . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x + DE}{\lambda} - \tfrac{1}{2}\right]\right)$$

ausgedrückt; oder durch

$$a . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x + DO}{\lambda}\right]\right)$$
$$+ b . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x + DO}{\lambda} - \frac{OE}{\lambda} - \tfrac{1}{2}\right]\right),$$

oder wenn wir $x + DO = x'$ setzen, durch

$$a . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x'}{\lambda}\right]\right) + b . \cos\left(2\varpi\left[\frac{OE}{\lambda} + \tfrac{1}{2}\right]\right) . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x'}{\lambda}\right]\right)$$
$$- b . \sin\left(2\varpi\left[\frac{OE}{\lambda} + \tfrac{1}{2}\right]\right) \cos\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x'}{\lambda}\right]\right).$$

Verlegen wir noch den Anfangspunkt der Zeit so, dass

$$\frac{t}{\tau} - \frac{x'}{\lambda} = \tfrac{1}{4} \text{ wird,}$$

so ist

$$\cos\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x'}{\lambda}\right]\right) = \cos\frac{\varpi}{2} = 0,$$

und die zusammengesetzte Welle wird durch

$$\left(a + b . \cos\left[2\varpi\left(\frac{OE}{\lambda} + \tfrac{1}{2}\right)\right]\right) . \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x'}{\lambda}\right]\right)$$

statt durch

$$a \,.\, \sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right]\right)$$

dargestellt, wie es der Fall sein würde, wenn das zurückgeworfene Licht nur die einmalige Reflexion erlitten hätte.

Die Wirkung besteht also darin, dass die Intensität des letztern vergrössert, oder vermindert, oder unverändert gelassen wird, je nachdem $\cos\left(2\varpi\left[\frac{OE}{\lambda} + \frac{1}{2}\right]\right)$ positiv, oder negativ, oder Null ist.

Das erstere findet statt, wenn $2\varpi\left(\frac{OE}{\lambda} + \frac{1}{2}\right)$ zwischen $\frac{2m-1}{2}\,\varpi$ und $\frac{2m+1}{2}\,\varpi$ liegt, das zweite, wenn diese Grösse zwischen $\frac{2m+1}{2}\,\varpi$ und $\frac{2m-3}{2}\,\varpi$ liegt, und das letzte, wenn sie gleich $\frac{2m+1}{2}\,\varpi$ oder $\frac{2m-1}{2}\,\varpi$ ist. Ein Maximum der Verstärkung findet statt, wenn $2\varpi\left(\frac{OE}{\lambda} + \frac{1}{2}\right) = 2m\varpi$, ein Maximum der Schwächung, wenn

$$2\varpi\left(\frac{OE}{\lambda} + \frac{1}{2}\right) = (2m+1)\,\varpi.$$

Indem wir nur diese Maxima betrachten wollen, so wird die Bedingung für die grösste Intensität des zurückgeworfenen Lichtes

$$\frac{OE}{\lambda} + \frac{1}{2} = m,$$

oder

$$OE = \frac{\lambda}{2}\,(2m - 1)$$

und für die geringste

$$\frac{2OE}{\lambda} + 1 = 2m + 1,$$

oder

$$OE = m\lambda,$$

worin m immer eine ganze Zahl bezeichnet.

Die Grösse OE hängt aber von dem Einfallswinkel φ, dem Brechungsverhältniss n und der Dicke d der Platte ab; denn es ist:

$$OE = DE - DO, \text{ und}$$

$$DE = (DF + FG)\,\frac{v}{v'} = 2DF\,\frac{v}{v'};$$

aber da

$$\frac{DG}{2DF} = \sin\tfrac{1}{2}\,DFG = \sin\varphi' \text{ ist,}$$

wenn φ' den dem Einfallswinkel φ entsprechenden Brechungswinkel bezeichnet, so ist

$$DF = \frac{DG}{2 \cdot \sin\varphi'},$$

also

$$DE = \frac{DG \cdot v}{\sin\varphi' \cdot v'} = \frac{DGn}{\sin\varphi'}.$$

Ferner ist

$$\frac{DO}{DG} = \sin\varphi \text{ oder } DO = DG \sin\varphi,$$

folglich

$$OE = DG\left(\frac{n}{\sin\varphi'} - \sin\varphi\right).$$

Endlich ist

$$\frac{DG}{2d} = \operatorname{tg}\varphi',$$

also

$$DG = 2d \cdot \operatorname{tg}\varphi',$$

folglich

$$OE = 2d \cdot \operatorname{tg}\varphi'\left(\frac{n}{\sin\varphi'} - \sin\varphi\right)$$

$$= \frac{2d}{\cos\varphi'}(n - \sin\varphi \cdot \sin\varphi')$$

$$= \frac{2dn}{\cos\varphi'}(1 - \sin^2\varphi') = 2dn \cdot \cos\varphi'.$$

Für die Maxima der Lichtstärke erhalten wir also die Bedingung:

$$2dn \cdot \cos\varphi' = \lambda \cdot \frac{2m+1}{2},$$

$$\text{oder } d = \frac{\lambda}{n\cos\varphi'} \cdot \frac{2m+1}{4}, \text{ oder da } \frac{\lambda}{n} = \lambda' \text{ ist,}$$

$$d = \frac{\lambda'}{\cos\varphi'} \cdot \frac{2m+1}{4},$$

und für die Minima die Bedingung

$$d = \frac{\lambda'}{\cos\varphi'} \frac{2m}{4}.$$

Stellen wir die nämlichen Betrachtungen auch für das durchgelassene Licht an, so ergiebt sich, dass dessen Lichtstärke ein Maximum wird, wenn

$$d = \frac{\lambda'}{\cos\varphi'} \cdot \frac{2m}{4},$$

dagegen ein Minimum, wenn

$$d = \frac{\lambda'}{\cos\varphi'} \cdot \frac{2m+1}{4},$$

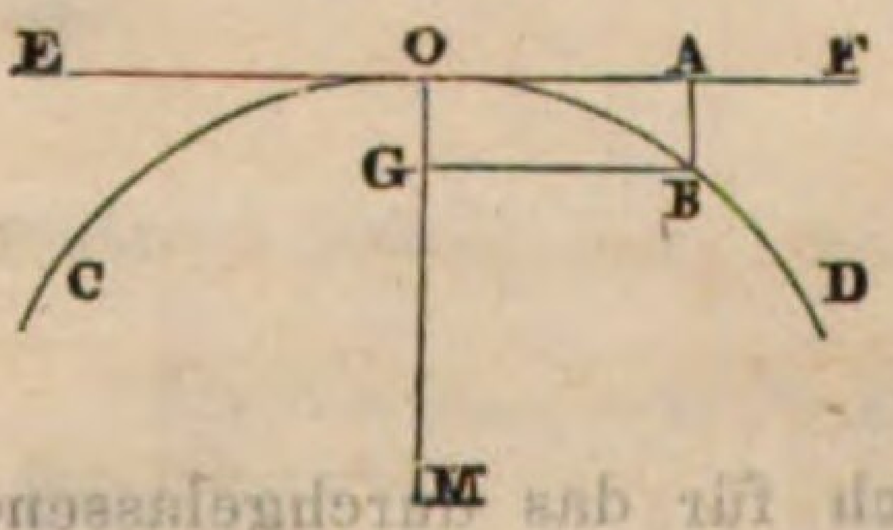
oder dass dieses am schwächsten ist, wenn das zurückgeworfene am stärksten und umgekehrt; bei auffallendem farblosen Lichte muss daher das durchgegangene Licht die complementaire Färbung des zurückgeworfenen haben.

§. 165.

Aus diesen Resultaten lassen sich nun leicht die Gesetze der Ringbildung ableiten, welche man durch eine durchsichtige Schicht zwischen einem untern schwach convexen und einem obern plan-parallelen Glase erhält. Die zwischenliegende Luftschicht lässt sich als eine Zusammensetzung von Platten betrachten, die sich concentrisch um einander schliessen, und deren jede eine constante aber um so grössere Dicke besitzt, je weiter sie von dem Mittelpunkte der Ringe oder der Berührungsstelle beider Gläser absteht. An dieser Stelle, wo die Dicke der Schicht Null ist, geht das einfallende Licht ohne Reflexion in die untere Platte über, die Berührungsstelle muss daher von oben gesehen dunkel erscheinen, rings um diese muss aber bei Anwendung homogenen Lichtes immer in einem jeden Ringe gleiche Intensität, oder im zusammengesetzten Lichte eine gleiche Färbung sich finden, da die Dicke hier gleich und der Einfallswinkel in der ganzen Ausdehnung der Ringe immer gleich ist; aber indem man immer weitere und weitere Ringe betrachtet, wird zunächst die Intensität im homogenen Lichte zunehmen müssen, indem bei verschwindender Dicke der Luftschicht das an der obern oder untern Fläche reflectirte Licht um eine halbe Oscillationsdauer gegen einander verzögert sind, sie sich also dann am meisten schwächen, es folgt also ein Maximum der Lichtstärke, und darauf abwechselnde Minima und Maxima. Die Durchmesser der hellsten und dunkelsten Ringe lassen sich bei gegebenem Einfallswinkel und gegebenem Radius der untern kugelförmigen Grenzfläche leicht berechnen.

Stelle *COD* (Fig. 40) diese vor, *M* den Mittelpunkt der Kugelfläche *AEO*, die in *O* auf *MO* senkrechte obere ebene Grenzfläche der Luftschicht; sei ferner *A* ein Punkt eines hellsten Ringes, so wird, wenn *AB* senkrecht auf *AE* gezogen wird, *AB* die Dicke *d* der Luftschicht an dieser Stelle sein; und daher ist

Fig. 40.



$$AB = \frac{2m+1}{4} \frac{\lambda'}{\cos \varphi'}.$$

Bezeichnen wir durch x den Halbmesser OA dieses hellen Ringes, durch r den Radius MO der Kugelfläche, so ist, wenn wir noch $BG \ddagger AE$ ziehen,

$$OG : BG = BG : 2r,$$

oder

$$x = OA = BG \sqrt{2r \, . \, OG} = \sqrt{2r \, . \, AB},$$

folglich

$$x = \sqrt{\frac{2r\,(2m+1)\,\lambda'}{4 \, . \cos \varphi'}} = \sqrt{\frac{(2m+1)\,r\lambda'}{2 \, . \cos \varphi'}}.$$

Ebenso ergiebt sich für y, wenn dieses den Halbmesser eines dunkelsten Ringes bezeichnet,

$$y = \sqrt{\frac{2mr\lambda'}{2 \, . \cos \varphi'}}.$$

Es müssen sich also die Durchmesser der auf einander folgenden abwechselnd hellen und dunkeln Ringe wie die Quadratwurzeln aus den auf einander folgenden ganzen Zahlen verhalten, und dieses Resultat wird durch die genauesten Messungen bestätigt.

Andererseits aber sieht man, dass die Durchmesser der Ringe um so grösser werden, je grösser φ' oder φ wird, d. h. je schiefer man auf die obere Platte sieht, wovon man sich durch einen leichten Versuch und noch genauer durch Messungen ebenfalls überzeugen kann.

Diese Ringe können, wenn sie unter Anwendung homogenen Lichtes erzeugt werden, wie man sieht, wie andere Interferenzerscheinungen zur Messung der Wellenlängen benutzt werden. Wichtiger aber noch ist die Anwendung der Farben der dünnen Platten zur genauen Messung der Dicke derselben, indem man die Farbe bestimmt, welche eine solche Platte unter einem bestimmten Winkel betrachtet giebt. Zu diesem Zwecke wie auch um die durch Farbenmischung bei Interferenzerscheinungen auftretenden Farben in einer gewissen Weise bezeichnen zu können, sind die in den durch zwei sich berührende Platten der angegebenen Art hervorgebrachten Färbungen des zurückgeworfenen Lichtes von Newton in folgende Reihenfolge gebracht:

Schwarz, Blau, Weiss, Gelb, Orange, Roth,	erste Ordnung,	Purpur, Indigo, Blau, Grün, Gelb, Roth, Bläulichroth,	dritte Ordnung,
Violett, Indigo, Blau, Grün, Gelb, Orange, Roth, Ponceau,	zweite Ordnung,	Bläulichgrün, Grün, Gelblichgrün, Roth,	vierte Ordnung,
		Grünlichblau, Roth,	fünfte Ordnung,

Grünlichblau, } sechste Ordnung, Grünlichblau, } siebte Ordnung.
Roth, } Röthlichweiss, }

Die äussersten Ringe rücken einander sehr nahe, so dass es im farblosen Lichte kaum möglich ist, über die siebte Ordnung hinaus noch Farben zu unterscheiden, auch werden die Farben immer weniger bestimmt, indem bei grössern Dicken die sämmtlichen Farben gleichmässig verändert werden, so dass dann die Mischfarbe immer wieder farblos wird. Im homogenen Lichte kann man aber viel mehr Ringe noch deutlich wahrnehmen.

Bei dieser Gelegenheit ist noch zu erwähnen, dass die Emissionstheorie, um diese Erscheinungen zu erklären, den Lichttheilchen sogenannte Anwandlungen des leichtern Durchgehens und Zurückgehens beilegte, welche dieselben periodisch erleiden sollten. Dadurch war aber diese Theorie dem Wesen der Undulationstheorie sehr viel näher gekommen, so dass ihre Anhänger ebenfalls periodische Wechsel in den Zuständen längs der Lichtstrahlen annehmen mussten, und so unwillkürlich zur Undulationstheorie gedrängt wurden, indem, um zu dieser überzugehen, es nur noch nöthig war, die periodischen Zustandswechsel allein beizubehalten, und die an sich überflüssige progressive Bewegung der Träger dieser Zustandsänderungen abzustreifen.

Sechstes Capitel.

Von der Doppel-Brechung des Lichtes.

§. 166.

In dem im §. 155 beschriebenen Fundamentalversuche, durch welchen wir die Polarisation des Lichtes kennen gelernt haben, haben wir gesehen, dass ein Bündel paralleler Lichtstrahlen durch den Durchgang durch ein Kalkspathrhomboëder in zwei Strahlenbündel getheilt wird, von denen das eine, das ordentlich gebrochene, nach dem Hauptschnitte des Krystalls, das ausserordentlich gebrochene senkrecht gegen diesen polarisirt ist. Diese Trennung kann nur dadurch geschehen sein, dass die erstern Strahlen in anderer Richtung durch den Krystall als die letztern gingen; es muss daher den beiden Strahlenarten ein verschiedenes Brechungsverhältniss, und da dieses von den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten abhängig ist, eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Kalkspath zukommen.

In dem früher angestellten Versuche, wo die Strahlen senkrecht auf das Rhomboëder fielen, gingen die ordentlich gebrochenen Strahlen ohne

Ablenkung durch dasselbe, also in derselben Weise, wie die Strahlen durch eine einfach brechende durchsichtige Platte gegangen sein würden; die ausserordentlich gebrochenen dagegen wurden abgelenkt, aber immer so, dass sie mit dem Einfallslothe, das hier mit der Richtung der einfallenden Strahlen zusammenfiel, in einer Ebene lagen, welche der krystallographischen Hauptachse parallel ist, und die wir einen Hauptschnitt genannt haben.

Betrachten wir jetzt auch nicht senkrecht auf das Rhomboëder fallende Strahlen, so zeigt sich eine ähnliche Erscheinung, indem die ausserordentlich gebrochenen Strahlen sich immer in der durch das Einfallsloth der krystallographischen Achse parallel gelegten Ebene, dem Hauptschnitte, befinden, also im Allgemeinen aus der Einfallsebene nach der einen oder andern Seite heraustreten, die ordentlich gebrochenen dagegen immer in dieser bleiben.

Lässt man die Strahlen statt durch ein Kalkspathrhomboëder durch ein aus dem Kalkspath geschnittenes Prisma gehen, an welchem aber die Richtung der krystallographischen Hauptachse bezeichnet ist, so kann man ausserdem die Ablenkungen genauer messen, welche die ordentlich und die ausserordentlich gebrochenen Strahlen erleiden, und daraus für jeden derselben wieder das Verhältniss des Sinus des Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels, oder das Brechungsverhältniss berechnen. Hinsichtlich der ordentlich gebrochenen Strahlen ergiebt sich dieses dann, wie auch die krystallographische Hauptachse in dem Prisma liegen, und unter welchem Winkel auch die Strahlen auffallen mögen, constant, so dass diese ganz so wie in einfach brechenden Mitteln gebrochen werden, woher ihr Name. Für die ausserordentlich gebrochenen Strahlen dagegen ändert sich dieses Verhältniss mit dem Winkel, welchen die Richtung der Strahlen im Krystall mit der krystallographischen Achse bildet, so dass es ein constantes ist, wenn dieser Winkel denselben Werth hat, dagegen für jeden andern Werth dieses Winkels eine andere Grösse erreicht.

Da nun die ordentlich gebrochenen Strahlen dem Hauptschnitte parallel polarisirt sind, d. h. die Schwingungen in denselben senkrecht gegen diese Ebene, also auch gegen die Hauptachse, geschehen, die ausserordentlich gebrochenen aber senkrecht gegen diese Ebene polarisirt sind, ihre Schwingungen also in dieser Ebene stattfinden und daher mit der Hauptachse den Complementswinkel des Winkels bilden, den die Richtung derselben mit dieser macht, so muss man schliessen, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit abhängig ist von dem Winkel, welchen die Schwingungsrichtung mit der Hauptachse macht. Dieses wird noch dadurch bestätigt, dass die Richtungsverschiedenheit zwischen dem ordentlich und ausserordentlich gebrochenen Strahle am grössten ist, wenn die letztere senkrecht gegen die Hauptachse, ihre Schwingungen also dieser parallel gerichtet sind, dagegen immer mehr bis zu Null

hin abnimmt, wenn die Strahlenrichtung der Achse sich nähert, oder die Schwingungsrichtung dem Lothe auf diese. Schneidet man eine Platte aus Kalkspath, deren Flächen auf der Hauptachse senkrecht stehen, und lässt man auf diese Strahlen normal auffallen, so gehen diese in der Richtung der Achse durch die Platte, und es findet keine Doppelbrechung statt, indem dann der ordentlich und der ausserordentlich gebrochene Strahl zusammenfallen, und die Schwingungsrichtung beider senkrecht auf der Hauptachse steht.

Aus diesem Grunde nennt man die letztere auch wohl die optische Achse des Kalkspaths, und diesen, weil nur eine Richtung vorhanden ist, in der die Fortpflanzungsgeschwindigkeit beider Strahlen gleich ist, einen optisch einachsigen Krystall.

Nachdem wir also gesehen haben, dass alle Strahlen, deren Schwingungsrichtungen gleiche Winkel mit der Achse bilden, eine gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben, dagegen solche, deren Schwingungen verschieden gegen diese geneigt sind, eine verschiedene, wollen wir zunächst die beiden Grenzwerthe dieser Geschwindigkeit unterscheiden, nämlich die, welche die Strahlen dann haben, wenn die Schwingungen senkrecht gegen die Achse geschehen, durch o, die, wenn sie dieser parallel sind, durch e bezeichnen, und versuchen, durch eine Formel den Zusammenhang zwischen irgend einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit v und dem zugehörigen Winkel χ auszudrücken, welchen die Schwingungsrichtung mit der optischen Achse macht.

Hierzu gehen wir wieder von der schon früher gebrauchten Formel aus:

$$v = A\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}},$$

worin A eine Constante, ε die Elasticität und d die Dichtigkeit des Mediums bezeichnet, in welchem die Schwingungen stattfinden.

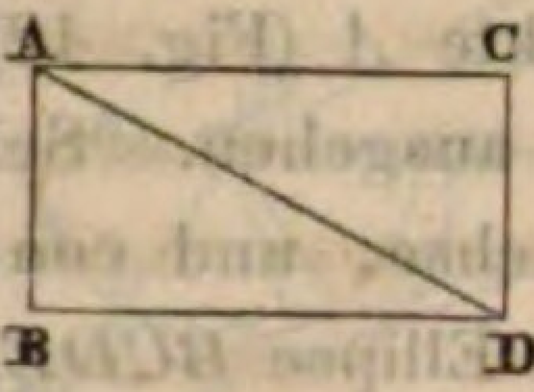
Indem wir entsprechend der im §. 160 gemachten Voraussetzung die Elasticität ε des Aethers überall als gleich betrachten, kann die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten nur durch Verschiedenheiten in der Dichtigkeit d desselben bedingt sein.

Setzen wir nun voraus, dass in den einachsigen Mitteln die Dichtigkeit desselben in verschiedenen Richtungen eine verschiedene sei, nämlich in der Richtung der Achse eine andere als in jeder darauf senkrechten Richtung, bezeichnen wir die erstere durch D'', die letztere durch D', und machen wir noch die an sich einleuchtende Annahme, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nur von dem Werthe der Dichtigkeit in der Richtung abhängt, in welcher die Schwingungen stattfinden, so haben wir die Gleichungen

$$o = A\sqrt{\frac{\varepsilon}{D'}},\quad e = A\sqrt{\frac{\varepsilon}{D''}} \quad\text{und}\quad v = A\sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}.$$

Unter der gemachten Voraussetzung lässt sich aber der Zusammenhang zwischen D und χ auffinden. Denn ist AB (Fig 41) die Richtung der Achse, AC senkrecht gegen diese und AD eine Richtung, die mit AB den Winkel χ einschliesst, machen wir $AD = 1$ und zur Diagonale des Rechteckes $ABCD$, so wird, wenn wir mit N'' die Anzahl der auf AB, mit N' die der auf AC und mit N die der auf AD liegenden Theilchen bezeichnen,

Fig. 41.



$$N = N'' \cos\chi + N' \sin\chi \text{ sein.}$$

Nun ist aber

$$N = d \,.\, AD = d,$$

$$N'' = D'' \,.\, AB = D'' \,.\, \cos\chi,$$

$$N' = D' \,.\, AC = D' \,.\, \sin\chi,$$

folglich

$$d = D'' \,.\, \cos^2\chi + D' \sin^2\chi;$$

und da

$$D' = \frac{AA\varepsilon}{oo} \text{ und } D'' = \frac{AA\varepsilon}{ee} \text{ ist,}$$

so ergiebt sich

$$v = A\sqrt{\frac{\varepsilon}{\frac{AA\varepsilon \,.\, \cos^2\chi}{ee} + \frac{AA\varepsilon \,.\, \sin^2\chi}{oo}}},$$

$$= \frac{o \,.\, e}{\sqrt{(oo \,.\, \cos^2\chi + ee \sin^2\chi)}},$$

oder wenn wir durch φ den Winkel bezeichnen, welchen die Richtung des ausserordentlichen Strahls mit der Achse macht, da dann $\varphi = 90^0 - \chi$ ist,

$$v = \frac{oe}{\sqrt{(oo \,.\, \sin^2\varphi + ee \cos^2\varphi)}}.$$

Diese Gleichung können wir auch unter die folgenden Formen bringen:

$$vv = \frac{ooee}{oo \sin^2\varphi + ee \cos^2\varphi},$$

$$vv \,.\, \sin^2\varphi \,.\, oo + vv \cos^2\varphi \,.\, ee = ooee,$$

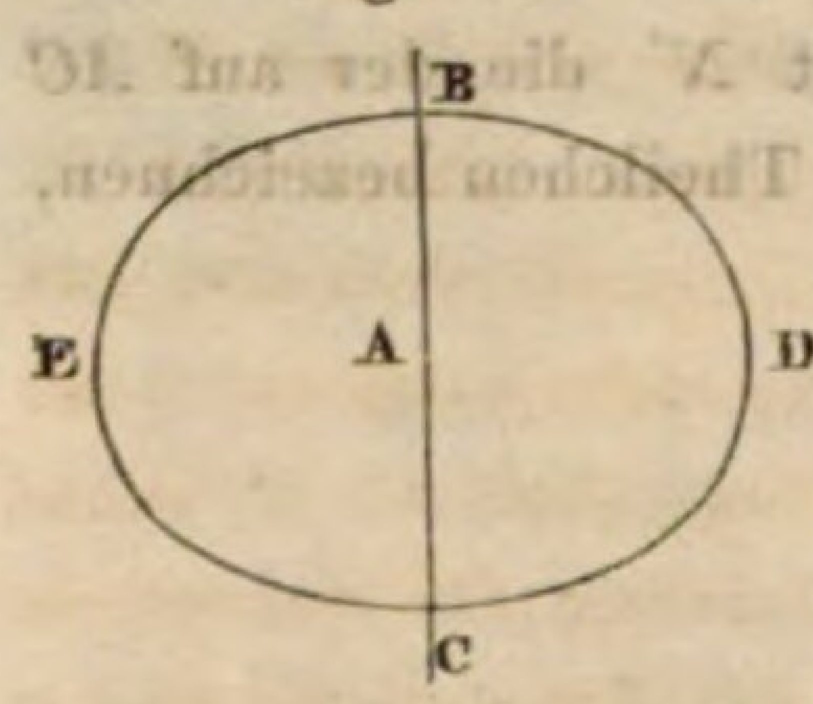
$$\frac{vv \,.\, \sin^2\varphi}{ee} + \frac{vv \cos^2\varphi}{oo} = 1.$$

Nennen wir x und y die Componenten der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ausserordentlichen Strahls parallel der optischen Achse und senkrecht gegen dieselbe, so ist $x = v \,.\, \cos\varphi$ und $y = v \sin\varphi$, und jene Gleichung wird

$$\frac{xx}{oo} + \frac{yy}{ee} = 1.$$

Dieses ist aber die Gleichung einer Ellipse, deren Coordinaten vom Mittelpunkte aus gemessen werden, und deren halbe Achsen o und e sind, und daraus folgt eine einfache Construction der den ausserordentlichen Strahlen entsprechenden Wellenflächen, die von einem Punkte A (Fig. 42) in einem optisch einachsigen Mittel ausgehen. Sei BAC die Richtung der optischen Achse, und construiren wir um A als Mittelpunkt eine Ellipse $BCDE$, deren Halbachsen o und e sind, von denen die erstere in der Richtung der optischen Achse liegt, so kommen alle von A gleichzeitig ausgegangenen mit der Geschwindigkeit v sich fortpflanzenden Strahlen gleichzeitig in dem Umfange dieser Ellipse an; dasselbe gilt aber von allen gleichen Ellipsen, die in den verschiedenen durch BAC gelegten Ebenen möglich sind, d. h. die den ausserordentlichen Strahlen entsprechenden Wellenflächen sind Rotationsellipsoïde, deren Rotationsachse die optische Achse und deren Halbachsen der grössten und kleinsten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes proportional sind. Die den ordentlichen Strahlen entsprechende Wellenfläche ist auch hier noch eine mit dem Radius o um A beschriebene Kugelfläche. Die vollständige Wellenfläche in einem solchen Mittel, d. h. diejenige Fläche, welche durch alle Punkte geht, in welchen die von einem Punkte ausgegangene Wellenbewegung gleichzeitig anlangt, ist daher die Combination einer Kugelfläche mit der des vorherbezeichneten Rotationsellipsoïds.

Fig. 42



Will man daher durch eine Formel die Wellenfläche darstellen, welche sowohl den ordentlich als den ausserordentlich gebrochenen Strahlen zugehört, die von einem Punkte eines optisch einachsigen Mittels aus gleichzeitig nach allen Richtungen fortgehen, so wird diese sein:

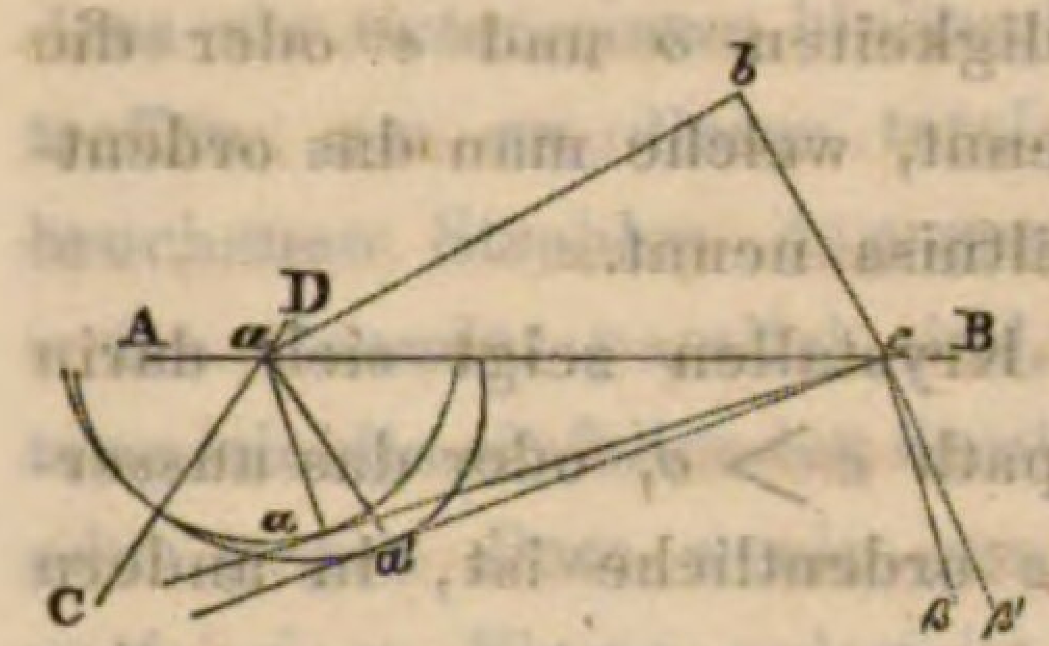
$$(xx + yy + zz - oo)\,(eexx + oo[yy + zz] - ooee) = 0,$$

worin x, y, z die Coordinaten eines Punktes dieser Fläche vorstellen, in Bezug auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen X-Achse mit der optischen Achse zusammenfällt.

§. 167.

Mit Hülfe der Wellenfläche ergeben sich die Regeln, nach welchen bei beliebigen Incidenzen der auf ein solches Mittel fallenden Strahlen die Richtungen der gebrochenen Strahlen gefunden werden können, indem wir nach der Huyghens'schen allgemeinen Construction die Berührungsfläche aller Elementarwellen suchen, die von den verschiedenen Punkten der Grenzfläche in den Momenten ausgehen, wo die einzelnen Theile derselben einfallenden Welle in diesen anlangen. Es sei die Einfallsebene zugleich ein Hauptschnitt, AB (Fig. 43) stelle die Grenzfläche, ab eine einfallende ebene Welle vor, die

Fig. 43.



in a gerade die Oberfläche AB erreicht hat; ist bc senkrecht auf ab, so stellt bc die Richtung der einfallenden Strahlen vor. Die Richtung der ordentlich gebrochenen Strahlen erhält man, indem man, wie wir früher gesehen haben, um a eine Kugelfläche mit einem Halbmesser $a\alpha$ beschreibt, dessen Länge sich zu bc wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit o der ordentlich gebrochenen Strahlen zu der Forpflanzungsgeschwindigkeit v im ersten Mittel verhält, und dann durch c eine Berührungsebene $c\alpha$ an diese Elementarwellenfläche legt, deren Normale $c\beta$ die Richtung der ordentlich gebrochenen Strahlen angiebt. Construirt man statt der Kugelfläche um a ein Rotationsellipsoïd, dessen Umdrehungsachse mit der Richtung der optischen Achse CD des Krystalls zusammenfällt, und die dem Durchmesser der Kugelfläche gleich ist, während die zweite Achse sich zu dieser wie e zu o verhält, so giebt dieses die Elementarwellenfläche, welche dem ausserordentlich gebrochenen Strahl angehört, legt man also an diese durch c oder, genauer gesprochen, durch eine durch c gehende auf der Einfallsebene normale Gerade eine Berührungsebene $c\alpha'$ und zieht $c\beta'$ durch c parallel mit $a\alpha'$, so giebt $c\beta'$ die Richtung der ausserordentlich gebrochenen Strahlen an.

In dem betrachteten Falle, wo der Hauptschnitt mit der Einfallsebene zusammenfällt, bleiben freilich die ausserordentlichen Strahlen auch in der letztern, wenn aber diese beiden Ebenen nicht zusammenfallen, so muss die von dem Mittelpunkte a des Rotationsellipsoïds nach dem Berührungspunkte desselben und der genannten Berührungsebene gezogene Gerade in der durch die optische Achse und das Einfallsloth gelegten Ebene, dem Hauptschnitt, bleiben, also aus der Einfallsebene heraustreten.

Diese aus der Untersuchung des vorigen Paragraphen über die Wellenfläche abgeleitete Construction für die Richtung der gebrochenen Strahlen stimmt mit derjenigen überein, welche Huyghens aus einer genauen experimentellen Untersuchung über die Richtung der gebrochenen Strahlen abgeleitet hat, und es wird dadurch die halb hypothetisch angenommene Formel

$$v = \frac{oe}{\sqrt{(oo \sin^2 \varphi + ee \, . \cos^2 \varphi)}}$$

bestätigt, welche die Grundlage für alle genaueren Untersuchungen der Erscheinungen am Kalkspath und andern einachsig doppelt brechenden Krystallen bildet.

Zu diesen gehören alle Körper, welche im quadratischen und im hexagonalen System oder in denjenigen Systemen krystallisiren, welche sich durch eine krystallographische Hauptachse auszeichnen; letztere ist wie im Kalkspath immer die optische Achse. Vermittelst der obigen Formeln sind die Richtungen der ausserordentlich gebrochenen, und nach dem gewöhn-

lichen Fractionsgesetz die der ordentlich gebrochenen Strahlen bestimmt, wenn man die beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten o und e oder die diesen entsprechenden Brechungsverhältnisse kennt, welche man das ordentliche und das ausserordentliche Brechungsverhältniss nennt.

Zwischen den verschiedenen einachsigen Krystallen zeigt sich darin ein Unterschied, dass in einigen wie im Kalkspath $e > o$, oder das ausserordentliche Brechungsverhältniss kleiner als das ordentliche ist, in andern dagegen das entgegengesetzte stattfindet; die erstern nennt man negative oder repulsive, die letztern positive oder attractive Krystalle.

§. 168.

Auf den bei der Doppelbrechung auftretenden Erscheinungen beruht die Einrichtung einiger nützlichen optischen Instrumente.

Das sogenannte Nicol'sche Prisma, oder auch kurzweg Nicol genannt, dient zur bequemen Erzeugung und Untersuchung des polarisirten Lichtes.

Das demselben zu Grunde liegende Princip beruht darauf, dass man von den beiden senkrecht gegen einander polarisirten Strahlenbündeln, in welche das unpolarisirte durch einen doppeltbrechenden Krystall, z. B. einen Kalkspath, gehende Licht zerlegt wird, das eine durch den Krystall zu gehen verhindert, indem man es im Innern desselben einer totalen Reflexion unterwirft, während das andere derselben entgeht, und zugleich so gebrochen wird, dass es in derselben Richtung den Krystall verlässt, in welcher das unpolarisirte Licht in denselben eintritt. Es wird dieses dadurch möglich, dass es eine flüssige Substanz, den Canadabalsam giebt, dessen Brechungsverhältniss kleiner als das ordentliche aber grösser als das ausserordentliche des Kalkspaths ist. Es ist also möglich, die im Kalkspath ordentlich gebrochenen Strahlen so auf eine Schicht dieser Substanz fallen zu lassen, dass der Brechungswinkel imaginair wird, die Strahlen also nicht in dieselbe eindringen, während die ausserordentlich gebrochenen Strahlen sie durchdringen können. Um nun den Zweck zu erreichen, darf der Einfallswinkel, unter welchem die Strahlen auf die Balsamschicht fallen, nicht unter eine bestimmte Grenze hinabsinken, die letztere darf also nur einen kleinen Winkel mit der Richtung der Strahlen im Krystall bilden. Es werden daher an ein längeres Kalkspathrhomboëder statt der beiden auf der durch die optische Achse und zwei gegenüberstehende der Längskanten gelegten Ebene senkrecht stehenden Endflächen zwei neue ebenfalls auf dieser Ebene senkrecht stehende parallele ebene Flächen angeschliffen, welche aber nicht wie jene gegen die eine der beiden Längskanten unter Winkeln von 71^0 sondern nur von 68^0 geneigt sind, und dann das Prisma nach einer Ebene zerschnitten, welche auf den beiden neuen Endflächen senkrecht steht. Beide Stücke werden alsdann durch Canadabalsam wieder zusammengekittet. Die in der Längsachse des so erhaltenen Prismas einfallenden oder gegen

diese nur ein wenig geneigten Strahlen erleiden dann eine solche Brechung, dass sie unter einem hinlänglich grossen Einfallswinkel auf die Balsamschicht treffen, um an dieser total reflectirt zu werden, die ausserordentlich gebrochenen Strahlen dagegen gehen nur durch Grenzflächen, welche paarweise einander parallel sind, so dass sie nach dem Austritte dieselbe Richtung wie die einfallenden Strahlen haben. Alles in der Richtung der Längsachse oder gegen diese wenig geneigt durch das Prisma gehende Licht ist daher nach einer Ebene polarisirt, welche durch die schärfern Längskanten des Prismas geht, und umgekehrt kann nur solches Licht ungeschwächt durch das Prisma gehen, dessen Polarisationsebene dieser Ebene parallel ist, während es, wenn dieselbe dagegen senkrecht ist, gar nicht hindurchgehen kann.

Wenn man daher unpolarisirtes oder beliebig polarisirtes Licht durch zwei solcher Prismen gehen lässt, deren Längsachsen in eine Richtung fallen, so erscheint das Gesichtsfeld hell, wenn die Hauptschnitte beider Prismen einander parallel sind, dagegen dunkel, wenn sie sich kreuzen, und bei der Drehung des einen Prismas um seine Längsachse aus der ersten in die zweite Lage nimmt die Helligkeit stetig ab.

In einer noch etwas einfachern Art erreicht man denselben Zweck mit Hülfe zweier planparallelen und parallel mit der Achse geschnittenen Platten von Turmalin. Dieser besitzt nämlich, wie manche andere Krystalle, ausser seiner Doppelbrechung die Eigenschaft, die hindurchgehenden ordentlich und ausserordentlich gebrochenen Strahlen in ungleichem Grade zu schwächen, so dass eine geringe Dicke desselben schon hinreicht, die ordentlichen Strahlen fast ganz auszulöschen, während die ausserordentlichen noch eine merkliche Intensität behalten.

Die ungleiche Absorption desselben vertritt hier die totale Reflexion im Nicol'schen Prisma. Zwei solche Platten können daher diese ersetzen; indess ist dabei zu bemerken, dass auch die ausserordentlichen Strahlen wegen der meist braunen oder grünen oft ziemlich dunkeln Färbung des Turmalins geschwächt und namentlich auch gefärbt werden, weshalb besonders, wo es auf Beobachtung von Farbenerschsinungen ankommt, die Nicol'schen Prismen den Turmalinplatten vorzuziehen sind, indem diese in der Regel eine sehr vollkommene Durchsichtigkeit und Farblosigkeit besitzen.

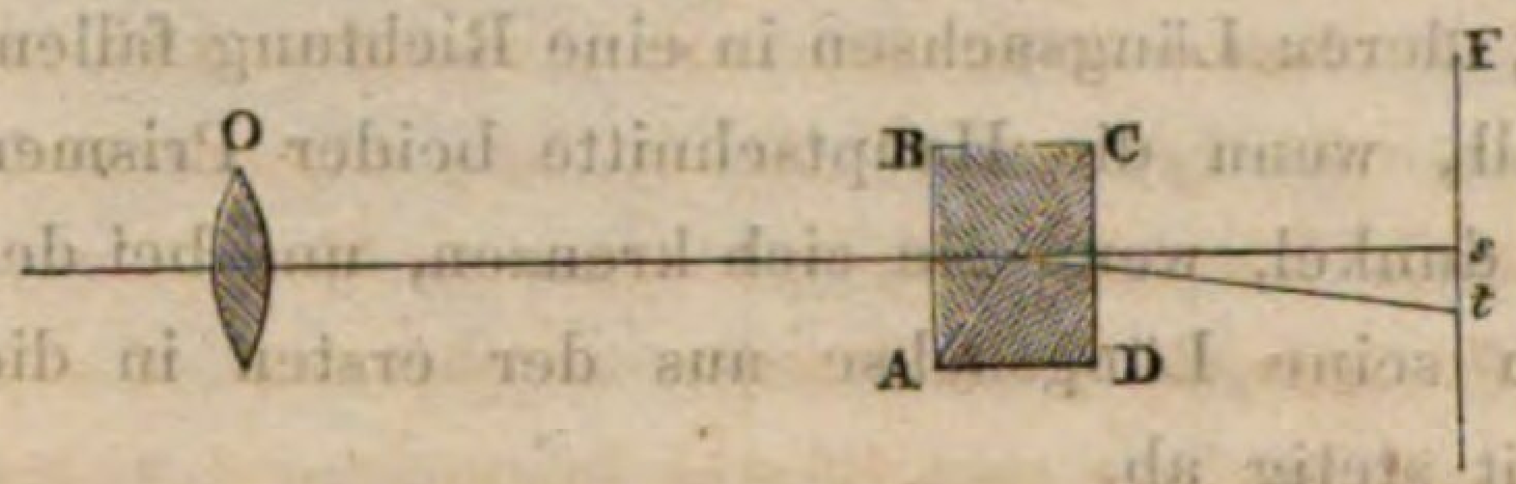
Eine interessante Anwendung der Doppelbrechung hat man im Rochon'schen Fernrohr gemacht, welches als ein einfacher Distanzmesser dient. Der Hauptheil desselben besteht aus einer aus 2 dreiseitigen Prismen von Kalkspath oder gewöhnlicher von Quarz zusammengesetzten planparallelen Platte *ABCD* (Fig. 44). Die optische Achse in dem ersten der beiden Prismen *ABC* steht senkrecht auf der Vorderfläche *AB*, die des zweiten *ACD* ist der Längsachse des Prismas parallel. Senkrecht auf *AB* fallende Strahlen gehen durch *ABC* ungebrochen und ohne Trennung; durch das zweite Prisma *ACD* gehen die ordentlichen Strahlen ebenfalls noch ungebrochen, die ausser-

ordentlichen erleiden aber in AC und CD eine Brechung, durch welche sie um einen Winkel α abgelenkt werden, der aus dem brechenden Winkel des zweiten Prismas und dem ausserordentlichen Brechungsverhältnisse bekannt ist. Befindet sich hinter der Platte ein verticaler Schirm F in der Entfernung a von dieser, oder vielmehr von einer durch Rechnung leicht zu bestimmenden verticalen Ebene in derselben, und ist b die Entfernung zwischen den Punkten s und t, worin zwei zusammengehörige Strahlen den Schirm schneiden, so ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}.$$

Befindet sich nun vor der Platte das Objectiv O (Fig. 44) eines Fernrohrs, dessen Ocular so eingestellt ist, dass man dadurch das in der Ebene F erzeugte Bild, eines Gegenstandes sieht, der sich in der Entfernung x vom Objectiv befindet, so sieht man von diesem Gegenstande zwei Bilder, deren Entfernung von einander gleich b ist. Ist F die Brennweite des Objectivs, f die Entfernung OF, so ist

Fig. 44.



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{x},$$

und wenn G die Grösse des Gegenstandes, g die eines der beiden Bilder bezeichnet, so ist

$$g : G = f : x,$$

also

$$g = \frac{Gf}{x} = G \frac{x \cdot F}{(x - F) x},$$

oder, wenn F gegen x nur klein ist,

$$g = G \frac{F}{x},$$

folglich

$$x = G \frac{F}{g}.$$

Verschiebt man nun die Platte $ABCD$ so längs OF, dass beide Bilder einander gerade berühren, so wird

$$g = b = a \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

und daraus folgt dann:

$$x = G \cdot \frac{F}{a \operatorname{tg} \alpha}.$$

$\frac{F}{\operatorname{tg} \alpha}$ ist aber ein constanter Factor; kennt man also G und misst a, d. h. die Entfernung, in welche $ABCD$ von F gebracht werden muss, damit beide

Bilder sich genau berühren, so kann man hieraus die Entfernung x des Gegenstandes finden, oder umgekehrt, wenn man diese kennt, die Grösse G desselben.

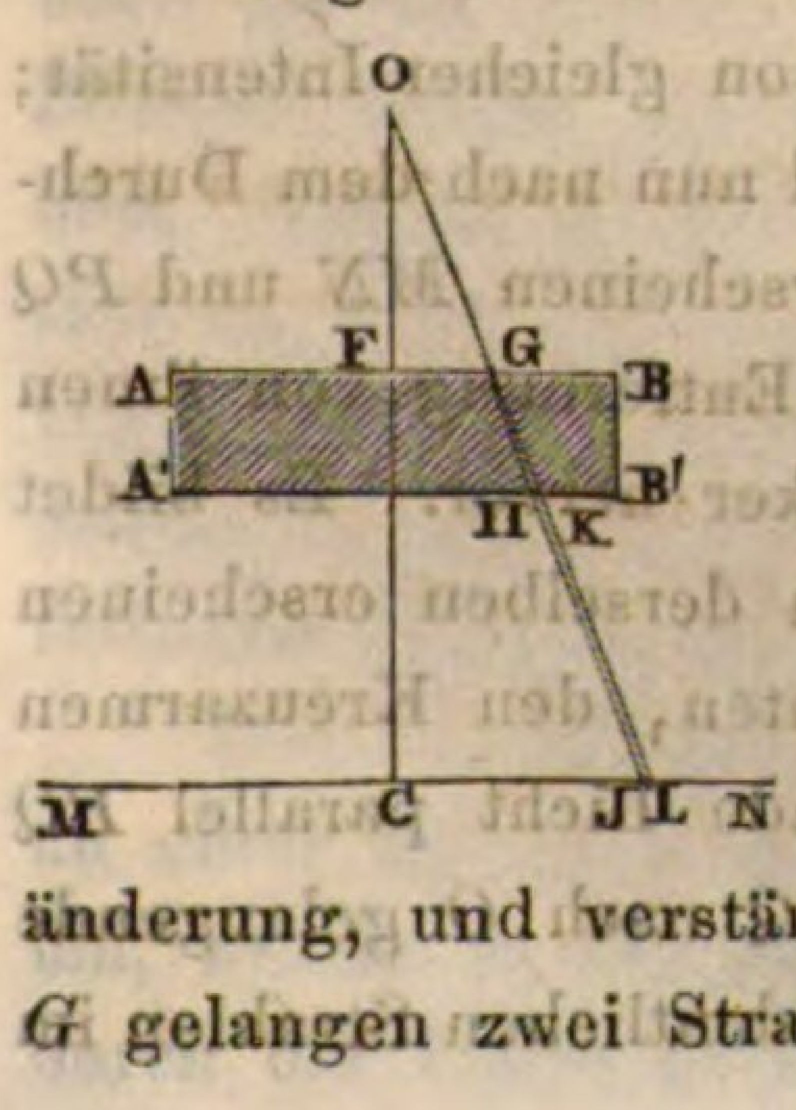
§. 169.

Wenn man eine aus einem doppeltbrechenden Krystall geschnittene planparallele Platte zwischen die Spiegel eines Polarisationsapparates, oder zwischen zwei Nicol'sche Prismen, oder zwei Turmalinplatten bringt, so wird das von dem ersten dieser Instrumente, dem sogenannten Polarisator, ausgehende geradlinig polarisirte Licht im Allgemeinen, indem es durch die Krystallplatte geht, in zwei senkrecht gegen einander polarisirte Lichtbündel zerlegt, welche nach dem Austritte aus derselben nahe parallel unter einander und mit dem einfallenden Lichte fortgehen; aber nachdem es vom zweiten Spiegel reflectirt, oder durch das zweite Nicol, den sogenannten Analysator, gegangen ist, sind beide Lichtsysteme wieder nach einer Ebene polarisirt. Unterschieden sich die beiden Strahlengruppen also nur durch ihre Polarisationsrichtung von einander, so müsste die Erscheinung durch das Zwischenbringen der Platte keine wesentlich andere als ohne dieselbe sein. Allein indem sie durch diese im Allgemeinen mit verschiedener Fortpflanzungsgeschwindigkeit und zum Theil auch auf ungleich langen Wegen gegangen sind, haben sie eine ungleiche Phasenänderung erlitten, so dass sie, wenn sie eine gleiche Polarisationsrichtung hätten, Interferenzerscheinungen hervorbringen müssten. Durch den Analysator erhalten sie aber diese, und wenn man sie also durch diesen beobachtet, so sieht man, wenn das einfallende Licht homogen war, Maxima und Minima der Lichtstärke, wenn es zusammengesetzt war, Färbungen an den verschiedenen Stellen der Platte.

Beispielshalber wollen wir die Erscheinungen untersuchen, welche eine senkrecht gegen die Achse geschnittene Kalkspathplatte im homogenen Lichte darbietet.

Stelle $ABA'B'$ (Fig. 45) einen Durchschnitt derselben vor senkrecht

Fig. 45



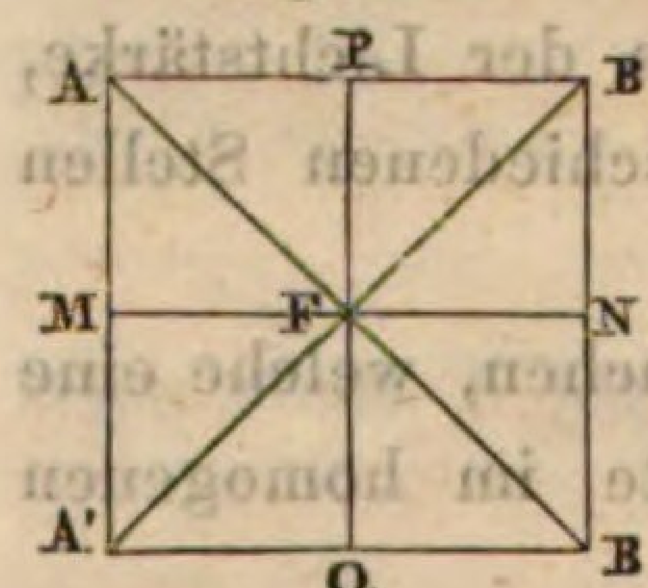
gegen die Flächen, durch welche das Licht geht, O den Punkt, wo sich das Auge befindet, MN eine helle Fläche, von der polarisirtes Licht ausgeht, und nehmen wir an, dass das Licht zwischen AB und O erst wieder nach einer Ebene polarisirt würde. F sei der Mittelpunkt der Platte, und die Gerade OFC stehe auf dieser senkrecht. Die in dieser Richtung nach O gelangenden Strahlen gehen gleich rasch durch die Platte, sie erleiden dadurch also eine gleiche Phasenänderung, und verstärken sich also immer in O. Von einem andern Punkte G gelangen zwei Strahlen in der Richtung GO nach O, einer, der die Fort-

setzung des in der Platte ordentlich gebrochenen Strahles *HG* bildet, der in der Richtung *JH* ‡ *GO* auf die Platte gefallen war, und einer, der die Fortsetzung des in der Platte ausserordentlich gebrochenen Strahles *KG* bildet, welcher von dem auf diese fallenden Strahle *KL* ‡ *GO* herrührt. Die Wege *HG* und *KG* dieser beiden Strahlen in der Platte sind theils ungleich, theils mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen, sie werden also ungleiche Phasen in *G* haben, und daher, nachdem ihre Schwingungsrichtungen parallel gemacht sind, sich verstärken oder schwächen, je nach der Phasendifferenz derselben. Letztere ist aber, wie man sieht, um so grösser, je weiter *G* von *F* entfernt liegt. Von den verschiedenen Punkten zwischen *F* und *B* werden also Strahlen nach *O* gelangen, die sich dort bald schwächen, bald verstärken, und zwar wird von *F* ausgehend die Intensität erst abnehmen, ein Minimum erreichen, dann wachsen, ein Maximum erreichen, u. s. f.

Da rings um die Achse *FO* die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und die in Betracht kommenden Weglängen *HG* und *KG* symmetrisch sind, so sind die Phasendifferenzen zwischen je zwei von einem Punkte *G* ausgehenden Strahlen gleich, wenn der Abstand *FG* einen und denselben Werth hat. Wenn also die Intensitäten der beiden interferirenden Strahlen überall gleich wären, so müssten sich um *F* concentrische abwechselnd hellere und dunklere Ringe zeigen.

Allein diese Intensitäten sind einander nicht gleich. Denn stellt *ABA'B'* (Fig. 46) einen horizontalen Durchschnitt der Platte vor, und ist das einfallende Licht parallel *MN* polarisirt, welche einer der Kanten *AB* oder *A'B'* parallel sein mag und durch *F* geht, so fallen in der durch *MN* gelegten Verticalebene nur parallel dieser polarisirte Strahlen auf die Platte, es haben also die ausserordentlich gebrochenen Strahlen hier ein Minimum der Intensität, in der darauf senkrechten Ebene *PQ* sind dagegen die ordentlich gebrochenen Strahlen im Minimum. In diesen beiden Ebenen findet daher keine Interferenz statt; in den mit beiden Ebenen unter 45° sich schneidenden Ebenen *AB'* und *A'B* dagegen sind beide Strahlen von gleicher Intensität; hier treten also die Interferenzen ungestört auf. Wird nun nach dem Durchgange das Licht wieder parallel *MN* polarisirt, so erscheinen *MN* und *PQ* in ihrer nächsten Umgebung hell, und erst mit der Entfernuug von ihnen nach *AB'* und *A'B* hin treten die Interferenzen stärker hervor. Es bildet sich also ein helles Kreuz, und zwischen den Armen derselben erscheinen die Ringe, am deutlichsten in der Mitte der Quadranten, den Kreuzarmen zu aber unmerklicher. Wird dagegen das austretende Licht parallel *PQ* polarisirt, so wird das in den Ebenen *MN* und *PQ* nach *O* gelangende Licht ausgelöscht, und zugleich da, wo vorher die ordentlichen Strahlen im

Fig. 46



Maximo waren, die Intensität dieser in ein Minimum verwandelt, und umgekehrt; und dasselbe gilt auch von den ausserordentlichen Strahlen. Es erscheint daher die entgegengesetzte Figur wie vorher, nämlich ein dunkles Kreuz mit concentrischen Ringstücken zwischen den Armen, deren relative Aufeinanderfolge gegen vorher umgekehrt ist.

Im zusammengesetzten Lichte erscheinen das helle und das dunkle Kreuz, da deren Bildung von der Wellenlänge unabhängig ist, d. h. bei allen Farben sich gleich bilden, noch ungefärbt; der Abstand der Ringe von einander ist aber für die verschiedenen Farben ungleich, diese erscheinen also gefärbt.

Man sieht aber auch, dass eine Drehung der Platte um ihre Längsachse ohne Aenderung in der Lage des Polarisators und Analysators gegen einander an der Erscheinung Nichts ändern kann, da die Platte gegen die optische Achse symmetrisch ist.

Aehnliche aber anders gestaltete Erscheinungen zeigen sich, wenn die Krystallplatte in anderer Weise gegen die optische Achse geschnitten ist, und ihre theoretische Herleitung lässt sich in ähnlicher Weise wie in dem eben betrachteten Falle ausführen und durch unmittelbare Beobachtung verificiren.

§. 170.

Hinsichtlich der eben besprochenen Erscheinungen macht der Quarz eine merkwürdige Ausnahme von den übrigen einachsigen Krystallen. Wird eine Platte aus demselben in einen Polarisationsapparat gebracht, so giebt sie zwar in allen den Fällen, wo die Platte nicht senkrecht gegen die optische Achse geschnitten ist, Erscheinungen, welche mit denen übereinstimmen, welche andere einachsige Krystalle zeigen, nicht aber, wenn die Platte senkrecht gegen die Achse geschnitten ist.

Stellt man den Versuch so an, dass die aus der Platte tretenden Strahlen ziemlich beträchtliche Neigungen gegen die durch die Mitte derselben gehende Verticale haben müssen, um ins Auge zu gelangen, in welchem Falle man an einer gleichgeschnittenen Kalkspathplatte sehr viele Ringe sehen würde, so sieht man freilich diese Ringe am Rande des Gesichtsfeldes auch an der Quarzplatte, und an denselben finden sich 4 helle oder dunkle Büschel, welche gleichsam die Reste des in der Mitte fortgenommenen hellen oder dunkeln Kreuzes sind, welche eine Kalkspathplatte zeigt, indem sie sich da finden, wo an der letztern die Enden der Kreuzesarme erscheinen. Die Mitte des Gesichtsfeldes dagegen erscheint im homogenen Lichte gleichmässig mehr oder weniger erhellt, im farblosen Lichte dagegen durch einen farbigen Fleck ersetzt.

Die Verschiedenheit zwischen der Erscheinung an der Quarzplatte und an einer andern Platte zeigt sich daher nur in Bezug auf diejenigen Strahlen, welche in der Richtung der Achse oder sehr wenig gegen diese geneigt durch die Platte gehen; sie wird also auch am auffallendsten bemerkt, wenn

die ins Auge gelangenden Strahlen nur wenig gegen diese geneigt sind, oder wenn man den mittlern Theil des Ringsystems recht gross macht, die Ringe recht weit aus einander bringt.

Dieser mittlere Theil erscheint an einer Kalkspathplatte im zusammengesetzten Lichte farblos, und in diesem wie im homogenen Lichte am hellsten bei paralleler Stellung der Spiegel oder Nicols, am dunkelsten bei gekreuzter Stellung derselben. An der Quarzplatte ist er dagegen immer farbig, und die Farbe ändert sich unter Anwendung zusammengesetzten Lichtes bei einer Drehung des Analysators; bei Anwendung homogenen Lichtes dagegen ändert sich die Helligkeit, so dass, um diese zu einem Maximum zu machen, der Analysator dem Polarisator nicht parallel sondern um einen nach Umständen verschiedenen Winkel nach der einen oder andern Seite gedreht werden muss, und um denselben Winkel und nach derselben Seite hin muss er auch aus der gekreuzten Stellung gedreht werden, um die Lichtstärke zu einem Minimum zu machen. Die Grösse dieses Winkels ergiebt sich bei Anwendung derselben Platte aber verschiedenfarbigen homogenen Lichtes verschieden, so dass bei derselben Stellung des Analysators gegen den Polarisator dieselbe Platte im homogenen Lichte einer Farbe noch merklich erhellt erscheint, während sie im homogenen Lichte einer andern Farbe ganz dunkel ist. Die Färbung des mittlern Fleckes im zusammengesetzten Lichte erscheint daher als eine Folge davon, dass nicht alle Farben gleichzeitig bei der Drehung des Analysators ihre Maxima und ihre Minima erhalten, woraus Mischfarben hervorgehen müssen.

Die Wirkung der Quarzplatte auf das homogene polarisirte Licht besteht also offenbar darin, dass die Polarisationsebene desselben beim Durchgange durch die Platte um einen Winkel gedreht wird, dessen Werth unter übrigens gleichen Umständen von der Undulationsdauer abhängt, und zwar so, dass er, wie die Beobachtung zeigt, am grössten für violettes, am kleinsten für rothes Licht ist. Die Beschaffenheit der Platte hat einen doppelten Einfluss auf diese Drehung, nämlich sowohl in Hinsicht auf den Sinn als auf die Grösse derselben.

Bei einigen Platten muss der Analysator aus der parallelen oder gekreuzten Stellung nach rechts gedreht werden, damit das homogene Licht seine grösste oder kleinste Intensität erreiche, oder im farblosen Lichte die Farben in der Ordnung roth, orange, gelb, grün, blau, violett sich ändern; bei andern muss dagegen die Drehung nach der linken Seite gerichtet sein. Erstere drehen die Polarisationsebene der durchgehenden Strahlen rechts, die letztern links. Häufig kann man schon aus der äussern Form der Krystalle, aus welchen die Platten geschnitten sind, erkennen, ob sie rechts oder links drehend sind. Die Quarzkrystalle zeigen nämlich häufig tetartoëdrisch hemiëdrische Flächen, welche, indem sie z. B. mit der sechsseitigen Säule und doppeltsechsseitigen Pyramide verbunden sind, entweder eine rechts

oder eine links gewundene Schraubenlinie um die Krystallsäule bilden. Die aus Krystallen der ersten Art geschnittenen Platten drehen die Polarisationsebene rechts, die aus linksgewundenen geschnittenen dagegen links.

Die Grösse der Drehung hängt bei Platten derselben Art von der Dicke dieser ab, und ist derselben einfach proportional, so dass man sich vorstellen muss, dass die Polarisationsebene der in der Achsenrichtung durch den Quarz gehenden Strahlen eine gleichmässige Drehung in denselben erleidet, die Schwingungen also nicht in einer Ebene liegen, sondern in einer Fläche, die man erhält, wenn man von allen Punkten einer Schraubenlinie Lothe auf deren Achse fällt, und diese Achse mit der optischen Achse des Quarzes zusammenfallen lässt.

Eine Erklärung dieser Drehung der Schwingungsrichtung mit dem Fortschreiten der Strahlen durch den Krystall hat Fresnel durch die Annahme versucht, dass jeder geradlinig polarisirte Strahl, welcher in der Richtung der Achse durch den Quarz geht, in zwei circularpolarisirte von entgegengesetzter Drehung zerlegt wird, welche mit ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten durch denselben gehen.

Zunächst lässt sich nämlich leicht zeigen, dass ein linearpolarisirter Strahl, dessen Polarisationsebene constant bleibt, immer aus entgegengesetzt circularpolarisirten Strahlen zusammengesetzt betrachtet werden kann, die mit gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit sich bewegen.

Denn wenn

$$a \, . \sin 2\varpi \frac{t}{\tau}$$

die Bewegung eines Theilchens A auf einem linearpolarisirten Strahle vorstellt, so wird diese auch betrachtet werden können, als aus den 4 Theilen bestehend

$$\frac{a}{2} . \sin 2\varpi \frac{t}{\tau}$$

$$\frac{a}{2} . \sin \left(2\varpi \left[\frac{t}{\tau} - \frac{1}{4} \right] \right),$$

$$\frac{a}{2} . \sin 2\varpi \frac{t}{\tau}$$

$$- \frac{a}{2} . \sin \left(2\varpi \left[\frac{t}{\tau} - \frac{1}{4} \right] \right),$$

worin die zweite und vierte Bewegung senkrecht gegen die erste und dritte gerichtet sind.

Die ersten beiden bringen aber zusammen eine kreisförmige von links nach rechts, die letzteren zusammen eine kreisförmige von rechts nach links gerichtete Bahn hervor.

Ist nun v die gemeinschaftliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der diesen 4 Bewegungen entsprechenden Strahlen, λ die gemeinschaftliche Wellenlänge, so wird die Bewegung eines Punktes B, der in der Fortpflanzungs-

richtung um d von jenem ersten absteht, durch die Summe der 4 Ausdrücke dargestellt

$$\frac{a}{2}.\sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau}-\frac{d}{\lambda}\right]\right),$$

$$\frac{a}{2}.\sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau}-\frac{d}{\lambda}-\frac{1}{4}\right]\right),$$

$$\frac{a}{2}.\sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau}-\frac{d}{\lambda}\right]\right),$$

$$-\frac{a}{2}.\sin\left(2\varpi\left[\frac{d}{\tau}-\frac{d}{\lambda}-\frac{1}{4}\right]\right),$$

oder da $\lambda = v\,.\,\tau$ ist:

$$\frac{a}{2}.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}\right]\right), \ldots .(1)$$

$$\frac{a}{2}.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}-\frac{\tau}{4}\right]\right), \ldots (2)$$

$$\frac{a}{2}.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}\right]\right) \ldots .(3)$$

$$-\frac{a}{2}.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}-\frac{\tau}{4}\right]\right).(4)$$

und deren Summe ist wieder

$$a\,.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}\right]\right)=a\sin\left(2\varpi\left[\frac{t}{\tau}-\frac{d}{\lambda}\right]\right).$$

Wenn nun aber für die durch (3) und (4) dargestellten Strahlen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einen andern Werth v' hat, als für die durch (1) und (2) dargestellten, so wird die Bewegung von B die Summe der folgenden sein:

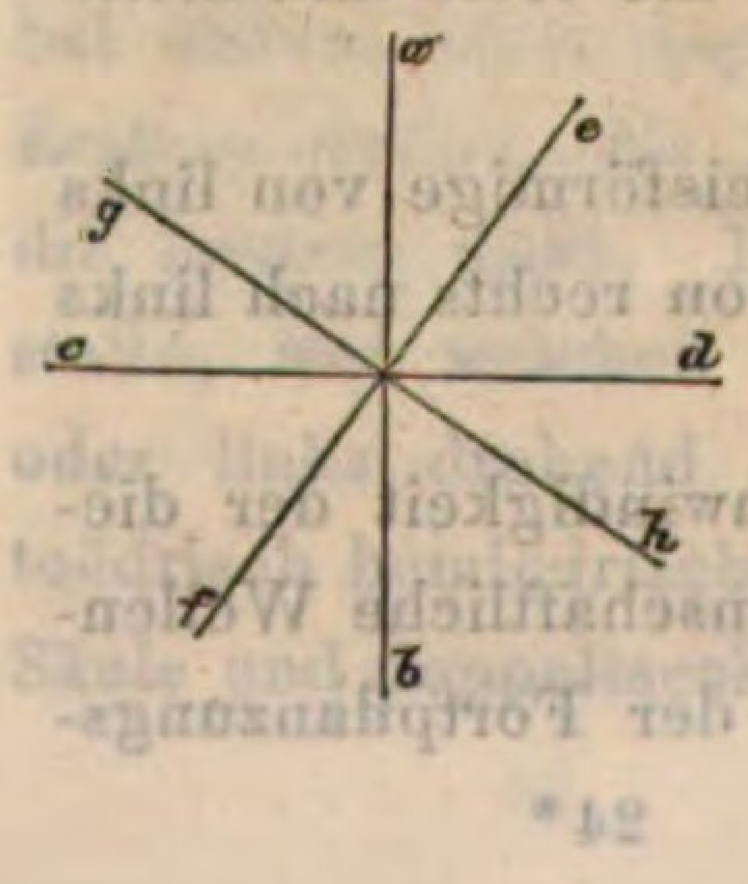
$$\frac{a}{2}.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}\right]\right) \ldots\ldots (5)$$

$$\frac{a}{2}.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}-\frac{\tau}{4}\right]\right) \ldots (6)$$

$$\frac{a}{2}.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v'}\right]\right) \ldots\ldots (7)$$

$$-\frac{a}{2}.\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v'}-\frac{\tau}{4}\right]\right).(8)$$

Fig. 47.



Stelle ab Fig. 47 die Richtung dar, welcher (5) und (7) parallel sind, die darauf senkrechte cd die Richtung, welcher (6) und (8) parallel sind. Zerlegen wir jede Bewegung in zwei Componenten, von denen die eine parallel ef ist, welche mit ab den Winkel ψ macht, die andere der auf ef senkrecht stehenden Richtung gh parallel ist. Alsdann ergiebt sich für die mit ef parallelen Bewegungen:

$$\text{aus (5)} \ldots\ldots \frac{a}{2} \cdot \cos\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}\right]\right),$$

$$\text{aus (6)} \ldots \frac{a}{2} \cdot \sin\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}-\frac{\tau}{4}\right]\right),$$

$$\text{aus (7)} \ldots\ldots \frac{a}{2} \cdot \cos\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v'}\right]\right),$$

$$\text{aus (8)} \ldots - \frac{a}{2} \cdot \sin\psi \cdot \cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}-\frac{\tau}{4}\right]\right);$$

und für die mit gh parallelen Bewegungen:

$$\text{aus (5)} \ldots\ldots \frac{a}{2} \sin\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}\right]\right),$$

$$\text{aus (6)} \ldots - \frac{a}{2} \cos\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v}-\frac{\tau}{4}\right]\right),$$

$$\text{aus (7)} \ldots\ldots \frac{a}{2} \sin\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v'}\right]\right),$$

$$\text{aus (8)} \ldots\ldots \frac{a}{2} \cos\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\frac{d}{v'}-\frac{\tau}{4}\right]\right).$$

Für die mit $\frac{a}{2} \sin \frac{2\varpi t}{\tau}$ multiplicirten Glieder der Summe dieser letztern erhalten wir also:

$$\sin\psi \cdot \cos\frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v} + \sin\psi \cdot \cos\frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v'}$$

$$- \cos\psi \cdot \cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{\tau}{4}+\frac{d}{v}\right]\right) + \cos\psi \cdot \cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{\tau}{4}+\frac{d}{v'}\right]\right)$$

$$= \sin\psi \cdot \cos\frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v} + \sin\psi \cdot \cos\frac{2\varpi}{\tau} \cdot \frac{d}{v'}$$

$$+ \cos\psi \cdot \sin\frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v} - \cos\psi \cdot \sin\frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v'}$$

$$= \sin\left(\psi + \frac{2\varpi}{\tau} \cdot \frac{d}{v}\right) + \sin\left(\psi - \frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v'}\right)$$

und für die mit $-\frac{a}{2} \cos 2\varpi \frac{t}{\tau}$ multiplicirte Summe:

$$\sin\psi \cdot \sin\frac{2\varpi}{\tau} \cdot \frac{d}{v} + \sin\psi \cdot \sin\frac{2\varpi}{\tau} \cdot \frac{d}{v'}$$

$$- \cos\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{\tau}{4}+\frac{d}{v}\right]\right) + \cos\psi \cdot \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{\tau}{4}+\frac{d}{v'}\right]\right)$$

$$= \sin\psi \cdot \sin\frac{2\varpi}{\tau} \cdot \frac{d}{v} + \sin\psi \cdot \sin\frac{2\varpi}{\tau} \cdot \frac{d}{v'}$$

$$- \cos\psi \cdot \cos\frac{2\varpi}{\tau} \cdot \frac{d}{v} + \cos\psi \cos\frac{2\varpi}{\tau} \cdot \frac{d}{v'}.$$

$$= - \cos\left(\psi + \frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v}\right) + \cos\left(\psi - \frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v'}\right)$$

Setzen wir nun $\psi = \left(\frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{2v'} - \frac{d}{2v}\right)$, so wird

$$\psi + \frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v} = \frac{2\varpi}{\tau}\left(\frac{d}{2v} + \frac{d}{2v'}\right)$$

$$\psi - \frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v'} = -\frac{2\varpi}{v}\left(\frac{d}{2v'} + \frac{d}{2v}\right)$$

folglich wird die Summe der Sinus und die Differenz der Cosinus dieser beiden Winkel gleich 0, d. h. die mit *gh* parallele Componente verschwindet, und die Bewegung findet allein in der Richtung *ef* statt.

Für die Summe der in dieser Richtung stattfindenden Bewegungen erhalten wir 1) für den mit $\frac{a}{2}\cdot\sin 2\varpi\frac{t}{\tau}$ multiplicirten Theil:

$$\cos\psi\cdot\cos\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v} + \cos\psi\cdot\cos\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v'}$$
$$+\sin\psi\cdot\cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\left[\frac{\tau}{4}+\frac{d}{v}\right]\right) - \sin\psi\cdot\cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{\tau}{4}+\frac{d}{v'}\right]\right)$$
$$= \cos\psi\cdot\cos\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v} + \cos\psi\cdot\cos\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v'}$$
$$-\sin\psi\cdot\sin\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v} + \sin\psi\cdot\sin\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v'}$$
$$= \cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{d}{v}+\psi\right]\right) + \cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{d}{v'}-\psi\right]\right)$$
$$= 2\cdot\cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{d}{2v'}+\frac{d}{2v}\right]\right);$$

und 2) für den mit $-\frac{a}{2}\cos 2\varpi\frac{t}{\tau}$ multiplicirten Theil

$$\cos\psi\cdot\sin\frac{2\varpi}{\tau}\frac{d}{v} + \cos\psi\cdot\sin\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v'}$$
$$+\sin\psi\cdot\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{\tau}{4}+\frac{d}{v}\right]\right) - \sin\psi\cdot\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{\tau}{4}+\frac{d}{v'}\right]\right)$$
$$= \cos\psi\cdot\sin\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v} + \cos\psi\cdot\sin\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v'}$$
$$+\sin\psi\cdot\cos\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v} - \sin\psi\cdot\cos\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v'}$$
$$= \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v}+\psi\right) + \sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\cdot\frac{d}{v'}-\psi\right)$$
$$= 2\cdot\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{d}{2v}+\frac{d}{2v'}\right]\right);$$

folglich wird der Ausdruck für die parallel *ef* gerichtete Bewegung:

$$a\cdot\cos\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{d}{2v'}+\frac{d}{2v}\right]\right)\cdot\sin 2\varpi\frac{t}{\tau}$$
$$-a\cdot\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[\frac{d}{2v}+\frac{d}{2v'}\right]\right)\cos 2\varpi\frac{t}{\tau}$$
$$= a\cdot\sin\left(\frac{2\varpi}{\tau}\left[t-\left(\frac{d}{2v}+\frac{d}{2v'}\right)\right]\right).$$

Es ergiebt sich also eine geradlinige Schwingung in B, deren Phase gegen die in A um $\frac{d}{2\tau}\left(\frac{1}{v}+\frac{1}{v'}\right)$ verzögert ist und deren Richtung mit der Schwingungsrichtung in A den Winkel

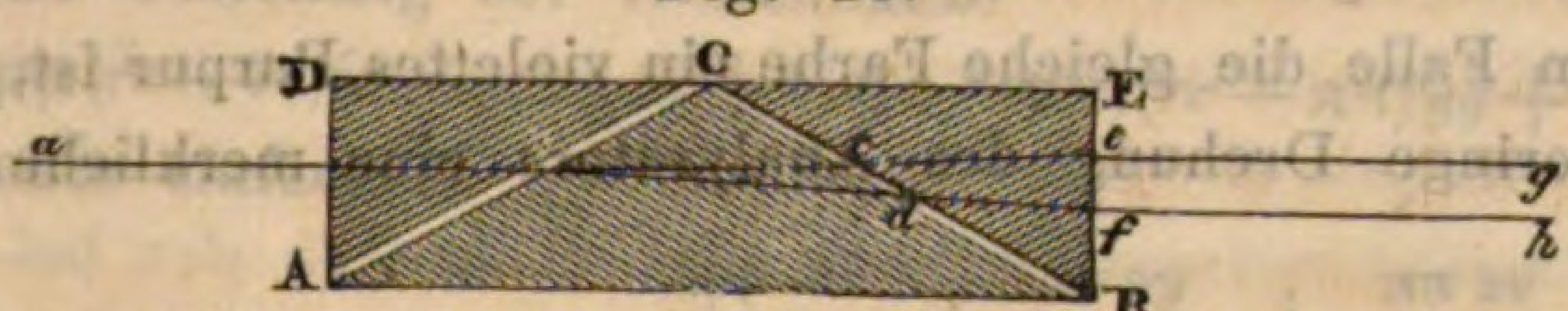
$$\psi = \frac{\varpi}{\tau} d.\left(\frac{1}{v'}-\frac{1}{v}\right)$$

macht. Da nun dieser Winkel mit d proportional sich ändert, so ergiebt sich hieraus eine solche Drehung der Polarisationsrichtung, wie sie der Versuch an den in der Richtung der optischen Achse durch den Quarz gehenden Strahlen nachgewiesen hat.

§. 171.

Das Vorhandensein zweier circularpolarisirten mit ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten sich bewegenden Strahlen bei diesen Erscheinungen hat Fresnel in der That durch folgenden Versuch nachgewiesen. Eine senkrecht gegen die optische Achse geschnittene Bergkrystallplatte zeigt wie eine ebenso geschnittene Kalkspathplatte keine doppelte Brechung, wenn die Strahlen normal auf diese fallen. Wenn man aber statt der beiden parallelen Endflächen einer solchen Platte, an diese zwei unter gleichen spitzen Winkeln geneigte Flächen an dieselbe schleift, so dass daraus ein Prisma entsteht, dessen Querschnitt *ABC* Fig. 48 sei, und man an diese zwei Prismen

Fig. 48.



ACD und *BCE* so ansetzt, dass die Flächen *AD* und *BE* einander wieder parallel sind, während die optische Achse in beiden dieselbe Richtung wie in *ABC* hat, nämlich ‡ *AB* ist, und wenn das mittlere z. B. einem rechtsdrehenden, die beiden äussern einem linksdrehenden Krystalle angehören, so ist dann dieses Prisma doppelbrechend. Der in *ADC* voraneilende circularpolarisirte Strahl, welcher in gleicher Richtung mit dem zurückbleibenden und ungebrochen durch *ADC* geht, erhält in *ABC* eine geringere Geschwindigkeit als der letztere, und wird daher der Kante zu nach *bc*, der letztere von dieser ab nach *bd* gebrochen; in *BCE* kehren sich die Geschwindigkeiten noch einmal um, es wird hier also *bd* noch weiter abwärts nach *f*, *bc* weiter aufwärts nach *ce* gebrochen, und aus *BE* treten sie dann in den Richtungen *eg* und *fh* aus. Zugleich zeigt aber, auch wenn der einfallende Strahl linearpolarisirt war, keiner der beiden austretenden Strahlen eine Spur der geradlinigen Polarisation, sondern beide sind kreisförmig polarisirt.

Eine eigenthümliche Form erhalten die Interferenzcurven, wenn man zwei entgegengesetzt drehende Platten von Bergkrystall aufeinandergelegt in den Polarisationsapparat bringt. Es erscheint dann die Figur, welche

eine Platte für sich allein liefern würde, von vier von der Mitte ausgehenden spiralförmig sich windenden Curven durchzogen.

Unter den Krystallen ist, soweit man diese bis jetzt kennt, der Quarz der einzige, welcher die Polarisationsebene dreht; allein unter den Flüssigkeiten zeigen einige dieselbe Erscheinung, freilich in verschiedenen und schwächern Graden als der Quarz. Um sie daher recht merklich zu machen, muss man die Flüssigkeitsschicht recht dick machen; es geschieht dieses am bequemsten, wenn man mit derselben eine lange an den Enden mit planparallelen Glasplatten verschlossene Röhre füllt, und diese so in den Polarisationsapparat bringt, dass die Längsachse der Röhre mit der Achse dieses zusammenfällt.

Ein Mittel um sehr geringe Drehungen zu erkennen, bietet die sogenannte Doppelplatte dar. Diese ist aus zwei neben einander gelegten Quarzplatten gleicher Dicke zusammengesetzt, von denen die eine die Polarisationsebene rechts, die andere links dreht. Wird sie in den Polarisationsapparat gebracht, so erscheinen im Allgemeinen beide Platten in verschiedener Farbe, welche nur dann gleich wird, wenn der Analysator dem Polarisator parallel oder senkrecht gegen diesen gerichtet ist. Bei einer Drehung des erstern aus dieser Stellung verändert sich die Farbe in beiden Hälften entgegengesetzt, nämlich in der einen in dem Sinne von roth nach violett, in der andern von violett nach roth. Besonders deutlich tritt diese ungleiche Farbenänderung hervor, wenn die gemeinschaftliche Dicke der Platten etwa $3^{mm}, 75$ beträgt, in welchem Falle die gleiche Farbe ein violettes Purpur ist, indem dann schon eine geringe Drehung des Analysators eine merkliche Farbendifferenz bewirkt.

Bringt man daher eine die Polarisationsebene nur schwach drehende Flüssigkeitsschicht zwischen den Polarisator und die Doppelplatte, während letztere in beiden Hälften in gleicher Färbung erscheint, so gehen die Farben der letztern auseinander, und nähern sich erst wieder, wenn der Analysator um den Winkel nach der Seite gedreht ist, um welchen und nach welcher hin die Flüssigkeitsschicht die Polarisationsebene (und zwar genauer des gelben Lichts) dreht.

Unter den mit diesen Eigenschaften begabten Flüssigkeiten sind besonders Terpenthinöl, Gummilösung, Weinsäure, Zuckerlösung zu nennen. Da die Grösse der Drehung durch Lösungen unter übrigens gleichen Umständen um so beträchtlicher ist, je concentrirter die Lösung ist, so hat man die Messung derselben wohl benutzt, um den Concentrationsgrad einer solchen Lösung, besonders von Zucker, zu bestimmen.

§. 172.

Die Krystalle, welche den Systemen angehören, die zwar ungleichwerthige Achsen, aber keine eigentliche Hauptachse haben, nämlich dem rhombischen

und den drei klinoëdrischen Systemen, sind ebenfalls mit einer Doppelbrechung begabt, aber diese unterscheidet sich wesentlich von der der einachsigen Krystalle dadurch, dass es nicht eine, sondern zwei Richtungen giebt, in welchen die Doppelbrechung verschwindet; sie werden daher optisch zweiachsig genannt. Ein anderer Unterschied dieser von jenen zeigt sich darin, dass wenn man die Brechungsverhältnisse zweier zusammengehöriger Strahlen, die ebenfalls rechtwinklig gegen einander polarisirt sind, untersucht, man diese je nach der Neigung der einfallenden Strahlen beide veränderlich findet, so dass streng genommen keiner die ordentliche Brechung erleidet.

Eine Erweiterung der Voraussetzungen, welche uns im §. 166 gedient haben, die Wellenfläche der von einem Punkte in einem optisch zweiachsigen Mittel ausgehenden Aetherbewegungen zu finden, kann uns dienen, eine analoge Untersuchung für die optisch zweiachsigen Mittel zu führen. Nehmen wir nämlich an, es sei die Dichtigkeit des Aethers nicht nur in zwei, sondern in drei auf einander senkrechten Richtungen verschieden, und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen werde wieder bestimmt durch die Dichtigkeit des Aethers in der Richtung, in welcher die Schwingungen stattfinden, so ergiebt sich, wenn wir durch x, y, z die Coordinaten eines Punktes derselben bezeichnen, parallel jenen 3 auf einander senkrechten Richtungen gemessen, und $xx + yy + zz = rr$ setzen, in ähnlicher Weise wie im §. 166 die Gleichung der Wellenfläche

$$\mu\mu(rr - \nu\nu)(rr - \pi\pi)xx + \nu\nu(rr - \mu\mu)(rr - \pi\pi)yy + \pi\pi(rr - \mu\mu)(rr - \nu\nu)zz = 0$$

oder einfacher,

$$\frac{\mu\mu\, xx}{rr - \mu\mu} + \frac{\nu\nu\, yy}{rr - \nu\nu} + \frac{\pi\pi\, zz}{rr - \pi\pi} = 0,$$

worin μ, ν, π die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten bezeichnen, welche den Wellen zukommen, wenn die Schwingungsrichtung der ersten oder der zweiten oder der dritten Coordinatenachse parallel ist.

Construirt man nun mit Hülfte der Huyghenschen Construction, indem man die Elementarwellen nach dieser Gleichung bildet, die Richtung der gebrochenen Strahlen, so stimmt diese immer mit den beobachteten Richtungen überein, so dass jene Gleichung für die zweiachsigen Mittel die Grundlage der Untersuchungen bilden kann.

Eine genauere Untersuchung der durch diese Gleichung bestimmten krummen Fläche zeigt, dass dieselbe aus zwei geschlossenen Flächen um einen Mittelpunkt besteht, die sich in 4 Punkten scheiden, übrigens aber von einander getrennt sind, so dass im allgemeinen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen, in jeder Richtung zwei Werthe hat.

Den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten μ, ν, π entsprechen 3 Brechungsverhältnisse, die man gewöhnlich schlechthin die 3 Brechungsverhältnisse der optisch zweiachsigen Mittel nennt. Sind diese 3 Constanten für einen

Krystall bestimmt, so sind durch die Wellenfläche die Richtungen der beiden gebrochenen Strahlen immer gegeben.

§. 173.

Von besonderm Interesse sind die Curven, welche durch die Durchschnitte der Wellenfläche mit den 3 Coordinatenebenen entstehen, welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Strahlen in jenen Ebenen geben.

Wir erhalten die Gleichungen derselben, indem wir der Reihe nach z, y, x jede einmal $= 0$ setzen; und so finden wir:

$$(rr - \pi\pi)(\mu\mu\,[rr - \nu\nu]\,xx + \nu\nu\,[rr - \mu\mu]\,yy) = 0,$$
$$(rr - \nu\nu)(\mu\mu\,[rr - \pi\pi]\,xx + \pi\pi\,[rr - \mu\mu]\,zz) = 0,$$
$$(rr - \mu\mu)(\nu\nu\,[rr - \pi\pi]\,yy + \pi\pi\,[rr - \nu\nu]\,zz) = 0.$$

oder,

$$(rr - \pi\pi)(\mu\mu\,xx + \nu\nu\,yy - \mu\mu\,\nu\nu) = 0,$$
$$(rr - \nu\nu)(\mu\mu\,xx + \pi\pi\,zz - \mu\mu\,\pi\pi) = 0,$$
$$(rr - \mu\mu)(\nu\nu\,yy + \pi\pi\,zz - \nu\nu\,\pi\pi) = 0.$$

Jede dieser Gleichungen ist das Product aus der Gleichung eines Kreises und der einer Ellipse, beide bezogen auf die gemeinschaftlichen Mittelpunkte derselben. Jeder dieser Durchschnitte wird also durch einen Kreis und eine Ellipse gebildet, in der Weise, dass eine der 3 Constanten μ, ν, π den Kreishalbmesser, die andern beiden die Halbachsen der Ellipse geben, aber der Kreis in jeder der drei Ebenen einen andern Durchmesser hat.

Ist nun $\pi > \nu > \mu$, so ist in der xy Ebene der Radius des Kreises grösser als jede der Halbachsen der Ellipse, der Kreis umschliesst daher diese völlig; in der yz Ebene ist der Kreishalbmesser dagegen kleiner als jede der beiden Halbachsen der Ellipse, er wird also ganz von dieser eingeschlossen; endlich in der xz Ebene liegt der Radius zwischen den beiden Halbachsen der Ellipse; Kreis und Ellipse schneiden sich also hier in vier Punkten, welche paarweise auf Kreisdurchmessern liegen. Die 3 Durchschnitte erhalten daher die in den Figuren 49, 50, 51 dargestellten Formen.

Fig. 49.

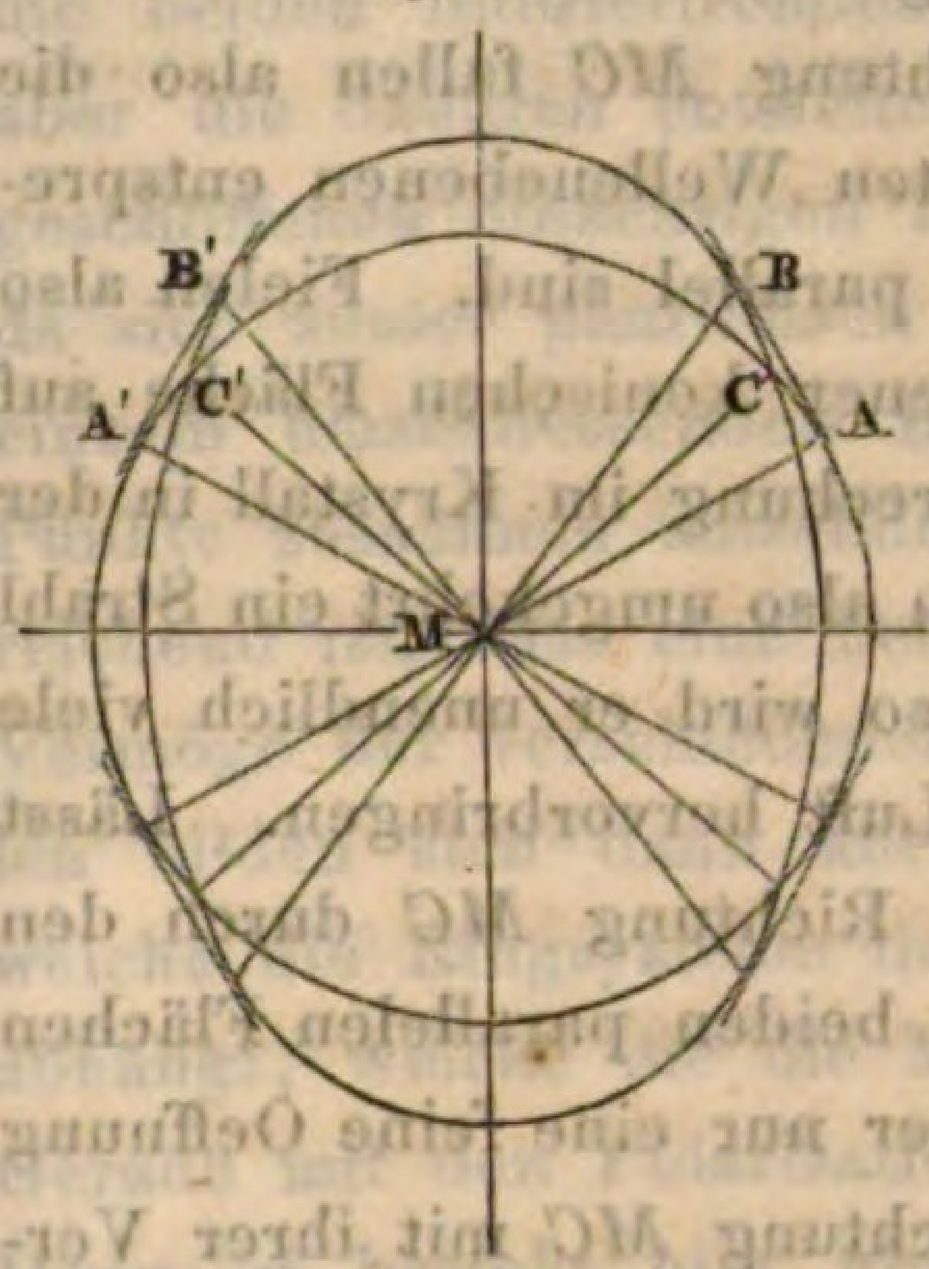


Fig. 50.



Geht durch den Mittelpunkt der Wellenfläche irgend eine ebene Welle, so wird nach einer bestimmten Zeit die Lage derselben die der ihr parallelen Ebenen sein, welche zugleich die für diesen Moment construirte Wellenfläche berühren. Die vom Mittelpunkte nach den Berührungspunkten gezogenen Geraden geben die Richtungen der den Wellen entsprechenden Strahlen an. Da im Allgemeinen jeder Ebene zwei parallele Berührungsebenen entsprechen, so sind auch immer zwei Strahlen vorhanden. Es giebt nun aber in der xz Ebene, und nach einer genauern Betrachtung der Wellenfläche nur in dieser, zwei Richtungen ebener Wellen, deren beide parallele die Wellenfläche berührende Ebenen zusammenfallen, nämlich die auf der xz Ebene senkrecht stehenden Ebenen, welche durch die gemeinschaftlichen Berührungslinien des Kreises und der Ellipse dargestellt werden, wie z. B.

Fig. 51.



AB Fig. 51. Dieser ebenen Welle entsprechen also, wenn M den Mittelpunkt der Welle bezeichnet, die beiden Strahlen MA und MB, die zwar an sich eine verschiedene Geschwindigkeit haben, aber deren Wellenebenen immer zusammenfallen, indem die eine auch seitlich gegen die andere verschoben wird. Denken wir uns nun einen zweiachsigen Krystall durch eine mit AB parallele Ebene begrenzt, und eine ebene Welle normal also in der Richtung AM einfallend, so bringt sie die beiden Strahlen AM und BM hervor, von welchen der erstere gar nicht gebrochen ist, und beide Strahlen verdanken ihre Entstehung ebenen Wellen, die in der Richtung AM eine gleiche Geschwindigkeit haben. Aus diesem Grunde nennt man AM eine optische Achse des Krystalls, deren also jeder Krystall zwei hat, (nämlich ausser AM noch $A'M$,) die so liegen, dass der Winkel zwischen ihnen durch eine der Coordinatenachsen halbirt wird. Eine genauere Untersuchung der Wellenfläche zeigt nun, dass die durch AB gelegte Ebene die Wellenfläche nicht nur in den beiden Punkten A und B, sondern auch in unendlich vielen andern Punkten berührt, welche in einem Kreise auf dieser Ebene liegen; es entsprechen also dieser Welle unendlich viele in der Richtung der Normale gleich geschwind fortschreitende Wellen, deren zugehörige Strahlen eine konische Fläche bilden, die durch den Punkt M geht. Ist nun der Krystall durch eine der ersten parallele zweite Fläche begrenzt, so gehen die unendlich vielen Strahlen ausserhalb des Krystalls sämmtlich in der Richtung ihrer Normalen, d. h. unter einander parallel fort; sie bilden also eine cylindrische Fläche. Diese Eigenthümlichkeit der optisch zweiachsigen Krystalle ist zuerst durch genauere Untersuchung der Wellenfläche von Hamilton theoretisch entdeckt, und auf dessen Aufforderung von Lloyd experimentell am Aragonit nachgewiesen. Sie ist die innere konische

Brechung genannt worden, und zeigt sich, u. A. wenn man einen Aragonit senkrecht gegen eine der optischen Achsen mit zwei parallen Flächen versieht, und auf eine derselben normal ein sehr dünnes Strahlenbündel fallen lässt, indem man die Strahlen z. B. durch eine feine Oeffnung gehen lässt; man sieht alsdann durch den Krystall einen kleinen Lichtring, dessen Durchmesser sich nicht ändert, wenn auch die Entfernung des Auges vom Krystall geändert wird.

Eine andere ähnliche Erscheinung, die ebenfalls von Hamilton vorausgesagt und von Lloyd bestätigt wurde, wird die äussere konische Brechung genannt, und entsteht in folgender Weise. In dem Punkte C oder C', wo der Kreis und die Ellipse sich schneiden, hat die Wellenfläche eine trichterförmige Vertiefung, deren Spitze eben in C oder C' liegt. Es sind in C also unendliche viele Berührungsebenen möglich, deren Normalen eine konische Fläche wiederum bilden. In die Richtung MC fallen also die Strahlen, welche unendlich vielen durch M gelegten Wellenebenen entsprechen, die nämlich allen jenen Berührungsebenen parallel sind. Fielen also Strahlen in den verschiedenen Richtungen in jener konischen Fläche auf einen Krystall, so würden alle diese nach der Brechung im Krystall in der gemeinschaftlichen Richtung CM fortgehen. Wenn also umgekehrt ein Strahl in der Richtung MC aus dem Krystall austritt, so wird er unendlich viele eine konische Fläche bildende Strahlen in der Luft hervorbringen. Lässt man daher ein schmales Strahlenbündel in der Richtung MC durch den Krystall gehen, z. B. dadurch, dass man auf die beiden parallelen Flächen einer Aragonitplatte Schirme legt, von denen jeder nur eine feine Oeffnung besitzt, die so zu einander liegen, dass die Richtung MC mit ihrer Verbindungslinie zusammenfällt und dann von einer leuchtenden Fläche, der Flamme einer Lampe z. B., Strahlen in verschiedenen Richtungen auf die eine Fläche fallen lässt, so sieht man durch den Krystall ebenfalls nicht nur einen einfachen Lichtpunkt, sondern wieder einen Lichtring, dessen Durchmesser aber um so grösser ist, je weiter sich das Auge vom Krystall befindet. Die Richtungen MC und MC', welche übrigens in den meisten Krystallen sehr nahe mit MA und MA' zusammenfallen, hat man ebenfalls wohl optische Achsen genannt; es ist aber zweckmässig, sie als scheinbare optische Achsen von jenen, oder den wahren optischen Achsen, zu unterscheiden.

§. 174.

Wenn man aus optisch zweiachsigen Krystallen Platten schneidet, und diese in den Polarisationsapparat bringt, so werden auch durch diese ähnliche Farbenerscheinungen und Zeichnungen, wie durch die aus einachsigen Krystallen geschnittenen Platten hervorgebracht, indem die senkrecht gegen einander polarisirten beiden Strahlenarten, welche paarweise in derselben

Richtung ins Auge gelangen, im Allgemeinen mit ungleichen Geschwindigkeiten und auf ungleich langen Wegen durch den Krystall gegangen sind und daher ungleiche Phasenänderungen erlitten haben, welche, wenn die Polarisationsebenen der beiden Strahlen durch den Analysator wieder in eine Richtung gebracht sind, in verschiedener Weise Interferenzen der beiden Strahlen hervorbringen.

Schneidet man die Platte senkrecht gegen die Mittellinie der beiden optischen Achsen, (welche sehr häufig mit der krystallographischen Achse zusammenfällt, parallel der die Krystalle prismatisch ausgebildet sind,) so finden sich zwei Richtungen, in welchen Strahlen ins Auge gelangen, welche die Platte in der Richtung der optischen Achsen durchlaufen haben, und rings um jede dieser liegen dann wieder konische Strahlenbündel, in welchen die beiden interferirenden Strahlen eine gleiche Phasendifferenz besitzen, aber die dadurch entstehenden Ringe sind nicht mehr wie in entsprechend geschliffenen einachsigen Platten kreisförmig, sondern bilden Lemniscaten, da sich ausser paarweisen die den optischen Achsen entsprechenden Punkte einzeln umschliessenden Ringen noch äussere Ringe finden, welche beide Punkte zusammen umschliessen, wenigstens wenn die Dicke der Platte hinreichend ist, dass eine beträchtliche Zahl von Ringen zum Vorschein kommt. Vermöge der verschiedenen Intensitätsunterschiede der interferirenden Strahlen bilden sich dann aber wieder farblose dunkele Streifen oder Büschel, welche die Ringsysteme durchschneiden, deren Lage aber von den Winkeln abhängt, welche die die Mittelpunkte der beiden Ringsysteme verbindende Gerade mit den Polarisationsebenen des Polarisators und Analysators macht. Denn es besteht hier nicht wie in einachsigen Krystallen rings um den normal aus der Platte ins Auge gelangenden Strahl vollkommene Symmetrie, sondern in der Ebene der optischen Achsen folgen die Phasendifferenzen in anderer Art auf einander, als in der darauf senkrechten Richtung.

Wenn der Winkel der optischen Achsen ziemlich beträchtlich und die Platte nicht genau senkrecht gegen die Mittellinie derselben geschnitten ist, so zeigt sich gewöhnlich nur das Ringsystem um die eine Achse, durch Neigen der Platte kann man dann aber auch das der andern entsprechende zum Vorschein bringen.

Da, wie die Betrachtung der Wellenfläche lehrt, der Winkel, welchen die optischen Achsen mit einander, also auch mit ihrer Mittellinie machen, von den 3 Constanten μ, ν, π oder den diesen entsprechenden Hauptbrechungsverhältnissen abhängt, diese aber für die einzelnen Farben verschieden sind, so werden den verschiedenen Farben im Allgemeinen auch verschiedene Lagen der optischen Achsen entsprechen. Sind diese Differenzen beträchtlich, wie dieses in einigen Krystallen, z. B. des Salpeters, der Fall ist, so giebt sich dieses in den Färbungen der Lemniscaten in einer gegen die Mittellinie senkrecht geschnittenen Platte dadurch zu erkennen, dass die innern

Seiten derselben vorzugsweise eine blaue, die äussern dagegen vorzugsweise eine rothe Färbung zeigen, indem die den blauen Strahlen entsprechenden Richtungen der optischen Achsen einen kleinern Winkel mit einander bilden, als die den rothen entsprechenden, und daher die durch die verschiedenen Farben bedingten Ringsysteme sich nicht symmetrisch über einander legen.

Die Beobachtung der Ringsysteme, welche Krystallplatten im polarisirten Lichte geben, bietet ein Mittel dar, auch dann optisch einachsige von optisch zweiachsigen Krystallen zu unterscheiden, wenn die äussere Form derselben nicht unmittelbar aus rein morphologischen Gründen einen Schluss auf das System erlaubt, in welchem ein Mineral krystallisirt. In dieser Weise wird die optische Untersuchung ein Hülfsmittel der Mineralogie, wie dieses z. B. beim Glimmer der Fall ist, der zwei mineralogisch verschiedene Arten bildet, den zweiachsigen und den einachsigen seltnern.

Um die Ringsysteme deutlich zu erhalten, muss man freilich nicht zu dünne Krystallplatten anwenden, indem an sehr dünnen Platten nur wegen der überall fast gleichen Phasendifferenzen der mittlere gleich helle oder gleich gefärbte Theil der Figur zur Erscheinung kommt. Bei vielen Krystallen, namentlich auch beim Glimmer, kann man aber nur schwierig, und eigentlich nur dann, wenn auch die Krystallform schon das System zu erkennen giebt, dicke Platten erhalten, so dass man in der Regel, namentlich von den durch mit ausgezeichneten vollkommenen Blätterdurchgängen begabten Mineralien, wie eben der Glimmer eins ist, nur dünne Blättchen zur Untersuchung verwenden kann.

Allein auch dünne Blättchen einachsiger und zweiachsiger Krystalle zeigen im Polarisationsapparate einen charakteristischen Unterschied, wenn nämlich die Spaltungsebenen in den erstern gegen die optische Achse, in den letztern gegen die Mittellinie senkrecht stehen, wie es bei den beiden Arten des Glimmers der Fall ist.

Auf die Helligkeit der einachsigen Blättchen im Polarisationsapparat ist nämlich eine Drehung desselben um die Flächennormale ohne Einfluss, wenn nur Polarisator und Analysator ihre Stellung gegen einander nicht ändern. In zweiachsigen Krystallen dagegen ändert sich auch bei ungeänderter gegenseitiger Stellung der letztern die Helligkeit mit den Winkeln, welche die Ebene der optischen Achsen mit den Polarisationsebenen hier bildet.

§. 175.

Die vollkommene Spaltbarkeit, welche einige zweiachsige Mineralien, wie Glimmer und Gyps, besitzen, und durch welche es möglich wird, namentlich von ersterem, sehr dünne Blättchen abzuspalten, macht dieselben für manche optische Untersuchungen im polarisirten Lichte nützlich.

Indem nämlich der Phasenunterschied der durch ein solches Blättchen dringenden Lichtstrahlen allenthalben als fast gleich angesehen werden kann, aber mit der Dicke derselben sich ändert, kann man einem solchen Blättchen eine Dicke geben, welche einen bestimmten gewünschten Phasenunterschied der hindurchgehenden Strahlen hervorbringt.

Wenn man nun ein Glimmerblättchen von solcher Dicke abspaltet, dass der Phasenunterschied der austretenden Strahlen eine Viertelundulation beträgt, so wird das geradlinig polarisirte Licht nach dem Durchgange durch dasselbe im Allgemeinen elliptisch polarisirt. Giebt man dem Blättchen eine solche Stellung, dass die senkrecht gegen einander polarisirten und um eine Viertelundulation gegen einander verzögerten austretenden Strahlen gleiche Intensität besitzen, so geht die elliptische Polarisation in eine kreisförmige über. Dieses erreicht man aber, indem man die Ebene der optischen Achsen 45° gegen die Polarisationsebene des vom Polarisator ausgehenden Lichtes neigt. Bei dieser Stellung desselben kann der Analysator beliebig gedreht werden, ohne die Intensität des Lichtes zu ändern.

Der Gyps, welcher seiner Zerbrechlichkeit und nicht ganz so vollkommenen Spaltbarkeit wegen nicht so dünne Blättchen wie der Glimmer abzuspalten erlaubt, ist dagegen in einer andern Weise bei optischen Untersuchungen nützlich. Die Dicke eines Blättchens aus demselben bestimmt nämlich die Farbe, in der er bei einer bestimmten Stellung des Polarisators und Analysators gegen einander erscheint. Hat man daher Gypsplatten verschiedener Dicke, so können diese zu einem Vergleich mit andern Farben im Polarisationsapparate dienen. Zu diesem Zwecke giebt man einer Gypsplatte eine keilförmige Gestalt, sie zeigt dann streifenweise die verschiedenen durch Interferenz entstehenden Farben, und wenn man sie neben ein anderes Plättchen oder einen andern Krystall bringt, so kann man ermitteln, welche Farbe dasselbe von den verschiedenen im Gyps vorhandenen zeigt.

Bringt man ein Gypsblättchen von constanter Dicke, welches z. B. bei gekreuzter Stellung des Analysators eine bestimmte Färbung zeigt, hinter einem circularpolarisirenden Glimmerblättchen in einen Polarisationsapparat, so verschwindet die Färbung desselben, das Gypsblättchen erscheint dann also wie im unpolarisirten Lichte. Bringt man aber auf die andere Seite des Gypsblättchens ein zweites circularpolarisirendes Glimmerblättchen, dessen Ebene der optischen Achsen mit der des erstern zusammenfällt, so erscheint die Färbung des Glimmerblättchens wieder, indem diese den Phasenunterschied der Strahlen verdoppelt. Diese Erscheinung findet aber nicht statt, wenn auf das Gypsblättchen statt circularpolarisirten Lichtes vollkommen unpolarisirtes Licht fällt; wir erhalten also in diesem Versuche ein leichtes Mittel, das circularpolarisirte Licht von dem ihm sonst sehr ähnlichen unpolarisirten zu unterscheiden, indem die vollkommen regelmässige Bewegung der Aethertheilchen im erstern Mischfarben hervortreten lässt, welche bei

den unregelmässigen aber in allen Azimuthen mit gleicher Intensität stattfindenden Bewegungen im unpolarisirten Lichte nicht auftreten.

§. 176.

Die Färbungen und Zeichnungen, welche doppeltbrechende durchsichtige Platten im Polarisationsapparate geben, sind für die optische Untersuchung der Körper deshalb von besonderer Wichtigkeit, weil sie ein leichtes Mittel darbieten, ein doppeltbrechendes Medium als solches zu erkennen, namentlich dann, wenn die Doppelbrechung so unbedeutend ist, oder wenn andere Umstände es bewirken, dass sie nicht auf unmittelbare Weise erkannt werden kann.

Sie bilden also gleichsam ein empfindliches Reagenz auf die einfache oder doppelte Brechung der Körper. Mittelst desselben erkennt man nun auch, dass solche durchsichtige Körper, welche an sich das Licht nur einfach brechen, wenn sie unter gewisse Umstände gebracht werden, ebenfalls doppeltbrechend werden können.

Zu den Mitteln, durch welche man dieses erreichen kann, gehört zuerst ein ungleichmässiger mechanischer Druck auf die verschiedenen Seiten eines festen durchsichtigen Körpers.

Wenn man z. B. ein massives mit zwei parallelen und polirten Endflächen versehenes Glasstück durch eine Klemmschraube in einer gegen die geometrische Achse senkrechten Richtung zusammenpresst, in der zweiten auf jenen beiden senkrechten Richtung dagegen nicht, und dasselbe in einen Polarisationsapparat bringt, so zeigt dasselbe gewisse regelmässige Farbenzeichnungen, die symmetrisch um die Richtung des stärkern Druckes gruppirt sind; oder wenn man ein längeres solches Stück durch einen Druck auf die eine der längern Seiten biegt, indem die Enden festgehalten werden, so treten ebenfalls Farbenzeichnungen in demselben hervor.

Ein ähnlicher Zustand kann dem Glase auch durch eine Erhitzung und nachfolgende rasche Abkühlung gegeben werden, welche, wie wir im folgenden Abschnitte sehen werden, die Glastheilchen in einen gewissen gespannten Zustand gegen einander bringen. Derartig behandelte quadratische Glasplatten zeigen z. B. eine Farbenzeichnung, die durch ein dasselbe durchkreuzendes helles oder dunkles Kreuz, je nach der Stellung des Analysators zum Polarisator, einige Aehnlichkeit mit der Erscheinung hat, welche senkrecht gegen die Achse geschnittene Platten einachsiger Krystalle zeigen.

Endlich ein drittes von Faraday entdecktes Mittel, eine künstliche Doppelbrechung zu erzeugen, werden wir im letzten Abschnitte unserer Untersuchungen noch kennen lernen, da wir, um dasselbe genauer verfolgen zu können, noch erst andere Kreise von Erscheinungen kennen lernen müssen.

Siebtes Capitel.

Von den chemischen Wirkungen des Lichtes.

§. 177.

Wie wir im §. 144 gesehen haben, dass das Auge nicht nur dann eine Lichtempfindung erhält, wenn die Netzhaut von Lichtstrahlen getroffen wird, sondern dass auch die Wirkungen anderer Reize auf diese Lichtempfindungen hervorbringen, so ist andererseits die Wirkung der Lichtstrahlen nicht allein dann sichtbar, wenn sie die Netzhaut treffen, sondern auch andere Körper erfahren dadurch vorübergehende oder bleibende Aenderungen.

Abgesehen von den im nächsten Abschnitte zu erörternden Wärmewirkungen zeigen sich derartige Erscheinungen besonders in gewissen chemischen Aenderungen, welche manche Körper unter der Einwirkung des Lichtes erleiden.

Vornämlich gehört hierher der Einfluss, welchen das Licht auf die Vegetation der Pflanzen hat. Diese stehen durch ihre grünen Theile, namentlich die Blätter, in einer zweifachen Beziehung zur Atmosphäre, indem sie durch diese der letztern theils Bestandtheile entziehen, theils an dieselbe abgeben, und zwar nehmen sie sowohl Kohlensäure aus derselben unter Abgabe von Sauerstoff auf, als sie auch umgekehrt, wenn auch meist in geringerer Menge, letztern aufnehmen, und erstere abgeben. Sie vermitteln daher zwei Processe, welche, in chemischer Hinsicht betrachtet, sich einander gerade entgegengesetzt verhalten. Die Umkehrung des erstern Processes in den letztern und umgekehrt ist nun an den Uebergang von Tag in Nacht und umgekehrt gebunden.

Dass aber das Licht es ist, welches die Ausscheidung von Sauerstoff bei Tage bedingt, ergiebt sich daraus, dass auch bei Tage Pflanzen, welche an einen dunkeln Ort gebracht sind, keinen Sauerstoff aushauchen; dabei verlieren sie, wenn sie hinlänglich lange im Dunkeln bleiben, ihre grüne Farbe, und mit dieser die Fähigkeit, Sauerstoff auszuhauchen. Es erscheint also die Fähigkeit der Pflanzen, den grünen Farbstoff, das Chlorophyll, zu bilden, und die Verbindungen in den Pflanzen in der Art zu lösen, dass Sauerstoff frei wird, durch die Mitwirkung des Lichtes bedingt.

Aehnliche zersetzende oder die Zersetzung begünstigende Wirkungen üben die Lichtstrahlen auch auf andere Körper aus, namentlich Chlorsilber und Jodsilber, welche beleuchtet rasch schwarz werden, indem das Metall reducirt wird.

Aber auch verbindende Kräfte kommen den Lichtstrahlen zu, so vereinigen sich Chlor und Wasserstoff mit einander gemischt im Dunkeln allmählig, vom hellen Sonnenlichte beschienen aber plötzlich mit einer förm-

lichen Explosion; und andere hierher gehörige Beispiele lehrt die Chemie kennen.

Die Zersetzung des Jodsilbers oder ähnlicher Verbindungen durch Einwirkung des Lichtes benutzt man in der Daguerreotypie oder Photographie, um Abbildungen von Gegenständen herzustellen. Zu dem Zwecke bringt man in eine *camera obscura* an die Stelle, wo sich das reelle Bild des abzubildenden Gegenstandes erzeugt, eine mit Jod- oder Bromsilber überzogene Platte oder damit überzogenes Papier. Je nach der Intensität des Lichtes tritt die Zersetzung der Verbindung an verschiedenen Stellen stärker oder schwächer hervor. Da, wo die Intensität am stärksten ist, wird durch die stärkere Zersetzung die Platte dunkler, an den Stellen schwächerer Intensität dagegen heller. Man erhält auf diese Weise durch hinreichend lange Einwirkung ein deutlich hervortretendes aber negatives Bild, d. h. ein solches, in welchem die hellsten Stellen des Gegenstandes den dunkelsten des Bildes und umgekehrt entsprechen.

Allein schon ehe die Zersetzung soweit vorgeschritten ist, dass das Bild durch merkliche Verdunkelung des Grundes sichtbar wird, hat eine Einwirkung des Lichtes nach Verhältniss seiner Intensität auf die Platte stattgefunden, die zwar an sich noch nicht sichtbar ist, aber dadurch sichtbar gemacht werden kann, dass man die Platte über Quecksilber bringt. Alsdann schlagen sich an den von Jodsilber oberflächlich befreiten Stellen, welche den hellsten Theilen des Bildes entsprechen, Quecksilberdämpfe in einem feinen Ueberzuge nieder. Wenn man darauf durch Waschen mit einer Lösung von unterschwefelsaurem Natron oder mit einer heissen Kochsalzlösung das unzersetzte Jodsilber fortnimmt, so erreicht man dadurch theils, dass die Platte nun gegen fernere Einwirkungen des Lichtes geschützt, das Bild also auf derselben fixirt wird, theils dass die Stellen, wo kein Quecksilber niedergeschlagen war, dunkler als die, wo dieses stattgefunden hat, erscheinen; man erhält also dann ein positives Bild des Gegenstandes, oder ein solches, dessen hellere Stellen den helleren Stellen des Gegenstandes entsprechen.

In mehr oder weniger abgeänderter Weise verfahren fast alle Daguerreotypisten, indem sich die Abänderungen fast nur auf verschiedene chemische Mittel beziehen, die durch die Wirkung des Lichtes hervorgebrachten chemischen Veränderungen in vollkommener Weise und dauerhaft sichtbar zu machen.

§. 178.

Wenn man Daguerreotypieen von farbigen Gegenständen betrachtet, so sieht man leicht, dass einige Theile des Bildes deutlicher als andere hervortreten, indem rothe und grüne Theile in der Regel viel weniger vollkommen abgebildet erscheinen als blaue und farblose. Noch sichtbarer tritt

dieser Unterschied hervor, wenn man z. B. auf ein mit Chlorsilber überzogenes Papier die Strahlen des durch ein Prisma erhaltenen Spectrums fallen lässt. Während in der Nähe des rothen Endes die Zersetzung sehr schwach oder gar nicht bemerklich ist, erkennt man sie sehr leicht an dem entgegengesetzten Ende des Spectrums. Es folgt also daraus, dass die verschiedenen homogenen Lichtstrahlen in verschiedenem Grade die Fähigkeit haben, chemische Wirkungen hervorzubringen, und dass im Allgemeinen diese Fähigkeit um so grösser ist, je kürzer die Undulationsdauer der Strahlen ist. Indess zeigt eine genauere Untersuchung, dass sich dieser Unterschied hauptsächlich auf die Fähigkeit der Strahlen bezieht, die Zersetzung einzuleiten, nicht aber die, sie zu erhalten, nachdem sie eingeleitet ist. Denn auch der dem rothen Ende des Spectrums entsprechende Theil wird geschwärzt, wenn das Papier an dieser Stelle vor der Einwirkung der Strahlen vorher ein wenig von weissem oder blauem Lichte beschienen war.

Viel bedeutsamer ist aber noch ein anderer Unterschied, der sich zwischen dem Spectrum und seiner photographischen Abbildung zeigt, nämlich eine Verbreiterung des letztern, und zwar über das violette Ende des sichtbaren Spectrums hinaus.

Es zeigt dieses, dass das Licht ausserdem, dass es aus verschiedenen sichtbaren Strahlen besteht, noch zugleich von nicht sichtbaren brechbaren Strahlen oder Strahlen kürzerer Undulationsdauer begleitet ist, welche, weil sie erst durch ihre chemischen Wirkungen uns merklich werden, chemische Strahlen genannt werden.

Da diese Strahlen übrigens aber sich ganz so wie die sichtbaren verhalten, so muss man schliessen, dass sie auch im Wesentlichen mit diesen gleichartig sind, und dass sie nur deshalb nicht sichtbar sind, weil entweder der Netzhaut die Fähigkeit abgeht, die Erschütterungen des Aethers, welchen sie ihre Entstehung verdanken, wahrzunehmen, oder was wohl wahrscheinlicher sein möchte, weil die optischen Medien des Auges sie nicht bis zur Netzhaut gelangen lassen, diese also undurchsichtig für sie sind, gerade so wie gefärbte durchsichtige Medien Strahlen gewisser Undulationsdauer merklich ungeschwächt durch sich hindurchlassen, andere Strahlen aber von anderer Undulationsdauer schon in einer geringen Tiefe absorbiren, und als Licht verschwinden lassen.

Fünfter Abschnitt.

Von der Wärme.

Erstes Capitel.

Von der Temperatur und dem Maasse derselben.

§. 179.

Durch unser Gefühl nehmen wir ausser der Ausdehnung und Undurchdringlichkeit der Körper auch gewisse Zustände derselben wahr, welche wir durch die gegensätzlichen Ausdrücke heiss oder warm und kalt bezeichnen. Diesen Zustand der Körper nennen wir die Temperatur derselben, und die diese bedingende Ursache die Wärme.

Die Temperatur eines bestimmten Körpers ist nicht immer dieselbe, sondern kann auf verschiedene Weise erhöht oder erniedrigt werden. Ein sehr einfaches Mittel, solche Temperaturänderungen eines Körpers hervorzubringen, besteht darin, dass wir ihn in Berührung mit einem andern Körper höherer oder niederer Temperatur bringen, je nachdem er erwärmt oder abgekühlt werden soll. So überzeugt uns das Gefühl hiervon z. B. sehr leicht, wenn wir eine Metallkugel eine Zeitlang in die Flamme einer Spirituslampe bringen, welche eine sehr hohe Temperatur besitzt, wodurch ihre eigene Temperatur merklich erhöht wird. Wird umgekehrt dieselbe Kugel, nachdem sie in dieser Weise erhitzt worden ist, in kaltes Wasser getaucht, so sinkt ihre Temperatur sehr rasch wieder. Wir schliessen daraus, dass Körper ungleicher Temperatur ein Bestreben haben, ihre Temperaturen auszugleichen. Es zeigt sich dieses auch, wenn wir z. B. gleiche Massen sehr kalten und sehr warmen Wassers zusammengiessen, indem das Gemisch dann eine mittlere Temperatur zeigt, so dass, während der eine der sich berührenden Körper eine Temperaturerhöhung erfährt, der andere eine Temperaturerniedrigung erleidet.

Unmittelbar durch das Gefühl können wir uns von diesen Temperaturveränderungen zweier sich berührenden Körper nur dann überzeugen, wenn

die Temperaturen beider sehr verschieden sind; bei geringern Differenzen wird die Unterscheidung der Temperaturen oft unsicher, aber es wird die Annahme erlaubt sein, dass auch dann eine Ausgleichung stattfinde, so dass nur dann zwei sich berührende Körper constante Temperaturen haben können, wenn diese gleich sind, so lange dieses aber nicht der Fall ist, eine Ausgleichung geschieht.

Ausserdem aber können wir uns leicht überzeugen, dass ein Körper, dessen Temperatur geändert wird, zugleich eine Aenderung seines Volumens erleidet. Wenn man z. B. eine Metallkugel, die bei gewöhnlicher Temperatur gerade durch einen Metallring fallen kann, in der Flamme einer Spirituslampe erwärmt, und sie dann auf den Metallring legt, so fällt sie nicht mehr durch denselben; erst nach einiger Zeit, wenn ihre Temperatur durch die Berührung mit der sie umgebenden kältern Luft und dem kältern Metallringe gesunken ist, fällt sie durch den letztern. Sie hat also durch die Erwärmung eine Ausdehnung, durch die darauf folgende Abkühlung eine Zusammenziehung erlitten. Dasselbe zeigt sich auch, wenn eine Flüssigkeit erwärmt oder abgekühlt wird. Füllt man dieselbe in eine Glaskugel, welche in eine längere enge Röhre endigt, so dass die Flüssigkeit bis zu einer bestimmten Höhe in der Röhre steht, und erwärmt man das Gefäss mit der Flüssigkeit, so steigt letztere in der Röhre zu einem höhern Punkte. Obwohl also durch die Ausdehnung des Glases bei der Erwärmung das Volumen desselben vergrössert ist, so ist durch dieselbe das Volumen der Flüssigkeit noch mehr vergrössert, so dass dieser Versuch zeigt, dass durch eine bestimmte Temperaturerhöhung die Flüssigkeiten stärker als das Glas ausgedehnt werden, und, wie der Versuch ebenfalls zeigt, durch eine bestimmte Temperaturerniedrigung stärker als dieses zusammengezogen werden.

Wenn die Röhre sehr eng ist, so kann man zu dem eben genannten Versuche die Flüssigkeit nicht unmittelbar durch dieselbe giessen, weil die in dieser enthaltene Luft nicht gleichzeitig mit dem Einfliessen der Flüssigkeit entweichen kann. Die Füllung des Gefässes gelingt aber doch, indem man die Luft durch Erwärmung ausdehnt, wodurch ein Theil derselben ausgetrieben wird, hält man alsdann die Oeffnung der Röhre in die Flüssigkeit, während man die erwärmte Luft wieder erkalten und sich zusammenziehen lässt, so tritt nun die Flüssigkeit durch die Röhre in das Gefäss und erfüllt dasselbe theilweise. Durch Wiederholung desselben Verfahrens kann man so nach und nach die Luft ganz aus dem Gefäss und der Röhre, auch wenn diese noch so eng ist, fortschaffen, und diese dafür mit der Flüssigkeit füllen. Um die Ausdehnung der Flüssigkeit durch Erwärmung recht merklich zu machen, ist es zweckmässig, den Durchmesser der Röhre im Vergleich mit dem daran befestigten Gefässe recht klein zu wählen. Auf diese Weise kann man schon durch sehr geringe Temperaturänderungen

merkliche Ausdehnungen hervorbringen, und daher einen solchen Apparat anwenden, um diese, selbst dann, wenn sie ihrer Kleinheit wegen durch das Gefühl nicht mehr unmittelbar wahrnehmbar sind, noch merklich zu machen.

Der Werth desselben als Thermoskop wird aber noch dadurch erhöht, dass jedesmal, wenn derselbe in dieselbe Temperatur gebracht wird, die Flüssigkeit in der Röhre gleich hoch steht, welchen Temperaturen es auch in der Zwischenzeit ausgesetzt sein mag. Man kann sich davon überzeugen, wenn man zwei solcher Apparate herstellt, den einen von diesen z. B. in ein Gefäss mit Wasser stellt, und durch zweckmässig geleitete Erwärmung und Abkühlung dafür sorgt, dass der Stand der Flüssigkeit in der Röhre dieses ersten Apparates immer ungeändert, d. h. die Temperatur des Wassers constant bleibt. Bringt man alsdann den zweiten Apparat, nachdem man den Stand der Flüssigkeit in der Röhre desselben bemerkt hat, wenn er sich in demselben Gefässe mit Wasser befindet, in geringere oder höhere Temperaturen, und nachher in das Wasser zurück, so steigt oder sinkt die Flüssigkeit in demselben wieder bis zu der ersten Höhe. Es ergiebt sich also, dass einer jeden Temperatur ein bestimmter Stand der Flüssigkeit in einem solchen Thermoskope entspricht, und deshalb kann dasselbe dazu dienen, verschiedene Temperaturen ihrer Höhe nach zu ordnen, und gleiche Temperaturen als solche zu erkennen.

§. 180.

Bringt man ein solches Thermoskop oder Thermometer, das z. B. aus einem mit Quecksilber gefüllten Glasgefässe der angegebenen Art besteht, in ein Gefäss mit Wasser, welches allmählig erwärmt wird, so steigt das Quecksilber in demselben eine Zeitlang; aber wenn es eine bestimmte Höhe erreicht hat, so bleibt es stehen, und dieses tritt ein, wenn zugleich das Wasser durch die erlittene Erwärmung eine Aenderung erfährt, welche man das Sieden desselben nennt, und die darin besteht, dass aus demselben Blasen in grosser Menge aufsteigen, und die Menge des flüssigen Wassers sich merklich verändert. Es findet dabei aber keine eigentliche Vernichtung des Wassers statt, sondern nur eine Umwandlung desselben aus dem tropfbarflüssigen, in einen dem luftartigen ähnlichen Zustand, den man den dampfförmigen nennt; denn wenn man mit dem Gefäss, in welchem das Sieden vorgenommen wird, durch Röhren ein anderes verbindet, und die Röhren und dieses abkühlt, so sammelt sich in dem Maasse, als das flüssige Wasser in dem ersten Gefässe verschwindet, in dem zweiten solches wieder an, und wenn man die beiden Gefässe mit dem darin enthaltenen Wasser vor und nach dem Sieden wiegt, so findet man die Summe ihrer Gewichte unverändert. Es folgt hieraus also eine zweite Wirkung der Temperaturänderungen auf tropfbare Flüssigkeiten, dass diese nämlich bei einer bestimmten Tem-

peratur in Dämpfe, und umgekehrt diese bei niedrigern Temperaturen wieder in tropfbare Flüssigkeiten verwandelt werden; denn ähnlich wie das Wasser verhalten sich auch andere Flüssigkeiten. Zugleich aber ergiebt jener Versuch, dass, wenn eine Flüssigkeit ins Sieden versetzt ist, dann die Temperatur in derselben nicht mehr steigt, wie sehr man auch durch äussere Mittel sie zu erhitzen strebt. Erst wenn in dem genannten Versuche alles Wasser aus dem ersten Gefässe verdampft ist, steigt das Thermometer in demselben wieder, und zeigt damit eine Temperaturerhöhung an. Endlich auch noch ergiebt sich, dass das Sieden einer Flüssigkeit immer bei derselben Temperatur stattfindet, denn dasselbe Thermometer zu verschiedenen Zeiten in siedendes Wasser getaucht, erreicht darin immer denselben Stand wieder. Verschiedene Flüssigkeiten sieden aber bei verschiedenen Temperaturen; dadurch könnten wir ein Mittel erhalten, gewisse Temperaturen bestimmt zu bezeichnen, indem wir angeben, welcher Flüssigkeit eine bestimmte Temperatur als Siedetemperatur zukommt, oder auch welche beiden Flüssigkeiten von nahe gleichen Siedetemperaturen diese bestimmte Temperatur zwischen sich lassen, so dass sie kleiner als die Siedetemperatur der einen und grösser als die der andern ist.

Bei der wirklichen Bezeichnung der Temperaturen verfährt man indessen auf eine etwas andere weniger umständliche Weise, welche durch eine zweite den Vorgängen beim Sieden ähnliche Thatsache möglich wird.

Wenn nämlich eine Flüssigkeit immer mehr und mehr abgekühlt wird, so sinkt ein darin eingetauchtes Thermometer auch nur bis zu einer bestimmten Grenze continuirlich, und der Stand desselben bleibt auf diesem eine Zeitlang, indem zugleich der flüssige Körper fest wird; erst nachdem dieses geschehen, sinkt das Thermometer noch tiefer; wird dann umgekehrt der entstandene feste Körper wieder erwärmt, so steigt das Thermometer zunächst nur bis zu jenem Punkte, bleibt auf diesem stehen, bis der Körper wieder flüssig geworden, geschmolzen, ist, und steigt erst dann wieder. Das Schmelzen eines Körpers tritt also auch wieder immer bei einer bestimmten Temperatur ein, die aber für verschiedene Körper eine verschiedene ist.

Es erscheint hiernach ganz allgemein der Aggregatzustand eines Körpers als von seiner Temperatur abhängig, so dass ein und derselbe Körper je nach seiner Temperatur in verschiedenen Aggregatzuständen existiren kann. Zunächst wollen wir diese Abhängigkeit nicht weiter verfolgen, sondern nur die daraus entspringende Constanz der Schmelz- und Siedetemperaturen zur Vervollkommnung des Thermometers benutzen, und zwar nur die des Wassers.

Bezeichnen wir nämlich durch v_0 das (scheinbare) Volumen des Quecksilbers eines Thermometers, wenn dieses in schmelzendem Schnee sich befindet, durch v_1 dasselbe, wenn das Thermometer in siedendes Wasser getaucht

ist, und setzen wir $\frac{v_1 - v_0}{v_0} = q$, so ist $1 + q$ der Coefficient, womit v_0 multiplicirt werden muss, um das Volumen der Quecksilbermasse zu erhalten, wenn diese die Temperatur des siedenden Wassers erhält. Bei irgend einer zwischenliegenden Temperatur wird das Volumen derselben Quecksilbermasse $= v_0(1 + nq)$ sein, wenn n einen echten Bruch bezeichnet. Eine solche intermediäre Temperatur kann daher auf eine bestimmte Weise angegeben werden, wenn man den Werth angiebt, welchen man n in diesem Ausdrucke geben muss, damit dieser das Volumen der Quecksilbermasse bei dieser Temperatur bezeichnet. Ebenso wird derselbe Ausdruck auch noch die Volumina der Quecksilbermasse bei Temperaturen ausdrücken können, welche höher als die Siede- oder niedriger als die Schmelztemperatur des Wassers sind, nur wird im ersten Falle $n > 1$, im letztern $n < 0$ oder negativ sein müssen; es werden also auch durch Angabe des Werthes von n solche Temperaturen ganz bestimmt bezeichnet werden können.

Gewöhnlich theilt man q in 100 Theile, und giebt die Temperatur in Graden an, indem man unter einer Temperatur von t Graden eine solche versteht, bei welcher das Volumen des Quecksilbers aus obigem Ausdrucke erhalten wird, wenn man $n = \frac{t}{100}$ setzt.

Auf diese Weise kann leicht jede Temperatur durch eine bestimmte Zahl angegeben werden, wobei freilich zu berücksichtigen ist, dass diese Zahl nicht eigentlich die Temperatur selbst misst, sondern nur die von ihr abhängige Volumenveränderung des Quecksilbers, oder, genauer gesprochen, den Ueberschuss dieser über die gleichzeitige Erweiterung des Glasgefässes, in welchem das Quecksilber enthalten ist.

Ausser nach der hunderttheiligen oder Centesimalskale (von Celsius) pflegt man die Temperaturen auch wohl nach der Skale von Reaumur oder nach der von Fahrenheit anzugeben. Erstere zählt zwischen dem Schmelz- und Siedepunkte des Wassers 80, letztere 180 Grade, und zugleich liegt der Nullpunkt der letztern so, dass die Schmelztemperatur darnach zu 32° festgesetzt ist. Hieraus folgt, dass wenn c^0, r^0 und f^0 die Thermometergrade der 3 Skalen bei einer Temperatur bezeichnen,

$$c^0 = r^0 \frac{100}{80} = \frac{5}{4} r^0 = \frac{100}{180}(f^0 - 32^0) = \frac{5}{9}(f^0 - 32^0)$$

ist, wonach leicht die Angaben der einen Skale auf die der andern reducirt werden können.

§. 181.

Um das Volumen des Quecksilbers in einem Thermometer bei verschiedenen Temperaturen mit Leichtigkeit messen zu können, erhält die Röhre des Instrumentes einen engen und überall gleichen Durchmesser, und es wird so viel

Quecksilber in das Gefäss gefüllt, dass bei allen Temperaturen, welche mit dem Thermometer gemessen werden sollen, immer noch in der Röhre sich Quecksilber befindet. Dann genügt eine einfache Längentheilung der Röhre zu jener Messung, indem die Volumänderungen den Höhenänderungen des Quecksilbers in der Röhre proportional sind. Da es indess schwer hält, Röhren von überall gleichem Querschnitt zu erhalten, so muss die Röhre eines zu sehr genauen Messungen bestimmten Thermometers noch besonders, am besten nach der vollständigen Verfertigung desselben, calibrirt werden. Es geschieht dieses dadurch, dass man verschieden lange Quecksilberfaden in derselben durch Erhitzung an einer Stelle abtrennt, diese in der Röhre verschiebt, und die relativen Längen derselben in den verschiedenen Theilen der Röhre misst, woraus man dann die Verhältnisse der Volumina der zwischen je zwei Theilstrichen der Röhre enthaltenen Theile dieser ermitteln und so sich eine Correctionstabelle der unmittelbaren Angaben des Instruments verschaffen kann.

Um den der Schmelztemperatur entsprechenden Theilstrich oder den Nullpunkt der Skale zu finden, wird das Thermometer am besten in ein Gefäss mit schmelzendem Schnee gebracht, und der Punkt auf der Röhre oder der Skale derselben durch einen feinen Strich markirt, bis wohin das Quecksilber dann reicht. In ähnlicher Weise wird auch der Siedepunkt bestimmt, indem man das Thermometer in siedendes Wasser bringt. Um die Skale zu erhalten braucht man alsdann die zwischen jenen beiden Punkten enthaltene Länge nur in die bestimmte Anzahl (100, oder 80, oder 180) gleicher Theile zu theilen. Die Bestimmung des Siedepunktes erfordert aber noch einige Aufmerksamkeit und kleine Correctionen, indem die Beobachtung gezeigt hat, dass die Siedetemperatur nicht ganz constant ist, sondern von einigen andern Umständen noch abhängt. Dahin gehört zuerst der Barometerstand oder der äussere Druck, unter welchem sich das siedende Wasser befindet. Wie wir es später noch genauer verfolgen werden, findet nämlich das Sieden bei um so höheren Temperaturen statt, einem je beträchtlicheren Drucke das Wasser dabei ausgesetzt ist. Unter der Siedetemperatur schlechthin versteht man aber diejenige, welche dem normalen Barometerstande von 760 Millimeter entspricht. Man muss daher entweder die Bestimmung des Siedepuuktes zu einer Zeit vornehmen, wo der Barometerstand der normale ist, oder da dieses nur selten möglich sein wird, den gleichzeitigen Barometerstand beobachten, und nach den später zu erörternden Regeln die Correction bestimmen, welche der beobachteten Lage des Siedepunktes hinzuzufügen ist, um den jenem normalen Barometerstande entsprechenden zu erhalten. Zweitens aber zeigen genauere Beobachtungen über die Siedetemperatur, dass diese wenn auch nur in sehr geringem Grade von der Tiefe unter der Oberfläche des siedenden Wassers, in welcher sich das Gefäss des Thermometers befindet, und der Substanz des Gefässes abhängig

ist, in welchem das Sieden vorgenommen wird. Von beiden macht man sich aber dadurch unabhängig, dass man das Thermometer gar nicht in das siedende Wasser selbst, sondern in den aus demselben aufsteigenden Dampf bringt, da dessen Temperatur sich nur mit dem Drucke ändert, unter dem er sich befindet. Es müssen dann freilich besondere Vorsichtsmaassregeln angewandt werden, dass sich der aufsteigende Dampf, ehe oder während er das Thermometer einhüllt, nicht durch Vermischung mit der kältern Luft oder den kalten Gefässwänden abkühlt; welches man am besten dadurch erreicht, dass man das ganze Instrument in eine weitere Röhre einschliesst, die sowohl von dem entweichenden Dampfe erfüllt, als auch von demselben in einem weitern und längern Gefäss umgeben wird. Auch muss man dabei verhüten, dass das beim Sieden immer fortspritzende, oder das durch etwaige Abkühlung des Dampfes wieder condensirte Wasser an das Thermometer kommt. In leichterer und deshalb gewöhnlich angewandter, wenn auch nicht so genauer Weise, erreicht man dasselbe, wenn man das Gefäss des Thermometers eben in die Oberfläche des in einem eisernen Gefässe siedenden Wassers taucht, weil dessen Temperatur nahe der des Dampfes gleich ist. Es versteht sich übrigens von selbst, dass während der Bestimmung nicht ein beträchtlicher Theil der Thermometerröhre einer andern Temperatur ausgesetzt werden darf, und daher wird das Siedegefäss mit einem in eine längere Röhre auslaufenden Deckel verschlossen, und in diese Röhre das Thermometer gebracht, während zugleich aus dem obern Ende derselben der sich aus dem Wasser entwickelnde Dampf entweicht.

Hinsichtlich des Gebrauchs des Thermometers ist ferner noch zu bemerken, dass die Erfahrung gezeigt hat, dass der Nullpunkt desselben sich nach einiger Zeit, namentlich bald nach dem Verfertigen desselben etwas ändert, als wenn das innere Volum des Gefässes kleiner geworden wäre. Wahrscheinlich rührt dieses davon her, dass das Glas, indem es von Aussen einem stärkern Drucke als von Innen ausgesetzt ist, indem es auswärts von atmosphärischer Luft umgeben, innen aber von dieser frei ist, ein wenig zusammengedrückt wird. Es muss daher der Nullpunkt des Thermometers von Zeit zu Zeit von Neuem bestimmt werden. Besonders auffallend pflegt diese Aenderung zu sein, wenn das Thermometer in kurzen Zwischenzeiten in sehr verschiedene Temperaturen, abwechselnd hohe und niedrige, gebracht wird.

Je grösser das Volum des Gefässes im Vergleich mit dem Durchmesser ist, um so merklicher werden kleine Temperaturänderungen den Stand des Instrumentes ändern; andererseits aber gebraucht auch das Thermometer, je grösser das Volum desselben ist, um so längere Zeit, um den richtigen Stand anzunehmen, und die eigene Temperatur desselben ändert um so mehr die Temperatur des Körpers, mit welchem es in Berührung gebracht wird, und dessen Temperatur damit gemessen werden soll. Man wird daher je

nach den Zwecken verschiedene Thermometer anwenden müssen. Im Allgemeinen ist es aber ersichtlich, dass ein Thermometer um so empfindlicher sein wird, je kleiner sein Volum und je enger die Röhre desselben ist.

Abgesehen aber von diesem Einflusse des Volums des Thermometers auf dessen Empfindlichkeit nehmen Quecksilberthermometer mit kleinen oder grossen Gefässen in gleichen Temperaturen immer einen gleichen Stand an, woraus sich also ergiebt, dass die Volumänderung eines Körpers bei einer gleichen Temperaturänderung seinem Volumen proportional ist, was die stillschweigende Voraussetzung bei der Construction des Thermometers war.

Diese Uebereinstimmung zweier Thermometer in gleichen Temperaturen hört aber im Allgemeinen auf, wenn verschiedene Körper darin als thermometrische Substanzen benutzt sind. So stimmen z. B. ein Wasser- und ein Quecksilberthermometer in ihrem Stande nicht bei allen Temperaturen überein, wenn auch die Theilpunkte 0 und 100 derselben bei resp. gleichen Temperaturen bestimmt sind.

Die gewöhnlichen Angaben der Temperaturen beziehen sich auf Quecksilberthermometer, weil diese die gebräuchlichsten sind; ausser denselben werden auch noch Luftthermometer häufig gebraucht, deren genauere Betrachtung wir aber noch einstweilen verschieben wollen.

§. 182.

Mit Hülfe des Quecksilberthermometers kann man nun die Gesetze aufsuchen, nach welchen sich die verschiedenen Körper durch verschiedene Temperaturänderungen ausdehnen oder zusammenziehen, indem man diese Temperaturänderungen auf die Angaben des Quecksilberthermometers bezieht.

Bei den festen Körpern sind diese im Allgemeinen nur gering, so dass die genauere Untersuchung derselben oft grosse Schwierigkeiten hat. Man pflegt bei diesen gewöhnlich die lineare Ausdehnung zu messen, d. h. die Verlängerung, welche sie durch eine bestimmte Temperaturzunahme erleiden, ausgedrückt als Bruchtheil ihrer ursprünglichen Länge. Aus dieser kann man jedoch leicht die kubische Ausdehnung, d. h. den Bruchtheil finden, um welches ihr ursprüngliches Volum durch dieselbe Temperatur vermehrt wird. Denn bezeichnen z. B. L, B, H die Länge, Breite und Höhe eines Parallelopipedums aus einem Körper, dessen einer bestimmten Temperaturänderung entsprechende lineare Ausdehnung k, und dessen zugehörige kubische Ausdehnung v ist, so ist, wenn V das ursprüngliche Volum bezeichnet

$$V = L \,.\, B \,.\, H \text{ und}$$

$$V(1 + v) = LBH(1 + k)^3$$

also

$$v = 3\,k + 3\,kk + k^3$$

oder da k immer ein sehr kleiner Bruch ist

$$v = 3\,k.$$

Um die lineare Ausdehnung eines Körpers zu bestimmen, verfährt man meistens so, dass man einen Stab aus dem zu untersuchenden Körper mit seinem einen Ende unverrückbar befestigt, während das andere Ende sich vermöge der Längenänderung frei bewegen kann. Der Stab befindet sich in einem Gefässe, und wird darin nach einander mit Wasser von verschiedenen durch Thermometer gemessenen Temperaturen umgeben, und die dabei stattfindende Verschiebung des freien Endes beobachtet. Man kann dieses dadurch ausführen, dass man einen zweiten Stab parallel mit dem ersten in einem zweiten mit Wasser von constant bleibender Temperatur in ähnlicher Weise befestigt, von welchem ein rechtwinkliger Arm bis zum freien Ende des ersten Stabes geht, der einen kleinen Maassstab trägt, auf welchem die Verschiebung einer am Ende des ersten Stabes angebrachten Mire gemessen wird; ausserdem muss natürlich die ursprüngliche Länge des ersten Stabes, oder seine normale Länge gemessen sein.

Lavoisier und Laplace wandten nur einen Stab an, dessen freies Ende gegen den einen Arm eines um eine horizontale Achse drehbaren Hebels stiess und dadurch bei der Ausdehnung des Stabes diesen um einen gewissen Winkel drehte. Dieser Winkel wurde mit Hülfe eines an dem Hebel befestigten, in verticaler Ebene drehbaren und auf einen vertical stehenden Maassstab eingestellten Fernrohrs gemessen, und aus ihm und der bekannten Länge des Hebelarmes die Verlängerung des Stabes berechnet.

Nach einer Methode von Borda kann man die Längenänderung eines Stabes finden, wenn man die eines andern kennt. Werden nämlich beide Stäbe parallel neben einander gelegt und an einem Ende fest mit einander verbunden, am andern Ende aber auf dem einen ein kleiner Maassstab, auf dem andern eine Mire, oder noch besser ein Nonius angebracht, und der Stand des Nullpunktes dieses letztern auf dem Maassstabe bei zwei verschiedenen Temperaturen beobachtet, so findet sich daraus der positive oder negative Ueberschuss der Längenänderung des einen über die des andern.

Solche feste Körper, welche man nicht leicht in Form von Stäben beträchtlicher Länge bringen kann, können auf diese Weise nicht untersucht werden; aber man kann ihre kubische Ausdehnung nach folgender von Dulong und Petit angewandten Methode bestimmen. Indem man ein Gefäss mit Quecksilber bei einer niedrigern Temperatur genau füllt, die Menge des darin enthaltenen Quecksilbers durch Wägung bestimmt, und auch die Quecksilbermenge wiegt, welche ausfliesst, wenn das Gefäss in die höhere Temperatur gebracht wird, erhält man den Ueberschuss der kubischen Ausdehnung des Quecksilbers über die des Gefässes; wird alsdann derselbe Versuch mit der Abänderung wiederholt, dass der zu untersuchende Körper das Gefäss zum grössten Theile erfüllt, und nur die genaue Füllung durch Quecksilber ausgeführt wird, so giebt jetzt das ausfliessende Quecksilber den Ueberschuss der kubischen Ausdehnung des Körpers und des Quecksilbers über

die des Gefässes. Kennt man daher die absolute Ausdehnung des Quecksilbers für das Temperaturintervall, so kann man aus dem ersten Versuche die des Gefässes, und mit dieser aus dem zweiten die des Körpers finden.

Alle nach diesen verschiedenen Methoden mit verschiedenen festen Körpern angestellten Untersuchungen haben ziemlich übereinstimmende Resultate ergeben und namentlich zu folgenden drei Sätzen geführt:

1) Die meisten festen Körper, namentlich Metalle, Glas u. s. w. dehnen sich zwischen 0 und 100° nahezu proportional den durch das Quecksilberthermometer gemessenen Temperaturen aus,
2) bei steigender Temperatur über 100° nimmt die Ausdehnung immer mehr zu, besonders wenn die Temperaturen den Schmelztemperaturen nahe kommen,
3) die Ausdehnungscoefficienten, d. h. die als Bruchtheil der ursprünglichen Länge ausgedrückte Verlängerung bei einer Temperaturerhöhung um 1°, sind für verschiedene Körper verschieden.

Nicht allen festen Körpern kommt in jeder Richtung ein gleicher Ausdehnungscoefficient zu. Besonders auffallend zeigt sich dieses an den nicht dem regulären System angehörenden Krystallen, indem den ungleichwerthigen Achsen derselben auch verschiedene Ausdehnungscoefficienten zukommen. Es zeigt sich dieses darin, dass die Flächenwinkel solcher Krystalle bei verschiedenen Temperaturen gemessen, verschiedene Grössen besitzen, und durch Messungen der Flächenwinkel bei verschiedenen Temperaturen können die relativen Werthe der Ausdehnungscoefficienten derselben in den Richtungen der ungleichwerthigen Achsen nach den Regeln der Krystallographie ausgemittelt werden.

§. 183.

Unter den flüssigen Körpern sind es besonders das Quecksilber und die Luft, deren Ausdehnungen durch Temperaturänderungen eine grosse Wichtigkeit haben, und daher sehr vielfach und sorgfältig, und meist auch im Zusammenhange mit einander bestimmt sind.

Die ältern Untersuchungen über die Ausdehnung der Luft hatten sehr wenig mit einander übereinstimmende Resultate ergeben, wovon der Grund hauptsächlich darin lag, dass die zu den dessfallsigen Versuchen benutzte Luft nicht besonders getrocknet wurde. Nun ist aber in der Luft immer eine veränderliche Menge von Wasser in Dampfform enthalten, welches ganz andere Gesetze bei der Ausdehnung als die Luft befolgt, wie wir bei genauerer Betrachtung der Dämpfe noch sehen werden. Erst Gay-Lussac vermied diese Fehlerquelle, indem er die Luft durch Chlorcalcium oder Schwefelsäure nach den in der Chemie gebräuchlichen Methoden gänzlich von Feuchtigkeit befreite. Seine Versuche stellte er im Wesentlichen so an, dass die trockne Luft in einen Glasballon, der in eine enge Röhre aus-

lief, gebracht und darin durch einen Quecksilbertropfen abgesperrt wurde. Dieser Ballon wurde in ein mit Wasser gefülltes Gefäss gebracht, aus welchem nur die Röhre durch eine Oeffnung in der Seitenwand hervorragte; durch äussere Mittel wurde dann das Wasser dauernd auf bestimmte Temperaturen gebracht, die durch ebenfalls in das Wasser getauchte Quecksilberthermometer gemessen wurden, während die Verschiebung des die Luft absperrenden Quecksilbertropfens zur Messung des Volums dieser diente, indem die Röhre getheilt, und im Vergleich mit dem Rauminhalte des Ballons genau calibrirt war. Mit einer kleinen Abänderung wurde der Versuch auch so angestellt, dass bei einer bestimmten höhern Temperatur T der Ballon ganz mit Luft erfüllt, und durch ein vor die Oeffnung gesetztes Gefäss mit Quecksilber gesperrt wurde, worauf beim Erkalten bis zu einer Temperatur t eine gewisse Quecksilbermenge in den Ballon trat. Indem diese gewogen, und ebenso das Gewicht des Quecksilbers bestimmt wurde, welches bei derselben Temperatur t den Ballon füllte, ergab sich die Volumänderung der Luft beim Erkalten von T bis zu t. Da jedoch das Volumen der Luft auch durch Druckänderungen geändert wird, so musste noch darauf Rücksicht genommen werden, dass die warme Luft sich unter dem Drucke der Atmosphäre befand, die kalte dagegen unter einem Drucke, der um die Höhe der in die Röhre getretenen Quecksilbersäule geringer war. Durch Messung dieser Höhe und des Barometerstandes konnte indess nach dem Mariotteschen Gesetze dieser Einfluss eliminirt werden. Ebenso war eine zweite Correction noch deshalb nothwendig, weil der Rauminhalt des Glasballons in den beiden Temperaturen ein verschiedener war; allein diese konnte aus dem bekannten Ausdehnungscoefficienten des Glases berechnet werden. Hierbei ist indess zu bemerken, dass bei derartigen Untersuchungen der Ausdehnungscoefficient des gebrauchten Glases besonders bestimmt werden muss, da dieser für verschiedene Glassorten verschieden ist.

In ähnlicher Weise wie Gay-Lussac hat auch Dalton die Ausdehnung der Luft bestimmt, und beide gelangten durch ihre Untersuchung zu dem Resultate, dass innerhalb der Temperaturen 0 und 100° die Ausdehnung der Luft den Angaben des Quecksilberthermometers proportional sei, und das Volumen derselben von 0 bis zu 100° um 0,375 wachse; und dasselbe Resultat fanden sie auch für andere Gase, so dass allgemein 0,00375 als Ausdehnungscoefficient der Gase für 1° Temperaturänderung angesehen wurde.

In neuerer Zeit ist indess diese Untersuchung von Rudberg, von Magnus und von Regnault noch einmal geführt worden, und diese haben freilich das Hauptgesetz bestätigt gefunden, dass sich die luftförmigen Körper zwischen 0 und 100° sehr nahe proportional den Angaben des Quecksilberthermometers ausdehnen; allein die absoluten Werthe fanden sie verschieden, nämlich 0,3665 statt 0,375 für atmosphärische Luft und andere freilich nur wenig

verschiedene Zahlen für andere Gase. Sie verfuhren dabei z. Th. nach denselben Methoden wie Gay-Lussac, z. Th. und wahrscheinlich sicherer nach einem ganz anderen Principe, indem sie nicht die Volumänderung der Luft, sondern die Aenderungen ihrer Expansivkraft massen, und daraus nach dem Mariotteschen Gesetze auf die Volumänderung schlossen, welche die Luft erlitten haben würde, wenn sie dieselbe Expansivkraft behalten hätte.

Es wurde dazu die Luft in einem Behälter, der in eine abwärts gerichtete Röhre auslief, durch Quecksilber abgesperrt, in welches die Röhre tauchte. Das Quecksilber befand sich in einem übrigens ganz verschlossenem Gefässe, aus dem nur eine längere oben offene und mit einem verticalen Maassstabe versehene Röhre hervorragte, in der das Quecksilber durch Steigerung der Expansivkraft oder durch Ausdehnung der in dem Glasbehälter eingeschlossenen Luft stieg. Der Boden des Quecksilbergefässes war in ähnlicher Weise wie bei manchen Gefässbarometern durch eine Schraube beweglich, und wurde durch diese bei den Versuchen so weit gehoben oder gesenkt, dass bei allen Temperaturen, die der Luft ertheilt wurden, dieselbe immer dasselbe Volum behielt, indem das Quecksilber in der engen mit dem Luftbehälter communicirenden Röhre immer auf einen bestimmten Index eingestellt wurde. Ein klein wenig wurde freilich auch in diesem Falle durch die Ausdehnung des Glases das Volum der Luft verändert, allein dadurch wurde nur eine berechnenbare Correction der Beobachtungen nöthig gemacht. Die Höhendifferenz des Quecksilbers in den beiden communicirenden Röhren zeigte dann die Grösse an, um welche der Druck geändert werden musste, damit bei allen Temperaturen die Luft dasselbe Volum v behielt, oder war ein Maass der durch die Temperaturänderungen bei gleichem Volum bewirkten Aenderungen der Expansivkraft der Luft.

Ist bei der Temperatur T diese Druckdifferenz H, während der Barometerstand B ist, dagegen h bei der Temperatur t und dem Barometerstande b, so messen

$$H + B \text{ und } h + b$$

die Expansivkräfte der Luft bei den Temperaturen T und t und dem gleichen Volum v. Wäre dagegen der Druck in beiden Versuchen derselbe gewesen, dagegen V das Volum bei der Temperatur T, so müsste

$$V : v = H + B : h + b$$

oder

$$V = v \cdot \frac{H + B}{h + b}$$

sein, d. h. es würde, wenn $T > t$ ist, das Volum um

$$v\left(\frac{H + B}{h + b} - 1\right)$$

zugenommen haben, oder die Ausdehnung der Luft zwischen den Temperaturen t und T ist

$$\frac{H + B}{h + b} - 1.$$

Die Differenz zwischen den Resultaten dieser neuern Untersuchungen und der von Gay-Lussac und Dalton kann, wie Magnus gezeigt hat, zum Theil davon herrühren, dass die Absperrung der Luft durch einen Quecksilbertropfen in einer Röhre nicht ganz vollkommen ist, zumal wenn der letztere bei den Versuchen mehrfach verschoben wird. Jedenfalls wird, da Rudberg, Magnus und Regnault nach verschiedenen Methoden zu fast vollkommen übereinstimmenden Resultaten gelangt sind, die Ausdehnung der Luft zwischen 0 und 100° nicht sehr verschieden von 0,3665 oder 0,3666 $= \frac{11}{30}$ sein.

Alle übrigen von den Letztern untersuchten Gase, namentlich die zusammengesetzten, Kohlensäure und schweflige Säure, haben einen etwas grössern Ausdehnungscoefficienten. Besonders aber unterscheiden sich diese dadurch von der atmosphärischen Luft, dass ihre Ausdehnungscoefficienten bei stärkerm Drucke merklich zunehmen, während der der letztern von dem Drucke als unabhängig betrachtet werden kann, so dass zwischen dem Volumen v, der Temperatur t und der Expansivkraft p einer Luftart, welche bei der Temperatur 0° und unter dem Drucke einer 760^{mm} hohen Quecksilbersäule das Volumen v_0 hat, die Gleichung besteht

$$v = v_0 \frac{760}{p} (1 + \alpha t),$$

worin für athmosphärische Luft $\alpha = 0{,}003665$ zu setzen ist.

§. 184.

Die Ausdehnung des Quecksilbers, deren Kenntniss wegen des häufigen Gebrauchs dieses bei physikalischen Untersuchungen von grosser Wichtigkeit ist, ist von Dulong und Petit bestimmt worden, und zwar durch Bestimmung seines specifischen Gewichts in verschiedenen Temperaturen mittelst communicirender Röhren. Der eine Schenkel einer solchen wurde mit schmelzendem Eise, der andere mit einer bis zu einer bestimmten Temperatur erhitzten Flüssigkeit umgeben, und die Höhendifferenz des Quecksilbers in beiden Schenkeln gemessen. Die Verbindungsröhre zwischen beiden Schenkeln wurde nur eng aber hinreichend lang genommen, um die durch diese hervorgebrachten Unsicherheiten als verschwindend klein betrachten zu können. Bezeichnen H und H' die Quecksilberhöhen in beiden Schenkeln, d und d' die Dichtigkeiten der darin enthaltenen Quecksilbermassen, so ist

$$Hd = H'd'.$$

Bezeichnet nun q die Ausdehnung des Quecksilbers bei der Erwärmung desselben von der Temperatur t in dem einen Schenkel bis zu der t' in dem andern, so ist

$$d' = \frac{d}{1+q}, \text{ also}$$

$$Hd = \frac{H'd}{1+q} \text{ oder}$$

$$1+q = \frac{H'}{H}, \text{ oder}$$

$$q = \frac{H'-H}{H}.$$

Die Temperaturbeobachtungen bei diesen Versuchen wurden sowohl an gewöhnlichen Quecksilberthermometern, als an Luftthermometern gemacht, d. h. an mit Luft gefüllten und durch Quecksilber gesperrten Glasgefässen. Es wurde also die wahre Ausdehnung des Quecksilbers mit seiner im Thermometer beobachteten scheinbaren, und mit der Ausdehnung der Luft verglichen, und es ergab sich, dass zwischen 0 und 100° alle drei Grössen übereinstimmten, über 100° jedoch die Uebereinstimmung in der Ausdehnung des Quecksilbers und der Luft aufhörte, indem sich die Ausdehnung des Quecksilbers zwischen den Temperaturen 0 und 100°, 100° und 200°, 200° und 300° des Luftthermometers der Reihe nach zu $\frac{1}{55,50}, \frac{1}{54,25}, \frac{1}{53,00}$ ergab. Hinsichtlich der absoluten Grösse dieser Zahlen ist jedoch zu bemerken, dass bei der Berechnung der Temperaturen des Luftthermometers die von Gay-Lussac erhaltene Zahl 0,375 zu Grunde gelegt war, dass aber, wenn man den neuern Werth annimmt, die Zahlen noch etwas kleiner werden, so dass der erste etwa in $\frac{1}{57} = 0,017544$ übergeht; doch lässt sich diese Berichtigung nicht mit Genauigkeit ausführen, da von Dulongs und Petits Untersuchungen nur die Resultate, nicht die unmittelbar beobachteten Grössen erhalten sind. Es besteht mithin noch immer einige Unsicherheit über den absoluten Werth dieser Zahl, welche man kennen muss, wenn man aus der scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers in einem gegebenen Glasgefässe die Ausdehnung des letztern ermitteln will. In der Regel nimmt man die letztere zu $\frac{1}{64,8} = 0,015432$ an, wenn man sie nicht für das Gefäss, mit welchem man operirt, besonders bestimmt.

Wenn man die Temperaturen den Ständen eines Luftthermometers proportional setzt, so ist nach der Untersuchung von Dulong und Petit die Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0 und 100° der Temperatur proportional, in höherer Temperatur nimmt sie aber um so mehr zu, je näher diese 360°, nämlich der Siedetemperatur des Quecksilbers, kommt.

In ähnlicher Weise verhalten sich nun auch andere tropfbare Flüssigkeiten, welche in der Regel innerhalb eines beschränkten Theils der gewöhnlichen Thermometerscale sich gleichmässig ausdehnen, bei den ihrer Siedetemperatur nahen Temperaturen jedoch in einem stets wachsenden Verhältniss; so dehnt sich z. B. Alkohol bis 50° fast gleichmässig, von da an aber nach einem merklich wachsenden Verhältnisse aus.

Einen höchst unregelmässigen Gang der Ausdehnung besitzt das Wasser, indem diese theils in allen Theilen der Thermometerscale eine ungleichmässige ist, theils selbst bei niedrigen Temperaturen sich umkehrt, so dass die Dichtigkeit des Wassers bei einer bestimmten Temperatur ein Maximum ist, und sowohl durch Erwärmung über, als auch durch Abkühlung unter diese Temperatur das Wasser ausgedehnt wird; ein Verhalten, durch welches sich das Wasser von allen übrigen in dieser Beziehung bis jetzt untersuchten Körpern unterscheidet.

Man kann dieses z. B. in der Weise sichtbar machen, dass man in ein mit Wasser gefülltes Gefäss zwei Thermometer so bringt, dass die Kugel des einen sich in der Nähe des Bodens, die des andern in der Nähe der Oberfläche befindet, und das Wasser erkalten lässt. War die anfängliche Temperatur nicht zu niedrig, z. B. 10°, so zieht sich das erkaltende Wasser zusammen, wird dadurch schwerer und sinkt hinab, und dadurch wird es bedingt, dass das untere Thermometer zuerst ein wenig tiefer als gleichzeitig das obere steht. Wird die Erkaltung bis unter 4° fortgesetzt, so hört nach und nach der Unterschied im Stande beider Thermometer auf, und später steht das obere Thermometer tiefer als das untere, ein Beweis, dass das untere dichtere Wasser wärmer als das obere ist. In dieser und anderen Weisen ist die Temperatur der grössten Dichtigkeit des Wassers zu etwa 3°,95 gefunden worden.

§. 185.

Nachdem die Ausdehnungsverhältnisse der verschiedenen Körper im Vergleich mit dem Quecksilberthermometer erforscht sind, ist es möglich, vergleichbare Temperaturbeobachtungen mit verschiedenartigen Thermometern anzustellen. Es können also die Angaben eines Wasserthermometers, eines Alkoholthermometers u. s. w. auf die des Quecksilberthermometers reducirt werden, welches in der Regel als Normalthermometer gilt.

Auch aus festen Körpern hat man Thermometer, sogenannte Metallthermometer, construirt, in denen man die ungleiche Ausdehnung zweier Metalle benutzt, um durch Temperaturänderungen sichtbare und messbare Wirkungen hervorzubringen. Es bestehen diese aus zwei ihrer Länge nach aneinandergelötheten Streifen zweier verschiedenen Metalle, welche bei einer Normaltemperatur eine bestimmte geradlinig oder meistens spiralförmig gewundene Gestalt haben; bei jeder andern Temperatur aber ändert sich diese,

in Folge der ungleichmässigen Ausdehnung, und wenn daher das eine Ende befestigt, das andere mit einer Vorrichtung versehen ist, durch welche schon kleine Aenderungen in der relativen Lage desselben gegen das feste Ende merklich werden, so kann ein solcher Streifen ein sehr empfindliches Thermometer bilden.

Zur Messung sehr hoher Temperaturen, die indessen immer nur eine sehr rohe bleibt, bedient man sich der sogenannten Pyrometer, massiver Körper von parallelopipedischer, cylindrischer oder kugelförmiger Gestalt, von Metall oder Thon, welche, nachdem sie die zu bestimmende Temperatur erhalten haben, zwischen zwei ein wenig convergirende prismatische Stäbe gebracht werden, deren Abstand von einander so regulirt ist, dass der pyrometrische Körper bei einer bestimmten niedern Temperatur den Zwischenraum am einen Ende, bei einer bestimmten höhern den am andern Ende genau ausfüllt. Die Stelle, wo derselbe den Zwischenraum bei einer gegebenen andern Temperatur ausfüllt, kann dann zu einer Schätzung dieser dienen.

In vielen Fällen bedient man sich mit Vortheil der Luftthermometer, weil diese vermöge der verhältnissmässig beträchtlichen Ausdehnung der Luft schon kleine Temperaturdifferenzen durch eine beträchtliche Standänderung anzeigen. Ausserdem gewähren diese aber noch den Vortheil, dass die atmosphärische Luft nicht, wie die meisten andern Körper, bei verschiedenen Temperaturen einen verschiedenen Aggregatzustand besitzt, sondern immer gasförmig bleibt. Die Untersuchung der Ausdehnung der verschiedenen Körper hat aber gezeigt, dass in der Nähe der Sied- und Schmelztemperatur eines Körpers der Gang seiner Ausdehnung immer am beträchtlichsten von dem anderer Körper abweicht, die bei denselben Temperaturen weit vom Schmelzen oder Sieden entfernt sind. Wenn nun aber in denjenigen Temperaturen, wo das Letztere für verschiedene Körper der Fall ist, die Ausdehnungen derselben einander sehr nahe proportional sind, wie wir dieses als allgemeine Regel gefunden haben, so wird man schliessen können, dass dann auch die Ausdehnung dieser Körper einigermassen als wirkliches Maass der Temperatur betrachtet werden kann. Von diesen Betrachtungen ausgehend, pflegt man daher die Angaben des Luftthermometers als diejenigen zu betrachten, welche am geeignetsten zum Maass der Temperaturen sind.

Auch die folgende Betrachtung unterstützt diesen allerdings precären Schluss noch. Den Aggregatzustand und die Dichtigkeit eines Körpers haben wir als eine Folge des Gleichgewichts zwischen anziehenden und abstossenden Molecularkräften in demselben angesehen. Da nun eine Temperaturerhöhung im Allgemeinen die Dichtigkeit der Körper mindert, so können wir dieselbe als eine Vermehrung der abstossenden Molecularkräfte betrachten, und da in den luftförmigen Körpern die anziehenden Molecularkräfte als verschwindend klein gegen die abstossenden anzusehen sind, so

werden in diesen die durch Temperaturerhöhung entstehenden abstossenden Kräfte am ungehindertsten ihre Wirkung entfalten, also auch von dieser Seite her die Ausdehnung dieser am ersten der Temperaturzunahme proportional gesetzt werden können.

§. 186.

Die Abhängigkeit der Dichtigkeit oder des Volumens eines Körpers von seiner Temperatur macht es nothwendig, in vielen Fällen, bei Messungen u. s. w. auf die Temperatur Rücksicht zu nehmen, wo diese unmittelbar nicht in Betracht kommen würde, wo man aber eine ungeänderte Dichtigkeit oder ein ungeändertes Volumen eines Körpers voraussetzt. Namentlich also tritt dieses ein bei genauen Längenmessungen. Kommt es nur auf relative Vergleichungen zweier Längen mittelst eines Maassstabes an, so genügt es, dass der Maassstab bei beiden Messungen eine gleiche Temperatur besitzt, bei absoluten Längenmessungen dagegen muss man die Temperatur kennen, bei welcher man misst, und diejenige, bei welcher der Maassstab seine richtige Länge besitzt; alsdann kann man, wenn man noch den Ausdehnungscoefficienten der Substanz des Maassstabes kennt, die unmittelbar abgelesene Zahl auf die wahre Länge reduciren. Ist T die Normaltemperatur des Maassstabes, α sein Ausdehnungscoefficient, t die Temperatur, bei welcher die unmittelbar abgelesene Länge einer Linie $= l$ gefunden ist, so ergiebt sich die wahre Länge L derselben

$$L = l\,(1 + \alpha\,[t - T]).$$

Um die Temperatur des Maassstabes bei der Messung zu bestimmen, kann man sich entweder eines gewöhnlichen Thermometers bedienen, oder noch sicherer diesen Zweck durch folgende Einrichtung des Maassstabes erreichen, welche von Borda angegeben ist. Der Maassstab besteht aus zwei parallel neben einander liegenden Stäben aus verschiedenen Metallen, die am einen Ende fest miteinander verbunden, übrigens aber beweglich gegen einander sind. Am freien Ende trägt der eine, auf welcher die Haupttheilung sich befindet, einen kleinen Hülfsmaassstab, der andere einen Nonius, deren Nullpunkte bei der Normaltemperatur T zusammenfallen. Ist α der Ausdehnungscoefficient des getheilten, β der des ungetheilten, L die Entfernung des Nullpunktes des Nonius von dem Nullpunkte des Hauptstabes bei der Normaltemperatur, so wird diese Entfernung bei der Temperatur t übergehen in

$$L\,(1 + \beta\,[t - T]).$$

Die Entfernung des Nullpunktes des Hülfsmaassstabes von dem Nullpunkte der Haupttheilung dagegen, welche bei der Normaltemperatur ebenfalls $= L$ ist, ist dann

$$L\,(1 + \alpha\,[t - T]).$$

Ist also l der Abstand des Nullpunktes des Nonius vom Nullpunkte der Hülfstheilung bei der Temperatur t, so ist

$$l = (\alpha - \beta)(t - T)L$$

also

$$t - T = \frac{l}{\alpha - \beta} \cdot \frac{1}{L}.$$

Die wahre Länge der Hauptheilung bei der Temperatur t ist also

$$L + \frac{\alpha l}{\alpha - \beta},$$

woraus diese, da $\frac{\alpha}{\alpha - \beta}$ ein constanter Factor ist, für jedes l gefunden werden kann.

Von merklichem Einflusse ist ferner die Temperaturänderung auf die Schwingungsdauer eines Pendels, indem diese von der Länge desselben abhängt. Eine Uhr also, welche durch ein Pendel regulirt ist, wird bei verschiedenen Temperaturen einen etwas ungleichförmigen Gang haben müssen. Dasselbe findet auch dann statt, wenn statt des Pendels eine schwingende Feder als Regulator dient, indem auch deren Schwingungsdauer mit dem Trägheitsmomente des mit ihr sich bewegenden Rädchens oder dem Halbmesser dieses sich ändert. Es ist aber möglich, diese Wirkungen der Temperatur zu compensiren, indem man z. B. ein Pendel aus verschiedenartigen rostförmig neben einander angebrachten Stäben zusammensetzt, deren Längen so abgeglichen sind, dass der Ausdehnung der einen, welche das Gewicht von der Achse entfernt, die der andern entgegenwirkt, indem diese dasselbe um eben so viel nähern; oder dadurch, dass man als Pendelgewicht ein mit Quecksilber gefülltes Glasgefäss anwendet, dessen Schwerpunkt durch eine Ausdehnung der Pendelstange zwar von der Achse entfernt, durch die Ausdehnung des Quecksilbers dieser wieder genähert wird. In ähnlicher Weise werden auch die Temperatureinflüsse auf die Spiralen der durch Federn regulirten Uhren compensirt.

Dass die Angaben der Dichtigkeit eines Körpers sich immer nur auf eine bestimmte Temperatur beziehen, ist selbstverständlich. Bei den festen Körpern ist aber in der Regel der Einfluss der Temperatur in dieser Beziehung so unbedeutend, dass man kaum Rücksicht darauf nehmen kann. Sehr wichtig ist aber diese Berücksichtigung bei flüssigen Körpern. In dieser Hinsicht ist zunächst zu erwähnen, dass das Gewichtsmaass, welches dem Gewichte eines Cubikcentimeters Wasser gleich gesetzt wurde, noch näher dahin zu definiren ist, dass das Wasser eine bestimmte Temperatur, nämlich die seiner grössten Dichtigkeit besitzen soll.

Bei der Messung des Luftdruckes durch das Barometer ist ebenfalls die Dichtigkeitsänderung des Quecksilbers bei Temperaturänderungen zu berücksichtigen. Mit Hülfe der bekannten Ausdehnung des Quecksilbers

kann man nun jeden Barometerstand auf die Höhe reduciren, welche das zum Maass gebrauchte Quecksilber bei der Normaltemperatur gehabt hätte. Es ist klar, dass nur die auf dieselbe Normaltemperatur reducirten Barometerstände mit einander verglichen werden können, mit einer Barometerbeobachtung daher jedesmal eine Beobachtung der Temperatur des Barometers verbunden werden muss. Als Normaltemperatur nimmt man dabei (wenigstens im metrischen System) 0°, oder man versteht unter dem normalen Barometerstande die Höhe einer 760^{mm} hohen Quecksilbersäule von der Temperatur 0°.

§. 187.

Da die Temperatur der Atmosphäre weder zu allen Zeiten an demselben Orte, noch zu derselben Zeit an verschiedenen, namentlich auch vertical übereinanderliegenden Orten eine gleiche ist, so ist das Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Luft von der Temperatur von der grössten Wichtigkeit für die Erscheinungen, welche die Atmosphäre darbietet. Ohne dieselben in alle Einzelnheiten zu verfolgen und uns zu weit in die Meteorologie zu verlieren, wollen wir nur einige der wichtigsten andeuten.

Es wird zunächst durch die verschiedene Temperatur an verschiedenen vertical über einander liegenden Orten bedingt, dass die Expansivkraft der Atmosphäre mit der Höhe nach einem andern Gesetze abnimmt, als wir im §. 78 ohne Rücksichtnahme auf die Temperaturen abgeleitet hatten. Um das wahre Gesetz, oder die Correction zu finden, welche der Temperaturen wegen, jenem Gesetze hinzugefügt werden müssen, muss man zunächst wissen, in welcher Weise die Temperatur in der Atmosphäre mit der Höhe sich ändert. Die Meteorologie lehrt, dass man wenigstens in den uns zugänglichen Höhen im Allgemeinen eine der Höhe über der Erdoberfläche proportionale Abnahme der Temperatur annehmen kann, so dass es, um aus Barometerbeobachtungen die Höhendifferenz zweier Orte zu finden, genügt, ausser den Barometerständen auch die Temperaturen an diesen zu beobachten. Es ergiebt sich nämlich leicht, dass unter dieser Annahme, wenn t und t' die an den beiden Orten beobachteten Temperaturen sind, die im §. 78 abgeleitete Formel mit Beibehaltung der dort gebrauchten Zeichen übergeht in

$$\log \frac{p}{P} = \frac{\alpha (H - h)}{1 + \beta \frac{t + t'}{2}},$$

worin $\beta = 0{,}003665$ zu setzen ist. Für den praktischen Gebrauch dieser Formel zu barometrischen Höhenmessungen ist übrigens zu bemerken, dass dieselbe noch ein wenig zu verändern ist, wenn man auf die Aenderung der Schwere mit der Höhe über der Erdoberfläche und der geographischen Breite Rücksicht nimmt. Sie geht dann nämlich, wenn man mit r den Halbmesser der Erde und mit φ die geographische Breite bezeichnet, in die folgende über

$$\log \frac{p}{P} = \frac{\alpha (H-h)}{1+\beta \frac{t+t'}{2}} \cdot \frac{r}{r+H-h} \cdot \frac{1}{1+\gamma \cdot \cos 2\psi},$$

worin $\gamma = 0{,}002592$ zu setzen ist. Es ist dieses diejenige Gestalt der Formel, in der sie meistens angewandt, und in der ihr Gebrauch durch Hülfstafeln, z. B. von Gauss, erleichtert wird.

Ferner ist die Abhängigkeit der Expansivkraft der Luft von der Temperatur für die meteorologischen Erscheinungen deshalb von grosser Wichtigkeit, weil vermöge derselben durch Temperaturänderungen vorzugsweise die Ströme in derselben eingeleitet werden. In einer jeden Flüssigkeit nämlich entstehen durch partielle Erwärmung stromartige Bewegungen, indem die zunächst erwärmte Flüssigkeit leichter als die übrige wird, also aufsteigt, während die schwerere heruntersinkt. Man sieht dieses, wenn man Wasser in einem Glasgefässe über einer Spirituslampe erhitzt, und leichte Körperchen, Sägespähne u. dgl. in das Wasser geworfen hat. In der Luft kann man diese Ströme merklich machen, indem man die Thür eines geheizten Zimmers öffnet und eine Flamme in verschiedenen Höhen in den Zwischenraum hält. Unten wird die Flamme nach dem Zimmer zu seitlich gerichtet, indem hier die äussere kalte und schwerere herabsinkende Luft ins Zimmer dringt, oben dagegen wird die Flamme nach aussen fortgeblasen, indem hier die aufsteigende warme Luft seitlich abfliesst. In der Atmosphäre, wo oft beträchtliche Temperaturunterschiede zwischen grossen Luftmassen sich finden, entstehen in ähnlicher Weise Luftströmungen, Winde und Stürme, welche, nachdem sie in dieser Weise eingeleitet sind, nun durch verschiedene Umstände verstärkt, aufgehalten oder in andere Richtungen gelenkt werden können. Da das Barometer die Dichtigkeit der Luft misst, so kann die Beobachtung desselben in manchen Fällen schon vor dem Beginne solcher Bewegungen diese anzeigen. In dieser Beziehung kann man z. B. als allgemeine Regel gelten lassen, dass auf ein plötzliches und beträchtliches Fallen desselben heftige Stürme folgen.

Von der aufsteigenden Strömung erwärmter Luft macht man in den Feuerungseinrichtungen einen nützlichen Gebrauch, um durch den erregten Zug die zur Erhaltung des Brennens nothwendige Luft dem Brennmaterial zuzuführen. Je stärker die über diesem befindliche warme Luftsäule erwärmt, und je höher sie ist, bevor sie durch Vermischen mit der äussern Luft wieder abgekühlt wird, um so stärker ist der Druck, welcher die äussere Luft dem Brennmaterial zuführt, um so stärker also der Zug und damit die Intensität der Verbrennungsprocesse; daher der Nutzen hoher Schornsteine. Auf demselben Principe beruhen auch die Ventilationseinrichtungen in Hospitälern, grossen Versammlungssälen u. s. w.

Endlich können wir noch bemerken, dass die Temperaturänderungen der Atmosphäre noch das Hinzufügen eines veränderlichen Factors in dem im

§. 91 angegebenen Ausdrucke für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Luftwellen oder die Schallgeschwindigkeit nöthig machen. Es ist dieser nämlich

$$c = \sqrt{\frac{g \cdot d' \cdot e}{d}} = 279^m{,}760,$$

worin c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, g die Beschleunigung der Schwere, d' die Dichtigkeit des Quecksilbers, d die der Luft und e die durch das Barometer gemessene Expansivkraft der Luft bezeichnet.

Da nun bei gleicher Temperatur e und d einander proportional sind, dagegen nicht mehr, wenn die Temperatur sich von 0 bis t ändert, sondern dann $\frac{e}{d} = A\,(1 + \alpha t)$ ist, wo A das Verhältniss beider bei der normalen Temperatur 0 und $\alpha = 0{,}003665$ ist, so geht jener Ausdruck in

$$c = \sqrt{\frac{gd'e}{d}(1 + \alpha t)} = 279^m{,}76 \sqrt{1 + \alpha t}$$

über, wozu indess, wie schon im §. 91 erwähnt wurde, noch ein später zu besprechender constanter Factor kommt.

Die durch Temperaturänderungen veranlassten Volumenänderungen der Körper gehen mit einer beträchtlichen Kraft vor sich, wie sich z. B. ergiebt, wenn wir die Gewichte berechnen, durch welche man einen gegebenen Körper um dieselbe Grösse ausdehnen kann, welche er durch eine gegebene Temperaturänderung erleidet. Eine Eisenstange von 1 Meter Länge und einem Quadratcentimeter Querschnitt, die durch Erwärmung um 1° um 0,00001156 ihrer Länge nach Borda ausgedehnt wird, würde bei ungeänderter Temperatur um dieselbe Grösse ausgedehnt werden, wenn an dieselbe ein Eisenstab von demselben Querschnitte und einer Länge gehängt würde, die in Metern gemessen sich zu dem Elasticitätsmodulus des Eisens, nämlich 2301200^m, wie 0,00001156 : 1 verhält, d. h. einer Länge von $26^m{,}602$. Das Gewicht dieses Stabes würde aber $= 1^{gr} \,.\, 2660{,}2 \,.\, 7{,}844 = 20^{kgr}{,}867$ sein. Wenn diese Rechnung auch nur einen ohngefähren Ueberschlag über die Grösse der bei Temperaturänderungen thätigen Kräfte liefert, so begreifen wir daraus doch die Möglichkeit, wie durch solche sehr beträchtliche mechanische Wirkungen, Zerreissungen, Biegungen u. s. w. der festen Körper hervorgebracht werden können, die theils häufig manchen Zwecken entgegenwirken, und daher sorgfältig vermieden werden müssen, theils aber auch von grossem Nutzen sein können, um namentlich kleine Bewegungen sehr grosser Lasten zu bewirken, die man auf andere Weise schwerlich erreichen könnte.

Zweites Capitel.

Von der Aenderung des Aggregatzustandes durch die Wärme und der Calorimetrie.

§. 188.

Wenn wir ein Thermometer beobachten, welches in einem mit Wasser gefüllten Gefässe sich befindet, das über einem Feuer steht, so sieht man dasselbe allmählig steigen, aber wie wir schon erwähnt haben, nicht unbegrenzt, sondern sobald die Siedetemperatur erreicht ist, behält das Thermometer seinen Stand bei, und fängt erst dann wieder an zu steigen, wenn das Wasser aus dem Gefässe verdampft ist, und das letztere auch dann noch weiter erhitzt wird.

So lange das Thermometer steigt, also vor und nach dem Sieden des Wassers, kann kein Zweifel darüber sein, dass von dem Feuer dem Gefässe und durch dieses dem Thermometer Etwas mitgetheilt werde, was die Temperaturzunahme bedingt, und welches wir Wärme nennen, ohne aber über dieses unbekannte Etwas damit eine bestimmte Voraussetzung zu machen. Nun ist aber durchaus kein Grund anzunehmen, dass, während das Wasser siedet, diese Mittheilung von Wärme aufhöre, im Gegentheil wenn das Gefäss vom Feuer entfernt wird, so sinkt die Temperatur, indem zugleich das Sieden aufhört. Man muss also annehmen, dass die während des Siedens dem Wasser mitgetheilte Wärme nicht zur Erhöhung der Temperatur beitragen kann, sondern, zur Erhaltung des Siedens verwendet, in diesem Processe als Wärme vernichtet oder gebunden werde. Man nennt daher diese für das Thermometer und das Gefühl unmerkliche Wärme latente oder gebundene Wärme.

Eine ganz ähnliche Erscheinung zeigt sich auch, wenn man die Temperatur eines festen Körpers beobachtet, der über seine Schmelztemperatur hinaus erwärmt wird. Auch dann hört die Temperaturzunahme während des Schmelzens auf; das Schmelzen macht ebenfalls Wärme latent. Es ergiebt sich also der Satz, dass beim Sieden und beim Schmelzen immer eine gewisse Wärmemenge latent wird.

Dieser Satz lässt sich aber noch weit mehr verallgemeinern, indem einige einfache Beobachtungen zeigen, dass auch dann, wenn die Umwandlungen eines Körpers aus dem tropfbarflüssigen in den dampfförmigen, oder aus dem festen in den flüssigen Zustand auf andere Weise als durch Erwärmung hervorgebracht werden, immer eine Abkühlung diesen Umwandlungsprocess begleitet, d. h. eine gewisse Wärmemenge als temperaturerhöhend vernichtet oder latent wird. Wenn man z. B. ein Thermometer, am besten nachdem die Kugel mit ein wenig Zeug umwickelt ist, mit einer

Flüssigkeit von gleicher Temperatur wie die umgebende Luft benetzt, so sieht man, indem zugleich die Feuchtigkeit von der Oberfläche desselben verschwindet, verdampft, das Thermometer sinken, und erst, wenn alle Feuchtigkeit verschwunden ist, wieder steigen. Dasselbe zeigt sich, wenn man leicht lösliche Salze in eine Flüssigkeit bringt, die aber keine eigentlich chemische Einwirkung auf dieselben ausübt; auch wenn Salz, Flüssigkeit und Thermometer vor der Mischung eine gleiche Temperatur besitzen, sinkt das Thermometer in der Flüssigkeit während der Auflösung. Es beruht hierauf die Möglichkeit der sogenannten Kältemischungen und künstlichen Kälteerzeugungen durch Verdampfen, z. B. der durch starken mechanischen Druck in eine Flüssigkeit umgewandelten Kohlensäure, wenn der mechanische Druck aufhört, wobei eine so intensive Kälte entwickelt, d. h. so viel Wärme verbraucht wird, dass ein Theil der Kohlensäure sogar zu einem festen, schneeartigen Körper erstarrt, oder Quecksilber in der verdampfenden Kohlensäure gefriert u. dgl. m.

Als allgemeines Resultat geht also aus diesen Versuchen hervor, dass sowohl das Schmelzen fester als auch das Verdampfen tropfbarer Körper eine gewisse Wärmemenge latent macht.

Die umgekehrte Erscheinung kann man beim Erstarren flüssiger Körper oder beim Flüssigwerden, Condensiren oder Niederschlagen dampfförmiger Körper betrachten, obwohl die dann frei werdende oder entstehende Wärme nicht immer so unmittelbar erkannt werden kann. Es zeigt sich nämlich, dass es möglich ist, Wasser, wenn es vollkommen ruhig steht, flüssig zu erhalten, während es bei 0° abgekühlt wird. Wird dann aber das Gefäss erschüttert, so erstarrt das Wasser plötzlich und die Temperatur desselben steigt.

In ähnlicher Weise kann man auch übersättigte Lösungen krystallisirbarer Salze durch Bewegung plötzlich zum Krystallisiren oder Ausscheiden des gelösten Ueberschusses bringen, wobei ebenfalls eine plötzliche Erwärmung eintritt.

Um die beim Niederschlag von Dämpfen frei werdende Wärme wahrzunehmen, kann man einen etwas umständlichern und von vornherein nicht so überzeugenden Versuch anstellen, aus dem aber, wie sich im weitern Verlauf zeigen wird, jener Schluss doch gezogen werden kann. Verdampft man nämlich eine Quantität Wasser bei 100° und leitet die Dämpfe in eine gleiche Quantität kalten Wassers etwa von 0°, wodurch sie condensirt werden, so steigt die Temperatur dieses letztern weit über die mittlere von 50°, während diese etwa erhalten wird, wenn man zwei gleiche Quantitäten flüssigen Wassers von 0° und 100° unmittelbar mit einander mischt, so dass die Entstehung freier Wärme durch Condensation von Dämpfen hierdurch wenigstens wahrscheinlich wird.

Man hat diese Vorgänge des Bindens und Wiederfreiwerdens von Wärme beim Uebergange der Körper aus dem einen in den andern Aggregatzustand wohl so aufgefasst, dass man die Wärme als einen Stoff angesehen hat, der chemische Verbindungen mit den Körpern eingehen und dadurch für das Gefühl unwahrnehmbar gemacht werden, beim Abscheiden von denselben aber die Temperatur erhöhen kann. Hiernach wäre das flüssige Wasser als eine chemische Verbindung von Eis und einer gewissen Menge des Wärmestoffes, der Wasserdampf als eine chemische Verbindung des flüssigen Wassers mit einer neuen Quantität Wärme anzusehen. Auf dieser Vorstellung beruhen die Namen latente und freie Wärme, die allgemein gebräuchlich sind, und die wir auch beibehalten wollen, ohne aber von vornherein jene Vorstellung eines Wärmestoffes anzunehmen. Denn es ist ebenso gut denkbar, dass beim Condensiren oder Erstarren das unbekannte Etwas, das wir Wärme nennen, wirklich neuerzeugt, und umgekehrt beim Schmelzen und Verdampfen wirklich vernichtet würde. Wir wollen daher jene Ansicht vorläufig als eine Hypothese auf sich beruhen lassen, und erst nach weitern Untersuchungen über die Erscheinungen eine Vorstellung von dem Wesen der Wärme uns zu bilden versuchen.

§. 189.

Für die weitere Untersuchung der Erzeugung und Vernichtung von Wärme ist es nothwendig, die Wärme selbst einem Maasse zu unterwerfen, und Methoden zu begründen, nach welchen Wärmemengen gemessen werden können. Ein Maass der Wärmemenge können wir aber erhalten, wenn wir diejenige Wärmemenge als Einheit betrachten, welche, wenn sie einem bestimmten Körper mitgetheilt wird, eine bestimmte messbare Wirkung hervorbringt, und dann die Quantität einer andern Wärmemenge durch die Zahl bestimmen, welche das Verhältniss der durch diese hervorgebrachten gleichartigen Wirkung zu jener ersten angiebt.

Man nennt nun entweder diejenige Wärmemenge eine Wärmeeinheit, welche die Temperatur eines Grammes Wasser von 0^0 auf 1^0 zu erhöhen vermag, oder diejenige, welche ein Gramm Eis von 0^0 in Wasser von 0^0 verwandelt. Die Wärmemenge w vermag w Gramm Wasser von 0^0 auf 1^0 zu erwärmen, wenn sie nach dem ersten Maasse gemessen ist, oder w Gramm Eis von 0^0 in Wasser von 0^0 zu verwandeln, wenn nach der zweiten Einheit.

Für die Ausführung der Wärmemessungen ist nun aber der folgende Versuch von Wichtigkeit. Mischt man eine Wassermenge m von der Temperatur t und eine Wassermenge m' von der Temperatur t' zusammen, so erhält man die Wassermenge $m + m'$ von der Temperatur T, worin

$$(m + m')\,T = mt + m't'$$

ist. Mit aller Genauigkeit findet dieses freilich nicht statt, wie spätere

Betrachtungen zeigen werden; allein bei den ersten Versuchen können wir es doch immer als sehr nahe richtig annehmen. Wir können daraus schliessen, dass, da

$$m(T - t) = m'(t' - T)$$

ist, der eine Ausdruck die von m' abgegebene, der andere die von m aufgenommene Wärmemenge misst, und dass also die Temperaturänderungen, welche eine bestimmte Menge Wasser durch Mittheilung oder Abgabe von Wärme erfährt, den erhaltenen oder abgegebenen Wärmemengen proportional sind. Wir können daher die Wärmemenge nach dem ersten Maasse messen, welche irgend ein Körper von einer bestimmten Temperatur abgiebt oder aufnimmt, wenn er mit Wasser von einer andern Temperatur in Berührung gebracht wird, indem wir die Menge dieses Wassers und die Temperaturänderung beobachten, welche dieses durch die Berührung mit dem Körper erfährt.

Nach der andern Maasseinheit dagegen kann man die Wärmemenge messen, welche ein Körper abgiebt, wenn er mit Eis von 0° in Berührung gebracht wird, indem man die Menge von Eis bestimmt, welche durch die Abkühlung des Körpers bis auf 0° geschmolzen wird, ohne zugleich eine Temperaturvermehrung zu erfahren. Es geschieht dieses im sogenannten Eiscalorimeter, einem Gefässe, das mit schmelzendem Eise erfüllt wird, und am Boden eine durch einen Hahn verschliessbare Röhre zum Abfliessen des erhaltenen Wassers besitzt. Damit die Temperatur der Luft auf die Menge des geschmolzenen Eises nicht einwirkt, wird das Gefäss in ein zweites weiteres und ebenfalls mit schmelzendem Eise erfülltes gestellt, und von diesem rings umschlossen; der erwärmte und abzukühlende Körper wird in einem Drahtnetze oder Drahtkörbchen in das innere Gefäss gebracht.

Entweder mit Hülfe der erst erwähnten Mischungs- oder dieser zweiten Schmelzungsmethode kann man nun zunächst beide Maasseinheiten mit einander vergleichen. Beobachtet man die Temperatur t, welche eine gegebene Wassermenge M von der Temperatur T erhält, wenn darin eine Eismasse m von der Temperatur 0° geschmolzen wird, und ist nach der ersten Maasseinheit λ die Wärmemenge, welche zum Schmelzen eines Grammes Eises nothwendig ist, oder die latente Schmelzwärme des Eises, so ist $m(\lambda + t)$ die von dem Eise beim Schmelzen und der nachfolgenden Erwärmung bis zu t aufgenommene Wärmemenge, dagegen $M(T - t)$ die vom Wasser abgegebene. Hat mat man also Sorge getragen, dass dem Wasser und dem Eise von Aussen her weder Wärme zugeführt noch entzogen ist, so ist

$$m(\lambda + t) = M(T - t),$$

also

$$\lambda = \frac{MT - t(M + m)}{m}.$$

Auf diesem und ähnlichen Wegen ist die latente Schmelzwärme des Eises zuerst von Lavoisier und Laplace auf 75 ermittelt worden, welche Zahl aber nach neuern Untersuchungen von Regnault und von de la Provostaye und Desains genauer 79,2 ist, d. h. um eine gegebene Quantität Eis von 0^0 in Wasser von 0^0 umzuwandeln, ist so viel Wärme erforderlich, als die Temperatur derselben Menge Wasser von 0^0 auf $79^0,2$, oder, genauer gesprochen, die Temperatur einer 79,2mal so grossen Wassermenge von 0^0 auf 1^0 zu erhöhen vermag.

§. 190.

Wenn man nach der einen oder andern Methode die Wärmemengen misst, welche gleich grosse Mengen verschiedener Körper von gleicher Temperatur an das Wasser oder an das Eis abgeben, wenn sie ihre Temperaturen mit denselben ausgleichen, so findet man je nach der Natur dieser Körper sehr verschiedene Werthe. Es folgt daraus, dass gleiche Massen verschiedener Körper durch gleiche Wärmemengen verschiedene Erwärmungen erfahren, oder dass dieselben zu einer gleichen Erwärmung, etwa um 1^0, ungleicher Wärmemengen bedürfen. Bezeichnen wir die von der Masseneinheit eines bestimmten Körpers hiezu geforderte Wärmemenge durch c, seine Masse durch m und seine Temperatur durch t, nennen wir ferner m' die Menge und t' die Temperatur einer Wassermasse, in die jener Körper getaucht wird, wodurch die gemeinschaftliche Temperatur beider gleich T werde, so ist, vorausgesetzt, dass $t > t'$ ist, die vom Körper abgegebene Wärmemenge

$$mc(t - T),$$

die vom Wasser aufgenommene

$$m'(T - t).$$

Wenn also weiter keine Wärme dem Körper und dem Wasser zugeführt ist, so ist

$$mc(t - T) = m'(T - t'),$$

oder

$$c = \frac{m'(T - t')}{m(t - T)}.$$

In dieser Weise kann die Wärmemenge bestimmt werden, welche der Masseneinheit eines beliebigen Körpers gegeben werden muss, um die Temperatur derselben um 1^0 zu erhöhen. Man nennt diese die Wärmecapacität oder die specifische Wärme des Körpers.

Mit Hülfe des Eiscalorimeters bestimmt sie sich in folgender Weise. Ist die Bedeutung von c, m, t wieder dieselbe wie vorher, und M die Eismasse, welche durch die Abkühlung des Körpers auf 0^0 geschmolzen ist, λ die latente Schmelzwärme des Eises, so ist

$$\lambda M = cmt, \text{ oder}$$

$$c = \frac{\lambda M}{mt}.$$

Die genaue Bestimmung der specifischen Wärme der verschiedenen Körper erfordert eine Reihe von Vorsichtsmassregeln, damit während des Versuches alle Erwärmung oder Abkühlung der in Betracht kommenden Körper auf andern Wegen vermieden oder wenigstens in solcher Weise geleitet wird, dass der Einfluss derselben in Rechnung gezogen werden kann. In neuerer Zeit ist besonders durch Regnault die Mischungsmethode zu einer sehr vollkommenen geworden, so dass von diesem eine Menge sehr genauer Bestimmungen nach derselben gemacht sind. Zu den zu beobachtenden Vorsichtsmaassregeln gehören besonders die folgenden. Das Wasser oder Eis, mit welchem man operirt, muss natürlich in einem Gefässe enthalten sein, welches an den Temperaturveränderungen der darin enthaltenen Körper Theil nimmt. Kennt man aber die Masse und die specifische Wärme der Substanz des Gefässes, so lässt sich der sogenannte Wasserwerth desselben berechnen, nämlich die Gewichtsmenge, welche man der wirklichen Gewichtsmenge des Wassers bei der Rechnung hinzufügen muss, um den Einfluss des Gefässes zu eliminiren.

Ferner ist es nothwendig, dass die Eintauchung des warmen Körpers in das Wasser, nachdem er auf die gewünschte anfängliche Temperatur gebracht ist, so rasch geschieht, dass während derselben die Temperatur desselben sich nicht merklich ändert, was von Regnault durch besondere Einrichtungen seiner Apparate erreicht wurde.

Endlich aber muss hauptsächlich der Einfluss der umgebenden Luft auf die Temperatur des Wassers vermieden werden. Zu diesem Zwecke muss man theils die Berührungspunkte des Gefässes mit seiner Unterlage sehr vermindern, und die Unterstützungen aus solchen Körpern wählen, durch welche die Wärme nur langsam sich bewegt, z. B. das Gefäss an seidenen Schnüren aufhängen, theils alle äussern Erwärmungen oder Abkühlungen durch die Nähe des Beobachters oder anderer Körper von merklich verschiedener Temperatur vermeiden oder durch zwischengesetzte Schirme unschädlich machen. Von besonderm Nutzen ist auch noch der Kunstgriff, dem Wasser vor dem Versuche eine Temperatur zu geben, welche um ebenso viel unter der der umgebenden Luft ist, als sie nach dem Versuche diese übertrifft, so dass während der ersten Hälfte des Versuches das Wasser von Aussen ebenso viel Wärme erhält, als es in der zweiten Hälfte dorthin abgiebt. Bei der Anwendung des Eiscalorimeters oder ähnlicher calorimetrischer Methoden auch zu andern Zwecken ist es endlich nützlich, zwei ganz gleiche Apparate zu benutzen, aber nur in dem einen die Bestimmung selbst auszuführen, aus den am andern gemachten entsprechenden Beobachtungen aber die Data zur Eliminirung der von äussern Einflüssen herrührenden kleinen Störungen zu gewinnen, welches, besonders wenn man die Bestimmungen wiederholt, und dabei abwechselnd den einen und den andern Apparat benutzt, den Beobachtungen eine grosse Genauigkeit giebt. Dass

übrigens bei allen solchen Untersuchungen, wo es sich gewöhnlich nur um geringe Temperaturänderungen handelt, sorgfältig gearbeitete Thermometer, welche rasch und mit grosser Genauigkeit die Temperaturen anzeigen, benutzt werden müssen, versteht sich von selbst. Auch pflegt man wohl dieselben mit Hülfe eines Fernrohres zu beobachten, um dem Apparate selbst fernbleiben zu können, ohne die Genauigkeit der Ablesung zu mindern.

§. 191.

Die genaue Bestimmung der specifischen Wärme der Körper ist deshalb von einer grossen theoretischen Wichtigkeit, weil dieselbe, wie Dulong entdeckt hat, in einem nahen Zusammenhange mit den chemischen Eigenschaften der Körper steht.

Wenn man nämlich die specifische Wärme der einfachen nicht gasförmigen Körper mit ihren Aequivalent- oder Atomgewichten multiplicirt, so erhält man ein für alle diese Körper nahezu constantes Product, nämlich etwa 40, wenn man das Atomgewicht des Sauerstoffes gleich 100 setzt; oder die specifischen Wärmen dieser Körper sind ihren Atomgewichten nahezu umgekehrt proportional. Einige Körper machen hiervon freilich eine Ausnahme, allein die meisten dieser sind solche, über deren Atomgewichte auch aus chemischen Gründen Zweifel vorhanden sind, so dass man mehrere in einfachen Verhältnissen zu einander stehende Zahlen dafür annehmen kann, unter denen sich immer eine findet, die dem angegebenen Gesetze genügt, und welche daher, wenn man dasselbe als allgemein gültig ansieht, als das Atomgewicht angenommen werden muss. Nur die Kohle fällt durchaus nicht unter dasselbe; diese kommt bekanntlich in mehreren verschiedenen Modificationen vor, und obgleich das Atomgewicht immer dasselbe ist, hat sie doch in jeder derselben einen verschiedenen Werth der specifischen Wärme, von denen indess keiner dem Gesetze genügt, so dass man annehmen müsste, dass noch eine bis jetzt unbekannte Modification derselben existire, in welcher ihre specifische Wärme den nach dem obigen Gesetze ihr zukommenden Werth besässe, und welche gleichsam als die Normalform der Kohle zu betrachten wäre.

Diese Hypothese kann aus dem Grunde als keine ganz willkürliche betrachtet werden, weil in der That auch die specifischen Wärmen der übrigen Körper nicht vollkommen constante Werthe haben, sondern in der Regel freilich kleinen Veränderungen nach der Dichtigkeit und Temperatur der Körper unterworfen sind. So ist z. B. nach Dulong und Petit die specifische Wärme des Eisens gleich 0,1093 im Mittel zwischen 0° und 100°, gleich 0,1150 im Mittel zwischen 100° und 200°, gleich 0,1218 im Mittel zwischen 200° und 300°, und gleich 0,1255 zwischen 300° und 350°. Ganz in derselben Weise erhält man auch für die specifische Wärme anderer Körper um so grössere Werthe, zwischen je höhern Temperaturen man

diese bestimmt. Ebenso haben Regnault's Untersuchungen ergeben, dass die specifische Wärme des durch Hämmern verdichteten Kupfers geringer als die des ungehämmerten ist, so dass man also allgemein annehmen kann, dass durch Vermehrung der Dichtigkeit eines Körpers seine specifische Wärme erniedrigt wird.

Besonders auffallend zeigt sich dieses am Brom, dessen specifische Wärme, bei gewöhnlichen oder höhern Temperaturen bestimmt, einen grössern Werth hat, als er unter Voraussetzung der Richtigkeit des Dulong'schen Gesetzes sein müsste; als aber Regnault diese Bestimmung bei Temperaturen zwischen — 77° und — 20° vornahm, erhielt er einen Werth, der demselben sehr wohl genügt.

Es ist daher wahrscheinlich, dass der Werth der specifischen Wärme eines einfachen Körpers ausser von dem Atomgewichte noch von verschiedenen andern Umständen abhänge, welche indess bei den meisten nur eine geringe Aenderung derselben hervorbringen, oder dass es für jeden unter ihnen einen bestimmten Normalzustand giebt, in welchem die specifische Wärme dem Atomgewicht genau umgekehrt proportional ist, und dass die meisten Körper sich unter den gewöhnlichen Verhältnissen, unter welchen wir sie beobachten können, nur wenig, einige aber, wie eben die Kohle, sehr weit von demselben entfernt befinden.

Es wird dieses dadurch noch wahrscheinlicher, dass besonders nach Regnault's Untersuchungen auch für die zusammengesetzten Körper ähnliche Gesetze existiren, so nämlich, dass das Product der specifischen Wärme in das Atomgewicht aller der Körper, welche eine chemisch ähnliche und gleiche atomistische Zusammensetzung haben, einen nahe constanten, aber für die einzelnen Körperclassen verschiedenen Werth besitzt. Es erhält nämlich jenes Product für alle Körper, welche nach folgenden chemischen Formeln zusammengesetzt sind, die folgenden Werthe, wenn wir durch *R* ein Atomgewicht eines einfachen metallischen Körpers bezeichnen, und überhaupt der in der Chemie gebräuchlichen Formeln uns bedienen:

R	40,3,	R^2S^3	186,2,
RO	70,5,	RCl^2	117,0,
RO^2	86,5,	R^2Cl^2	158,6,
RO^3	118,7,	R^2Br^2	171,7,
R^2O^3	169,7,	R^2I^2	167,4,
RS	74,5,	$N^2O^5 + RO$	301,7,
RS^2	129,6,	$SO^3 + RO$	166,2,
RS^3	118,0,	$CO^2 + RO$	134,4.

Der genauere Verfolg dieser Gesetze in ihre Einzelnheiten würde uns aber zu tief in chemische Betrachtungen führen.

§. 192.

Bei den Gasen sind die Atomgewichte den Dichtigkeiten bei gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur proportional, d. h. chemisch äquivalente Mengen verschiedener Gase haben unter diesen Umständen gleiche Volumina. Man nennt daher specifische Wärme eines Gases diejenige Wärmemenge, welche die Temperatur der Volumeneinheit desselben um 1^0 erhöht. Da aber bei der Erwärmung eines Gases entweder das Volumen desselben sich ändert, wenn der Druck, welchem dasselbe ausgesetzt ist, constant bleibt, oder der Druck geändert werden muss, wenn das Volumen constant bleiben soll, so kann man die specifische Wärme der Gase entweder bei constantem Drucke oder bei constantem Volumen derselben bestimmen. Im letztern Falle muss das Gas bei der Erwärmung zusammengedrückt werden; nun bringt aber eine Zusammendrückung eines Gases auch schon ohne andere äussere temperaturändernde Ursachen eine Temperaturerhöhung hervor; es wird daher die specifische Wärme eines Gases unter constantem Drucke grösser als bei constantem Volumen sein müssen.

Die specifische Wärme eines Gases unter constantem Drucke kann man bestimmen, indem man ein bestimmtes Gasvolumen, nachdem es bis zu einer bestimmten Temperatur erwärmt ist, mittelst eines constanten Druckes durch ein Schlangenrohr treibt, das in einem mit Wasser gefüllten Gefässe, einem sogenannten Wassercalorimeter, liegt, und sowohl die Erwärmung beobachtet, welche die Wassermasse dadurch erfährt, als auch die Abkühlung, welche das Gas erleidet. Auf diesem Wege ist, ausser von andern Physikern, von Bérard und Delaroche die specifische Wärme verschiedener Gase unter constantem Druck bestimmt worden, und daraus hat sich ergeben, dass auf die Gase das Dulong'sche Gesetz wenigstens nicht unmittelbar anwendbar ist. Denn wenn dieses der Fall wäre, so müsste die auf gleiche Volumina derselben bezogene specifische Wärme für alle eine gleiche sein. Die erwähnten Untersuchungen ergaben aber für atmosphärische Luft, Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff der Reihe nach 1,0000, 0,9765, 1,0000 und 0,9033, die der atmosphärischen Luft = 1 gesetzt, oder wenn man sie auf gleiche Gewichte und das gewöhnliche Maass der specifischen Wärme bezieht: 0,2669, 0,2361, 0,2754, 3,2936. Für die zusammengesetzten Gase ergaben sich noch mehr von einander differirende Werthe derselben.

Eine neuere umfassendere Untersuchung von Regnault hat im Allgemeinen dasselbe Resultat geliefert, wenn auch die Zahlenwerthe zum Theil beträchtlich von den frühern Bestimmungen abweichen; es sind nämlich darnach die specifischen Wärmen jener Gase auf gleiche Gewichtstheile bezogen und nach der gewöhnlichen Einheit, der des Wassers, gemessen, der Reihe nach: 0,2377, 0,2182, 0,2440, 3,4046, oder dem Volumen nach und auf die der atmosphärischen Luft als Einheit bezogen: 1,0000, 1,0147,

0,9976, 0,9912. Wollte man auch diese Zahlen als merklich gleich betrachten, so ist doch die des ebenfalls gasförmigen und einfachen Chlors merklich davon verschieden, indem diese nach dem letztern Maasse gemessen gleich 1,2461, und die des gasförmigen Broms gleich 1,2587 ist.

Durch dieselbe Untersuchung hat Regnault auch nachgewiesen, dass die specifische Wärme der Luft unter constantem Drucke nicht wesentlich verschieden ist, wenn man sie entweder bei verschiedenen Temperaturen oder unter verschiedenen (aber während jedes einzelnen Versuches constanten) Drucken bestimmt, was nach weniger ausführlichen Untersuchungen Gay-Lussac's früher angenommen wurde.

Die Resultate Regnaults hinsichtlich der zusammengesetzten Gase geben für diese ebenfalls sehr verschiedene Werthe, und obwohl diese in einem bestimmten Zusammenhange mit den specifischen Wärmen der Bestandtheile und der Zusammensetzungsweise zu stehen scheinen, so ist dieser Gegenstand doch noch nicht vollkommen aufgeklärt, und bedarf auch genauerer chemischer Untersuchungen.

§. 193.

Um die specifische Wärme eines Gases unter constantem Volumen zu bestimmen, kann man die Erwärmung bestimmen, welche eine Luftmenge erfährt, wenn sie von dem Volumen, welches sie in einer höhern Temperatur einnimmt, durch Vermehrung des Druckes auf das Volumen zusammengedrückt wird, welches sie in einer niedrigern Temperatur ohne Druckänderung einnehmen würde. Nennt man nämlich c die specifische Wärme, unter constantem Druck, c' die bei constantem Volumen, t die Temperaturerhöhung, welche eine gegebene Wärmemenge bei constantem Druck, $t + t'$ dagegen die, welche dieselbe Wärmemenge bei constantem Volumen darin hervorbringt, so ist

$$c : c' = t + t' : t,$$

oder

$$c' = \frac{c \cdot t}{t + t'}.$$

Es bezeichne d die Dichtigkeit einer Luftmasse bei einer bestimmten Temperatur, wenn sie dem durch den Barometerstand b gemessenen Drucke ausgesetzt ist. Wird diese Luftmasse in einen Ballon eingeschlossen, der in eine unter Quecksilber getauchte Röhre endigt, worin sich Quecksilber befindet, und in diesem verdünnt, so dass das Quecksilber, nachdem die Luft die anfängliche Temperatur wieder erhalten hat, in der Röhre um die Grösse p höher als ausserhalb derselben steht, so ist nun die Dichtigkeit der Luft in dem Ballon $= d\frac{b-p}{b}$. Oeffnet man dann den Ballon auf einen Augenblick, so strömt Luft ein, und indem die in diesem befindliche Luft

dadurch zusammengedrückt wird, steigt ihre Temperatur etwa um t', und in dem Augenblicke, wo diese Temperatur erreicht ist, wird die Dichtigkeit der Luft, da diese während des Oeffnens des Ballons unter dem Drucke b sich befand, durch $\frac{d}{1 + \alpha t'} = d - \alpha d t'$ ausgedrückt sein, wenn α den Ausdehnungscoefficienten 0,003665 bezeichnet. Wird aber der Ballon sofort wieder geschlossen, ehe durch die Wirkung der umgebenden Luft die Temperaturerhöhung wieder verschwunden ist, so wird nun nach dem Schliessen, indem dann dieses eintritt, die Luft zusammengezogen, und das Quecksilber steigt in der Röhre um die Höhe p' über das äussere Niveau. Nach dem Erkalten wird also die Dichtigkeit der Luft im Ballon durch $d \frac{b - p'}{b}$ ausgedrückt werden. Vernachlässigen wir den kleinen Unterschied der Dichtigkeiten unmittelbar nach dem Schliessen und nachdem die Erkaltung eingetreten ist, so wird

$$\alpha t' = \frac{p'}{b}$$

sein müssen. Um aber unter constantem Drucke b die Dichtigkeit d der Luft durch Erwärmung in $d \frac{b - p}{b}$ umzuwandeln, müsste dieselbe um $t + t'$ erwärmt werden, wenn

$$\frac{d}{1 + \alpha (t + t')} = d(1 - \alpha [t + t']) = d \frac{b - p}{b},$$

oder wenn

$$\alpha (t + t') = \frac{p}{b}$$

ist. Daraus ergiebt sich also

$$t' : t + t' = p' : p,$$

oder

$$t' p = p' (t + t'),$$

oder

$$t' (p - p') = p' t,$$

folglich:

$$t' = t \, . \, \frac{p'}{p - p'}.$$

Da nun

$$c' = \frac{ct}{t + t'}$$

ist, so ergiebt sich:

$$c' = c \, . \, \frac{t}{t + t \frac{p'}{p - p'}} = c \, . \, \frac{p - p'}{p}.$$

Wenn daher c, die specifische Wärme des Gases unter constantem Drucke, bekannt ist, und man p und p' beobachtet, so ergiebt sich daraus

die specifische Wärme bei constantem Volumen. Gewöhnlich giebt man nicht die letztere selbst, sondern das Verhältniss der erstern zu ihr oder den Bruch

$$\frac{c}{c'} = \frac{p}{p - p'}$$

an. Durch derartige Versuche ist der Werth dieses Bruches von Clément und Désormes = 1,348, von Gay-Lussac = 1,375 und neuerlich von Masson = 1,419 für atmosphärische Luft gefunden.

Dieses Verhältniss hat noch dadurch ein besonderes Interesse, dass es eben derjenige schon mehrfach erwähnte constante Factor ist, mit welchem die Grösse zu multipliciren ist, welche das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in der Luft oder die Schallgeschwindigkeit giebt.

Indem nämlich bei der Verbreitung der Wellen durch eine Verdichtung Wärme erzeugt, durch eine Verdünnung Wärme verbraucht wird, wird während einer Verdichtung die Luft stärker zusammengedrückt, während der Verdünnung stärker ausgedehnt, als es ohne jene Temperaturänderungen der Fall sein würde; dieses hat aber offenbar denselben Erfolg, als wäre die Expansivkraft ohne Temperaturänderungen vermehrt; und zwar da die Expansivkraft proportional mit der Temperatur zunimmt, um einen Bruch, welcher dem Verhältnisse der durch die Verdichtung und Verdünnung hervorgebrachten Temperatur $t + t'$ zu der Temperatur t gleich ist, welche ohne diese Aenderungen stattfinden würde; d. h. wenn e die Expansivkraft der Luft bezeichnet, wie sie ohne diese Aenderungen stattfinden würde, so wird dafür mit Rücksicht auf diese Aenderungen $e \, . \, \frac{t + t'}{t}$ zu setzen sein.

Offenbar haben aber t und t' hier dieselbe Bedeutung wie am Anfange dieses Paragraphen, es ist also

$$\frac{t + t'}{t} = \frac{c}{c'}.$$

Mithin wird der vollständige Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit unter Beibehaltung der früher gebrauchten Zeichen:

$$= \sqrt{\frac{gd' \, . \, e}{d} \, \frac{c}{c'} \, (1 + \alpha t)}.$$

Für die Temperatur 0 haben wir den Werth des constanten Theils $\sqrt{\frac{gd' \, . \, e}{d}} = 279^m{,}76$ gefunden, und da nach Masson $\frac{c}{c'} = 1{,}419$ ist, so ergiebt sich die Schallgeschwindigkeit hieraus bei der Temperatur 0, zu $279^m{,}76 \, . \, \sqrt{1{,}419} = 333^m{,}25$, welche mit der unmittelbar beobachteten ziemlich nahe übereinstimmt.

Die directe vorher besprochene Bestimmung des Verhältnisses $\frac{c}{c'}$ ist, wie schon die Verschiedenheit der von Clément und Désormes, Gay-Lussac und Masson erhaltenen Werthe zeigt, grossen Unsicherheiten unterworfen. Man kann daher umgekehrt aus der beobachteten Schallgeschwindigkeit diese Grösse bestimmen. Nimmt man daher nach den besten Bestimmungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles bei 0° in Paris zu $332^m,25$ an, so ergiebt sich das Verhältniss $\frac{c}{c'}$ der specifischen Wärmen $= 1,4122$, da in Paris $g = 9809^{mm}$ und die genauen Werthe von d' und d für $e = 760$ resp. 13,596 und 0,0012933 sind, also $\sqrt{\frac{g\,760 . d'}{d}} = 279^m,63$ ist.

Diese Methode der Bestimmung dieses Verhältnisses lässt sich auch auf andere Gase als die atmosphärische Luft anwenden; denn da die Schallgeschwindigkeit in einem Gase nach §. 99 aus dem Grundtone einer Pfeife von bekannter Länge bestimmt werden kann, welchen diese giebt, wenn sie durch das Gas angeblasen wird, so können solche rein akustische Beobachtungen zur Bestimmung dieses Verhältnisses in verschiedenen Gasen dienen. Dulong hat auf diesem Wege die Bestimmungen für verschiedene Gase ausgeführt, und dadurch gefunden, dass jene Zahl für die einfachen Gase Sauerstoff und Wasserstoff nahe denselben Werth, für zusammengesetzte aber andere Werthe habe. Aus der Vergleichung der numerischen Werthe dieses Verhältnisses mit den specifischen Wärmen der betreffenden Gase unter constantem Volumen hat dann Dulong den Satz abgeleitet, dass alle Gase, wenn man bei gleicher Temperatur und unter gleichem Drucke ein gleiches Volumen von ihnen nimmt, und plötzlich um einen gleichen Bruchwerth dieses Volumens zusammendrückt oder ausdehnt, eine gleiche absolute Wärmemenge entwickeln oder verschlucken; und dass die daraus entspringenden Temperaturänderungen sich umgekehrt wie die specifischen Wärmen bei constantem Volumen verhalten.

§. 194.

Ausser den bisher besprochenen Methoden, die specifische Wärme eines Körpers zu ermitteln, hat man auch wohl noch eine dritte angewendet, welche sich auf die Beobachtung der Erkaltungsgeschwindigkeit eines Körpers stützt. Obwohl diese Methode eine genaue Kenntniss der Umstände voraussetzt, von welchen die Erkaltung eines Körpers abhängt, so kann man doch übersehen, dass, wenn zwei Körper gleicher Temperatur aber von verschiedener Masse und verschiedener specifischer Wärme übrigens unter ganz gleiche Verhältnisse gebracht werden, z. B. in zwei gleiche Gefässe, welche in ganz gleicher Weise von Luft oder andern Körpern umgeben sind, derjenige Körper bei gleicher Masse rascher als der andere erkalten

wird, dessen specifische Wärme die kleinere ist, bei gleicher specifischer Wärme aber derjenige, dessen Masse die kleinere, so dass die Beobachtung der Abkühlungszeit beider eine Vergleichung ihrer specifischen Wärmen erlaubt. Es ist indess diese Methode nicht so genau als die früher genannten, sie wird daher zur Bestimmung der specifischen Wärmen weit seltener angewandt.

Dagegen kann man sich derselben zur Bestimmung der latenten Schmelzwärme fester Körper bedienen, die man nach den bisher genannten Methoden nicht gut bestimmen kann.

Lässt man nämlich ein geschmolzenes Metall oder einen andern schmelzbaren Körper in einem Gefässe erkalten, in welchem zugleich ein Thermometer steckt, so sinkt dieses bis zum Erstarren, bleibt dann eine Zeitlang stationair, indem durch die frei werdende Schmelzwärme der durch die Abkühlung nach Aussen hin eintretende Wärmeverlust ersetzt wird, und sinkt erst nach dem Erstarren wieder. Wenn man nun den Gang des Thermometers vor und nach dem Erstarren beobachtet, so kann man ermitteln, wie viel Wärme bei einer jeden Temperatur der erkaltende Körper in einer bestimmten Zeit, z. B. der Zeiteinheit, abgiebt, mithin auch, wenn man die Dauer beobachtet, während welcher das Thermometer seinen Stand nicht verändert hat, die Wärme, welche der Körper während dieser Zeit abgegeben hat; und diese ist, da keine Temperaturerniedrigung durch diesen Wärmeverlust verursacht wurde, die durch die Erstarrung frei gewordene Wärme oder die latente Schmelzwärme des Körpers.

Obwohl es in der Natur dieser Methode liegt, dass sie keine sehr genauen Resultate geben kann, so ist sie doch fast die einzige von allgemeiner Anwendung, durch welche man jene Grösse bestimmen kann, und daher auch meistens zu diesem Zwecke gebraucht, namentlich von Rudberg und Person.

Letzterer hat aus seinen Beobachtungen einige Gesetze abgeleitet, welche indess wie das Dulong'sche Gesetz über die specifischen Wärmen noch einer genauern Untersuchung und vielleicht Ergänzung im Einzelnen bedürfen, aber wie dieses um deswillen ein grosses Interesse haben, weil sie die latente Schmelzwärme der Körper mit andern Eigenschaften verknüpfen.

Das erste dieser Gesetze bezieht sich auf Metalle und ist aus den Beobachtungen an 5 Metallen, Zink, Blei, Zinn, Silber und Cadmium abgeleitet; es ist in der Formel enthalten:

$$\frac{l}{l_{,}} = \frac{M}{M_{,}} \frac{1 + \frac{2}{\sqrt{s}}}{1 + \frac{2}{\sqrt{s_{,}}}}$$

worin l und $l_{,}$ die latenten Schmelzwärmen, M und $M_{,}$ die Elasticitätsmoduln und s und $s_{,}$ die specifischen Gewichte je zweier Metalle bezeichnen.

Für andere nicht metallische Körper, zunächst Eis, Phosphor, Schwefel, salpetersaures Natron, salpetersaures Kali hat Person die Formel für die latente Schmelzwärme l aufgestellt:

$$l = (C - c)\,(160^{\circ} + t),$$

worin C und c die specifischen Wärmen des Körpers im flüssigen und festen Zustande bezeichnen, und t die Schmelztemperatur derselben.

Es sind übrigens die latenten Schmelzwärmen der Körper theils wegen der Schwierigkeiten der Bestimmung, theils weil sie für die unmittelbare praktische Anwendung weniger wichtig zu sein scheinen, noch wenig untersucht.

§. 195.

Weit mehr ist dagegen wegen der grossen praktischen Wichtigkeit die latente Verdampfungswärme untersucht, namentlich des Wassers, die mit der ganzen Natur der Dämpfe im nächsten Zusammenhange steht, und daher für deren genauere Kenntniss unentbehrlich ist.

Die Umwandlung einer tropfbaren Flüssigkeit in Dampf findet zwar in der vollkommensten Weise beim Sieden derselben statt, aber dass sie auch schon bei geringeren Temperaturen, wenn auch weit langsamer stattfindet, zeigt die Verdampfung des Wassers, sowohl wenn es einen andern Körper in einer dünnen Schicht benetzt, als auch wenn es längere Zeit in einem offenen Gefässe bei der gewöhnlichen Lufttemperatur steht, und wir haben uns schon früher davon überzeugt, dass auch dann Wärme gebunden wird.

Um die Eigenschaften der Dämpfe kennen zu lernen, wollen wir aus einer tropfbaren Flüssigkeit, z. B. Wasser, Dampf bei niederer Temperatur entstehen lassen und diesen in einem abgesperrten Raume auffangen. Es kann dieses dadurch geschehen, dass wir eine kleine Menge Wasser in den luftleeren Raum über dem Quecksilber eines Barometers bringen. Sobald das von unten im Quecksilber aufsteigende Wasser an die Oberfläche desselben gelangt, sieht man, wenn die Menge desselben nur gering und der luftleere Raum nicht zu klein ist, dasselbe verschwinden oder wenigstens merklich weniger werden, indem es ganz oder theilweise verdampft.

Mag nun aber an dem Volumen des zurückbleibenden Wassers die Verdampfung merklich sein oder nicht, man erkennt sie immer daran, dass das Quecksilber in der Barometerröhre gegen seinen frühern Stand beträchtlich sinkt, selbst wenn das in die Röhre gebrachte Wasser darin nur eine sehr dünne Schicht bildet. Es übt also der gebildete Wasserdampf auf das Quecksilber in der Röhre einen viel grössern Druck aus, als er vermöge seiner Schwere auf dasselbe ausüben müsste. Es muss daher den Dämpfen eben so wie den Gasen eine Spannkraft oder Expansivkraft zugeschrieben werden, vermöge deren sie ihr Volumen zu vergrössern streben.

Das Maass der Spannkraft des in dem eben beschriebenen Versuche über dem Quecksilber vorhandenen Dampfes ist, wenigstens wenn wir das geringe Gewicht des etwa noch vorhandenen flüssigen Wassers vernachlässigen, die Differenz der Stände eines vollkommenen und des Dampf enthaltenden Barometers. Auf diesem Wege ist es daher möglich, gerade wie bei den Gasen die Gesetze der Abhängigkeit der Spannkraft des Dampfes von dem Drucke, welchem derselbe ausgesetzt ist, und der Temperatur desselben zu ermitteln.

Ist der Raum über dem Quecksilber einigermaassen gross, und nur sehr wenig Wasser in denselben gebracht, so dass dasselbe gänzlich verdampft, so kann man, indem man in den offenen Schenkel des Barometers Quecksilber nachgiesst, den gebildeten Dampf zusammendrücken; dabei zeigt sich dann, dass die Expansivkraft desselben zunimmt, d. h. die Differenz des Barometerstandes und der Länge der in dem Apparate enthaltenen Quecksilbersäule wächst, gerade so wie dieses der Fall sein würde, wenn statt des Dampfes sich ein Gas über dem Quecksilber befände. Aber wenn man mit dem Comprimiren des Dampfes fortfährt, so zeigt sich eine bedeutende Differenz zwischen den Dämpfen und den eigentlichen Gasen darin, dass die letztern, wenigstens so weit bis jetzt die Drucke haben fortgesetzt werden können, dabei immer ihren gasförmigen Zustand bewahren, indem zugleich ihre Expansivkraft nach dem Mariotteschen Gesetze dem Volumen umgekehrt proportional ist. Die Dämpfe dagegen können ohne Aenderung ihres Aggregatzustandes nur bis zu einer gewissen Grenze hin comprimirt werden; sobald aber diese erreicht ist, wandeln sie sich in tropfbare Flüssigkeit zum Theil wenigstens um, und zwar in der Weise, dass immer so viel Dampf noch zurückbleibt, dass dessen Spannkraft einem bestimmten constanten Drucke gleich bleibt. Ehe diese Grenze erreicht ist, nimmt zwar die Expansivkraft des Dampfes ebenfalls zu, allein nicht genau nach dem Mariotteschen Gesetze, von welchem der Gang der Aenderung vielmehr um so mehr abweicht, je näher der Druck jener Grenze gekommen ist. Es kommt daher einem Dampfe ein Maximum der Expansivkraft zu, über welches hinaus diese durch Compression nicht gesteigert werden kann.

Ebenso zeigt sich auch ein Unterschied zwischen Gasen und Dämpfen bei Verminderung des Druckes, durch den sie zusammengehalten werden. Bei den Gasen bewirkt diese, eine constante Temperatur vorausgesetzt, immer eine Verminderung der Expansivkraft, bei den Dämpfen nur dann, wenn in dem Raume, worin sie sich befinden, gleichzeitig keine tropfbare Flüssigkeit mehr vorhanden ist, aus der sich neue Dämpfe entwickeln können. Ist aber dieses der Fall, so bleibt die Expansivkraft so lange ungeändert, als noch tropfbare Flüssigkeit vorhanden ist, indem mit der Druckverminderung sich neue Dämpfe aus dieser entwickeln.

Es verhalten sich die Dämpfe in dieser Beziehung wie die coërcibeln Gase, wie Kohlensäure, schweflige Säure u. s. w., welche zwar unter gewöhnlichen Umständen gasförmig erscheinen und nahezu nach dem Mariotteschen Gesetze mit dem Drucke ihre Spannkraft ändern, aber in der Nähe der Umwandlung in tropfbare Flüssigkeit davon um so mehr abweichen, je näher der hierzu erforderliche Druck erreicht ist. Es sind also diese Gase ebenfalls als Dämpfe zu betrachten, die aber im gewöhnlichen Zustande von dem Maximum ihrer Spannkraft oder dem Sättigungszustande noch weit entfernt sind.

Wird andererseits nicht der Druck geändert, unter welchem sich ein Dampf befindet, sondern die Temperatur desselben, so zeigt sich ebenfalls wieder eine ähnliche Uebereinstimmung mit und ein ähnlicher Unterschied von dem Verhalten der Gase unter gleichen Verhältnissen. Ist in dem Raume nur ungesättigter Dampf enthalten, so wird bei Erhöhung der Temperatur die Spannkraft wie die der Gase vermehrt, und umgekehrt durch Erniedrigung derselben vermindert. Aber diese Verminderung ist ebenfalls nicht unbegrenzt fortzutreiben, sondern der Dampf nähert sich dem Sättigungszustande und wird, wenn dieser erreicht ist, tropfbarflüssig niedergeschlagen. War der Dampf schon gesättigt, d. h. im Maximo seiner Spannkraft, so beginnt die Condensation sogleich mit der Temperaturverminderung. Daraus folgt also, dass das Maximum der Spannkraft, welches der Dampf durch Compression erhalten kann, von der Temperatur in der Weise abhängt, dass es mit Steigerung der Temperatur wächst, mit Erniedrigung derselben abnimmt. Ist in dem Raume, worin sich der Dampf befindet und nach und nach höhern Temperaturen ausgesetzt wird, zugleich noch tropfbare Flüssigkeit vorhanden, so verdampft von dieser wieder so viel, dass die Spannkraft des Dampfes immer dem der gerade stattfindenden Temperatur entsprechenden Maximo derselben gleich ist.

§. 196.

Wenn der Raum, in welchem die entwickelnden Dämpfe sich befinden, nicht absolut leer, wie in dem Raum über dem Quecksilber eines Barometers, ist, (der übrigens genau genommen auch nicht leer ist, sondern Quecksilberdämpfe enthält,) sondern ein permanentes Gas, wie atmosphärische Luft, enthält, so findet ebenfalls eine Verdampfung statt. Obwohl dieselbe im Allgemeinen langsamer als im Vacuo erfolgt, so nähert sich doch die gebildete Dampfmenge und die Expansivkraft derselben mit der Zeit derjenigen, welche auch im Vacuo sich finden würde. Dalton hat in dieser Beziehung das nach ihm benannte Gesetz aufgestellt, dass in Hinsicht auf den endlichen Gleichgewichtszustand auch hier eine vollständige Diffusion stattfinde, d. h. dass wie zwei permanente Gase sich einander vollständig durchdringen, so dass sich das eine gegen das andere gleichsam wie ein leerer

Raum verhält, auch der Dampf einer Flüssigkeit in einem permanenten Gase oder auch in dem von einem andern Dampfe erfüllten Raume, so bald er zu einem endlichen Zustande gelangt ist, sich hinsichtlich seiner Expansivkraft ganz so verhält, als wenn er diesen Raum allein erfüllte. Genauere Versuche, die in dieser Hinsicht von Magnus und von Regnault angestellt worden sind, haben freilich gezeigt, dass zwischen den Dämpfen im leeren Raume und in einem von andern Gasen oder Dämpfen erfüllten Raume ein geringer Unterschied immer besteht; allein sie haben es zugleich wenigstens sehr wahrscheinlich gemacht, dass die beobachteten Differenzen nicht eigentlich von einer Unrichtigkeit des Gesetzes selbst herrühren, sondern eine Folge davon sind, dass bei den Versuchen die Dämpfe immer in ein Gefäss eingeschlossen werden müssen und die Wände desselben auf den Dampf eine der Capillaraction ähnliche Einwirkung ausüben, welche die Abweichung bedingt. Uebrigens aber ist das Daltonsche Gesetz nach denselben Untersuchungen nur dann richtig, wenn die in Frage kommenden Gase und Dämpfe keine chemische oder lösende Wirkung auf einander ausüben. Ist aber dieses letztere der Fall, so werden die Gesetze der Dampfbildung sehr beträchtlich modificirt. Streng genommen würde hiernach das Daltonsche Gesetz wohl bei keinen zwei Dämpfen anwendbar sein, da eine geringe Einwirkung der erwähnten Art überall statt zu finden scheint; aber in den meisten Fällen, namentlich dem wichtigsten, wo es sich um den Wasserdampf in der atmosphärischen Luft handelt, ist diese Einwirkung so unbedeutend, dass wenigstens da, wo es nicht auf die allergrösste Genauigkeit ankommt, das Daltonsche Gesetz als richtig angenommen werden darf, und also um den Zustand der Dämpfe in der Luft bis auf eine gewisse Grenze genau kennen zu lernen, die Beobachtungen über das Verhalten desselben im leeren Raume als Basis dienen können.

§. 197.

Die Verdampfung einer Flüssigkeit wird also von dem Maximo der Spannkraft abhängen, welche der Dampf derselben erhalten kann. Befände sich nämlich eine tropfbare Flüssigkeit in einem Gefässe rings von festen Wänden eingeschlossen, so würde bei Erweiterung dieses Gefässes sich so viel Flüssigkeit in Dampf verwandeln, dass die Expansivkraft desselben jenen Maximumwerth erhielte; bei einer ferneren Erweiterung des Gefässes oder Fortnahme des gebildeten Dampfes, würde sich ein neuer Theil der Flüssigkeit in Dampf verwandeln u. s. f., so dass der Raum über der Flüssigkeit stets mit gesättigtem Dampfe erfüllt wäre. Befindet sich in diesem Raume zugleich Luft, so übt diese freilich auf die Oberfläche der Flüssigkeit einen Druck aus, in Folge dessen die Expansivkraft des Dampfes so gesteigert werden müsste, dass sie das Maximum überstiege, also tropfbar niedergeschlagen würde, wenn nicht nach dem Daltonschen Gesetze zwischen dem Dampfe

und der Luft Diffusion stattfände. Vermöge dieser entwickelt sich an der Oberfläche der Flüssigkeit ebenfalls Dampf bis zur Sättigung; aber gesetzt, dass etwas Dampf im Innern der Flüssigkeit sich befände, so würde diese denselben vermöge des auf ihr lastenden Luftdruckes wie ein Stempel comprimiren, und so der Dampf, da dieser Druck unter gewöhnlichen Umständen das Maximum dieser Spannkraft übersteigt, wieder niedergeschlagen werden. Es kann also nur an der Oberfläche der Flüssigkeit Verdampfung stattfinden, aber an keinem Punkte im Innern derselben, so lange der auf der Flüssigkeit lastende Luftdruck grösser ist als das Maximum der Expansivkraft des Dampfes, welche dieser nach den jedesmaligen Umständen annehmen kann.

Da nun das Maximum der Expansivkraft des Dampfes in höhern Temperaturen weit beträchtlicher als in niedern ist, so kann man durch Erhöhung der Temperatur dasselbe so weit steigern, dass es dem Drucke, der auf der Flüssigkeit lastet, gleich ist, oder ihn sogar übertrifft. Wenn dieses der Fall ist, so entwickelt sich auch im Innern der Flüssigkeit Dampf, indem derselbe nun nicht mehr durch Druck in flüssiger Form zusammengehalten wird, und indem der Dampf in der schwerern Flüssigkeit aufsteigt und entweicht, tritt nun die rasche Verdampfung der Flüssigkeit ein, welche wir das Sieden derselben nennen.

Aus diesen Sätzen über die Spannkraft der Dämpfe und dem Latentwerden von Wärme bei der Verdampfung erklären sich die hauptsächlichsten Erscheinungen, welche man beim Sieden der Flüssigkeiten beobachtet. Nachdem nämlich das Wasser, welches über einem Feuer sich befinden möge, diejenige Temperatur erreicht hat, bei welcher das Maximum der Expansivkraft des Wasserdampfes dem auf dem Wasser lastenden Drucke gleich ist, beginnt die Umwandlung des flüssigen Wassers in Dampf; indem aber diese eine gewisse Wärmemenge latent macht, würde die Temperatur und damit das Maximum der Expansivkraft des Dampfes erniedrigt, der Dampf also wieder niedergeschlagen werden, wenn nicht dem Wasser durch das Feuer so viel Wärme wieder zugeführt würde, als durch die Verdampfung gebunden wird. Fände die Temperaturerniedrigung in Folge der Verdampfung nicht statt, so würde sogleich die ganze Wassermasse in Dampf verwandelt werden; diese verlangsamt also die Verdampfung, und bewirkt, dass so lange noch tropfbare Flüssigkeit vorhanden ist, die Temperatur constant bleibt.

Es ergiebt sich ferner hieraus der Einfluss, welchen eine Veränderung des Druckes, unter welchem das Sieden stattfindet, auf die Siedetemperatur hat. Je grösser dieser ist, um so grösser muss auch das Maximum der Expansivkraft, d. h. um so höher die Temperatur sein, und umgekehrt kann durch Verminderung desselben die letztere sehr erheblich verkleinert werden. Man kann daher eine und dieselbe Flüssigkeit bei sehr verschiedenen Temperaturen sieden lassen, indem man mittelst einer Verdichtungs- oder

Verdünnungsluftpumpe die über der Flüssigkeit befindliche Luft verdichtet oder verdünnt, oder auch den entwickelten Dampf, wenn das Sieden im Vacuo geschieht, in demselben Grade zu entweichen verhindert, in welchem er sich bildet, so dass dieser den Druck auf die Flüssigkeit erhöht.

Da also eine Vermehrung des Druckes eine Erhöhung der Siedetemperatur zur Folge hat, und da in der Tiefe einer tropfbaren Flüssigkeit ein grösserer Druck als in der Nähe der Oberfläche derselben stattfindet, so erklärt sich hieraus der Umstand, dass in einer siedenden Flüssigkeit, welche eine Schicht von einer nicht zu geringen Tiefe bildet, die Temperatur in der Tiefe etwas höher als in der Höhe sein muss. Der am Boden eines solchen Gefässes sich entwickelnde Dampf hat hier also offenbar eine höhere Temperatur als wie sie dem Luftdrucke allein entspricht, indem er aber in der Flüssigkeit aufsteigt, und in Schichten geringeren Druckes kommt, dehnt er sich aus, und in Folge davon sinkt seine Temperatur, so dass er die Oberfläche des Wassers genau mit derjenigen Temperatur verlässt, welche dem Luftdrucke als Siedetemperatur entspricht.

In derselben Weise erklärt sich auch der Einfluss, welchen die Natur des Gefässes auf die Temperatur des in demselben siedenden Wassers hat. Zwischen dem Wasser und den Gefässwänden sind nämlich immer Adhäsionskräfte thätig, wie wir früher gesehen haben, und diese können wie eine Vermehrung des Druckes betrachtet werden, indem sie das Wasser an den Gefässwänden zurückhalten. Offenbar aber können auch diese auf den entweichenden Dampf, wenigstens nachdem er Zeit gehabt hat, sich auf das dem äussern Drucke entsprechende Volumen wieder auszudehnen, keinen Einfluss mehr haben.

Endlich ergiebt sich in derselben Weise der Einfluss, welchen im Wasser gelöste Salze auf die Siedetemperatur haben; auch diese halten das Wasser zurück, bringen also eine Vermehrung des auf demselben lastenden Druckes hervor und erhöhen so im Allgemeinen die Siedetemperatur des Wassers, ohne aber auf die des entweichenden Dampfes wenigstens dann von Einfluss zu sein, wenn die Salze selbst gar nicht, oder nur in verschwindender Menge mit verflüchtigt werden, so dass wirklich nur reiner Wasserdampf entweicht.

§. 198.

Um die Temperatur genau zu bestimmen, bei welcher eine Flüssigkeit unter einem gegebenen Drucke siedet, muss man für eine jede Temperatur das Maximum der Expansivkraft des Dampfes dieser Flüssigkeit kennen, oder ein allgemeines Gesetz auffinden, welches die Abhängigkeit dieser beiden Grössen von einander ausdrückt. In dieser Beziehung sind namentlich für den Wasserdampf eine grosse Menge von theoretischen und experimentellen Untersuchungen angestellt worden, welche aber bis jetzt noch zu keinem allgemeingültigen Gesetze geführt haben.

Die experimentelle Untersuchung kann entweder so geführt werden, dass man über dem Quecksilber eines Barometers Wasser bei verschiedenen Temperaturen verdampfen lässt, und genau den Druck bestimmt, bei welchem bei einer jeden Temperatur die Condensation des Dampfes beginnt; oder auch dadurch, dass man die Temperatur des Dampfes beobachtet, welcher aus Wasser entweicht, wenn dieses unter verschiedenen genau gemessenen Drucken siedet. Die genauesten und umfangreichsten Untersuchungen über diesen Gegenstand sind von Magnus und fast gleichzeitig von Regnault angestellt, von ersterem zwischen den Temperaturen — 20° und + 118°, von letzterem zwischen — 32° und + 146°, und die Resultate Beider stimmen ihren numerischen Werthen nach ziemlich genau überein.

Die Resultate der Versuche sind in empirisch abgeleiteten Formeln zusammengefasst, die unter sehr verschiedenen Formen von verschiedenen Physikern aufgestellt sind. Eine dieser Formen, welche sehr vielfach gebraucht ist, und auch von theoretischem Gesichtspunkte aus betrachtet, sehr geeignet zu sein scheint, ist die folgende

$$\log \frac{p}{p_{,}} = \frac{\beta t}{\alpha + t},$$

worin $p_{,}$ das Maximum der Expansivkraft bei 100°, p das bei der von 100° an gezählten Temperatur t, und α und β zwei Constante bezeichnen.

Durch die Kenntniss, welche wir in dieser Weise über die Temperatur haben, bei welcher das Wasser unter einem gegebenen Drucke siedet, kann man andererseits wieder aus der beobachteten Siedetemperatur auf den Druck schliessen, unter welchem sich das siedende Wasser befindet. Es kann daher ein genaues und empfindliches Thermometer, das sich in siedendem Wasser befindet, statt eines Barometers gebraucht werden. Im Allgemeinen ist freilich dieser Ersatz wegen der geringen Aenderung der Siedetemperatur bei einer kleinen Druckänderung und wegen der Umständlichkeit des Verfahrens nicht zu empfehlen. Wenn man aber das Barometer zu Höhenmessungen auf Reisen benutzen will, so verursacht der sichere Transport desselben häufig grosse Schwierigkeiten; man hat daher in solchen Fällen angefangen einen Siedeapparat, der weit leichter und gefahrloser transportirt werden kann, anzuwenden. Das Haupterforderniss an demselben ist ein, namentlich in den höheren Temperaturen, etwa zwischen 70° und 100° genaues Thermometer, dessen Grade beträchtlich lang sind, so dass man noch kleine Unterabtheilungen mit Sicherheit an demselben beobachten kann, und eine z. B. auf Regnaults Beobachtungen gegründete Hülfstafel, welche für die bei solchen Messungen in Betracht kommenden Siedetemperaturen die entsprechenden Maxima der Spannkräfte des Wasserdampfes giebt.

§. 199.

Wenn die Dämpfe sich ebenso wie die permanenten Gase verhielten, so würde die Dichtigkeit irgend eines Dampfes bei einer beliebigen Temperatur und unter einem gegebenen Drucke bekannt sein, wenn man bei einer Temperatur und unter einem Drucke dieselbe bestimmt hätte.

Wendet man nun auf den Wasserdampf die im §. 86 gegebene Regel an, um aus der chemischen Zusammensetzung und den Dichtigkeiten der Bestandtheile eines zusammengesetzten Gases die Dichtigkeit dieses zu berechnen, so ist, da der Wasserdampf, wie die Chemie lehrt, aus ein Volumtheil Sauerstoff und zwei Volumtheilen Wasserstoff, verdichtet zu zwei Volumtheilen, besteht, und 1,1056 und 0,0692 die Dichtigkeiten des Sauerstoffs und des Wasserstoffs gegen die der Luft unter gleichen Verhältnissen sind, die Dichtigkeit des Wasserdampfs $= \frac{0,1384 + 1,1056}{2} = 0,6220$, die der Luft unter gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur $= 1$ gesetzt.

Ist der Dampf gesättigt und besitzt er bei der Temperatur T die Spannkraft E, so würde die Dichtigkeit der Luft d bei derselben Temperatur T und unter demselben Drucke E durch

$$d = \frac{E}{760} \cdot \frac{1}{1 + \alpha T}$$

ausgedrückt werden, wenn die der Luft unter normalem Barometerstand und bei der Temperatur 0° als Einheit angenommen wird, und α den Ausdehnungscoefficienten bezeichnet. Nach dieser Einheit gemessen, ist also die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes bei der Temperatur T

$$= 0,622 \cdot \frac{E}{760} \cdot \frac{1}{1 + \alpha T}.$$

Besässe aber der Dampf bei der Temperatur T nur die Expansivkraft $x < E$, so würde die Dichtigkeit d' gegeben sein durch

$$d : d' = E : x.$$

Um aber den Dampf durch Abkühlung in diesem Falle zu sättigen, müsste man seine Temperatur auf t so erniedrigen, dass

$$(1 + \alpha T) : (1 + \alpha t) = x : e,$$

wenn e das der Temperatur t entsprechende Maximum der Spannkraft bezeichnet, daraus ergiebt sich

$$x = \frac{e \cdot (1 + \alpha T)}{1 + \alpha t}$$

oder

$$d : d' = E : e \frac{(1 + \alpha T)}{1 + \alpha t}$$

oder

$$d' = d \cdot \frac{e}{E} \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t} = 0,622 \frac{e}{760} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Obwohl die Voraussetzungen, auf welchen diese Formeln gegründet sind, nicht genau erfüllt werden, so haben doch Regnaults genaue Versuche gezeigt, dass sie bei niedrigen Temperaturen Resultate geben, welche von den wahren wenig abweichen.

Diese Versuche sind so angestellt, dass eine gegebene Wasserdampf von gemessener Spannkraft enthaltende Luftmenge bei gegebener Temperatur und unter bekanntem Drucke durch Röhren getrieben wurde, welche mit das Wasser leicht aufnehmenden Substanzen erfüllt waren, und so der Luft allen Wasserdampf entzogen. Die Gewichtszunahme dieser Röhre gab die Menge des in der Luft vorhanden gewesenen Dampfes und damit dessen Dichtigkeit an. Man legt daher jene Formeln allgemein bei der Berechnung der Dichtigkeit des Dampfes zu Grunde.

Indess sind sie in höhern Temperaturen jedenfalls nicht mehr richtig. Theoretische Untersuchungen von Clausius haben es wahrscheinlich gemacht, dass die Dichtigkeit d des gesättigten Wasserdampfes bei der Temperatur t im Vergleich mit der der Luft unter gleichem Drucke und von gleicher Temperatur, statt constant $= 0{,}622$ zu sein, durch

$$d = 0.622 \cdot \frac{1}{1 - 0{,}03324 \cdot 1{,}0072^t}$$

oder durch

$$d = 0{,}622 \frac{1}{1{,}0344 - 0{,}03438 \cdot 1{,}0072^t}$$

dargestellt werde; allein diese Formeln sind noch nicht an directen Beobachtungen geprüft, und daher noch als hypothetische zu betrachten.

§. 200.

Von sehr grosser practischer und theoretischer Wichtigkeit ist die Kenntniss der latenten Wärme der Dämpfe, besonders des Wasserdampfes. In Bezug auf diese sind früher längere Zeit zwei verschiedene Gesetze aufgestellt, und bald das eine, bald das andere als richtig betrachtet worden, obwohl keines durch genügende Versuche festgestellt war. Nach dem einen derselben, dem sogenannten Wattschen Gesetze, soll die Wärmemenge, welche man der Gewichtseinheit des flüssigen Wassers von 0° mittheilen muss, um dasselbe gänzlich in Dampf zu verwandeln, immer dieselbe sein, unter welchem Drucke auch die Umwandlung vorgenommen werden mag; oder die gesammte Wärmemenge des gesättigten Dampfes soll bei einer jeden Temperatur eine constante Grösse sein. Nach dem andern, dem Southernschen Gesetze, dagegen soll die latente Verdampfungswärme, d. h. die beim Uebergange aus dem tropfbaren in den dampfförmigen Zustand verschwindende Wärmemenge für alle Drucke constant sein, und man daher die gesammte Wärmemenge des Dampfes erhalten, wenn man zu dieser constanten Zahl

die Wärmemenge hinzufügt, welche nöthig ist, um das Wasser von 0° auf die Temperatur zu bringen, welche der Dampf besitzt.

Regnault hat auch diesen Punkt genauer untersucht, und gefunden, dass keins dieser Gesetze vollkommen richtig ist, dass nämlich während nach dem Wattschen Gesetze zur Verdampfung der Gewichtseinheit flüssigen Wassers von 0° bei jedem Drucke eine gleiche Wärmemenge erforderlich sein soll, diese von 610 bei einem Drucke von 0,01 Atmosphäre (gleich dem einer Quecksilbersäule von $7^{mm},6$ Höhe) bis zu 666 bei einem Drucke von 13,6 Atmosphäre (gleich dem einer Quecksilbersäule von 10336^{mm} Höhe) steigt, und dass während das Southernsche Gesetz verlangt, dass die Differenz der gesammten Wärme und der sensibeln, d. h. durch das Thermometer merkbaren, für alle Drucke constant sei, diese von 560 beim Drucke von 0,2 Atmosphäre (gleich dem einer Quecksilbersäule von 143^{mm} Höhe) bis zu 471 beim Drucke von 13,6 Atmosphäre abnimmt. Die Versuche ergaben nämlich, dass die Gesammtwärme λ, die in der Gewichtseinheit Wasserdampf bei der Temperatur t enthalten ist, oder genauer die Wärmemenge λ, welche durch den Niederschlag einer Gewichtseinheit Wasserdampf von der Temperatur t und Abkühlung des gebildeten flüssigen Wassers bis zu 0° erhalten wird, dargestellt wird durch

$$\lambda = 606,5 + t \,.\, 0,305.$$

Wenn daher m Gewichtseinheiten Wasser von der Temperatur T in Dampf von derselben Temperatur umgewandelt werden sollen, so sind dazu $m\,(606,5 + T \,.\, 0,305 - T) = m\,(606,5 - T \,.\, 0,695)$ Wärmeeinheiten nöthig. Soll aber zugleich die Temperatur des Dampfes auf T' gebracht werden, und der Dampf dabei gesättigt bleiben, so sind dazu noch $m \,.\, 0,305\,(T' - T)$ Wärmeeinheiten mehr erforderlich. Damit dieses letztere geschehe, muss also mit dieser zweiten Wärmemittheilung noch eine Vermehrung des äussern Druckes verbunden werden, damit die Erweiterung der Grenzen der Spannkraft des Dampfes, welche dieser Temperaturerhöhung zukommt, durch Volumenverminderung des Dampfes wirklich nachgeholt werde, wodurch allein der Dampf gesättigt bleibt. Es ist daher die Grösse 0,305 als die nach einer dritten Art bestimmte specifische Wärme des Wasserdampfes zu betrachten, nämlich als diejenige Wärmemenge, welche man der Gewichtseinheit desselben ertheilen muss, um die Temperatur derselben um 1° zu erhöhen, und dabei Druck und Volumen so abzuändern, dass der Dampf gesättigt bleibt; sie kann also die specifische Wärme des bei allen Temperaturen gesättigten Wasserdampfes genannt werden.

Die Versuche, durch welche Regnault diese Resultate erhalten hat, wurden so angestellt, dass eine bestimmte Menge Wasserdampf von bestimmter Temperatur durch ein Wassercalorimeter geleitet und die Temperaturerhöhung bestimmt wurde, welche dieses dadurch erhielt. Bei einem jeden Versuche befand sich der Dampf unter einem constanten und genau

gemessenen Drucke, der aber von einem Versuche zu einem andern verändert wurde. Besondere Sorgfalt wandte Regnault auf die Eliminirung der durch äussere Umstände verursachten Temperaturveränderungen, die freilich nicht ganz vermieden werden konnten, aber doch so weit als möglich verringert, und so geleitet wurden, dass deren Einfluss berechnet werden konnte. Vorzüglich wurde dieses dadurch erreicht, dass zwei genau übereinstimmende Calorimeter abwechselnd gebraucht, das nicht gebrauchte aber denselben äussern Umständen wie das gebrauchte ausgesetzt wurde, so dass aus den Temperaturänderungen dieses die an den eigentlich beobachteten Grössen anzubringenden Correctionen berechnet werden konnten.

Mit dieser Untersuchung verband Regnault zugleich noch eine zweite, in der er die Aenderung der specifischen Wärme des flüssigen Wassers bei verschiedenen Temperaturen ermittelte, indem sich zeigte, dass zur Erwärmung desselben um 1° nicht immer genau dieselbe Wärmemenge erforderlich ist, wenn das Wasser schon verschiedene Temperaturen besitzt. Nennt man 1 die specifische Wärme bei 0°, so ist sie nach dieser Untersuchung bei t^0 gleich

$$1 + 0{,}00004\,t + 0{,}0000009\,tt,$$

woraus sich für die Wärmemenge Q ergiebt, welche nöthig ist, um die Gewichtseinheit des Wassers von 0° bis auf t^0 zu erwärmen:

$$Q = t + 0{,}00002\,tt + 0{,}0000003\,t^3.$$

§. 201.

Die Temperaturänderungen, welche beim Verdampfen von Flüssigkeiten stattfinden, benutzt man, um den Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre zu ermitteln. Auf dem sichersten und directesten Wege kann man denselben freilich finden, wenn man eine gemessene Luftmenge durch eine mit hygroskopischen, d. h. Wasserdämpfe leicht condensirenden Substanzen gefüllte Röhre streichen lässt, und die Gewichtszunahme bestimmt, welche diese dadurch erfährt. Allein diese Methode erfordert immer eine beträchtliche Zeit, so dass man nur mittlere Resultate daraus erhält, und sie muss ausserdem mit grosser Sorgfalt angestellt werden, so dass man sie namentlich für meteorologische Zwecke nur selten anwenden kann.

Um durch einfache Beobachtungen den Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre kennen zu lernen, hat man daher wohl feste hygroskopische Körper angewandt, wie z. B. ein Haar, einen Fischbeinstreifen u. dgl., die, wenn sie durch ein bestimmtes kleines Gewicht gespannt sind, bei der Aufnahme von Feuchtigkeit sich verlängern, bei der Abnahme sich verkürzen, so dass eine Längenmessung derselben einen Schluss auf die Menge der aufgenommenen Feuchtigkeit und damit auf den Feuchtigkeitsgehalt der Luft erlaubt, in der sie sich befinden. Allein die Angaben dieser Instrumente sind in der Regel sehr unsicher und schwer mit einander zu vergleichen, so dass

man sie jetzt fast gar nicht mehr gebraucht, indem man durch genauere Kenntniss der Dämpfe sicherere und eben so leicht anzuwendende Methoden erhalten hat.

Wäre die Atmosphäre stets mit Feuchtigkeit gesättigt, so würde die Beobachtung der Temperatur der Luft hinreichen, um die Expansivkraft des in derselben enthaltenen Wasserdampfes zu erfahren, und dadurch mittelbar auch seine Dichtigkeit oder die Menge des in einem bestimmten Volumen enthaltenen Dampfes. Entspricht nämlich der Temperatur t das Maximum e der Spannkraft des Dampfes, so würde die Dichtigkeit desselben $= 0{,}622 \cdot \frac{e}{b} \cdot \delta$ sein, wenn b den Barometerstand und δ die Dichtigkeit der Luft unter denselben Umständen bezeichnet.

Nennen wir also w das Gewicht in Grammen des dann in einem Cubikmeter Luft enthaltenen Dampfes, so würde, da die normale Dichtigkeit der Luft $\frac{1}{773}$ ist,

$$w = 10000 \cdot \frac{0{,}622}{773} \cdot \frac{e}{760} \frac{1}{1 + t \cdot 0{,}003665} = \frac{e \cdot 0{,}010587}{1 + t \cdot 0{,}003665}$$

sein.

Wenn aber die Luft nicht mit Dampf gesättigt ist, also dieser die Expansivkraft $E < e$ besitzt, so ist die Menge des Wasserdampfes

$$w' = \frac{E \cdot 0{,}010587}{1 + t \cdot 0{,}003665}.$$

Man kennt also diese, wenn man die wirkliche Expansivkraft des Wasserdampfes ermitteln kann. Das Verhältniss $\frac{E}{e}$, welches zugleich die Dichtigkeit des in der Luft enthaltenen Dampfes als Bruchtheil derjenigen Dichtigkeit giebt, welche der Dampf, wenn er gesättigt wäre, bei der Temperatur t besitzen würde, nennt man die relative Feuchtigkeit der Luft, und gewöhnlich giebt man dieses Verhältniss ausser der Expansivkraft E an. Um nun die Spannkraft E zu erfahren, welche der Dampf wirklich besitzt, kann man die Temperatur t allmählig erniedrigen; es wird alsdann ein Moment eintreten, wo die Temperatur etwa $= t'$ geworden ist, der als Maximum der Spannkraft gerade E entspricht. Sinkt die Temperatur noch tiefer, so muss ein Theil des Dampfes niedergeschlagen werden, und dadurch erhält man ein Mittel die Temperatur t' kennen zu lernen, welche man den Thaupunkt nennt.

Das Daniellsche Hygrometer dient zu diesem Zwecke, es besteht aus einer zweimal rechtwinklig gebogenen Röhre, die an jedem Ende in eine grössere Kugel endigt. Die eine derselben ist etwa bis zur Hälfte mit Aether erfüllt, und in ihrem Innern befindet sich die Kugel eines Thermometers, durch welches man die Temperatur im Innern derselben beobachten kann. Der übrige Theil der Röhre und die zweite Kugel ist luftleer ge-

macht, enthält also nur Aetherdampf von einer bestimmten Spannkraft. Die leere Kugel ist mit Musselin umwickelt; tröpfelt man hierauf etwas Aether, so verdampft dieser, durch die dadurch hervorgebrachte Abkühlung der leeren Kugel wird die Spannkraft des Aetherdampfes in dieser vermindert, dieser theilweise condensirt, und dadurch eine neue Verdampfung in der andern Kugel bedingt, wodurch auch diese abgekühlt wird. Diese Abkühlung erstreckt sich aber auch auf die die Kugel unmittelbar umgebende Luft, und aus dieser wird daher, wenn der Thaupunkt erreicht ist, ein Theil des Wasserdampfes als ein feiner Hauch auf der Oberfläche der Kugel condensirt, der noch sichtbarer wird, wenn, wie gewöhnlich, diese Kugel mit einem dünnen Goldringe umgeben ist. Im Momente der Bildung dieses Hauches, oder auch bei nachheriger Wiedererwärmung des Instrumentes im Momente des Verschwindens desselben giebt das innere Thermometer den Thaupunkt t', und damit die Spannkraft E des Dampfes in der Luft an. Ein äusseres Thermometer dagegen dient zur Beobachtung der Lufttemperatur t und des dieser entsprechenden Maximums der Spannkraft e.

In einer etwas anderen Weise wird der Zweck durch das Augustsche Psychrometer erreicht. Es besteht dieses aus zwei neben einander hängenden genau übereinstimmenden Thermometern. Die Kugel des einen ist gleichfalls mit Musselin oder dergleichen umwunden, und wird mit Wasser angefeuchtet. Dieses wird um so rascher verdampfen, das Thermometer also um so stärker abkühlen, je weiter der in der Luft schon enthaltene Dampf von dem Sättigungszustande entfernt war, und durch die Beobachtung der Abkühlung desselben oder seiner Temperatur t' wird man daher einen Schluss auf die Menge des letztern oder die Expansivkraft E desselben machen können, während die am andern trocknen Thermometer beobachtete Temperatur t wieder das Maximum e zu bestimmen erlaubt.

Eine genauere Betrachtung der hier stattfindenden Vorgänge zeigt unter Voraussetzung gewisser Annahmen über die Verbreitung des sich neu bildenden Dampfes, dass wenn b den Barometerstand und e' das zur Temperatur t' gehörige Maximum der Spannkraft bezeichnet,

$$E = e' - A \, . \, b \, . \, (t - t')$$

ist, worin A eine Constante bezeichnet, die zwar auch auf theoretischem Wege, aber noch sicherer dadurch bestimmt werden kann, dass man das Instrument beobachtet, indem man zugleich durch eine der andern Methoden E bestimmt. Eine genauere Untersuchung von Regnault hat ergeben, dass der Werth der Constanten A ein verschiedener je nach der Oertlichkeit ist, in welcher das Psychrometer aufgestellt ist; gewöhnlich nimmt man dafür den Werth 0,0006246, der sich aus der theoretischen Untersuchung ergiebt, von dem aber unter Umständen der direct ermittelte Werth, wie Regnault gezeigt hat, beträchtlich abweichen kann.

Drittes Capitel.

Vom Verhältniss der Wärme zur mechanischen Arbeit.

§. 202.

Die Umwandlung des Wassers in Dampf durch Erwärmung und die Zunahme der Expansivkraft des letztern, so wie die Condensation durch hinreichende Abkühlung sind deshalb von sehr grossem technischen Interesse, weil man sich des Dampfes als eines bewegenden Agens in den Dampfmaschinen bedient, um dadurch mechanische Arbeiten auszuführen.

Schon in den früheren Zeiten hat man darauf zielende Versuche gemacht; dahin gehört die Dampfkugel Heros von Alexandrien; ferner ein Schaufelrad, gegen dessen Schaufeln der aus einem Kessel mit siedendem Wasser ausströmende Dampf drückt; endlich eine Vorrichtung von de Caus, worin in einem oben verschlossenen und zum Theil mit Wasser gefüllten Gefässe Dampf entwickelt wurde, der dann auf die Oberfläche des Wassers drückte, wodurch dieses in einer bis fast auf den Boden des Gefässes hinabreichenden Steigröhre gehoben wurde; und andere ähnliche Einrichtungen.

Durch Einführung eines Stempels, der in einem Stiefel zunächst durch den Dampf hin- und hergeschoben wird, durch geeignete Vorrichtungen, welche den Stempel mit andern zu bewegenden Theilen der Maschine verbinden, und diese in zweckmässige Bewegung versetzen, durch Hinzufügung der Condensation des Dampfes, nachdem er den Stempel bewegt hat, und Einrichtungen, welche das Ein- und Ausströmen des Dampfes reguliren, so wie durch eine Menge anderer nützlicher Verbesserungen sind die Dampfmaschinen seit dem Ende des vorigen Jahrhunderts auf den jetzigen vollkommneren Standpunkt gebracht worden. Aber je nach den Zwecken und Umständen, unter denen sie gebraucht werden sollen, sind die Einrichtungen im Einzelnen so verschieden, dass eine genauere Beschreibung derselben weit mehr Sache der Maschinenlehre als der Physik ist, so dass wir hier nur die hauptsächlichsten Theile derselben betrachten werden, welche allen mehr oder weniger gemeinsam sind.

Die Haupttheile einer Dampfmaschine sind der Kessel, worin der Dampf erzeugt wird, mit dem Dampfrohr, durch welches er in den Cylinder eintritt, und in diesem einen Stempel oder Kolben hin- und herschiebt, je nachdem er an dem einen oder andern Ende desselben eintritt, dann ein durch Hebelverbindungen oder Kurbeln mit dem Stempel verbundener und mit diesem bewegter Hebelarm, Balancier genannt, oder eine Welle, welche dann gewöhnlich ein Schwungrad trägt, endlich die zur Ableitung des Dampfes dienenden Theile, die diesen, nach der Bewegung des Kolbens, entweder frei in die Atmosphäre entweichen lassen, oder in einen besondern Raum,

den Condensator, worin er durch Abkühlung tropfbar niedergeschlagen wird. Hierzu kommen noch diejenigen Theile, welche bestimmt sind, die Maschine im richtigen Gange zu erhalten, nachdem sie einmal in Bewegung gesetzt ist, und die von der Maschine selbst bewegt werden. Dahin gehört zunächst die Steurung oder ein System von Hähnen und Ventilen, die, wenn der Kolben am einen Ende des Cylinders sich befindet, das Dampfrohr mit diesem, den Condensator oder die Atmosphäre mit dem entgegengesetzten Ende in Verbindung bringen, welche Verbindung aber umgekehrt wird, wenn der Stempel am andern Ende des Cylinders angekommen ist. Dieses ist wenigstens in den gewöhnlichern sogenannten doppeltwirkenden Maschinen der Fall, während in den einfachwirkenden der Dampf nur am einen Ende des Cylinders abwechselnd ein- und austritt, der Kolben aber durch den Druck der Atmosphäre und die an ihm hängende Last zurückgedrückt wird. Ferner bewegt die Maschine Pumpen, welche den Kessel und den Condensator, wenn ein solcher vorhanden ist, mit Wasser versorgen, und zwar letzteren mit kaltem Wasser, welches durch kleine Oeffnungen in denselben eingespritzt wird, wenn der Dampf niedergeschlagen werden soll, und die ferner das aus dem niedergeschlagenen Dampfe gebildete warme Wasser aus dem Condensator fort, und aus diesem meist in den Kessel z. Th. zurückschaffen. Endlich ist auch noch der sogenannte Regulator fast immer vorhanden, eine Verbindung zweier Pendel mit einer von der Maschine gedrehten verticalen Achse, die vermöge der Centrifugalkraft um so mehr gegen diese letztere geneigt werden, je rascher die Bewegung ist, und dabei durch einen Hebel ein Ventil im Dampfrohr verengen, welches, wenn die Bewegung langsamer wird, sich wieder öffnet, so dass bei zu rascher Bewegung der Eintritt des Dampfes in den Cylinder gehemmt, bei zu langsamer befördert wird.

Am Kessel befinden sich ausserdem manometrische Vorrichtungen und Thermometer, durch welche man die Spannkraft und Temperatur des Dampfes in demselben ablesen kann, und solche, welche die Höhe des Wassers in demselben zu erkennen geben, so dass man weiss, wann demselben neues Wasser zugeführt werden muss. Auch muss derselbe mit Sicherheitsventilen versehen sein, d. h. solchen Ventilen, welche, wenn der Druck des Dampfes in demselben eine bestimmte Grösse erreicht hat, nach deren Ueberschreitung die Festigkeit des Kessels demselben nicht mehr widerstehen würde, sich von selbst öffnen, und dadurch den Dampf austreten lassen.

Hat die Maschine keinen Condensator, so wird, wenn auf der einen Seite des Kolbens Dampf von der Spannung $= n$ Atmosphären aus dem Kessel tritt, während er auf der andern Seite desselben aus dem Cylinder in die freie Atmosphäre tritt, der Kolben auf dieser Seite einen Druck gleich dem einer Atmosphäre erleiden, er also durch den Druck von $n - 1$ Atmosphären wirklich bewegt werden.

Wird dagegen der Dampf, statt in die freie Atmosphäre zu gehen, durch einen Condensator niedergeschlagen, so würde bei vollständiger Condensation der Kolben durch einen Druck von n Atmosphären, bei unvollständiger durch $n - \frac{1}{m}$ Atmosphären bewegt werden, worin $\frac{1}{m}$ die Spannkraft des im Condensator noch zurückbleibenden nicht condensirten Dampfes, in Atmosphären gemessen, bezeichnet.

Man sieht hieraus leicht, dass der Nutzen, welchen der Condensator leistet, um so geringer wird, je grösser n ist, d. h. je grössere Spannkraft der aus dem Kessel in den Cylinder tretende Dampf besitzt. Da nun für die Bewegung der Theile des Condensators ein bestimmter Theil der bewegenden Kraft erfordert wird, welche die Maschine liefert, welcher daher für den Nutzeffect derselben verloren geht, so wird bei sehr hohen Drucken dieser Verlust den Nutzen des Condensators sehr erheblich mindern, ja selbst überwiegen können, und es dann vortheilhafter sein, den Condensator ganz fortzulassen.

Maschinen solcher Art nennt man wegen der höhern Spannung, die man dem Dampfe (natürlich durch Steigerung seiner Temperatur) geben muss, Hochdruckmaschinen, im Gegensatze zu den Niederdruckmaschinen, in welchen die Spannung des Dampfes nicht sehr bedeutend den Druck der Atmosphäre übertrifft, etwa auf das $1\frac{1}{2}$fache desselben steigt, indem durch den Condensator der Gegendruck vermindert wird. Die ersteren gebraucht man hauptsächlich da, wo die Anwendung eines Condensators wegen der Räumlichkeit oder wegen der Schwierigkeit, das für denselben erforderliche kalte Wasser herbeizuschaffen, unzweckmässig sein würde, so namentlich auf den Locomotiven der Eisenbahnen. Ausserdem unterscheidet man noch Maschinen ohne und mit Expansion; in den erstern tritt der Dampf so lange aus dem Dampfrohr in das eine Ende des Cylinders ein, bis der Kolben das andere Ende erreicht hat, und es wird dann plötzlich die Verbindung des Cylinders mit dem Dampfrohr einerseits und der Atmosphäre oder dem Condensator andererseits geändert, so dass also der gebrauchte Dampf mit seiner vollen Spannkraft entweicht. In den Maschinen mit Expansion dagegen wird der Cylinder schon eher gegen das Dampfrohr abgesperrt, als der Kolben das Ende erreicht hat, und nachdem dieses geschehen, bewegt sich der Kolben allein durch die Ausdehnung des Dampfes; es wird also durch diese Einrichtung der Dampf noch mehr genutzt. Man sieht aber, dass dieselbe nur bei Hochdruckmaschinen anwendbar ist. Diese haben zuweilen die Einrichtung, dass zwei Cylinder in derselben vorhanden sind, in welche der Dampf nach einander tritt, und zwar so, dass er im ersten ohne Expansion wirkt, im zweiten aber nur durch Expansion.

Ausser in den Dampfmaschinen hat man neuerlich auch in den sogenannten calorischen Maschinen die durch Erwärmung erhöhte Spannkraft

eines ausdehnsamen Körpers als bewegende Kraft benutzt. Dieser letztere ist aber in diesen nicht Wasserdampf, sondern atmosphärische Luft. Der Grundgedanke der Construction solcher Maschinen ist der, dass kalte Luft durch eine Verdichtungspumpe comprimirt, die comprimirte Luft beträchtlich erwärmt, und dann unter den Kolben eines Treibcylinders geleitet wird. Da nun die erwärmte und comprimirte Luft einen grössern Druck überwinden kann, als zur Comprimirung der kalten Luft erforderlich ist, und diese Differenz bei beträchtlichen Temperaturdifferenzen einen beträchtlichen Werth hat, so kann die Ausdehnung der erwärmten Luft nicht allein die Compressionspumpe für die kalte Luft in Bewegung setzen, sondern zugleich auch noch eine Maschine treiben, die eine mechanische Arbeit ausführt. Der praktischen Ausführbarkeit solcher Maschinen, welche von theoretischer Seite her sogar Vortheile vor den Dampfmaschinen darbieten würden, steht aber gegenwärtig hauptsächlich noch die Schwierigkeit entgegen, Ventile und Kolbendichtungen herzustellen, welche in den erforderlichen hohen Temperaturen ihre Functionen vollständig erfüllen.

§. 203.

Den Effeckt, welchen man mit einer Dampfmaschine erreichen kann, giebt man gewöhnlich in Pferdekräften an, indem man unter einer Pferdekraft eine solche versteht, welche in einer Secunde eine Last von 75 Kilogramm um ein Meter hebt.

Die theoretische Berechnung desselben ist eine ziemlich complicirte und noch nicht genügend gelöste Aufgabe, indem durchaus noch nicht alle Gesetze und alle Zahlenwerthe mit Genauigkeit bekannt sind, welche dabei in Betracht kommen. Die verschiedenen Untersuchungen Regnaults, welche in den bisherigen Paragraphen erwähnt sind, haben den Zweck, eben diese Daten zu liefern. Für ein genaueres Studium dieser Aufgabe verweisen wir daher auf Regnaults Werk: Relation des expériences entreprises, cet. pour déterminer les principales lois et les données numériques, qui entreut dans le calcul des machines à vapeur: worin unter allen auf diesen Gegenstand bezüglichen Werken die genauesten Untersuchungen enthalten sind.

Es ist übrigens klar, dass nicht der ganze theoretisch berechnete Effect der Dampfmaschine zur Anwendung gebracht werden kann, weil die verschiedenen Theile der Maschine selbst, die beim Gange derselben bewegt werden müssen, einen Theil derselben verbrauchen, so wie die Reibungs- und sonstigen unvermeidlichen Widerstände, welche a priori nicht mit Sicherheit bestimmt werden können. Aber indem man den theoretischen Nutzeffect einer Maschine mit dem wirklich von ihr geleisteten vergleicht, erhält man ein Mittel, über die Zweckmässigkeit ihrer Construction zu urtheilen, und dadurch mittelbar diese Maschinen zu vervollkommnen.

Um ein Beispiel dieser Berechnungsweise zu geben, wollen wir eine Hochdruckmaschine mit Condensator und ohne Expansion wählen, und dabei die in den vorhergehenden Paragraphen angeführten Gesetze und Angaben zu Grunde legen.

Es möge w die Wärmemenge bezeichnen, welche zur Verwandlung des Wassers in Dampf in einer jeden Secunde in einer solchen Maschine verbraucht werde, wobei zugleich der Dampf die Temperatur t erhalte, während das zur Speisung des Kessels verwandte Wasser die Temperatur T habe. Da nun zur Umwandlung eines Grammes Wassers von 0° in gesättigten Dampf von der Temperatur t die Wärme nöthig ist:

$$\lambda = 606{,}5 + t\,.\,0{,}305,$$

so ist, wenn wir die specifische Wärme des Wassers der Einfachheit wegen als constant betrachten, und unter m die in einer Secunde verdampfte Wassermasse verstehen:

$$w = m\,.\,(606{,}5 + t\,.\,0{,}305 - T)$$

oder

$$m = \frac{w}{606{,}5 - T + t\,.\,0{,}305}.$$

Dieses giebt also die in einer Secunde erzeugte Dampfmenge von der Temperatur t an. Die Spannung E dieses Dampfes können wir aus der Formel berechnen

$$\log \frac{E}{760} = \frac{A(t - 100)}{B + (t - 100)},$$

worin A und B die früher erwähnten Constanten sind, oder es kann der Werth von E aus einer Tafel der beobachteten Spannkräfte entnommen werden.

Mit Hülfe der so gefundenen Spannkraft ergiebt sich die Dichtigkeit d des entwickelten Dampfes gegen Luft

$$d = 0{,}622\,.\,\frac{E}{760}\,\frac{1}{1 + \alpha t},$$

worin $\alpha = 0{,}003665$, oder die Dichtigkeit D desselben gegen Wasser

$$D = \frac{0{,}622}{773}\,.\,\frac{E}{760}\,.\,\frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Das Volumen v des in einer Secunde entwickelten Wasserdampfes ist also in Cubikcentimetern

$$v = \frac{m}{D}.$$

Vorausgesetzt, dass der ganze Dampf mit ungeänderter Temperatur in den Cylinder trete, was in Wirklichkeit nicht der Fall ist, da ein Theil desselben immer wegen nicht vollkommener Dichtung entweicht, und durch Berührung mit den kältern Theilen der Maschine, die selbst wieder mit der atmosphärischen Luft in Berührung stehen, abgekühlt wird, ergiebt sich hieraus

in folgender Weise der bewegende Druck auf den Kolben. Ist t' die Temperatur, bis zu welcher im Condensator der Dampf auf der andern Seite des Kolbens abgekühlt wird, so wird die Spannkraft desselben e sich aus der Formel

$$\log \frac{e}{760} = \frac{A(t' - 100)}{B + (t' - 100)}$$

oder aus der Tafel der Spannkräfte ergeben. Bezeichnet ferner r den Halbmesser des Kolbens, s die Länge des Weges, welchen derselbe im Cylinder durchlaufen kann, n die Anzahl der Auf- und Niedergänge derselben in einer Secunde, so wird auf die Kolbenfläche der Druck

$$rr \,.\, \pi\,(E - e)$$

ausgeübt; da der auf- und niedergehende Kolben in einer Secunde dem Dampfe den Raum $2\,ns \,.\, rr \,.\, \pi$ einzunehmen gestattet, und daher dieser $= v$ sein muss, so ist der Druck auf den Kolben

$$P = \frac{(E - e) \,.\, v}{2\,ns}$$

oder wenn noch $c = 2\,ns$ die Geschwindigkeit des Kolbens bezeichnet:

$$P \,.\, c = (E - e) \,.\, v.$$

Das Product Pc ist aber nichts Anderes, als der in einer Secunde gewonnene Nutzeffect N der Maschine, welchen wir daher in Pferdekräften ausgedrückt erhalten, wenn wir das Produkt $(E - e)\,v$ durch eine Pferdekraft dividiren. Nun bezeichnen E und e die Gewichte von Quecksilbersäulen, durch deren Höhen sie gemessen werden. Nehmen wir diese in Centimetern ausgedrückt an, so sind die Gewichte dieser Säulen (von einem Quadratcentimeter Querschnitt, wenn ebenfalls r in Centimetern und v in Cubikcentimetern gemessen ist) $13{,}6 \,.\, E$ und $13{,}6 \,.\, e$ in Grammen ausgedrückt. Mit Zugrundelegung des Centimeters, des Gramms, und der Secunde als Einheit ist aber eine Pferdekraft $= 75 \,.\, 100000$. Es ergiebt sich also

$$N = \frac{13{,}6\,(E - e)\,v}{7500000},$$

worin E, e und v nach Centimetern gemessen sind.

Würden z. B. in jeder Secunde 100 Gramm Wasser in Dampf von 150° umgewandelt, wozu, wenn das Wasser, das zur Speisung des Kessels dient, etwa 40° warm wäre, die Wärmemenge

$$w = 100\,(606{,}5 + 150 \,.\, 0{,}305 - 40) = 61225$$

nothwendig wäre, so würde $E = 358^{cm},1$ sein, daraus ergäbe sich

$$D = \frac{0{,}622}{773} \,.\, \frac{3581}{760} \,.\, \frac{1}{1 + 0{,}003665 \,.\, 150} = 0{,}0024466,$$

mithin $v = 40875$.

Würde der Dampf im Condensator bis auf 40° abgekühlt, so entspräche dieser Temperatur die Spannkraft $e = 5^{cm},5$. Mithin ergäbe sich

$$N = \frac{13{,}6 \,.\, (358{,}1 - 5{,}5) \,.\, 40875}{7500000} = 26{,}13.$$

Eine Maschine wird um so mehr dem berechneten Nutzeffecte sich nähern, je geringer der Verlust der bewegenden Kraft durch Reibung u. s. w., und je unbedeutender der Wärmeverlust ist, welchen der Dampf in der Maschine erleidet, bevor er unter dem Kolben seine Arbeit verrichtet hat. Wäre es möglich, eine Maschine zu construiren, in welcher diese beiden Umstände gänzlich vermieden wären, so würde für eine solche Maschine aus den verschiedenen in Betracht kommenden Gesetzen die vortheilhafteste Art der Verwendung der dem Kessel ertheilten Wärmemenge ermittelt werden können, und der durch eine hiernach eingerichtete Maschine erzielte Nutzeffect allein von der Wärmemenge abhängig sein, die dem Wasser des Kessels in einer gegebenen Zeit mitgetheilt würde.

§. 204.

Fragen wir nun, was aus dieser Wärme wird, so findet sich dieselbe dem grössten Theile nach allerdings in dem Dampfe wieder, der aus dem Cylinder nach Hebung des Kolbens in den Condensator oder in die Atmosphäre entweicht, oder in dem Wasser, welches kalt in den Condensator gespritzt, hier aber durch den Niederschlag des Dampfes erwärmt wurde.

Allein wir haben keinen Beweis dafür, dass die so mit dem Dampfe aus dem Cylinder fortgeführte Wärme genau derjenigen gleich ist, welche mit dem Dampfe in den Cylinder eintrat. Wäre dieses der Fall, so würde der von der Maschine geleisteten Arbeit nur die Ueberführung einer bestimmten Wärmemenge vom Kessel zum Condensator entsprechen, und es liesse sich die Frage aufwerfen, ob nicht die Grösse der gewonnenen Arbeitskraft in einem bestimmten Verhältnisse zu der übertragenen Wärme stehe.

In dieser Art hat Carnot zuerst die durch Hülfe der Wärme zu erhaltende Arbeitskraft mit der Wärmemenge verglichen, welche dabei von einem warmen zu einem kalten Körper übergeführt wird, wobei er die Annahme machte, dass dabei gar keine Wärme verschwinde. Wenn man indessen bedenkt, dass auch Wärme von einem warmen Körper zu einem kalten übergeführt werden kann, ohne dass dabei zugleich eine äussere Arbeit geleistet wird, wie dieses z. B. der Fall sein würde, wenn der Dampf des Dampfkessels direct in das kalte Einspritzwasser des Condensators geleitet würde, so sieht man, dass die alleinige Ueberführung der Wärme nicht zur Erzeugung der Arbeit hinreicht. Vielmehr würde man mit Annahme des Carnot'schen Grundsatzes den Satz aufstellen, dass aus Nichts Arbeitskraft gleichsam erzeugt werden könne. Daher hat man in neuerer Zeit den Zusatz in Carnot's Satze, dass keine Wärme verloren gehe, verlassen, und vielmehr umgekehrt angenommen, dass, wenn mit Hülfe von Wärme Arbeit geleistet werde, immer eine der geleisteten Arbeit proportionale Wärmemenge als Wärme verschwinde, und dass die geleistete Arbeit

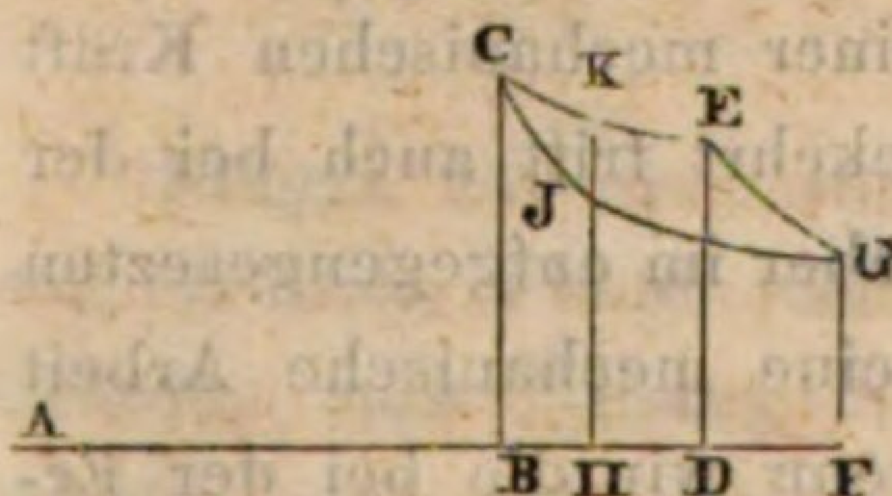
eben als Ersatz für diese verschwundene Wärme zu betrachten, oder dass die gewonnene Arbeitskraft aus dieser Wärme entstanden sei. Man hat also den Grundsatz aufgestellt, dass einer bestimmten verschwindenden Wärmemenge eine gewisse Arbeitsgrösse als Maximum entspreche, so dass, wenn durch das Verschwinden dieser Wärmemenge keine andere Wirkung erzeugt werde, diese jene Arbeit hervorbringen könne. Da jedesmal, wenn einem Körper Wärme zugeführt wird, entweder bei gleichzeitiger Temperaturerhöhung eine Ausdehnung desselben erfolgt, oder derselbe in einen andern Aggregatzustand mit oder ohne Temperaturerhöhung übergeführt wird, da aber in beiden Fällen die Theile desselben aus einander gerückt, bewegt, werden müssen, und diese Bewegung von irgend welchen bewegenden Kräften im Innern desselben hergeleitet werden muss, so kann man sagen, dass mit jeder Erwärmung eines Körpers die Erzeugung einer mechanischen Kraft oder einer gewissen Arbeit verbunden ist. Umgekehrt tritt auch bei der Abkühlung desselben eine Bewegung seiner Theile aber im entgegengesezten Sinne wie vorher ein; es wird also auch dann eine mechanische Arbeit aber von entgegengesetzter Art verrichtet, oder wenn wir die bei der Erwärmung ausgeführte Arbeit als eine positive bezeichnen, so ist die bei der Abkühlung eintretende eine negative Arbeit. Nun ist klar, dass, wenn ein Körper, der keinen äussern Kräften ausgesetzt ist, zuerst um eine bestimmte Grösse erwärmt, und dann wieder um dieselbe Grösse abgekühlt wird, dann die positive Arbeit bei der Erwärmung der negativen bei der Abkühlung gleich sein wird; oder wenn wir die Bildung positiver Arbeit als einen Arbeitsgewinn, die negativer als einen Arbeitsverlust bezeichnen, so heben sich in diesem Falle Gewinn und Verlust auf, es kann daher durch diese Temperaturänderungen keine äussere Arbeit, d. h. keine Bewegung anderer Lasten, ausgeführt werden. Wenn aber ausserdem auf den Körper äussere und zwar veränderliche Kräfte wirken, so ist diese Aufhebung der positiven und negativen Arbeit nicht mehr nothwendig, und wenn auch der Körper am Anfang und am Ende der verschiedenen Operationen sich in einem völlig gleichen Zustande befindet, so kann doch eine äussere Arbeit gewonnen und verloren sein, während die innere Arbeit, d. h. die zur Bewegung der Theilchen des Körpers erforderliche, sich geradezu wieder aufgehoben hat.

Ebenso ist es denkbar, dass, wenn ein Körper Wärme abgiebt, ein anderer dieselbe aufnimmt, und weiter Nichts dabei geschieht, die negative Arbeit im ersten der positiven im andern gleich sei; wenn aber jener Wärmeaustausch nur geschehen kann, wie in der Dampfmaschine zwischen Kessel und Condensator, indem zugleich noch eine andere äussere Arbeit verrichtet wird, so ist es wahrscheinlich, dass dann im erwärmten Körper eine geringere innere Arbeit als vorher verrichtet, und derselbe demgemäss weniger stark erwärmt wird.

Ein directer Nachweis dieses Princips durch Messung der Temperaturerhöhung und der Masse des im Condensator einer arbeitenden Dampfmaschine erwärmten Wassers ist wegen der mannichfaltigen Umstände, welche die Genauigkeit der Messungen hier erschweren, nicht zu führen, und die Frage muss daher in anderer Weise entschieden werden.

Die ganze Vorstellungsweise wird aber durch eine von Clapeyron erfundene und später vielfach gebrauchte graphische Construction deutlicher werden, wobei wir der Einfachheit wegen nur ein permanentes Gas betrachten wollen, an dem die Temperaturänderungen vorgenommen werden. Bezeichnen wir durch die Längen verschiedener von einem Anfangspunkte A (Fig. 52) an gemessener Abscissen, AB, AD, AF u. s. w., die verschiedenen Volumina, welche eine in einer ausdehnsamen Hülle eingeschlossene Gasmenge in den folgenden verschiedenen Zuständen besitzt; ferner durch die Ordinaten BC, DE, FG u. s. w. den Druck, welchem dasselbe in den entsprechenden Zuständen ausgesetzt ist.

Fig. 52.



Indem nun unter einer gleichzeitigen Aenderung beider Grössen die Endpunkte der Ordinaten eine gewisse Curve, z. B. CE, beschreiben, so wird der Flächenraum der von dieser, den beiden äussersten Ordinaten BC und DE und dem zugehörigen Theile BD der Abscissenachse eingeschlossen ist, ein Maass der zu dieser Aenderung nöthigen oder durch sie ausgeführten Arbeit sein. Es sei nun AB das anfängliche Volumen, BC der zugehörige Druck und zugleich t die Temperatur des Gases. Das Gas stehe zunächst mit einem Körper P von derselben Temperatur t in Verbindung, der so beschaffen sei, dass er dem Gase, so lange er mit demselben in Berührung steht, immer so viel Wärme liefert, dass die Temperatur t constant bleibt; zugleich aber werde das Volumen bis auf AD vergrössert, wodurch die Expansivkraft abnimmt, so dass dem Volumen AD bei der Temperatur t der Druck DE entspricht. In dem Augenblicke, wo das Volumen gleich AD geworden ist, höre die Wärmemittheilung auf, indem P von dem Gase getrennt werde, aber der Einfacheit wegen das Gas von Aussen weder Wärme empfange, noch nach Aussen hin abgebe, und das Volumen werde noch mehr vergrössert. Alsdann wird der Druck rascher als vorher abnehmen, indem durch die Ausdehnung die Temperatur des Gases erniedrigt wird; diese sei gleich t' geworden, wenn das Volumen $= AF$ und der Druck $= FG$ geworden ist, so dass die Curve EG die Druckänderung während dieser Zeit vorstellt. Setzt man jetzt das Gas in Berührung mit einem Körper Q von der constanten Temperatur $t' < t$, so dass, so lange es mit diesem in Berührung steht, die Temperatur des Gases $= t'$ bleibe, und drückt das Gas zusammen, bis das Volumen $= AH$ geworden ist, welchem der Druck HI entspricht, während GI die Druckänderung während dieser Operation bezeichnet,

nimmt alsdann den Körper Q fort, und drückt das Gas auf das anfängliche Volumen AB zusammen, ohne ihm Wärme zu entziehen, so steigt die Temperatur, der Druck nimmt also rascher als vorher zu; und wenn die Operation so geleitet ist, dass das Gas, wenn es das Volumen AB wieder angenommen hat, zugleich wieder die ursprüngliche Temperatur t besitzt, so ist auch das Volumen wieder gleich BC; es wird also die Curve IC die Druckänderung während dieser letztern Operation vorstellen. Verlängern wir die Ordinate HI bis zu K dem Durchschnittspunkte mit der ersten Curve CE, so muss $HI < HK$ sein, wenn $t' < t$ ist, wie wir voraussetzten, da HI und HK die Drucke bei gleichem Volumen des Gases aber in verschiedenen Temperaturen, erstere in niederer, letztere in höherer, vorstellen.

Die während der verschiedenen Operationen durch die Ausdehnung des Gases geleistete, oder durch seine Zusammendrückung verbrauchte Arbeit wird aber der Reihe nach durch die 4 Flächenräume $BCDE$, $DEFG$, $FGHI$, $HIBC$ vorgestellt, und zwar ist die Summe der beiden ersten, welche die geleistete Arbeit bezeichnet, grösser als die der beiden letzten oder die gebrauchte; die Differenz derselben oder die Fläche $CEGI$ stellt also die gewonnene Arbeit vor. Wären dieselben Operationen in entgegengesetzter Ordnung vorgenommen, so würde umgekehrt dasselbe Flächenstück die verbrauchte Arbeit vorstellen, indem dann bei der Zusammendrückung des Gases der äussere Druck grösser als bei der Ausdehnung in den Momenten gewesen wäre, wo das Gas gleiche Volumina besessen hätte.

Mit der Wärme aber sind während dieser Operationen folgende Veränderungen vorgenommen: während der ersten ist von P dem Gase eine bestimmte Menge ertheilt worden, nämlich ebenso viel, als durch die Ausdehnung des Gases vernichtet worden ist, während der zweiten ist ein Theil Wärme verschwunden, während der dritten ist vom Gase an den Körper Q eine gewisse Wärmemenge abgegeben, nämlich so viel, als durch die Zusammendrückung des Gases erzeugt wurde, und endlich während der vierten ist im Gase noch eine gewisse Wärmemenge erzeugt, welche ihm verbleibt. Die Wärmemenge des Gases ist aber am Ende gerade so gross als am Anfange, indem das Gas in beiden Momenten gleiche Temperaturen und gleiche Volumina besitzen und unter gleichen Drucken sich befinden soll. Hinsichtlich der Wärme besteht also der Erfolg darin, dass von P eine gewisse Wärmemenge w abgegeben und von Q eine gewisse Wärmemenge w' aufgenommen ist. Wäre $w = w'$, so würde weder Wärme gewonnen, noch Wärme verloren sein, wäre $w' > w$, so wäre ausser der geleisteten Arbeit auch noch Wärme erzeugt, und endlich wenn $w' < w$ wäre, so wäre $w - w'$ Wärme vernichtet.

Der erste Fall entspricht der Annahme von Carnot, der dritte der neuern Annahme, die durch alle Untersuchungen über diesen Gegenstand bestätigt wird, und wornach die geleistete Arbeit diesem Wärmeverlust proportional ist.

§. 205.

Ohne auf die einzelnen Folgerungen dieses Grundsatzes ausführlich einzugehen, was tiefere mathematische Untersuchungen erfordern würde, muss aber aus demselben geschlossen werden, dass umgekehrt auch durch den Verbrauch einer bestimmten Arbeit eine gewisse Wärmemenge erzeugt werden kann; und dass, wenn wir mit A die Arbeit bezeichnen, welche durch Verbrauch einer Wärmeeinheit ausgeführt werden kann, umgekehrt durch die Aufwendung der Arbeit A die Wärmeeinheit wieder erzeugt wird. Diese Grösse A nennt man das Arbeitsäquivalent der Wärme.

In der That zeigen nun die Versuche, dass dieses wirklich stattfindet. Zunächst nämlich ergiebt sich im Allgemeinen, dass Wärme auf mechanischem Wege überhaupt hervorgebracht werden kann. Es zeigt sich dieses schon an der Compressionswärme, die man durch Zusammendrücken eines Gases erhält.

Das Vorhandensein dieser kann in unzählig vielen Fällen beobachtet werden, so z. B. in den sogenannten pneumatischen Feuerzeugen. Es offenbart sich ferner in der Verschiedenheit der specifischen Wärme eines Gases, je nachdem dieselbe unter constantem Drucke oder bei constantem Volumen bestimmt wird. Die numerische Kenntniss dieser beiden Grössen kann sogar in Verbindung mit dem bekannten Ausdehnungscoefficienten der Luft so wie der normalen Dichtigkeit derselben benutzt werden, wie Holtzmann, Clausius und Andere gezeigt haben, um das Arbeitsäquivalent der Wärme zu bestimmen. Setzt man die specifische Wärme unter constantem Drucke $= 0{,}238$, das Verhältniss der bei constantem Volumen zu dieser $= 1{,}4122$, wie es sich aus der von Martins und Bravais in Paris ermittelten Schallgeschwindigkeit $= \frac{332^m{,}3}{1''}$ bei 0^0 ergiebt, den Ausdehnungscoefficienten $= 0{,}003665$ und die normale Dichtigkeit $= \frac{1}{773{,}3}$, so ergiebt sich:

$$A = 421200,$$

d. h. aus den Erscheinungen, welche die Luft in dieser Hinsicht darbietet, muss geschlossen werden, dass durch den Verbrauch einer Wärmeeinheit, oder derjenigen Wärmemenge, die die Temperatur eines Grammes Wasser von 0^0 auf 1^0 zu erheben vermag, 421200^{gr} um 1^{mm} gehoben werden können. Gewöhnlich nimmt man aber in dieser Beziehung Kilogramm und Meter als Einheiten an, und darnach als Wärmeeinheit diejenige, welche die Temperatur eines Kilogrammes Wasser von 0^0 auf 1^0 zu erhöhen vermag, und dann würde jener Werth $A = 421{,}2$ werden. In ähnlicher Weise ist aus den Erscheinungen, welche die Wasserdämpfe zeigen, unter Zugrundelegung der im §. 199 erwähnten Hypothese über die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes, von Clausius für dieselbe Grösse der Werth $A = 421$, also nahezu derselbe berechnet worden.

Andererseits aber kann durch mechanische Mittel Wärme erzeugt werden, z. B. durch Hämmern, Zusammenpressen, Reiben, u. dgl. Man kann nun auch hier wieder die Wechselbeziehungen zwischen mechanischer Arbeit und Wärme ermitteln, indem man die Temperaturerhöhung eines geriebenen Körpers bestimmt, wenn zu der Reibung eine gewisse mechanische Arbeit verwandt ist; indem man dann von dieser letztern diejenige abzieht, die nothwendig war, um die bewegten Körper ohne Rücksicht auf die Reibung mit der ihnen gegebenen Geschwindigkeit zu bewegen, und andererseits mit Hülfe der bekannten specifischen Wärme der Körper die Wärmemenge aus der beobachteten Temperaturerhöhung berechnet, welche durch die Reibung erzeugt wurde, ergiebt sich eine neue Bestimmung des Aequivalents der Wärme. So ist von Joule durch Reibung von Wasser, Quecksilber und Gusseisen der Werth von $A = 425$ ermittelt, welcher, wenn man die Unsicherheiten der verschiedenen experimentellen Untersuchungen erwägt, mit den beiden frühern Werthen als gleich betrachtet werden muss.

Endlich ist auch noch von Joule auf einem wieder ganz andern später zu erwähnenden Wege der Werth 460 gefunden, der immer noch mit den übrigen so gut übereinstimmt, als es die Unsicherheiten der Methoden erwarten lassen.

Da also überall, wo mit Hülfe von Wärme mechanische Arbeit ausgeführt, oder umgekehrt durch mechanische Arbeit Wärme entwickelt wird, sich dieselbe Aequivalenz dieser beiden Grössen zeigt, wenn man dieselben messen kann, so kann man den Grundsatz wohl auch als erwiesen ansehen. Es erscheint sonach die Wärme in mechanische Arbeit oder mechanische Kraft umwandelbar, und letztere umgekehrt in erstere. Dadurch aber wird es natürlich, die Wärme selbst nicht als eine Materie zu betrachten, sondern als eine Aeusserung der in den Körpern thätigen bewegenden Kräfte, so dass also eine Vermehrung oder eine Verminderung der Wärme eines Körpers als eine Erhöhung oder eine Verminderung der in demselben, d. h. zwischen seinen kleinsten Theilchen, wirksamen Kräfte zu betrachten ist. Die genauere Untersuchung aber darüber, wie wir uns diese die Wärme bildenden Kräfte in den Körpern wirkend denken können, wollen wir bis zum nächsten Capitel verschieben, indem wir zum Schlusse dieses noch einige andere Erregungsweisen und einige besondere Wirkungen der Wärme auf die Körper betrachten wollen.

§. 206.

Das hauptsächlichste Mittel, welches uns zu Gebote steht, Wärme zu erzeugen, besteht in chemischen Processen, namentlich in Verbrennungen kohlereicher Körper.

Im Allgemeinen kann man als Grundsatz aufstellen, dass bei jedem chemischen Processe eine Temperaturänderung entsteht, dass also Wärme

erzeugt oder vernichtet wird. Es zeigt sich dieses ausser bei den genannten Verbrennungen und andern eigentlich chemischen Verbindungen auch bei Mischungen verschiedener Flüssigkeiten mit einander, z. B. von Schwefelsäure und Wasser, wobei oft beträchtliche Erhitzungen entstehen. Andererseits kann man beträchtliche Abkühlungen durch die Auflösung verschiedener Salze hervorbringen; es kommt indess bei diesen letztern ausser der gegenseitigen Verbindung zwischen dem gelösten Körper und dem Lösungsmittel in Betracht, dass der erstere dabei zugleich in den flüssigen Zustand übergeführt wird, und es könnte daher, da die letztere Umwandlung, wie wir früher gesehen haben, einen Verbrauch von Wärme erfordert, selbst möglich sein, dass die erstere an sich eine Temperaturerhöhung zur Folge hätte. Hieraus schon sieht man, wie vorsichtig man bei der Bestimmung der durch chemische Processe hervorgebrachten Wärmeänderungen sein muss, indem in der Regel dieselben von Aggregatzustandsänderungen begleitet werden, welche ebenfalls Wärmeänderungen bewirken, und es oft schwierig ist, zu scheiden, welcher Theil der beobachteten Temperaturänderung auf Rechnung der einen, welcher auf Rechnung der andern Ursache zu setzen ist.

Die neueren Untersuchungen über diesen Gegenstand von Hess, Andrews, Thomsen und Andern, welche besonders für die Chemie von grossem Nutzen zu werden versprechen, haben bereits einige wichtige Gesetze geliefert, von denen die wichtigsten etwa die folgenden sein mögen:

Wenn bei der Entstehung einer chemischen Verbindung eine gewisse Wärmemenge erzeugt oder vernichtet wird, so wird umgekehrt bei der Zersetzung derselben dieselbe Wärmemenge resp. vernichtet oder erzeugt.

Die Gesammtwärmemenge, welche bei der Entstehung einer Verbindung aus ihren Elementen erzeugt oder vernichtet wird, ist eine constante Grösse, mag die Verbindung auf directem oder indirectem Wege, d. h. durch zwichenliegende Verbindungen und Zersetzungen mit andern Körpern, hervorgebracht werden.

Jedem Aequivalentgewichte eines einfachen oder zusammengesetzten Körpers scheint eine gewisse Menge gleichsam latenter Wärme zuzukommen, und der positive oder negative Ueberschuss der Summe dieser latenten Wärme der einzelnen Bestandtheile einer Verbindung über die latente Wärme der letztern ist die bei Entstehung der Verbindung für ein Aequivalentgewicht derselben erzeugte oder verschwundene Wärme.

Die Anführung dieser allgemeinen Gesetze möge genügen, um zu zeigen, in welcher innigen Verbindung die Wärmeverhältnisse der Körper mit der chemischen Zusammensetzung derselben stehen, und welcher Vortheil aus der gründlichen Untersuchung derselben für eine genauere Kenntniss der Körper selbst gewonnen werden kann. Ein weiteres Eingehen in die Resultate der Untersuchungen würde uns zuweit in das Gebiet der Chemie und auf zum Theil selbst noch zweifelhafte Sätze dieser führen.

Auf den ersten Blick scheinen die genannten Resultate zwar die Ansicht von der Materialität der Wärme zu begünstigen, so dass man diese als einen mit den Körpern verbundenen Stoff ansehen könnte, von dem eine gewisse Menge immer mit jedem Körper verbunden sein müsste, um ihn in seinen Eigenschaften zu erhalten, aber einer theilweisen Abscheidung von demselben fähig wäre, und dann erst temperaturerhöhend wirkte. Allein diese Ansicht darf man keineswegs als eine nothwendige betrachten, denn es lässt sich ebenso gut auch denken, dass für die Erhaltung der kleinsten Theile der Molekule der Körper in ihrer gegenseitigen Lage, mögen diese nun gleichartig, wie in den einfachen Körpern, oder ungleichartig, wie in den zusammengesetzten, sein, eine gewisse Kraft erfordert werde, die den Körpern oder ihren Theilchen einmal mitgetheilt ist, und die, so lange sie zur Erhaltung der Körper in ihrem Zustande verwandt wird, keine andere Wirkungen haben kann, die aber, wenn Aenderungen in der Lage der Theile gegen einander eintreten, wornach sie nicht mehr ganz oder nur noch theilweise in Anspruch genommen wird, nun andere Wirkungen hervorbringen kann, entweder als sensibele Wärme auf das Gefühl und das Thermometer, oder als mechanische Kraft zur Bewegung von Lasten, oder in beiden Weisen zugleich. Es wird diese Ansicht, wie wir gezeigt haben, durch die Umwandelbarkeit der Wärme in Arbeit und umgekehrt gefordert. Wollte man sie aufgeben, so würde man es schwer begreiflich finden, wie durch fortgesetzte Reibung eines Körpers eine unbegrenzt grosse Wärmemenge aus demselben entwickelt werden könnte, und nicht vielmehr nach länger fortgesetzter Reibung desselben eine allmählige Erschöpfung an Wärmestoff in demselben eintreten sollte, von der die Versuche durchaus keine Andeutung geben.

Für practische Zwecke des gewöhnlichen Lebens und der Technik sind hinsichtlich der Wärmeerzeugung auf chemischem Wege von besonderer Wichtigkeit die Verbrennungen von Kohle, Holz u. s. w., überhaupt der sogenannten Heitzstoffe. Auf die Ermittelung der Heitzkräfte dieser sind daher sehr viel Untersuchungen gerichtet gewesen. Während aber bei den zu rein theoretischen Zwecken angestellten Untersuchungen es nothwendig ist, die Körper, welche man untersucht, im reinen Zustande anzuwenden, in welchem sie in der Natur gewöhnlich nicht vorkommen, und in den sie daher erst durch besondere meist weitläufige Operationen versetzt werden müssen, muss man sie für praktische Zwecke gerade in dem Zustande untersuchen, in welchem sie sich natürlich finden, oder in welchen sie mit Leichtigkeit, ohne ihre Anwendbarkeit zu beeinträchtigen, versetzt werden können, wenn ihr natürlicher Zustand nicht vortheilhaft ist. Zu den häufigsten Verunreinigungen der Heitzstoffe gehört vor allen Dingen das Wasser, welches namentlich Holz in sehr verschiedener Menge imprägniren kann. Es ist aber klar, dass, jemehr Wasser im Holze vorhanden ist, um so mehr der

erzeugten Wärme von diesem zur Verdampfung verbraucht wird, um so geringer also unter übrigens gleichen Umständen die zur Erwärmung anderer Körper disponibele Wärme sein wird. Das Wasser lässt sich nun aber mit Leichtigkeit nicht vollkommen entfernen, es wird daher alles als Brennmaterial zur Anwendung kommende Holz eine gewisse Feuchtigkeitsmenge enthalten. Mit dieser also muss es untersucht werden, wenn man die Heitzkraft desselben bestimmen will. Um dieses zu thun, bedient man sich gewöhnlich nach Rumford's Vorgange eines Wassercalorimeters, durch dessen Schlangenrohr man den durch die Verbrennung erzeugten Rauch und die Gase ziehen lässt, indem man gleichzeitig die Temperaturerhöhung des Wassers beobachtet.

Die Wärmemenge, die durch die Verbrennung einer bestimmten Menge einer Substanz erhalten wird, hängt, wie sich auch schon aus den angeführten allgemeinen Gesetzen schliessen lässt, von dem Grade der Verbrennung oder der chemischen Natur der entstehenden Verbrennungsproducte ab, so ist es z. B. nicht einerlei, ob ein Gramm Kohle in Kohlenoxydgas oder in Kohlensäure verwandelt wird; im letztern Falle werden dadurch etwa 7900 Wärmeeinheiten erzeugt, im erstern nur etwa 2200, indem die Verbrennung von ein Gramm Kohlenoxydgas zu Kohlensäure etwa 2430 Wärmeeinheiten liefert, woraus sich jene Zahl nach dem zweiten der obengenannten Gesetze ergiebt.

Um also mit einem gegebenen Brennmaterial die grösste Wirkung zu erzeugen, muss man es so vollständig als möglich zu verbrennen suchen, was aber in der Regel lange nicht erreicht wird. Die Bemühungen zur Verbesserung der Heitzeinrichtungen sind daher hauptsächlich auf diesen Umstand gerichtet, den man vorzugsweise durch hinreichende Zuführung von Sauerstoff oder durch einen starken Zug vermittelst hoher Schornsteine, Gebläse u. dgl. zu erreichen sucht.

Zu der auf chemischem Wege erzeugten Wärme gehört auch grösstentheils die im menschlichen und thierischen Organismus während des Lebens sich immer neubildende Wärme.

§. 207.

Ausser den veränderlichen Wirkungen, welche Temperaturänderungen auf die Körper hervorbringen, die wir in den Dichtigkeitsänderungen und den Umwandlungen der Aggregatzustände kennen gelernt haben, kann man zuweilen auch noch dauernde Wirkungen derselben beobachten, d. h. solche, welche mit der Temperaturänderung nicht wieder verschwinden, wie es bei den obengenannten der Fall ist. Diese Wirkungen zeigen sich vorzugsweise dann, wenn ein Körper einer sehr hohen Temperatur ausgesetzt ist, und dann sehr rasch erkaltet wird.

Wenn man z. B. ein Stück weichen Stahls erhitzt, und dann allmählig abkühlt, so wird derselbe dadurch wenig in seinen Eigenschaften verändert; wird aber die Abkühlung sehr rasch vorgenommen, z. B. durch Eintauchen des erhitzten Stahls in kaltes Wasser oder eine andere kalte Flüssigkeit, so wird nun die Härte desselben sehr bedeutend gesteigert, und zugleich wird derselbe je nach dem verschiedenen Grade dieser Härtung mehr oder weniger elastisch oder spröde. Auch die äussere Form desselben wird dabei in der Regel mehr oder weniger verändert, so wie die Dichtigkeit, welche ein wenig abnimmt.

Wird ein so gehärteter Stahl wieder beträchtlich erhitzt, und dann allmählig abgekühlt, so verliert er von seiner Härte. Man hat dadurch ein Mittel, dem Stahl einen beliebigen Härtegrad zu geben, indem man denselben zuerst vollkommen härtet, dann aber noch einmal bis zu einer gewissen Temperatur erhitzt und ihn nun allmählig abkühlt, ihn anlässt. Bis zu je höheren Temperaturen er das zweite Mal erhitzt wurde, um so mehr ist seine Härte nachher vermindert.

Man erkennt den Hitzegrad, welchem der anzulassende Stahl ausgesetzt werden muss, um eine bestimmte Härte zu erhalten, an einer oberflächlichen Farbenänderung desselben; indem sich derselbe nämlich beim Erhitzen wahrscheinlich mit einer sehr dünnen Oxydulschicht überzieht, und diese um so dicker wird, bis zu je höherer Temperatur die Erhitzung gesteigert wird, erhält der Stahl andere und andere Farben, nämlich der Reihe nach strohgelb, goldgelb, purpurfarbig, violett, blau, schwarz. Da man nun durch Erfahrung die Härtegrade kennt, welche der Stahl nach jeder einer dieser Farben entsprechenden Erhitzung erhält, so kann man aus dem Erscheinen einer bestimmten Farbe den Punkt der richtigen Erhitzung erkennen. Soll der Stahl z. B. zu schneidenden Werkzeugen gebraucht werden, welche nicht zu spröde, aber doch noch beträchtlich hart sein müssen, so wird der Stahl nur bis zu den ersten Graden angelassen; soll er zu Federn benutzt werden, welche sehr elastisch sein, und daher die Sprödigkeit verloren haben müssen, so muss die Erhitzung bis zu den höhern Graden (gewöhnlich blau) fortgesetzt werden.

In ähnlicher Weise bedient man sich des Erhitzens und nachherigen langsamen Abkühlens auch bei andern Metallen, um sie weich und biegsam zu machen, z. B. bei Drähten, die gewöhnlich durch den Druck beim Ziehen härter und elastischer geworden sind.

Der Einfluss der raschen Abkühlung nach voraufgegangener starker Erhitzung zeigt sich sehr auffallend am Glase, welches dadurch in einen eigenthümlichen Spannungszustand seiner Theile gegen einander versetzt wird. Die sogenannten Glasthränen, welche man durch Eintropfen geschmolzenen Glases in kaltes Wasser erhält, besitzen eine grosse Festigkeit gegen äussere Druckkräfte, so dass man, ohne sie zu zerbrechen, ziemlich

starke Schläge mit einem Hammer dagegen führen kann, sind aber dabei so spröde, dass, wenn ein kleines Stückchen des daran sitzenden Glasfadens abgebrochen wird, sie ihrer ganzen Masse nach in feines Pulver zerfallen. Aehnlich verhalten sich auch die rasch gekühlten Bologneser Flaschen, welche äussere Stösse, die die Oberfläche nicht verletzen, sehr gut vertragen können, allein durch ein hineingeworfenes Feuersteinsplitterchen, welches die Oberfläche ritzt, sogleich aus einander getrieben werden.

Durch die starke Erhitzung sind offenbar die Theile gegen einander verschoben, und indem dann bei der raschen Abkühlung die Körper zuerst in der Nähe der Oberfläche erstarren, legen sich hier die Theilchen in der den niedern Temperaturen entsprechenden Weise an einander und erstarren in diesem Zustande gleichsam, während die im Innern noch heissen Theile in den den hohen Temperaturen entsprechenden Lagen sich befinden, und wenn auch sie allmählig erkalten, vermöge der starren Aneinanderlagerung der äussern Theile gehindert werden, die ihrer Temperatur entsprechende Stellung einzunehmen.

Dass bei der raschen Abkühlung des Glases, welche in verschiedenen Richtungen nothwendig eine ungleichmässige ist, wenn das Glas eine nicht vollkommen regelmässige Gestalt besitzt, je nach den verschiedenen Richtungen, in welchen die Abkühlung in anderer Weise stattfindet, eine Verschiedenheit in der Aneinanderlagerung der Theile entsteht, wird sehr wahrscheinlich durch die im vorigen Abschnitte erwähnten optischen Erscheinungen, welche solche Gläser zeigen, und welche eine Doppelbrechung des Lichtes in denselben nachweisen, die im Allgemeinen einige Aehnlichkeit mit der Doppelbrechung in einachsigen Krystallen hat, wenigstens wenn, wie es in der Regel der Fall ist, solche Gläser eine prismatische oder cylindrische Gestalt haben, und senkrecht gegen die geometrische Achse dieser nahezu symmetrisch gebildet sind.

Viertes Capitel.

Von der Bewegung der Wärme.

§. 208.

Eine der mächtigsten Wärmequellen, welche wir kennen, ist die Sonne, deren Strahlen, wenn sie am Himmel erschienen ist, uns nicht allein Licht, sondern die für die Existenz der Geschöpfe auf der Erde fast noch nothwendigere Wärme liefern. Der Wechsel der Temperatur im Laufe eines Tages wie im Laufe eines Jahres erscheint schon bei der oberflächlichsten Betrachtung an die relativen Höhen gebunden, welche die Sonne über dem Horizonte erreicht, so wie an die Dauer ihres Verweilens über demselben.

Wir sehen also hier die von der Sonne ausgehenden Lichtstrahlen von Wärmewirkungen begleitet, welche dieselben ausüben, indem sie auf die Körper fallen.

Ein ähnlicher Zusammenhang zwischen Licht und Wärme zeigt sich auch bei andern Lichtquellen; ein brennender oder glühender Körper bringt nicht allein eine Erleuchtung, sondern auch eine Erwärmung eines in seiner Nähe befindlichen und seinen Lichtstrahlen ausgesetzten Körpers hervor. Ein empfindliches Thermometer z. B. steigt, wenn die Lichtstrahlen einer in einiger Entfernung von ihm befindlichen Kerzenflamme darauf fallen, sinkt aber sogleich wieder, wenn ein Metallschirm zwischen dasselbe und die Kerze gebracht wird. Daraus geht hervor, dass nicht etwa durch allmählige Erwärmung der Luft rings um die Kerzenflamme und der auch das Thermometer umgebenden dieses letztere zum Steigen gebracht wird, sondern dass dieses eine unmittelbare Wirkung der auf dasselbe fallenden Strahlen ist.

Man sagt in diesem Falle, dem Thermometer werde von der Kerze Wärme durch die Strahlung mitgetheilt, und nennt die Strahlen unter diesem Gesichtspunkte Wärmestrahlen.

Eine solche, wenigstens vorläufige, Unterscheidung der Licht- und der Wärmestrahlen ist aus dem Grunde zweckmässig, weil auch nicht leuchtende warme Körper Erwärmungen durch Strahlung hervorbringen. Ersetzt man z. B. in dem ebengenannten Versuche die Kerzenflamme durch ein mit siedendem Wasser erfülltes Metallgefäss, so findet unter denselben Umständen wie vorher eine Erwärmung oder eine Nichterwärmung des Thermometers statt, ohne dass die zwischenliegende Luft selbst merklich erwärmt würde.

Am natürlichsten ist es, den Vorgang bei der Strahlung als einen Uebergang oder eine Bewegung der Wärme von dem warmen Körper nach dem Thermometer hin anzusehen, da der warme Körper, wenn ihm nicht, wie in der Flamme, stets neue Wärme zugeführt wird, dabei allmählig erkaltet. Man kann sich dann vorstellen, die Wärme fliesse von dem warmen Körper nach allen Seiten hin aus, und werde von der Luft, die denselben umgiebt, wenig oder gar nicht geändert, so dass in einem bestimmten Theilchen derselben beständig nur eine geringe Menge der durchgehenden Wärme enthalten sei, die Temperatur dieses also nur unbedeutend gesteigert werde, während das Thermometer die ankommende Wärme aufhalte, und gewissermaassen in sich ansammle, so dass auch schon in einer kurzen Zeit eine merkliche Temperaturerhöhung desselben entsteht. Diese Vorstellung erhält dadurch eine Bestätigung, dass in der That ein Thermometer unter übrigens gleichen Umständen um so mehr durch Strahlung erwärmt wird, je weniger die Wärmestrahlen durch dasselbe hindurch gehen können. Wendet man z. B. ein Luftthermometer an, das aus einer mit Luft erfüllten Glas-

kugel besteht, die in eine mit einer Flüssigkeit gesperrte Röhre ausläuft, und beobachtet man das Steigen desselben einmal in seinem gewöhnlichen Zustande und dann, nachdem man die Kugel desselben mit Russ überzogen hat, unter denselben Umständen wie vorher, so steigt es im letztern Falle weit beträchtlicher. Hat man aber in beiden Fällen hinter dasselbe ein zweites Thermometer gestellt, oder bringt man zwischen ein Thermometer und eine Wärmequelle einmal eine einfache Glasplatte und einmal eine mit Russ überzogene, so steigt dieses letztere im ersten Falle sehr merklich, im zweiten dagegen gar nicht, und daraus zeigt sich also, dass die Erwärmung eines Thermometers durch Wärmestrahlen um so beträchtlicher ist, je weniger es diese durch sich hindurch gehen lässt. Aus diesem Grunde pflegt man die zur Beobachtung der Wärmestrahlen dienenden Thermometer mit Russ zu überziehen. Gewöhnlich wendet man dazu Luftthermometer und zwar sogenannte Differentialthermometer an, die aus zwei mit Luft gefüllten Kugeln bestehen, welche durch eine eine Flüssigkeit enthaltende Röhre mit einander verbunden sind. Indem man die eine Kugel den Wärmestrahlen aussetzt, die andere aber nicht, dehnt sich die Luft in der ersteren aus, und die Flüssigkeit wird nach der zweiten Kugel hin gedrängt.

Wenn wir nun also die Wärmestrahlung als eine Bewegung der Wärme betrachten, so ist von dieser eine andere Bewegungsweise derselben zu unterscheiden, welche wir beobachten, wenn zwei Körper ungleicher Temperatur einander berühren, oder wenn das eine Ende eines Körpers unmittelbar erwärmt wird, das andere aber nicht. Wenn z. B. ein längerer Eisenstab, der an verschiedenen Stellen seiner Länge mit Vertiefungen versehen ist, in welche die Gefässe von Thermometern gebracht werden können, an seinem einen Ende durch eine untergesetzte Spirituslampe erhitzt wird, so steigen nach und nach die Thermometer in den verschiedenen Vertiefungen; aber dieses Steigen tritt nicht momentan und in allen gleichzeitig ein, sondern zuerst in dem der erhitzten Stelle nächsten, und erst nachdem hier die Temperatur bis zu einer gewissen Höhe gestiegen ist, fangen auch der Reihe nach in ähnlicher Weise die übrigen an zu steigen. Wird ein Thermometer aus seiner Vertiefung herausgenommen, so sinkt es sogleich wieder; es ist also in der Vertiefung auf mittelbare Weise von der Lampe erwärmt worden, indem diese direct das eine Ende des Stabes erhitzte, dieser wieder nach seiner Erhitzung die nächst anliegende Eisenschicht, diese wieder die folgende u. s. f. In diesem Falle sagt man, die Wärme gelange durch Leitung zu dem Thermometer. Wenn der eben genannte Versuch unverändert hinlänglich lange fortgesetzt wird, so gelangt der Stab schliesslich zu einem Zustande, wo jedes Thermometer seinen Stand nicht mehr verändert, sondern eine constante aber für die verschiedenen Thermometer verschiedene Temperatur angiebt, welche am grössten in der Nähe der Erwärmungsstelle ist, von dieser aus aber allmählig nach

dem andern Ende des Stabes hin abnimmt. Dieses rührt offenbar daher, dass jeder Querschnitt des Stabes nicht allein von dem ihm unmittelbar voraufgehenden Wärme erhält, und an den nächstfolgenden Wärme abgiebt, sondern auch noch nach Aussen hin durch Berührung mit der Luft und durch Strahlung Wärme verliert. Die constante Temperatur zeigt an, dass Wärmeverlust und Wärmeaufnahme während jedes Momentes einander gerade aufheben; es giebt also jeder Querschnitt an den folgenden weniger Wärme ab, als er von dem vorhergehenden erhält. Je rascher nun die Wärme in einem Körper durch Leitung sich bewegen kann, um so geringer wird diese Differenz unter übrigens gleichen Umständen sein müssen. Ist also die Geschwindigkeit der geleiteten Wärme, oder das Leitungsvermögen des Körpers für die Wärme, gross, so wird das nicht unmittelbar erhitzte Ende merkliche Temperaturänderungen erleiden können; ist es aber nur klein, so wird die Temperatur desselben wenig geändert. Im Allgemeinen ist das Leitungsvermögen der Metalle ziemlich beträchtlich, das des Glases, Holzes u. s. w. sehr klein, woraus sich die Verschiedenartigkeit der Erscheinung ergiebt, wenn man einen Metalldraht, oder einen Glasstab mit dem einen Ende in eine Flamme hält.

§. 209.

Wenden wir uns nun zunächst zu den Bewegungsgesetzen der Wärme bei der Strahlung, so kann uns bei dem genaueren Studium der Erscheinungen ein in der im vorigen Paragraphen beschriebenen Weise eingerichtetes Thermometer dienen. Ein noch empfindlicheres Instrument aber zur Erkennung und Messung sehr kleiner Temperaturdifferenzen werden wir in einem andern Theile der Physik in der sogenannten thermoelektrischen Säule kennen lernen. Wenn wir auch vorläufig die Einrichtung und den Gebrauch derselben noch nicht genauer auseinandersetzen können, so möge es hier genügen, zu sagen, dass dieselbe zur Messung sehr kleiner Temperaturdifferenzen wirklich geeignet ist, und dass ein grosser Theil der Untersuchungen über die strahlende Wärme hauptsächlich mit Hülfe dieses Instrumentes ausgeführt ist.

Die Verschiedenartigkeit des Verhaltens verschiedener Körper gegen auf sie fallende Wärmestrahlen, wornach einige, wie z. B. die Luft, Glas u. s. w., die Strahlen, ohne selbst merklich erwärmt zu werden, durch sich hindurch gehen lassen, andere aber, wie Russ, Metalle, Holz u. s. w., den Strahlen keinen Durchgang durch sich gestatten, dagegen selbst merklich von ihnen erwärmt werden, bezeichnet man durch die Ausdrücke diatherman und adiatherman. Sie sind die Analoga der Ausdrücke durchsichtig und undurchsichtig, wodurch man das entsprechende Verhalten der Körper gegen darauf fallende Lichtstrahlen bezeichnet. Das Verschwinden der Wärmestrahlen in einem adiathermanen Körper, wodurch dieser erwärmt wird,

bezeichnet man als eine Absorption der Strahlen durch diese. Mit Hülfe von adiathermanen Substanzen, in welchen sich kleinere oder grössere Oeffnungen befinden, und die man vor ein Thermometer bringt, auf welches von einer Wärmequelle aus Strahlen fallen, kann man die Richtung bestimmen, welche den Strahlen zukommt. Stellt man zwei solche Schirme, die jeder mit einer kreisförmigen in beiden gleich grossen Oeffnung versehen sein mögen, in zweckmässiger Entfernung von einander zwischen einem Thermometer und einer Wärmequelle auf, so sieht man das Thermometer nur dann steigen, wenn sowohl dieses als auch die Wärmequelle innerhalb des durch die Ränder der Oeffnungen der beiden Schirme gelegten cylindrischen Raumes fallen, mögen die Oeffnungen weit oder eng sein. Daraus folgt also, dass die Wärmestrahlen wie die Lichtstrahlen im Allgemeinen geradlinig sind. Es ist dabei ganz einerlei, ob die Wärmestrahlen von einem leuchtenden oder einem dunkeln warmen Körper ausgehen.

Diese Uebereinstimmung in der Richtung der Licht- und Wärmestrahlen kann nun noch weiter verfolgt und ausgedehnt werden. Lassen wir die Lichtstrahlen der Sonne und einer Flamme auf einen sphärischen Hohlspiegel fallen, so entsteht im ersteren Falle im Hauptbrennpunkte, im letzteren in dem der Stellung der Flamme gegen den Spiegel entsprechenden Brennpunkte ein kleines reelles Bild des leuchtenden Körpers, indem die am Spiegel reflectirten Strahlen sich hier sämmtlich schneiden. Bringen wir nun an die Stelle, wo sich dieses reelle Bild findet, ein Thermometer, so steigt dasselbe beträchtlich; sobald es aber ein wenig von dieser Stelle verschoben wird, so dass das Bild nicht mehr darauf fällt, so ist kein Steigen wahrzunehmen. Es werden daher auch die Wärmestrahlen, und zwar nach demselben Gesetze wie die Lichtstrahlen, reflectirt. Dabei ist es wiederum gleichgültig, ob der warme Körper leuchtet oder nicht, indem die Ersetzung der Flamme durch ein mit heissem Wasser erfülltes Gefäss die Wirkung ihrer Art nach nicht ändert.

Ebenso kann man auch die von einem leuchtenden oder dunkeln warmen Körper ausgehenden Wärmestrahlen, indem man sie durch eine Convexlinse aus diathermaner Substanz gehen lässt, in dem Brennpunkte derselben wie die Lichtstrahlen concentriren; sie sind daher wie diese ebenfalls der Brechung und nach demselben Gesetze unterworfen. So kann man z. B. brennbare Körper, wie Feuerschwamm oder dgl., entzünden, wenn man sie in den Brennpunkt einer Convexlinse bringt, auf welche Sonnenstrahlen fallen, und eben von dieser Eigenschaft der Brennpunkte stammt der Name derselben her. Als eine solche Linse kann man ein aus zwei Uhrgläsern gebildetes und mit Wasser gefülltes Gefäss benutzen, und dann überzeugt man sich noch leichter davon, dass die durch das Wasser gehenden Strahlen nur eine sehr geringe Erwärmung desselben bewirken, obwohl sie

im Brennpunkte concentrirt in einem adiathermanen Körper eine beträchtliche Temperaturerhöhung hervorbringen.

Diese Möglichkeit, die Wärmestrahlen wie die Lichtstrahlen durch Hohlspiegel oder Linsen zu concentriren, ist für die Untersuchung der strahlenden Wärme häufig nützlich, indem Wärmestrahlen, welche an sich zu schwach sind, um an einem Thermometer eine merkliche Wirkung hervorzubringen, dadurch merklich gemacht werden können.

Mit Hülfe dieser Mittel und einer empfindlichen thermoelectrischen Säule ist es Melloni gelungen, in manchen Fällen, in denen man Lichtstrahlen ohne begleitende Wärmestrahlen zu kennen glaubte, die Existenz der letztern nachzuweisen; so namentlich in dem vom Monde kommenden Lichte, wie in dem phosphorescirender Körper. Man kann also als allgemeinen Satz aufstellen, dass überall, wo man Lichtstrahlen kennt, sich auch zugleich Wärmestrahlen finden.

Da das Licht der Sonne, um zur Erde zu gelangen, eine bestimmte Zeit gebraucht, während welcher die Sonne ihren scheinbaren Ort am Himmel merklich ändert, und da wir die Wärmestrahlen immer in derselben Richtung wie die Lichtstrahlen erhalten, so muss man nun auch ferner schliessen, dass die Wärmestrahlen sich mit derselben Geschwindigkeit wie die Lichtstrahlen bewegen, und so können wir den ganz allgemeinen Satz aufstellen, dass die strahlende Bewegung der Wärme nach ganz denselben Gesetzen erfolgt, wie die des Lichtes. Da wir nun die Richtung der Lichtstrahlen vermöge der Organisation unseres Auges mit sehr grosser Schärfe zu erkennen vermögen, für die der Wärmestrahlen uns aber ein entsprechendes Organ fehlt, wir vielmehr über die Richtung der Wärmestrahlen, wenn die begleitenden Lichtstrahlen fehlen, ziemlich weitläufige Untersuchungen anstellen und erst aus diesen durch Schlüsse zu einem nicht einmal ebenso scharfen Resultate gelangen können, so scheint die genauere Untersuchung der Wärmestrahlen ziemlich überflüssig.

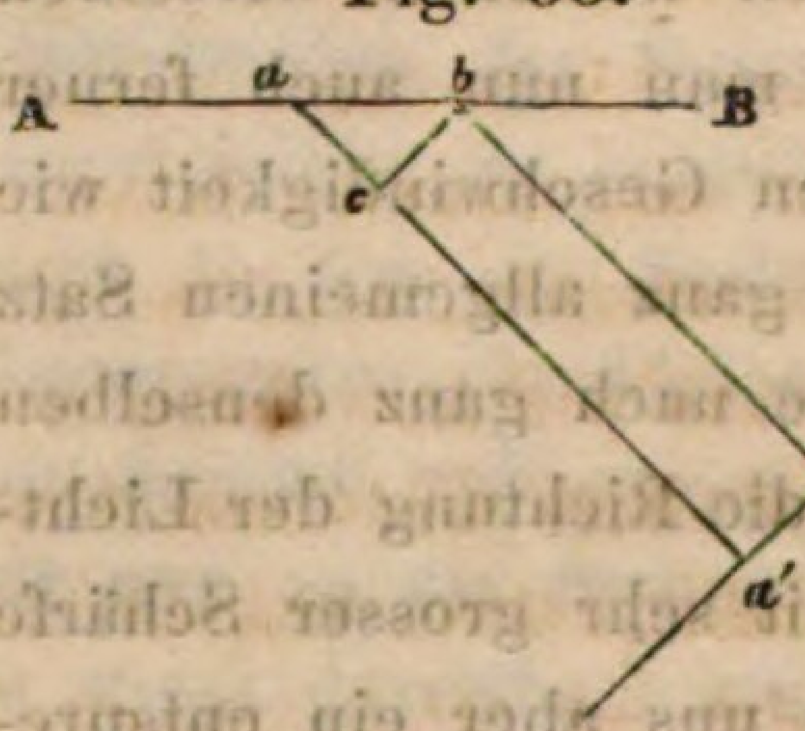
Allein die Untersuchung der letztern hat in einer Hinsicht einen Vortheil vor der der erstern voraus. Die Intensität nämlich der Lichtstrahlen können wir durch das Auge zwar mitunter schätzen aber doch keinen eigentlichen Messungen unterwerfen. Die Intensität der Wärme dagegen können wir durch die thermometrischen Instrumente mit grosser Genauigkeit messen, und so können die Untersuchungen der strahlenden Wärme hinsichtlich der Intensität derselben fruchtbarer als die Beobachtung der Lichtstrahlen werden.

§. 210.

In dieser Beziehung ist es nun zunächst von Interesse zu untersuchen, ob die Intensität der Wärmestrahlen, die von einem heissen Körper ausgehen, mit der Neigung veränderlich ist, unter der sie denselben verlassen.

Stellen wir daher vor einem z. B. würfelförmigen Gefässe, das mit Wasser von einer bestimmten Temperatur gefüllt ist, ein empfindliches Thermometer so auf, dass immer nur ein Strahlenbündel von constantem Querschnitte auf dasselbe fallen kann, wie auch dieses gegen die strahlende Fläche des Gefässes geneigt sein mag, indem mit Oeffnungen versehene adiathermane Schirme mit dem Thermometer auf eine entsprechende Weise verbunden werden. Das Thermometer mag dabei immer in einer gleichen Entfernung von demjenigen Theile der Gefässoberfläche bleiben, von welchem aus die Strahlen auf dasselbe fallen, so dass diese in den verschiedenen Versuchen immer gleich lange Wege zu durchlaufen haben, welche aber gegen die strahlende Ebene verschieden geneigt sind. Es zeigt sich alsdann, dass das Thermometer durch die Strahlen immer in gleicher Weise erwärmt wird. Nehmen wir nun aber an, dass die Strahlen nur von der Oberfläche des heissen Körpers ausgehen, so müssen offenbar in dem Strahlenbündel um so mehr Strahlen enthalten sein, je geringere Winkel dieselben mit der strahlenden Ebene machen. Denn es bezeichne AB Fig. 53 den Durchschnitt der strahlenden Fläche mit einer darauf senkrechten Ebene, $aa'\,bb'$ den Durchschnitt des Strahlenbündels, welches den constanten Querschnitt $bc = a'b'$ besitzt, und mit AB den veränderlichen Winkel $\varphi = b'bB = a'aB$ bildet, und das die Oberfläche des Thermometers in einer Ebene $a'b'$ normal treffen mag, wie es z. B. bei Anwendung einer thermoelectrischen Säule leicht zu erreichen ist.

Fig. 53.



Die Anzahl der in dem Bündel enthaltenen Strahlen wird offenbar der Linie ab proportional sein, welche die Anzahl von Punkten der strahlenden Oberfläche misst, von welchen Strahlen nach dem Thermometer gelangen können. Nun ist aber $ab = \frac{bc}{\sin\varphi}$; d. h. die Strahlenmenge ist dem Sinus des Winkels φ umgekehrt proportional; da aber die Gesammtintensität aller Strahlen immer constant ist, so ist offenbar die Intensität eines jeden einzelnen Strahls dem Sinus des Winkels φ direct proportional. Eben so zeigt der Versuch auch, dass wenn wir die Neigung der auffangenden Ebene $a'b'$ des Thermometers gegen das Strahlenbündel ändern, vorausgesetzt, dass dasselbe noch gänzlich auf diese fällt, ebenfalls die Gesammterwärmung constant bleibt. Da aber dann in gleicher Weise um so mehr Punkte des Thermometers von Strahlen getroffen werden, so muss jeder einzelne Punkt wieder proportional dem Sinus des Winkels erwärmt werden, welchen die auffallenden Strahlen mit der auffallenden Ebene bilden. Würde also stets ein gleich grosses Stück der auffangenden Ebene des Thermometers von den Strahlen getroffen, so würde die Gesammterwärmung ebenfalls dem Sinus des Winkels proportional sein, unter welchem die Strahlen auf die auffan-

gende Fläche fallen. Daraus ergiebt sich dann auch, dass die Gestalt der strahlenden Fläche so wie der auffangenden Fläche für die Erwärmung des Thermometers gleichgültig ist, wenn nur alle übrigen Umstände ungeändert bleiben.

In diesem Resultate liegt nun aber eine gewisse theoretische Schwierigkeit; denn wenn wir die strahlende Oberfläche aus einzelnen strahlenden Punkten zusammengesetzt ansehen, so müssen wir diesen einzelnen Punkten selbst Richtungsverschiedenheiten zuschreiben, um diese Erscheinung zu erklären, was mit dem Begriffe eines Punktes im Widerspruch steht.

Diese Schwierigkeit können wir aber vermeiden, wenn wir annehmen, dass weder die Strahlung allein von den Punkten an der Oberfläche des strahlenden Körpers ausgeht, noch die Absorption der erwärmenden Strahlen im Thermometer allein auf dessen Oberfläche beschränkt ist, sondern dass auch die bis zu einer gewissen Tiefe unter beiden Oberflächen liegenden Punkte noch an der Strahlung und Absorption Theil nehmen. Es ist dieses nichts Anderes, als die Annahme, dass kein Körper vollkommen adiatherman sei, sondern bis zu einer gewissen, wenn auch noch so geringen Dicke von den Wärmestrahlen wenigstens zum Theil durchdrungen werden könne, so dass die von einem warmen Körper ausgesandten Strahlen zum Theil aus einer bestimmten Tiefe desselben herstammen, also im Allgemeinen aus einer oberflächlichen Schicht, und ebenso die Absorption von der Oberfläche an allmählig geschehe, und erst in einer gewissen Tiefe ganz vollendet sei. Unter dieser Voraussetzung nämlich muss sowohl bei der Strahlung als bei der Absorption die Dicke der an einer derselben Theil nehmenden Schicht dem Sinus des Winkels proportional sein, welchen die Strahlen mit der Oberfläche bilden, d. h. der Grösse der strahlenden oder absorbirenden Oberfläche bei gleichem Querschnitt des Strahlenbündels umgekehrt proportional sein. Denn ist Fig. 54 unter Beibehaltung der übrigen Bezeichnungen der Fig. 55, $aa'' = bb'' = d$ die Dicke des Körpers, welche eben noch von Strahlen durchdrungen werden kann, so ist, wenn $b''c''$ senkrecht auf AB ist, $b''c'' = d \,.\, \sin\varphi$ die Dicke der an der Strahlung Theil nehmenden Schicht, und da das Flächenstück $aba''b'' = abb''c'' = bc \,.\, d.$ die Anzahl der strahlenden Punkte oder die Strahlenmenge in dem Büneel $aba'b'$ misst, so ist diese von φ unabhängig.

Fig. 54.



Die gemachte Annahme kann man nun aber noch einer experimentellen Prüfung unterwerfen. Ueberzieht man nämlich das strahlende Gefäss mit einer Schicht eines adiathermanen Körpers, so müsste, falls die Strahlung allein von der Oberfläche ausginge, die Dicke dieser Schicht gleichgültig für die Erwärmung sein, welche ein unter übrigens gleichen Umständen

dem strahlenden Körper ausgesetztes Thermometer erfährt. Dieses ist nun allerdings der Fall, sobald die aufgetragene Schicht eine gewisse meist nur geringe Dicke übersteigt, allein, wenn diese sehr gering ist, so ändert sich die Erwärmung mit derselben, und Gleiches gilt auch von der Absorption, wenn das Thermometer in der angegebenen Weise mit solchen Schichten überzogen wird.

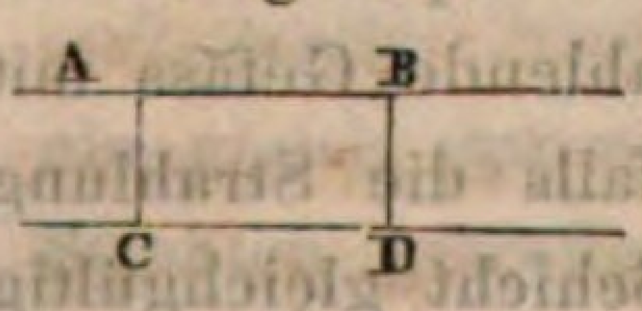
Einen Widerspruch scheint aber die Annahme dadurch zu erfahren, dass die Oberflächenbeschaffenheit eines Metalls z. B. auf die Erwärmung eines Thermometers durch Strahlung des Metalls oder des Ausstrahlungsvermögens dieses von Einfluss ist, indem polirte Metalle ein anderes Strahlungsvermögen besitzen als nichtpolirte. Melloni hat indessen gezeigt, dass hierbei nicht eigentlich die Beschaffenheit der mathematischen Oberfläche in Betracht kommt, sondern geringe Dichtigkeitsänderungen, welche die Metalle an ihrer Oberfläche durch das Poliren oder Mattschleifen erleiden, indem solche Körper, wie Glas, Marmor u. s. w., deren oberflächliche Dichtigkeit durch diese Operationen nicht geändert wird, im rauhen und polirten Zustande gleiches Strahlungsvermögen besitzen.

§. 211.

Auf der andern Seite zeigt sich aber, dass das Strahlungsvermögen verschiedener Körper sehr verschieden ist. Ueberzieht man z. B. die verschiedenen Flächen des schon gebrauchten Metallwürfels mit verschiedenen Substanzen, Russ, Papier, Gyps u. s. w., und setzt man denselben, nachdem er mit Wasser von constanter Temperatur erfüllt ist, ein und dasselbe Thermometer in übrigens gleicher Weise aus, so sind, auch wenn jede dieser Schichten eine solche Dicke erhalten hat, dass eine weitere Vermehrung derselben die Ausstrahlung nicht mehr ändert, die Erwärmungen des den verschiedenen Flächen ausgesetzten Thermometers sehr verschieden; am stärksten ist sie immer, wenn die strahlende Fläche die berusste ist. Wenn man andererseits das Thermometer mit verschiedenen Substanzen in hinreichender Dicke überzieht und es einer und derselben Seite des Würfels aussetzt, so sind die Erwärmungen desselben ebenfalls verschieden, d. h. verschiedene Substanzen absorbiren die strahlende Wärme in verschiedener Weise, oder ihr Absorptionsvermögen ist verschieden.

Aus der Annahme des vorigen Paragraphen ergiebt sich aber leicht, dass das Strahlungs- und das Absorptionsvermögen einer selben Substanz einander immer gleich sein müssen. Bezeichnet *ABCD* Fig. 55 den Querschnit einer Oberflächenschicht eines Körpers, von dem aus unter einem gewissen Winkel, z. B. normal, überhaupt noch Strahlen austreten können, so wird die Menge der aus dieser Schicht wirklich austretenden Strahlen geringer sein, als wenn dieselbe vollkommen diatherman wäre. Wenn also 1 die Menge

Fig. 55.



von Strahlen bezeichnet, welche im letztern Falle austreten könnten, so wird die wirklich austretende Strahlenmenge durch n bezeichnet werden können, wo n ein ächter Bruch ist. Von den im Innern des Körpers z. B. unterhalb *CD* liegenden Strahlen können der Voraussetzung gemäss gar keine Strahlen durch *ABCD* hindurchdringen, von der von *ABCD* aber ausgehenden Strahlenmenge 1 wird die Menge $1 - n$ im Innern der Schicht zurückgehalten, also in das Innere des Körpers zurückgeschickt. Fällt nun umgekehrt von Aussen auf *AB* dieselbe Strahlenmenge 1, so wird im Durchgange durch *ABCD* wiederum dieselbe Menge $1 - n$ zurückgehalten oder nach Aussen zurückgeschickt, und nur n Strahlen gelangen durch dieselbe, können aber *CD* nicht überschreiten, sondern werden in der Schicht absorbirt.

Dieser Satz wird nun durch das Experiment vollkommen bestätigt, denn beobachtet man die Erwärmungen eines z. B. mit Russ überzogenen Thermometers, wenn dieses vor die verschiedenen mit verschiedenen Substanzen überzogenen Seiten des Metallwürfels gebracht wird, so werden die diese Erwärmungen messenden Zahlen a, b, c, d als Maasse der Strahlungsvermögen dienen können. Ueberzieht man aber umgekehrt der Reihe nach mit denselben Substanzen das Thermometer, und setzt es der berussten Fläche des Würfels aus, so werden die Erwärmungen, welche dann die Absorptionsvermögen dieser verschiedenen Substanzen messen, wieder durch die Zahlen a, b, c, d ausgedrückt, so dass also immer Strahlungs- und Absorptionsvermögen einer Substanz unter sonst gleichen Verhältnissen einander gleich sind.

§. 212.

Andere wichtige Messungen der Intensität der strahlenden Wärme beziehen sich auf die Aenderungen, welche dieselbe in Folge der Wege erfährt, welche die Strahlen von der Wärmequelle bis zum Thermometer durchlaufen.

Stellt man nun zunächst ein Thermometer vor einer Wärmequelle in verschiedenen gemessenen Entfernungen so auf, dass die Strahlen direct auf dasselbe fallen, so stehen die Erwärmungen im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernungen.

Wenn man aber die Strahlen, bevor sie auf das Thermometer fallen, an einem ebenen Spiegel reflectiren lässt, aber alle directen Strahlen durch adiathermane Schirme zurückhält, so findet man immer geringere Erwärmungen, als man erhalten würde, wenn die Strahlen gleich lange Wege direct durchlaufen hätten. Das Verhältniss der beobachteten Intensität zu dieser letztern ist dann von dem Winkel abhängig, unter welchem die Strahlen an dem Spiegel reflectirt wurden, und die genauen Messungen von Knoblauch und von de la Provostaye und Desains haben bewiesen, dass dasselbe immer den von Fresnel gegebenen Formeln für die Intensität des reflectirten Lichts

genügt. Es wird daher das, was hinsichtlich der Lichtstrahlen über die Intensität derselben auf theoretischem Wege abgeleitet, und nur durch indirecte Folgerungen bestätigt ist, für die Wärmestrahlen durch directe Intensitätsmessungen bestätigt.

Da nun aber die Formeln für die Intensität des reflectirten Lichtes in der innigsten Beziehung zu der Polarisation des Lichtes stehen, und gerade durch die Erscheinungen, welche diese bedingt, auf indirectem Wege bestätigt sind, so wird es zum Wenigsten sehr wahrscheinlich, dass auch die Wärmestrahlen einer Polarisation und zwar nach denselben Gesetzen, wie die Lichtstrahlen fähig seien, und es hat ein grosses Interesse zu untersuchen, ob auch eine solche wirklich durch Versuche nachgewiesen werden könne.

Als diese Frage zuerst aufgeworfen wurde, schienen die Resultate verschiedener Versuche, welche zur Entscheidung derselben angestellt wurden, zwar sie zu verneinen. Allein später hat zuerst Forbes an den durch eine Reihe parallel übereinander gelegter Glimmerblättchen gegangenen Wärmestrahlen die Polarisation wirklich nachgewiesen. Indem nämlich die Strahlen durch zwei solche Plattensysteme gingen, welche die Stelle von Glasplattensystemen beim Licht vertreten, zeigte sich, dass wenn die Einfallsebenen beider Systeme parallel waren, hinter denselben eine merkliche Erwärmung stattfand, nicht aber, wenn dieselben gekreuzt waren. Noch später ist aber die Polarisation der Wärme auch an den reflectirten, so wie an den durch ein Nicolsches Prisma gegangenen Wärmestrahlen beobachtet, und die Intensitätsformeln sind eben an den in dieser Weise polarisirten Strahlen bestätigt.

Die Polarisation der Wärme durch ein Nicolsches Prisma beweist an sich schon, dass die Wärmestrahlen auch darin mit den Lichtstrahlen übereinstimmen, dass sie in den doppeltbrechenden Krystallen doppelt gebrochen werden. Von Knoblauch ist aber auch die doppelte Brechung mittelst eines Kalkspathrhomboëders direct beobachtet, indem er durch ein einziges auf dieses fallende Bündel von Wärmestrahlen zwei deutlich von einander getrennte erhielt. Ebenfalls ist eine Drehung der Polarisationsebene der Wärme durch den Bergkrystall in der Richtung seiner Achse und durch andere Körper, die auf die Lichtstrahlen dieselbe Wirkung haben, beobachtet worden.

Die Schwierigkeit bei derartigen Untersuchungen besteht grösstentheils darin, dass man, um die zu beobachtende Erscheinung rein zu erhalten, sehr dünne Strahlenbündel und Thermometer von sehr geringer Ausdehnung anwenden muss, und dass dann die Intensität sehr schwach wird. Sobald man aber diese Schwierigkeit überwindet, zeigen sich die besprochenen Erscheinungen in derselben Entschiedenheit wie beim Lichte.

Dasselbe gilt auch von Interferenzerscheinungen, welche zuerst von Seebeck bei der strahlenden Wärme beobachtet sind. Bei diesen fallen die Maxima und Minima der Intensität immer sehr nahe zusammen, und da das Thermometer immer eine gewisse Ausdehnung haben muss, so wird, wenn man keine besondere Vorsicht hierauf verwendet, das Thermometer immer gleichzeitig von beiden getroffen, wodurch ihre Wirkungen sich gegenseitig verdecken. Mit Hülfe eines Fernrohrs, durch welches Seebeck die Strahlen nach der Interferenz gehen liess, um vergrösserte Bilder der Spectra herzustellen, gelang es ihm indess, auch in diesem Falle selbst nur mit Hülfe eines Luftthermometers die Interferenz nachzuweisen. Mit Hülfe der thermoelectrischen Säule, der man hierzu eine besonders günstige Form geben kann, ist sie nachher auch von Andern in verschiedenen Fällen beobachtet worden.

Es ergiebt sich hieraus also der allgemeine Satz, dass alle Veränderungen, welche wir den Lichtstrahlen durch Reflexion oder Brechung geben können, auch an den Wärmestrahlen sich wieder finden.

§. 213.

Nur ein einziger in die Augen fallender Unterschied zwischen beiden Arten von Strahlen bleibt noch, der nämlich, dass wir an den Lichtstrahlen noch besondere Qualitäten derselben in der Farbe wahrnehmen, an den Wärmestrahlen das Gefühl uns aber derartige verschiedene Eigenschaften nicht erkennen lässt, indem wir an diesen nur Unterschiede der Quantität, nicht der Qualität wahrnehmen.

Nun haben wir gesehen, dass die Farbe des Lichtes mit dem Brechungsverhältniss zusammenhängt, oder dass verschiedenfarbiges Licht auch eine verschiedene Brechung erleidet, indem im prismatischen Spectrum die verschiedenen Farben des weissen Lichtes auseinandertreten. Bringen wir aber ein empfindliches Thermometer an die verschiedenen Stellen des Spectrums, so zeigt dieses im Allgemeinen an den verschiedenen Theilen desselben eine Temperaturerhöhung an. Daraus folgt also, dass auch an der strahlenden Wärme sich Unterschiede der Brechbarkeit finden, durch welche wir also die entsprechenden Unterschiede der Qualität auch an dieser kennen lernen, und es bleibt uns nur die Annahme übrig, dass der Mangel einer unmittelbaren Wahrnehmung der Qualitätsunterschiede der Wärmestrahlen nicht in der Abwesenheit dieser, sondern in der weniger vollkommenen Organisation der Gefühlsorgane, durch welche wir die Wärme empfinden, begründet sei, indem diese unfähig sind, die qualitative Verschiedenheit der Wärmestrahlen zu fühlen.

Es entsteht daraus aber die Frage, ob wir nicht auf eine andere indirecte Weise wenigstens uns von der verschiedenen Natur verschiedener Wärmestrahlungen überzeugen können. Dass dieses aber wirklich der Fall

ist, ergiebt sich aus einer nähern Betrachtung der Intensitätsverhältnisse der Wärme im Spectrum.

Wird ein empfindliches Thermometer in dem Raume hinter einem Prisma, durch welches Licht und Wärmestrahlen gehen, und dahinter ein sichtbares Spectrum hervorbringen, verschoben, so zeigt dasselbe an verschiedenen Stellen eine verschiedene Intensität der Wärmestrahlen an. Diese letztern sind auch nicht auf das sichtbare Spectrum beschränkt, sondern greifen über dasselbe hinaus, namentlich an dem rothen Ende desselben, das durch die wenigst brechbaren Lichtstrahlen hervorgebracht wird. Suchen wir nun die Stelle der grössten Intensität der Wärme in einem solchen Spectrum, d. h. sowohl in dem sichtbaren, als in dem unsichtbaren nur durch Erwärmung merklichen, auf, und bestimmen wir die Lage derselben gegen einen bestimmten Theil des sichtbaren Spectrums, so zeigt sich, dass diese Lage sehr verschieden ist, je nach der Substanz des gebrauchten Prismas, selbst wenn das sichtbare Spectrum nicht sehr erhebliche Verschiedenheiten zeigt. Ja selbst bei Anwendung eines und desselben Prismas ist dieselbe im Allgemeinen verschieden, je nachdem die Strahlen in der Nähe der brechenden Kante oder in grösserer Entfernung von derselben auf das Prisma fallen, je nachdem sie also im Prisma einen kürzern oder längern Weg zu durchlaufen haben. Daraus folgt also, dass die Intensität im Wärmespectrum im Allgemeinen von einer Einwirkung abhängig ist, welche die hindurchgehenden Strahlen von der Substanz des Prismas erleiden, und welche mit der Dicke dieses sich ändert.

So weit man bis jetzt in dieser Weise Prismen aus verschiedenen Substanzen untersucht hat, hat sich dieser Einfluss der Dicke bei allen, mit Ausnahme eines aus Steinsalz gebildeten, gezeigt, indem dieses hinsichtlich der Wärmeintensität immer dasselbe Spectrum liefert, mögen die Strahlen einen kürzern oder einen längern Weg in demselben durchlaufen haben.

In dem Spectrum eines Steinsalzprismas findet sich das Maximum der Intensität in dem dunkeln Raume jenseits des Roth und zwar von der sichtbaren Grenze des Spectrums etwa um eben so weit entfernt, als die Entfernung des Grünlichblau von dieser Grenze beträgt. Bringt man nun aber vor ein Steinsalzprisma eine von parallelen Flächen begrenzte Schicht eines andern diathermanen Körpers z. B. von Wasser, so rückt das Maximum der Wärme dem sichtbaren Theile des Spectrums näher, und zwar um so mehr, je dicker die Wasserschicht ist, ja selbst bis in den sichtbaren Theil, etwa bis in das Gelbe, kann es auf diese Weise vorgeschoben werden. Wendet man nun ein von Wasser gebildetes Prisma an, und schiebt dieses allmählig mit der brechenden Kante voran vor, so dass die Strahlen immer dickere Schichten Wasser zu durchlaufen haben, so rückt ebenfalls nach und nach das Maximum der Intensität aus dem dunkeln Raume jenseits des Roth bis ins Gelbe vor.

Man muss daraus schliessen, dass das Wasser einen Theil der durchgehenden Strahlen, und zwar vorzugsweise die wenigst brechbaren, zurückhält, und dass es dieses um so mehr thut, je grössere Dicke es hat, dass also die verschwindenden Strahlen beim Durchgange durch dasselbe allmählig verschwinden. Andere Körper verhalten sich im Allgemeinen ähnlich; von diesen gelten daher auch ähnliche Schlüsse.

Die Gesammtheit dieser Erscheinungen stimmt nun mit denjenigen überein, welche man erhält, wenn man entweder durch ein farbloses Prisma und ein davor gesetztes farbiges, z. B. rothes, planparalleles Glas, oder durch ein farbiges, rothes, Prisma das sichtbare Spectrum erzeugt. Es werden dann die dem violetten Ende nächsten Strahlen merklich geschwächt, die dem rothen nächsten dagegen wenig, und die Schwächung der erstern ist um so beträchtlicher, je dicker das farbige Glas ist, welches die Strahlen durchdringen müssen; um so beträchtlicher tritt also das rothe Ende des Spectrums vor den übrigen Theilen hervor.

Da nun verschiedene diathermane Körper als Prismen angewandt, verschiedene Vertheilungen der Wärme im Spectrum hervorbringen, so müssen wir annehmen, dass diese verschiedenen Substanzen für die verschieden brechbaren Wärmestrahlen ein verschiedenes Absorptionsvermögen besitzen, und dass sie also hinsichtlich der Wärmestrahlen das sind, was durchsichtige farbige Substanzen hinsichtlich des Lichts sind, wenn sie sich auch gegen das Licht merklich farblos verhalten.

Dieser Schluss wird noch durch folgenden von Melloni zuerst angestellten Versuch bestätigt. Wenn man vor einer Wärmequelle von einer constanten Temperatur ein empfindliches Thermometer aufstellt, und die Erwärmung desselben beobachtet, zuerst für sich, dann nachdem 1, 2, 3, 4 u. s. f. gleich dicke Platten einer selben diathermanen Substanz, z. B. Glas, vor das Thermometer gebracht sind, so findet man nach Einschaltung der ersten Platte die verhältnissmässig grösste Abnahme der Erwärmung; die zweite schwächt die von der ersten durchgelassenen Strahlen verhältnissmässig weit weniger, die dritte die von der zweiten durchgelassenen noch weniger u. s. f. Es ist dieses analog dem, was man bei farbigen, und zwar gleichfarbigen Gläsern beobachtet; ein rothes Glas z. B. schwächt das durchgehende Licht sehr merklich, aber eine Hinzufügung von noch einem oder mehreren gleichfarbigen Gläsern schwächt das durch das erste gegangene Licht in weit geringerem Grade. Wohl aber wird dieses sehr beträchtlich geschwächt, wenn man es dann noch durch ein anderes farbiges z. B. grünes Glas gehen lässt. Ebenso wird auch die durch eine Glasplatte gegangene Wärme wieder sehr beträchtlich geschwächt, wenn sie zugleich noch eine andere diathermane Platte aus einer andern Substanz durchdringen muss.

§. 214.

Diese Eigenschaft verschiedener Wärmestrahlen, vermöge der sie durch verschiedene diathermane Substanzen in ungleicher Weise absorbirt werden, hat Melloni die Wärmefärbung oder die Thermochrose genannt, und die diathermanen Körper, an welchen man sie bemerkt, thermochroische Körper. Aus den angeführten Beispielen ergiebt sich schon, dass ein Mittel zugleich gegen das Licht farblos durchsichtig und gegen die Wärme thermochroisch diatherman sein kann, wie das Glas. Es ist dieses sogar fast mit allen farblosen Mitteln der Fall; nur das Steinsalz macht eine Ausnahme hiervon. Stellt man in dem zuletztgenannten Versuche des vorigen Paragraphen Steinsalzplatten zwischen die Wärmequelle und das Thermometer, so schwächen auch diese freilich die Intensität der Erwärmung des letztern, aber die Schwächung, welche die durch eine beliebige Plattenzahl gegangenen Wärmestrahlen durch eine nachfolgende erleiden, beträgt immer einen gleichen Bruchtheil, und dieser Bruchtheil ist unabhängig von der Dicke der Platten, was bei andern Substanzen nicht der Fall ist. Man muss daher annehmen, dass diese Schwächung nur an der vordern und hintern Oberfläche der Platte stattfinde, und nur von der Reflexion an diesen Oberflächen herrühre, die einen Theil der auffallenden Strahlen die Platte zu durchdringen hindert. In allen übrigen diathermanen Körpern erleiden aber die Strahlen ausser dieser durch die beiden Reflexionen bedingten Schwächung, noch eine andere durch die Absorption im Innern, welche, da diese allmählig stattfindet, im Allgemeinen mit der Dicke der Platte zunimmt. Wenn aber die Strahlen durch sehr dicke Platten einer und derselben Substanz gegangen sind, so dass sämmtliche Strahlen absorbirt sind, welche diese Substanz absorbirt, so kann man nun dieselben durch eine Platte derselben Substanz gehen lassen, ohne dass diese eine andere Schwächung als eine Steinsalzplatte hervorbringt. Es ist dann also die Schwächung durch diese zweite Platte von der Dicke derselben unabhängig, und wird nur durch die Reflexionen an ihren beiden Oberflächen bewirkt.

Das Steinsalz muss, weil es sich immer in dieser Weise verhält, als ein Körper betrachtet werden, der für die Wärmestrahlen das ist, was ein farblos durchsichtiger Körper, wie das Glas, für das Licht ist, oder man kann es einen athermochroisch diathermanen Körper nennen. Wegen dieser Eigenschaft ist es für die Untersuchung der Wärmestrahlen von grosser Wichtigkeit, indem es für diese das Material ist, welches für optische Untersuchungen das farblose Glas ist. Aus Steinsalz verfertigt man daher Prismen und Linsen, welche bei thermischen Untersuchungen gebraucht werden sollen.

Der Athermochroismus desselben, so wie die thermochroische Verschiedenheit anderer diathermaner Mittel zeigt sich auch, wenn man durch aus denselben geschnittene planparallele Platten Wärmestrahlen gehen lässt, die

aus verschiedenen Wärmequellen stammen, und die Verhältnisse bestimmt, in welchen die von den Platten durchgelassenen Strahlenmengen zu den einfallenden stehen. So lässt z. B. nach Melloni's Untersuchungen eine Steinsalzplatte von je 100 auf dieselbe fallenden Wärmestrahlen immer 92,3 durch (so dass 7,7 als der Verlust in Folge der doppelten Reflexion bei normaler Incidenz zu betrachten ist), mögen diese Strahlen von einer sogenannten Locatelli'schen Lampe, oder von glühendem Platin, oder von bis zu 400° erhitztem Kupfer oder endlich von bis zu 100° erhitztem Kupfer ausgegangen sein; dagegen lassen gleich dicke Platten anderer Substanzen von je 100 einfallenden Strahlen dieser 4 Strahlenarten der Reihe nach durch:

Schwefel:	74,	77,	60,	54,
Glas:	39,	24,	6,	0,
Alaun:	9,	2,	0,	0;

und zahlreiche Beispiele ähnlicher Verschiedenheiten liessen sich aus den Beobachtungen Mellonis und Anderer noch anführen.

Im Allgemeinen sind die intensiven und leuchtenden Wärmestrahlen aus viel mehr thermochroisch verschiedenen Strahlen als weniger intensive und dunkle zusammengesetzt. Indem also die Temperatur eines Körpers gesteigert wird, wächst nicht nur die Intensität der von demselben ausgehenden Strahlen, sondern auch die Menge der verschiedenartigen oder die Mannigfaltigkeit derselben, indem zu den zuerst vorzugsweise vorhandenen dunkeln und weniger brechbaren Strahlen nach und nach brechbarere und leuchtende hinzukommen.

§. 215.

Auch hinsichtlich der adiathermanen Körper findet ein ähnliches Verhältniss statt, wonach sie den undurchsichtigen farbigen Körpern an die Seite gestellt werden können. Die Färbung eines solchen, z. B. eines rothen, wenn er von weissem Lichte bestrahlt wird, haben wir uns so vorgestellt, dass von den auffallenden farblosen Strahlen, welche wenigstens bis zu einer gewissen Tiefe in denselben eindringen, dann aber durch Reflexion an den einzelnen Theilen in der durchdringbaren Schicht wenigstens zum Theil wieder aus dem Körper nach allen möglichen Richtungen austreten, ein gewisser Theil, und zwar vorzugsweise die Strahlen von complementairer Färbung, also in dem genannten Falle die gelben und blauen, in dieser oberflächlichen Schicht als Licht vernichtet, also absorbirt, werden, und so in dem wieder austretenden und diffus zerstreut werdenden Lichte fehlen. Auch die diffuse Reflexion der Wärmestrahlen muss in einer ähnlichen Weise stattfinden, und durch die genauere Untersuchung derselben ergiebt sich ebenfalls, dass die verschiedenen thermochroischen Strahlen von verschiedenen Substanzen in ungleichem Grade diffus reflectirt, also auch in ungleichen Verhältnissen in der Oberflächenschicht, in welche sie eindringen, absorbirt werden.

Wenn man z. B. das Verhältniss der von irgend einem Körper diffus reflectirten zu der auf denselben fallenden Wärme beobachtet, und dann dieselbe Untersuchung wiederholt, nachdem man nur die Wärmequelle geändert hat, so findet man im Allgemeinen in beiden Fällen ein verschiedenes Verhältniss. Das Absorptionsvermögen, und also auch das Strahlungsvermögen der adiathermanen Körper ist daher ebenfalls von der Thermochrose oder der Verschiedenartigkeit der Wärmestrahlen und dem Thermochroismus der Körper abhängig.

Wenn man also ein Thermometer mit verschiedenen Substanzen überzieht und es einer selben Strahlenart (oder richtiger einer selben Mischung verschiedener Wärmestrahlen) aussetzt, so wird es nicht allein dadurch verschieden erwärmt, sondern die Erwärmung ist dann am grössten, wenn der Ueberzug dieselben Strahlen am schwächsten diffus reflectirt. Am vollkommensten wird daher die Erwärmung des Thermometers sein, wenn der Ueberzug desselben (der natürlich adiatherman sein muss) von derselben Natur wie der Ueberzug des strahlenden Körpers ist.

Auch in dieser Beziehung giebt es wieder eine Substanz, welche für die Untersuchung der strahlenden Wärme von der grössten Wichtigkeit ist. Es ist dieses der Russ, der nach den Untersuchungen von Melloni und Andern nicht allein sehr vollständig die Wärmestrahlen absorbirt, sondern auch die thermochroisch verschiedensten Strahlen in völlig gleicher Weise. Die zu Untersuchung der strahlenden Wärme dienenden Thermometer werden daher im Allgemeinen mit Russ überzogen, und der Nutzen dieses Ueberzugs besteht hauptsächlich darin, dass dadurch das Instrument geschickt gemacht wird, die verschiedenen Strahlen in gleicher Weise zu absorbiren. Der Russ ist also für Wärmestrahlen das, was ein vollkommen schwarzer Körper für das Licht ist, oder er ist ein athermochroischer adiathermaner Körper. Wollte man ein Thermometer mit einer andern Substanz, z. B. mit geschlemmter Kreide, überziehen, so würde dieses in manchen Fällen Wärmestrahlen gar nicht anzeigen, wo diese doch vorhanden wären, nämlich dann, wenn dieselben von der Natur derjenigen wären, welche die Kreide fast vollkommen diffus reflectirt und gar nicht absorbirt.

Aehnlich wie der Russ verhalten sich die meisten Metalle, welche zwar die Strahlen nicht so vollständig wie dieser absorbiren, sondern beträchtliche Theile derselben diffus reflectiren, für welche aber doch gleichfalls die Thermochrose der Strahlen gleichgültig ist, welche für die Wärmestrahlen also das sind, was die undurchsichtigen weisslichen oder grauen Körper für das Licht sind.

Es ist übrigens noch zu bemerken, dass wie wir durch farbige durchsichtige oder undurchsichtige Körper das farblose Licht nie vollkommen homogen machen können, so auch der Durchgang durch thermochroische diathermane Mittel oder die diffuse Reflexion an thermochroischen adiather-

manen Mitteln niemals Wärmestrahlen einer einzigen Beschaffenheit zu liefern scheint, sondern immer bei genauerer Untersuchung durch andere Medien unter den durchgelassenen oder reflectirten Strahlen sich noch Verschiedenheiten zu erkennen geben.

§. 216.

Nachdem wir nun so durch den Verfolg der verschiedenen Erscheinungen, welche die strahlende Wärme darbietet, gesehen haben, dass zwischen dieser und dem Lichte der vollkommenste Parallelismus stattfindet, so dass was von dem einen dieser Agentien gilt, auch auf das andere kaum mit einer Wortveränderung übertragen werden kann, drängt sich unwillkührlich die Ansicht auf, dass beide nicht wesentlich von einander verschieden sind. Da nun für das Licht eine überwiegende Wahrscheinlichkeit für die Ansicht sich ergeben hat, welche dasselbe in der wellenförmigen Verbreitung transversaler Schwingungen eines hypothetisch angenommenen Aethers sucht, so dass die Farbe und die von dieser bedingte Brechbarkeit von der Schwingungsdauer abhängt, so müssen wir uns dieselbe Vorstellung auch von der strahlenden Wärme bilden, diese also ebenfalls durch die wellenförmige Verbreitung transversaler Schwingungen des Aethers von verschiedener Dauer hervorgebracht denken. Da ferner nirgends Lichtstrahlen auftreten, ohne von Wärmestrahlen begleitet zu sein, und da, wie das Spectrum nachweist, es Wärme- und Lichtstrahlen gleicher Brechbarkeit, d. h. gleicher Oscillationsdauer giebt, in einem Unterschiede dieser also eine Verschiedenheit beider Strahlenarten nicht bedingt sein kann, so wird es höchst wahrscheinlich, dass Licht und strahlende Wärme identisch sind, und dass die verschiedenen Empfindungen, welche dieselben in unsern Organen hervorrufen, nicht durch eine Verschiedenheit der äussern physischen Ursachen bedingt sei, sondern dass beide nur verschiedene Formen sind, unter welchen wir uns derselben Einwirkungen auf die verschiedenen Sinnesorgane bewusst werden.

Es entsteht dann aber die scheinbar damit im Widerspruch stehende Frage, wie es zugehe, dass die dunkle strahlende Wärme nicht ebenfalls Lichtempfindungen im Auge hervorbringe. Diese hat aber eine höchst befriedigende Lösung durch eine Untersuchung Brückes gefunden, wodurch dieser nachgewiesen hat, dass die optischen Medien des Auges, obwohl die leuchtenden Strahlen sehr vollkommen durch dieselben hindurchgehen, den dunkeln Wärmestrahlen den Durchgang verwehren, gegen diese adiatherman sind, so dass ein empfindliches Thermometer auf dunkle Wärmestrahlen so wenig wie die Netzhaut reagirt, wenn zu ihm wie zu dieser nur durch die Medien des Auges die Wärmestrahlen gelangen können.

Es darf freilich nicht unerwähnt bleiben, dass noch einige singulaire Erscheinungen vorhanden sind, aus denen einige Physiker einige Zweifel an der vollkommenen Identität beider Agentien ableiten. Indess dürfte es

sehr wahrscheinlich sein, dass mit einer genauern Untersuchung derselben auch diese Zweifel verschwinden werden. Jedenfalls aber wird man berechtigt sein, in derselben Weise wie die Lichterscheinungen, auch die der strahlenden Wärme aus transversalen Schwingungen des Aethers abzuleiten, also wenigstens hinsichtlich dieser den Gedanken an einen materiellen Wärmestoff fallen zu lassen, der in Wärmestrahlen von dem strahlenden Körper gleichsam nach allen Seiten fortgeschleudert würde.

§. 217.

Damit erhalten wir aber einen neuen Anhaltspunkt über die Vorstellungen, welche wir uns über das Wesen der Wärme überhaupt bilden können. Im vorigen Capitel haben wir gesehen, dass Wärme in mechanische Arbeit, d. h. in eine Lasten bewegende Kraft umgewandelt, und umgekehrt durch den Verbrauch dieser letztern Wärme erhalten werden kann, und zwar in einer solchen Weise, dass einer bestimmten Wärmemenge immer eine constante Arbeitsgrösse als Aequivalent entspricht. In gleicher Weise sehen wir nun auch hier durch die bis an die Grenzen eines Körpers fortgepflanzte schwingende Bewegung der Aethertheilchen seine Temperatur wachsen, d. h. eine gewisse Wärmemenge in ihm entstehen, und umgekehrt, seine Temperatur sinken oder Wärme verbraucht werden, indem er die ihn umgebenden und durch diese mittelbar auch die weiter entfernten Aethertheilchen in solche schwingende Bewegungen versetzt.

Wir nehmen nun an, dass alle Körper ausser der ponderabeln Materie, aus der sie bestehen, noch imponderabeln Aether in sich enthalten, d. h. wir denken uns die Körper aus zweierlei Arten von materiellen Punkten zusammengesetzt, von denen die einen, die ponderabeln, nicht allein vermöge der Molecularkräfte unter einander verbunden sind, sondern auch vermöge der in messbaren Entfernungen wirksamen Gravitation, während die andern, die Aether- oder imponderabeln Molecüle mit einander und mit den ponderabeln oder wenigstens mit den letztern nur durch Molecularkräfte verbunden sind, d. h. durch solche Kräfte, die nur in unmessbar kleinen Entfernungen noch merkliche Werthe haben.

Auch wollen wir noch voraussetzen, dass die ponderabeln Atome eine beträchtlich grössere Masse als die imponderabeln besitzen, und in weit grössern Entfernungen von einander sich befinden, als die letztern, was keinen Widerspruch enthält, wenn wir auch die Abstände der ponderabeln Theile von einander als unmessbar klein annehmen müssen. Die erstere dieser beiden Voraussetzungen heisst nichts Anderes, als dass ein ponderabeles und ein imponderabeles Atom, um beide in ganz gleicher Weise bewegt zu werden, sehr ungleiche Kräfte erfordern; es hindert aber Nichts, auch bei dieser Vorstellung wenigstens die einfachen Atome selbst als wirkliche Punkte zu betrachten, oder es ist wenigstens nicht nothwendig, ihnen

räumliche Ausdehnungen zuzuschreiben. Jedes ponderabele Atom erscheint also hiernach gleichsam wie mit einer Atmosphäre imponderabeler Atome umgeben. Wenn nun die letztern in eine schwingende Bewegung versetzt werden, so müssen sie offenbar auch das ponderabele Atom mit bewegen, oder von der Kraft, welche sie zu bewegen strebt, wird ein gewisser Theil verbraucht, um den Widerstand aufzuheben, welchen das ponderabele Atom ihrer Bewegung entgegensetzt, indem sie durch Kräfte in bestimmten Entfernungen von diesen gehalten werden. Die Kraft zwischen zwei ponderabeln Atomen besteht aber dann aus zwei Theilen, nämlich dem, welcher von diesen an sich herstammt, und dem, welcher von den umgebenden Aetheratmosphären herstammt.

Nehmen wir die letztere als abstossend an, die erstere als anziehend, so wird, wenn die Bewegung der Aethertheilchen lebhafter wird, d. h. wenn ihre Schwingungsbahnen an räumlicher Ausdehnung gewinnen, es denkbar, dass die abstossende Kraft damit wächst, und dadurch eine Entfernung der ponderabeln Atome von einander, d. h. eine Ausdehnung des Körpers, der daraus besteht, hervorgebracht wird, wodurch aber ein Theil der die Bewegung des Aethers hervorbringenden Kraft verbraucht wird. Umgekehrt sieht man, wie eine bewegende Kraft, welche den Körper zusammendrückt, die schwingende Bewegung der Aethertheilchen verstärken kann, wodurch aber ebenfalls ein Theil der bewegenden Kraft aufgezehrt wird.

Sieht man nun die Temperatur als ein Maass der bei der Bewegung der Aethertheilchen wirksamen lebendigen Kraft an, so erhält man eine Idee davon, wie verschiedene Körper vermöge einer Verschiedenheit der ponderabeln Atome oder deren Verbindungsweise unter einander, d. h. vermöge der Verschiedenheiten der Materie oder des Aggregatzustandes durch gleiche bewegende Kräfte, oder gleiche Wärmemengen, ungleiche Temperaturänderungen erleiden können, es wird also daraus die specifische und die latente Wärme im Allgemeinen verständlich.

Andererseits wird die Elasticität und die Dichtigkeit des Aethers in einem Körper von den Kräften und der Vertheilungsweise der beiden Arten von Atomen in demselben abhängig sein. Von diesen hängt aber die Fortpflanzung der über die Aethertheilchen fortgehenden Wellen ab, d. h. die Brechung und die damit verbundene Reflexion dieser Wellen. Man wird sich nun aber denken können, und Cauchy's Rechnungen haben dieses sogar unter ähnlichen Voraussetzungen bestätigt, dass die Aetheratmosphären in einem Körper sehr verschiedenartig gestimmt sein können, so dass sie Wellen gewisser Schwingungsdauer leichter fortpflanzen als die anderer, so dass, wenn beide auf sie treffen, erstere gar nicht oder nur wenig gehindert weiter gehen, letztere aber verschwinden, und ihre lebendige Kraft durch Ueberwindung des durch die Molecularkräfte hervorgerufenen Widerstandes verbraucht wird. Dieses macht aber die Erscheinungen der Wärme-

absorption, der Diathermanität und Adiathermanität, und der Thermochrose verständlich.

Endlich sieht man, dass alle Bewegungen an irgend einer Stelle des Aethers Bewegungen in dem umgebenden Aether zur Folge haben müssen, die die an der ersten vorhandene lebendige Kraft aufzehren müssen, wenn diese nicht wieder ersetzt wird. Wenn aber an den umgebenden Stellen ebenfalls lebendige Kräfte thätig sind, und Bewegungen hervorrufen, so werden sich diese so lange gegenseitig abändern müssen, bis die lebendigen Kräfte einander gleich werden, vorausgesetzt, dass keine Einwirkungen von Aussen das Zustandekommen dieses Zustandes hindern. Daraus ergiebt sich das Streben nach Ausgleichung der Temperaturen, welches wir überall in der Natur finden; und welches sich theils in der Strahlung, theils in der bald noch näher zu besprechenden Leitung der Wärme sichtbar macht.

Die vorstehende Auseinandersetzung macht keinen Anspruch darauf, ein getreues Abbild der wirklich stattfindenden Vorgänge zu sein, sie soll nur andeuten, wie man die verschiedenen Erscheinungen, welche uns die Wärme darbietet, aus einer solchen mechanischen Vorstellungsweise ableiten könnte. Um sie vollständig zu entwickeln, müsste auf mathematischem Wege nachgewiesen werden, wie aus derselben oder einer ähnlichen und mit welchen Modificationen die sämmtlichen Wärmeerscheinungen qualitativ und quantitativ abgeleitet werden können. Dazu aber möchten theils wohl die gegenwärtigen Hülfsmittel der Mathematik und der reinen Mechanik nicht ausreichen, theils aber und hauptsächlich fehlen auch noch die genaueren Kenntnisse der Erscheinungen selbst, aus der die erforderlichen Annahmen entwickelt werden können. Wenn man aber auch in einzelnen beschränkteren Erscheinungskreisen angefangen hat, auf solchem mechanischen Wege die Bedingungen derselben und die daraus hervorgehenden Annahmen aufzusuchen, so ist die Wärmelehre doch noch von dem Stadium weit entfernt, worin sie eine allgemeingültige und genau specificirte Vorstellungsweise bilden kann, und gegenwärtig handelt es sich in diesem Theile der Physik noch darum, die einzelnen Elemente einer solchen in den verschiedenen Kreisen zusammenzutragen.

§. 218.

Bei der Betrachtung der Erscheinungen der Wärmestrahlung haben wir bisher immer nur die von einem Körper, der sogenannten Wärmequelle, ausgehende Strahlung berücksichtigt. Da wir es aber in der Wirklichkeit nie mit einem Körper allein zu thun haben, und da jeder Körper eine bestimmte Temperatur besitzt, also auch Wärme ausstrahlen muss, so beobachten wir eigentlich immer die Gesammtwirkung sämmtlicher Strahlungen in einem derartigen Versuche. Wenn wir ein Thermometer vor einer Wärmequelle aufstellen, und auch alle sonstige Strahlung vermeiden könnten, so

werden doch noch immer zwei Strahlungen bleiben, eine von der Wärmequelle und eine vom Thermometer ausgehende. Die Erwärmung des Thermometers wird hervorgebracht durch den Ueberschuss der Wärme, welche es von der Wärmequelle erhält, über die, welche es an diese abgiebt. Da nun aber das Strahlungsvermögen einer Substanz immer seinem Austrahlungsvermögen gleich ist, und da die Strahlung eines Körpers um so intensiver ist, je höher seine Temperatur, und dieser proportional gesetzt werden kann, so ist der Erfolg ganz so, als strahlte nur die Wärmequelle Wärme aus, und zwar von einer Intensität, welche dem Ueberschusse ihrer Temperatur über die des Thermometers entspricht. Dass aber das Thermometer nicht blos Wärme empfängt, sondern auch Wärme abgiebt, sieht man, wenn man dasselbe vor einen kalten Körper bringt, indem es dann sinkt, gleichsam als strahlte dieser letztere Kälte aus. Recht auffallend zeigt sich dieses, wenn man ein Thermometer in den Brennpunkt eines sphärischen Hohlspiegels stellt, dem ein anderer eben solcher gegenüber steht, in dessen Brennpunkt sich ein kalter Körper, z. B. ein Gefäss mit Eis, befindet. Das Thermometer sinkt dann sehr beträchtlich, auch wenn es durch einen adiathermanen Schirm gegen die directe Strahlung nach dem Eise hin geschützt ist. Von jedem Körper fallen alsdann Strahlen auf den vor ihm befindlichen Spiegel, gehen parallel unter einander zum andern, und werden in dessen Brennpunkt wieder vereinigt. Durch je zwei einander gerade entgegen gerichtete Strahlen erleidet das Thermometer einen Wärmeverlust, in Folge dessen es sinkt, während zugleich das Eis durch die erhaltene Wärmemenge erwärmt oder geschmolzen wird.

Gerade aber wie hier zwischen dem Eise und dem Thermometer eine wechselseitige Strahlung besteht, findet diese auch zwischen dem Thermometer und allen dasselbe umgebenden Körpern statt, von und nach welchen Strahlen gelangen können. Besitzen alle dasselbe umgebenden Körper gleiche Temperatur mit ihm, so hebt sich die Wirkung der gegenseitigen Strahlung auf, und die Temperatur bleibt unverändert. Aber dieser Zustand einer constanten Temperatur wird nicht durch einen Mangel der Strahlung bewirkt, er ist also kein statischer Gleichgewichtszustand, sondern ein dynamischer oder mobiler, der aufgehoben wird, sobald irgend einer der in Betracht kommenden Körper eine Temperaturänderung erleidet.

Die Art, wie ein warmer Körper, der sich in einem ringsum von andern Körpern niederer Temperatur geschlossenen Raume befindet, durch Strahlung abgekühlt wird, ist daher nicht blos von seiner Temperatur und seiner Beschaffenheit, sondern auch von der der umgebenden Körper abhängig. Soll daher aus den Abkühlungsgeschwindigkeiten zweier bis zu gleicher Temperatur erwärmter Körper ein Schluss auf deren Eigenschaften gezogen werden, wie man es mitunter thut, so müssen dieselben sich unter gleichen Umständen, d. h. in aus demselben Stoffe gebildeten und bis zu gleichen

Temperaturen erwärmten oder abgekühlten Räumen befinden. Ausserdem müssen, wenn man sich z. B. dieser Methode zur Bestimmung der specifischen Wärme oder der latenten Schmelzwärme bedienen will, da das Strahlungsvermögen von der oberflächlichen Schicht des strahlenden Körpers abhängt, beide Körper in gleichartigen Gefässen eingeschlossen sein.

Denken wir uns eine Reihe adiathermaner Körper von ungleicher Temperatur in einer für die Wärme undurchdringlichen Hülle eingeschlossen, d. h. sehen wir ab von dem Einflusse, welchen die Hülle auf die Temperatur der Körper hat, so würde eine Strahlung zwischen denselben thätig sein, welche eine Aenderung der Temperaturen so lange zur Folge hätte, bis alle Körper eine gleiche Temperatur besässen. Denken wir uns unter den Körpern z. B. eine Reihe gleich grosser Kugeln, deren Mittelpunkte auf einer geraden Linie liegen, so könnten von einer Kugel nur Strahlen zu den zwei benachbarten gelangen; dennoch aber würde in diesem Falle die Temperaturänderung nicht eher aufhören, bis alle Temperaturen einander gleich geworden wären. Hätten alle Kugeln bis auf eine am einen Ende der Reihe eine gleiche Temperatur, diese eine aber eine höhere, so würde unter deren Einflusse zunächst die Temperatur der ihr zunächst liegenden steigen, und erst nachdem ein solches Steigen eingetreten wäre, würde diese anfangen, auch die der auf sie folgenden zu erhöhen u. s. f.

Würde die Kugel am einen Ende auf einer constanten höheren, die am andern auf einer constanten niederen Temperatur erhalten, so würde ebenfalls unter der Voraussetzung, dass die Kugeln übrigens weder Wärme erhielten noch abgeben, erst dann eine Constanz der Temperatur jeder einzelnen Kugel eintreten, wenn jede von der vorhergehenden gerade so viel Wärme empfinge, als sie an die folgende abgäbe, dieses würde aber offenbar bei gleichen Entfernungen der Kugeln von einander erst dann eintreten, wenn die Temperaturunterschiede je zweier auf einander folgender Kugeln gleich geworden wären, d. h. wenn der Ueberschuss der Temperatur irgend einer Kugel über die kälteste sich zu dem der constanten höchsten Temperatur über dieselbe verhielte, wie die Entfernung der Kugel von der kältesten zur Entfernung der wärmsten von dieser. Fände aber gleichzeitig noch ein Verlust an die Hülle statt, würde diese z. B. auf derselben constanten Temperatur wie die kälteste Kugel erhalten, und nehmen wir die Ausdehnung der Kugeln so klein an, dass wir die Temperatur im Innern einer solchen als überall gleich ansehen können, so würde, wenn der stationaire Temperaturzustand erreicht wäre, jede Kugel eine geringere Temperatur als vorher haben müssen, indem jede ausser an die nächstfolgende Kugel auch noch an die Hülle Wärme abgäbe, und ausserdem von der vorhergehenden Kugel weniger Wärme als vorher erhielte. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass dann die Ueberschüsse der Temperaturen der auf einanderfolgenden Kugeln über die der kältesten von der wärmsten bis zur

kältesten in einer geometrischen Reihe abnehmen würden, wenn die entsprechenden Entfernungen von der ersten eine arithmetische Reihe bilden. Hätten die Kugeln gegen einander ein anderes Strahlungsvermögen als gegen die Hülle, so würde in einer bestimmten Kugel die Endtemperatur um so höher sein, je beträchtlicher das erstere Strahlungsvermögen gegen das zweite wäre.

§. 219.

Durch die letzten Betrachtungen ergiebt sich der Uebergang von der Strahlung der Wärme zu der Bewegung derselben durch Leitung. Denn denken wir uns statt der Kugeln in denselben die Molecüle eines Körpers gesetzt, und statt einer begrenzten in linearer Aufeinanderfolge an einander gereiheten Anzahl derselben eine beliebig grosse Menge, die nach allen Richtungen hin einander umgeben, so wird das Wesentliche jener Betrachtungen noch immer ungeändert fortbestehen können, und wir erhalten dann eine Bewegung der Wärme in dem Körper von Molecül zu Molecül, durch welche sie von einem Punkte des Körpers nach einem andern nur gelangt, nachdem sie an den zwischenliegenden Punkten Erwärmungen bewirkt hat, so wie wir es von der durch Leitung fortgepflanzten Wärme gesehen haben.

Streng genommen ist damit der Unterschied zwischen beiden Bewegungsarten aufgehoben, indem die Leitung als eine Strahlung in unendlich kleinen Entfernungen erscheint, so dass die Strahlen fortwährend durch Absorption oder Erwärmung verschwinden, aber nachdem diese Wirkung hervorgebracht ist, neue Strahlen entstehen. Dadurch aber wird es bewirkt, dass in diesem Falle ein ursprünglich erwärmter Punkt seine erwärmende Wirkung auf andere in messbaren Entfernungen von ihm befindliche Punkte erst nach Verlauf einer längeren Zeit ausübt, als bei der gewöhnlichen directen Strahlung, und dass die Intensität dieser erwärmenden Wirkung dann nach andern Gesetzen mit zunehmender Entfernung abnimmt, indem dieses Gesetz abhängig ist von den Verhältnissen der Geschwindigkeiten, mit welchen die zwischenliegenden Punkte in Folge der vielen Strahlungen Wärme erhalten und abgeben, so wie von den Graden der Erwärmung oder Abkühlung, die sie durch die Aufnahme oder Abgabe einer bestimmmten Wärmemenge erleiden.

Wenn nun aber auch hiernach die Leitung der Wärme im Innern der Körper als ein sehr complicirter Vorgang erscheint, so wird es doch zum Zweck der Berechnung der durch sie bedingten Wärmeleitung erlaubt sein, die Bewegung als ein einfaches Fliessen der Wärme von Stellen höherer Temperatur zu Stellen niederer anzusehen. Es hängt dann die Wärmemenge, welche sich zu irgend einer Zeit an einer bestimmten Stelle im Innern eines Körpers findet, ausser von einem anfänglichen Zustande von dem Unterschiede der während der zwischenliegenden Zeit aufgenommenen

und abgegebenen Wärmemengen ab. Kennt man nun aber die Bewegung der Wärme in 3 auf einander senkrechten durch den betrachteten Punkt oder Raum gehenden Richtungen, so kann man diese letztere Grösse ermitteln. Es wird aber die Menge von Wärme, die in einer bestimmten sehr kurzen Zeit durch einen gegen eine dieser 3 Richtungen senkrechten Querschnitt von der Grösse der Flächeneinheit geht, dem Unterschiede der Temperaturen proportional sein, welche sich auf beiden Seiten dieses Querschnitts finden. Die Constante, mit welcher dieser Unterschied zu multipliciren ist, um jene Wärmemenge zu erhalten, ist es, welche man das Leitungsvermögen des Körpers nennt. Wenn man dieses kennt, so sind alle Aufgaben, welche sich auf die Bewegung der Wärme im Innern eines Körpers beziehen, auf rein mathematische Probleme zu beziehen.

Um im Innern eines homogenen Körpers, der als unbegrenzt gross angenommen werden kann, die Temperaturvertheilung in einem beliebigen Augenblicke zu kennen, wird, wenn das Leitungsvermögen des Körpers bekannt ist, ausserdem noch die Vertheilung der Temperaturen in einem bestimmten Anfangsmomente gegeben sein müssen. Wenn aber der Körper nicht unbegrenzt gross vorausgesetzt werden darf, so wird ausserdem die Vertheilung der Temperaturen von den Wärmeabgaben und Wärmeaufnahmen abhängen, welche der Körper an der Grenzfläche durch Strahlung oder durch Leitung von andern ihn berührenden Körpern erleidet. Man muss dann also, um zu wissen, welche Vertheilung der Temperatur in einem beliebigen Augenblicke in ihm stattfindet, ausser einem anfänglichen Temperaturzustande des Körpers auch das Gesetz jenes Wärmeüberganges an allen einzelnen Punkten seiner Oberfläche, oder die verschiedenen Umstände kennen, von welchen dieses abhängt.

Die Einkleidung dieser Aufgaben in allgemeine mathematische Formeln und die Auflösung dieser in einzelnen besonders wichtigen Fällen ist es, welches den Inhalt der berühmten *théorie de la chaleur* von Fourier ausmacht.

§. 220.

Um das Leitungsvermögen verschiedener Körper unter einander zu vergleichen, kann man direct die Geschwindigkeiten bestimmen, mit welcher sich die Wärme in verschiedenen Körpern, die übrigens gleichen Umständen ausgesetzt werden, bewegt. Macht man z. B. von den verschiedenen Körpern gleich dicke Stäbe, überzieht sie mit gleich dicken Schichten von Wachs oder einer andern leicht schmelzbaren Substanz, und taucht ihre einen Enden in heisses Oel, so werden die Höhen, bis zu welchen an den verschiedenen Stäben in gleichen Zeiten der Ueberzug schmilzt, sehr nahe diesen Geschwindigkeiten oder den Leitungsvermögen der Stäbe proportional sein; auf diese Weise sind die letzteren von verschiedenen Beobachtern gemessen. Noch genauer lässt sich aber diese Bestimmung ausführen, wenn man jeden

der Stäbe, nachdem sie sämmtlich mit gleichen die Wärme nur gering ausstrahlenden aber dünnen Ueberzügen versehen sind, an seinem Ende durch eine constante gleiche Wärmequelle erhitzt, und an verschiedenen Stellen in denselben eingetauchte Thermometer beobachtet, während die umgebende Luft eine constante der anfänglichen Temperatur der Stäbe gleiche Temperatur behält.

Wenn die Temperaturen an den verschiedenen Stellen constant geworden sind, so bilden die Ueberschüsse derselben über die anfängliche eine geometrische Reihe, indem die Entfernungen von der Wärmequelle eine arithmetische Reihe bilden. Der Exponent der geometrischen Reihe lässt sich nun für jeden Stab aus den beobachteten Temperaturen ermitteln, und daraus finden, in welchen Entfernungen von der Wärmequelle jener Ueberschuss bei den verschiedenen Stäben einen gleichen Werth hat. Die Quadrate dieser Entfernungen sind alsdann den Leitungsvermögen proportional.

An Flüssigkeiten lassen sich diese Bestimmungen nur ungenau und unter Beobachtung gewisser Vorsichtsmaassregeln ausführen. Da nämlich mit der Erwärmung eines Theils derselben eine Aenderung der Dichtigkeit hervorgebracht wird, in Folge deren bei der Beweglichkeit der Flüssigkeitstheilchen gegen einander leicht Strömungen in derselben entstehen, so wird im Allgemeinen die Wärme in diesen auf doppelte Weise bewegt, nämlich einmal in Folge einer eigentlichen Leitung der Wärme von einem Theilchen zu einem andern, und dann in Folge der Bewegung der Theilchen selbst, welche ihre Wärme mit sich führen. Wenn man aber die Erwärmung von Oben her vornimmt, so wird der letztere Theil wenigstens grösstentheils aufgehoben, indem dann die leichter werdende Flüssigkeit sich über der kälteren, schwereren, befindet. Stellt man Versuche in dieser Weise an, so ergiebt sich, dass die Flüssigkeiten nur schlecht leiten, indem in geringem Abstande von der erhitzten Oberfläche die Temperatur nur sehr wenig steigt.

Auf dieser schlechten Wärmeleitung, verbunden mit der grossen Diathermanität der meisten Flüssigkeiten und der leichten Verdampfung derselben, scheint ein sonderbares, bis jetzt noch nicht genügend aufgeklärtes Phänomen zu beruhen, das nach seinem Entdecker das Leidenfrost'sche genannt wird, und in dem man wohl einen besondern Zustand der tropfbaren Flüssigkeiten, den sogenannten sphäroïdalen, zu erkennen geglaubt hat. Wird nämlich auf ein glühendes blankes Metallblech, z. B. in einen glühenden Platintiegel, ein Wassertropfen gebracht, so geräth derselbe in eine rotirende Bewegung, ohne rasch zu verdampfen, wie man wohl glauben sollte. Erst wenn der Tiegel allmählig erkaltet, tritt auf einmal eine plötzliche Verdampfung des Tropfens ein. Im Allgemeinen schreibt man dieses dem Umstande zu, dass der Tropfen sich augenblicklich mit einer Dampfhülle umgiebt, die sich auch zwischen diesem und dem Metall hinzieht, und so

die Mittheilung der Wärme von diesem an das Wasser durch directe Berührung hindert, während zugleich die strahlende Wärme, ohne merklich absorbirt zu werden, durch das Wasser geht.

Noch schwieriger als das Leitungsvermögen tropfbarer Flüssigkeiten ist das der luftförmigen Körper zu bestimmen, in welchen die geringsten Temperaturunterschiede schon sehr beträchtliche Strömungen hervorbringen. Allein eine einfache Beobachtung zeigt, dass sie die Wärme sehr schlecht leiten, indem solche Körper, worin sich kleine von einander getrennte und an ausgedehnter Bewegung gehemmte Luftmassen befinden, wie wollene Decken, Strohmatten u. dgl, ferner doppelte durch Luft getrennte Wände, Doppelfenster, Doppelthüren u. s. w., als sehr zweckmässig bewähren, um die Bewegung der Wärme aufzuhalten, und daher angewandt werden, um Räume längere Zeit hindurch in merklich constanter Temperatur zu erhalten.

Sechster Abschnitt.

Von der Reibungselektricität.

Erstes Capitel.

Von der Erregung und Erkennung der Reibungselektricität.

§. 221.

Manchen Körpern, wie z. B. dem Glase, dem Siegellak, kann man durch Reiben mit einem andern, einem seidenen oder wollenen Tuche und Andern, Eigenschaften ertheilen, welche sie in ihrem gewöhnlichen Zustande nicht zeigen. Diese Eigenschaften zeigen sich darin, dass sie in diesem neuen Zustande kleine und leichte Körperchen, wie Papierschnitzeln, eine an einem seidenen Faden hängende Hollundermarkkugel oder dgl., zuerst anziehen und dann, nachdem diese sie berührt haben, wieder abstossen. Man nennt die in einen solchen Zustand versetzten Körper elektrische oder elektrisirte.

Zur Prüfung eines Körpers auf diesen Zustand, d. h. um zu erkennen, ob er diesen Zustand besitzt, kann daher eine an einem Coconfaden aufgehängte Hollundermarkkugel, ein sogenanntes elektrisches Pendel, dienen, indem, wenn dieses nach der Berührung mit dem Körper von diesem abgestossen wird, der Körper elektrisirt ist, im Gegentheil nicht.

Die Umwandlung der Anziehung in eine Abstossung durch die Berührung des elektrischen Pendels mit dem primär elektrischen Körper zeigt, dass durch diese auch der Zustand der Pendelkugel geändert wird. Man kann aber die Kugel leicht wieder in ihren natürlichen Zustand versetzen, wenn man sie, während sie abgestossen wird, mit der Hand berührt. Alsdann wird sie von dem elektrischen Körper zunächst wieder angezogen, und erst nach der neuen Berührung mit ihm abgestossen. Durch abwechselnde Berührung der Kugel mit dem elektrischen Körper und der Hand kann man mehrfach hinter einander Anziehung und Abstossung abwechselnd hervorbringen.

Man kann sich leicht davon überzeugen, dass die Kugel, während sie abgestossen wird, sich in dem nämlichen Zustande wie der elektrische

Körper befindet, also ebenfalls elektrisirt ist, nach der Berührung mit der Hand dagegen im unelektrischen Zustande. Denn nähert man derselben, nachdem sie den elektrischen Körper berührt hat, ein zweites elektrisches Pendel, so wird dieses ebenfalls zunächst angezogen und dann abgestossen. Wird aber dieses zweite Pendel genähert, nachdem die Kugel des ersten die Hand berührt hat, so hängen beide Pendel ohne eine merkliche gegenseitige Wirkung neben einander herab.

Es folgt also daraus, dass ein unelektrisches Pendel durch Berührung mit einem elektrischen Körper selbst elektrisch und durch Berührung mit der Hand wieder unelektrisch gemacht werden kann.

Werden zwei Pendel durch Berührung mit demselben elektrischen Körper, z. B. einer geriebenen Glasstange, elektrisch gemacht, so stossen sie einander unmittelbar ab, ohne sich erst vorher gegenseitig anzuziehen. Wird dann das eine von ihnen mit der Hand berührt, so fallen sie zusammen, stossen sich aber nach der Berührung wieder ab; wenn man in derselben Weise fortfährt, so bemerkt man leicht, dass die Abstossungen um so schwächer werden, je öfter die eine von ihnen mit der Hand berührt ist, und dass die Abstossungen zuletzt ganz unmerklich werden, oder beide Pendel auf diese Weise unelektrisch geworden sind. Daraus zeigt sich also, dass der elektrische Zustand einer verschiedenen Gradation oder Stärke fähig ist, und dass bei der Berührung der elektrischen Kugel mit der unelektrischen der elektrische Zustand der erstern sich gleichsam über beide Kugeln theilt, oder dass durch diese Berührung der elektrische Zustand der elektrischen Kugel geschwächt wird, indem sie zugleich die unelektrische Kugel elektrisirt.

Aus dieser Mittheilung des elektrischen Zustandes eines elektrischen Körpers an einen ihn berührenden unelektrischen entsteht nun unmittelbar die Vorstellung, dass dabei von dem ersteren an den zweiten ein Etwas abgegeben werde, welches den elektrischen Zustand bedingt und welches man die Elektricität nennt, die wir uns der Einfachheit wegen als eine Materie denken wollen. Da ferner die elektrische Kugel die unelektrische anziehen würde, so können wir uns denken, dass die Abstossung zwischen den beiden elektrischen Kugeln dadurch entsteht, dass die Elektricität der einen Kugel die der andern abstösst, und erst dadurch mittelbar die Abstossung der beiden Kugeln von einander resultirt, dass jede Elektricität die Kugel, an der sie haftet, oder ihren Träger mit sich fortreisst.

Es erscheint dann die Stärke der Abstossung zwischen den elektrischen Kugeln durch die grössere oder geringere Menge von Elektricität bedingt, welche sie enthalten, und die Wirkung der Berührung einer derselben mit der Hand, wodurch sie unelektrisch wird, wird als eine Fortnahme der auf der Kugel befindlichen Elektricität anzusehen sein.

§. 222.

Wenn man ein elektrisches Pendel durch Berührung mit einem geriebenen Glasstabe elektrisirt hat, und ihm eine geriebene Siegellackstange nähert, so stösst diese dasselbe nicht von vornherein ab, wie es ein geriebener Glasstab thun würde, sondern das Pendel wird zunächst angezogen und erst nach der Berührung wieder abgestossen. Wird dann der Glasstab wieder genähert, so wird es ebenfalls zunächst wieder angezogen und erst nach der Berührung wieder abgestossen, u. s. f.

Es könnte also scheinen, dass sich ein durch einen elektrischen Glasstab elektrisirtes Pendel gegen eine elektrische Siegellackstange wie ein unelektrisches Pendel verhielte und umgekehrt, und dass durch Berührung mit dem einen von beiden die durch Berührung mit dem andern erhaltene Elektricität vernichtet würde. Obwohl nun das letztere allerdings stattfindet, so kann man doch zeigen, dass das erstere nicht unbedingt der Fall ist, sondern dass die Anziehung der Kugel durch das Siegellack durch die vorherige Elektrisirung durch das Glas gefördert wird. Denn wenn man zwei elektrische Pendel in einiger Entfernung neben einander aufhängt, und das eine von ihnen durch Siegellack z. B. elektrisirt, so wird das andere von diesem angezogen; vermeidet man aber eine eigentliche Berührung, und elektrisirt dann das andere durch Glas, so ist jetzt die Anziehung beider Pendel weit merklicher als vorher. Nachdem sie sich aber berührt haben, wirken sie entweder gar nicht mehr auf einander oder nur schwach abstossend, und wenn man jedem einzelnen von ihnen denselben elektrischen Körper nähert, so wirkt dieser auf beide in gleicher Weise.

Man könnte ferner aus diesen Versuchen schliessen, dass jeder geriebene Körper einen andern elektrischen Zustand annähme, und dass die diesen bedingende Elektricität durch die Berührung mit einem elektrischen Körper anderer Natur vernichtet würde, die Abstossung zwischen einem elektrischen Körper und einem elektrischen Pendel aber nur dann erfolgte, wenn dieses durch die Berührung mit demselben Körper elektrisirt wäre. Man müsste dann so viele verschiedene elektrische Zustände und dem entsprechend so viele verschiedene Elektricitäten annehmen, als es verschiedenartige Körper giebt.

Wenn man aber ein Pendel durch Glas elektrisirt, dann diesem eine Siegellackstange, aber ohne es zu berühren, nähert, so wird es von dieser angezogen; nähert man dann einen dritten durch Reibung elektrisirten Körper, so würde nach dieser Vorstellung dieser immer ebenfalls zunächst eine Anziehung hervorbringen müssen. Der Versuch zeigt aber, dass dieses keineswegs immer der Fall ist. In dem vorliegenden Falle würde z. B. ein mit Seide geriebener Turmalinkrystall eine Abstossung bewirken, eine mit Wolle geriebene Schwefelstange eine Anziehung. Wäre umgekehrt das

Pendel durch Berührung mit der Siegellackstange elektrisirt, so würde der elektrisirte Schwefel es abstossen, das elektrisirte Glas oder der elektrisirte Turmalin es anziehen. Welchen elektrisirten Körper man nun auch anwenden mag, immer ergiebt sich, dass, wenn er zwei Pendeln genähert wird, von welchen das eine durch Glas, das andere durch Siegellack elektrisirt ist, er das eine dieser Pendel anzieht, das andere aber abstösst.

Wir können daher nur zweierlei verschiedenartige Zustände an elektrisirten Körpern unterscheiden, und also auch nur zwei Elektricitätsarten. Aber diese beiden verschiedenen Arten stehen in dem Verhältniss zu einander, dass der durch Mittheilung der einen Elektricität in einem Körper hervorgebrachte Zustand durch Mittheilung der andern Art von Elektricität geschwächt, aufgehoben oder selbst in den entgegengesetzten umgewandelt wird; und dass ein mit der einen Art behafteter oder geladener Körper von einem mit gleichartiger Elektricität geladenen abgestossen, von einem mit ungleichartiger Elektricität geladenen angezogen wird.

Es sind daher zwei elektrische Zustände zu unterscheiden, von denen jeder an sich, d. h. im Vergleich mit dem unelektrischen Zustande von dem andern sich nicht unterscheidet, indem sowohl elektrisirtes Glas als elektrisirtes Siegellack unelektrische Körper zuerst anziehen und dann abstossen, die aber in Beziehung auf einander gerade entgegengesetzter Natur sind. Wenn daher ein Körper in den einen dieser Zustände versetzt ist, und er einer Wirkung ausgesetzt wird, die in seinem unelektrischen Zustande ihm den entgegengesetzten elektrischen Zustand ertheilen würde, so wird sein erster Zustand, je nach der Stärke dieser zweiten Wirkung geschwächt, einfach aufgehoben oder in den entgegengesetzten verwandelt.

Man kann dieses mit Hülfe eines sogenannten Goldblättchenelektroskops sichtbar machen. Es besteht dieses aus zwei neben einander an dem Deckel eines Glases aufgehängten und oben an einem in einen Knopf endigenden Metallstift befestigten Goldblättchen. Wird der Knopf mit einem elektrischen Glasstabe berührt, so divergiren die Blättchen, und zeigen dadurch an, dass sie elektrisch sind; berührt man in diesem Zustande den Knopf mit einer nur schwach elektrischen Siegellackstange, so nimmt die Divergenz ab, eine Berührung mit dem Glasstabe vermehrt sie wieder. Ist die Lackstange zu stark elektrisch, so fallen die Blättchen gleich zusammen und treten dann wieder aus einander, und dann vermindert eine Berührung mit dem Glasstabe die Divergenz zunächst.

Aus diesem Grunde kann man die zwei Elektricitäten und die ihnen entsprechenden Zustände als (im mathematischen Sinne) einander entgegengesetzte Grössen betrachten, und nennt die eine Glas- oder positive Elektricität ($+E$), die andere Harz- oder negative Elektricität ($-E$). Der elektrische Zustand eines Körpers zeigt an, dass in demselben von der einen

oder der andern dieser Elektricitäten mehr als von der entgegengesetzten enthalten sei, und ein unelektrischer Zustand desselben kann dadurch hervorgebracht werden, dass beide ihm in gleicher Menge ertheilt werden. Von einem Körper, der in Folge einer gleichen Menge beider Elektricitäten unelektrisch ist, sagt man, dass er neutrale Elektricität ($\pm E$) enthalte.

Daraus entsteht aber die Frage, ob nicht immer der unelektrische Zustand durch ein gleichzeitiges Vorhandensein beider Elektricitäten in gleicher Menge, oder neutrale Elektricität, bedingt werde, also die Elektrisirung eines Körpers nur darin bestehe, dass die relative Menge jeder derselben in dem elektrisirten Körper verändert werde. Diese Vorstellung gewinnt an Wahrscheinlichkeit, wenn wir die beiden Körper, durch deren Reibung an einander der elektrische Zustand des einen ursprünglich hervorgebracht wurde, auf ihre Elektricität prüfen. Denn es zeigt sich alsdann, dass, indem z. B. das Glas durch Reiben mit Seide positiv elektrisch wird, die Seide negativ elektrisch wird, und dasselbe zeigt sich auch, wenn die Elektrisirung durch Reiben anderer Körper aneinander hervorgebracht wird, so dass wenigstens für die Körper, die durch Reiben elektrisch gemacht werden können, diese Annahme von in ihnen enthaltener neutraler Elektricität zulässig wird. Es erscheint darnach die Elektrisirung durch Reibung nicht als eine Neuschaffung, sondern nur als eine Scheidung der vorher schon vorhandenen Elektricitäten, in Folge deren ein Ueberschuss der einen auf dem einen, ein Ueberschuss der andern auf dem andern der an einander geriebenen Körper bewirkt wird.

Die Wirkung verschiedener elektrischer Körper auf einander aber können wir kurz so aussprechen, dass gleichnamige Elektricitäten einander abstossen, ungleichnamige sich anziehen, und zwar im Verhältniss der Mengen beider, dabei aber zugleich ihre Träger mit fortführen. Die Wirkung elektrischer Körper auf unelektrische möge dabei einstweilen noch unberücksichtigt bleiben.

Statt zwei einander entgegengesetzte Elektricitäten anzunehmen, hat man auch wohl nur eine in den Körpern vorhanden sich vorgestellt, und die Annahme gemacht, dass eine gewisse Menge derselben den unelektrischen Zustand bewirke, eine Vermehrung oder Verminderung derselben aber die beiden entgegengesetzten elektrischen Zustände. Hiernach entspricht dem positiv elektrischen Zustande ein Ueberschuss an Elektricität, dem negativ elektrischen ein Mangel an derselben. Indess ist in den meisten Fällen die erste Vorstellung die bequemere und daher die gewöhnlichere; wir wollen uns derselben also auch ausschliesslich im Folgenden bedienen, zumal da der Unterschied zwischen Beiden vor der Hand kein wesentlicher sein und eigentlich mehr im Namen liegen möchte.

§. 223.

Die Frage, ob man in allen Körpern neutrale Elektricität vorhanden annehmen darf, scheint zunächst verneint werden zu müssen. Denn wenn man ein Stück Metall z. B. mit der einen Hand reibt, indem man es in der andern hält, so kann man dasselbe nicht elektrisch machen. Dennoch zeigt schon das Divergiren der Goldblättchen im Elektroskop, dass auch die Metalle den elektrischen Zustand annehmen können, wenn ihnen Elektricität durch Berührung mit einem elektrischen Körper mitgetheilt wird.

Das negative Resultat in dem ersten Falle könnte nun entweder dadurch hervorgebracht werden, dass im Metalle keine neutrale durch Reiben scheidbare Elektricität vorhanden wäre, oder dass das Metall zwar elektrisch gemacht würde, die frei gewordene Elektricität aber sogleich wieder verschwände.

Dass dieses letztere der Fall ist, sieht man, wenn man ein Stück Metall reibt, welches man durch eine gläserne an demselben befestigte Handhabe hält, in diesem Falle ist es wirklich möglich, es ebenfalls elektrisch zu machen. Sobald man aber nur an irgend einer Stelle das Metall mit der Hand berührt, verschwindet sogleich jede Spur von Elektricität an demselben, während dieses an einer geriebenen Glasstange keineswegs der Fall ist.

Ebenso ergiebt sich, dass man auch ein Goldblättchenelektroskop oder ein elektrisches Pendel durch Berührung mit einem elektrisirten Körper nicht laden kann, wenn der Matallstab des ersteren durch Metalle mit der Erde in Verbindung gesetzt ist, oder wenn das letztere an einem feinen Metalldrahte oder einem feuchten leinenen Faden hängt, die man in der Hand hält.

Es unterscheiden sich also die verschiedenen Körper hinsichtlich der Elektriciät darin wesentlich von einander, dass einige von ihnen, wie Metalle, der menschliche Körper, feuchte leinene Schnüre, ihr eine Bewegung durch sich hin leicht gestatten, wodurch sie sie von allen elektrischen Körpern von den Stellen entfernen, wo sie diese berühren, während andere, wie Glas, Harz, trockne Seide, keine solche Bewegung zulassen. Körper der ersten Art nennt man Leiter, der letzteren Nichtleiter oder Isolatoren, und von einem Körper sagt man, dass er isolirt sei, wenn er ringsum von Nichtleitern umgeben ist. Auch die Luft gehört im Allgemeinen zu den Nichtleitern, wie sich daraus ergiebt, dass an den von ihr berührten Stellen eines elektrisirten Körpers die Elektricität haften bleibt.

Das Verschwinden der Elektricität von dem elektrischen Pendel in unsern früheren Versuchen, das man mit der Hand berührt, erscheint also hiernach als eine Ableitung derselben von dem Pendel durch den Körper bis in die Erde. Dasselbe findet auch noch statt, wenn das Pendel durch

einen metallischen Leiter mit der Erde oder auch einem andern sehr viel grösseren leitenden Körper verbunden wird. Die Erde erscheint somit in ihrer Gesammtheit als ein Leiter, und wir können uns diese Ableitung so denken, dass die auf der elektrisirten Pendelkugel vorhandene freie Elektricität über die sämmtlichen mit dieser in Verbindung gesetzten leitenden Körper sich verbreitet, wodurch der auf die Kugel fallende und hier zurückbleibende Theil so gering ausfällt, dass er für die Wahrnehmung verschwindet, und als gar nicht vorhanden betrachtet werden kann.

Hinsichtlich der Nichtleiter oder Isolatoren ist zu bemerken, dass es deren keine vollkommene giebt, oder dass es keinen Körper giebt, der der Bewegung der Elektricität in ihm absolut widersteht. Es geht dieses schon daraus hervor, dass bei dem Elektrisiren durch Reibung von jedem der beiden geriebenen Körper eine Elektricität fortgeht, während er die andere erhält. Noch deutlicher ergiebt es sich daraus, dass ein isolirter und elektrisirter Körper mit der Zeit sehr merkliche Elektricitätsverluste erleidet, ja vollkommen unelektrisch werden kann. Dieses Abströmen der Elektricität von demselben erfolgt theils durch die ihn rings umgebende Luft, theils durch die Träger, Glasstützen, auf denen er ruht, seidene Schnüre, an denen er hängt, u. s. f. Denn an diesen findet man, nachdem der elektrisirte Körper längere Zeit mit ihnen in Berührung gewesen ist, in merklichen Entfernungen von den Berührungspunkten Spuren derjenigen Elektricität, mit welcher der Körper geladen war.

Es muss daher die Bewegung der Elektricität in den Isolatoren durch einen für einen jeden Körper bestimmten Widerstand gehemmt werden, der je nach seiner Grösse bewirkt, dass die Elektricität mit einer grösseren oder geringeren Geschwindigkeit darin sich bewegt. In vollkommenen Leitern würde dieser Widerstand vollkommen Null sein, so dass die Bewegung der Elektricität durch diese momentan stattfinden könnte. Um aber keinen Sprung zwischen den verschiedenen Körpern anzunehmen, wornach die einen der Bewegung der Elektricität gar keinen, die andern sehr beträchtliche Widerstände entgegensetzen, können wir auch annehmen, und spätere Versuche werden die Richtigkeit dieser Annahme zeigen, dass alle Körper der Bewegung der Elektricität einen gewissen Widerstand entgegensetzen, dass aber dieser in den Leitern so klein sei, dass die dadurch hervorgebrachte Verzögerung bei der Bewegung der Elektricität auf directe Weise bei unsern Versuchen unmessbar werde. Wir haben also hiernach bessere und schlechtere Leiter, Isolatoren, zu unterscheiden.

Zu den ersteren gehören ausser den Metallen vorzugsweise die meisten Flüssigkeiten, namentlich das Wasser; da in der Luft beständig Wasserdämpfe enthalten sind, so wird die bessere oder schlechtere Isolation dieser hauptsächlich von dem geringeren oder grösseren Feuchtigkeitsgrade dieser abhängen. Dieses zeigt sich auch in den Versuchen, indem ein elektrisirter

von Luft umgebener und auch sonst isolirter Körper um so rascher seine Elektricität verliert, je feuchter die umgebende Luft ist.

Auch noch aus einem andern Grunde begünstigt die Feuchtigkeit der Luft einen raschern Elektricitätsverlust eines elektrischen isolirten Körpers. Fast alle festen Körper condensiren nämlich auf ihrer Oberfläche in Folge der Adhäsion den in der Luft enthaltenen Wasserdampf, und um so mehr, je mehr dieser dem gesättigten Zustande sich nähert. In Folge dieser hygroskopischen Eigenschaft findet sich auf den Stützen, welche den elektrischen Körper tragen, eine um so dickere Feuchtigkeitsschicht, je feuchter die Luft ist, und diese macht dann die Stützen wenigstens an ihrer Oberfläche leitend. Besonders das Glas ist ein ziemlich hygroskopischer Körper, es ist daher zweckmässig, die Oberfläche der zu solchen isolirenden Stützen bestimmten Glasstäbe mit einer weniger hygroskopischen und isolirenden Substanz, z. B. mit einem Schellackfirniss, zu überziehen.

Da ferner der Wasserdampf in der Luft unter sonst gleichen Verhältnissen um so weiter von seinem Sättigungszustande entfernt ist, je höher die Temperatur der Luft ist, und da ebenfalls die Bildung der feuchten Schicht auf den hygroskopischen Körpern um so weniger leicht geschieht, je höhere Temperatur diese besitzen, so ist es zweckmässig, die meisten elektrischen Versuche, bei welchen in der Regel gute Isolationen erforderlich sind, in nicht zu geringen Temperaturen, ja selbst zuweilen nach vorgängiger Erwärmung der Isolatoren, anzustellen, um wenigstens den Elektricitätsverlust so gering als möglich zu machen.

§. 224.

Wenn man dem Knopfe eines nichtgeladenen Goldblättchenelektroskops einen elektrischen Körper nähert, ohne ihn aber mit diesem in Berührung zu bringen, so sieht man die Goldblättchen divergiren, und zwar um so mehr, je näher der elektrische Körper dem Knopfe kommt. Zieht man alsdann den elektrischen Körper zurück, so fallen die Blättchen wieder zusammen. Es werden also die Blättchen nicht blos durch Berührung mit einem elektrischen Körper elektrisirt, sondern auch schon durch eine Wirkung dieses aus der Ferne, die aber nur dann merklich wird, wenn diese Entfernung nicht zu gross ist. Dass aber hier keine eigentliche Mittheilung der Elektricität von dem elektrischen Körper an das Elektroskop stattfindet, wie wir sie bei der Berührung annehmen, zeigt sich darin, dass die Elektricität mit der Entfernung des elektrischen Körpers wieder verschwindet, während sie nach stattgefundener Berührung auch dann noch fortdauert, wenn der elektrisirende Körper zurückgezogen ist.

Man kann diesen Versuch noch ein wenig abändern, indem man das Elektroskop durch Berührung mit einer bestimmten, z. B. positiven, nicht zu grossen Elektricitätsmenge ladet, so dass die Blättchen mässig divergiren.

Nähert man alsdann einen ebenfalls positiv elektrischen Körper, so sieht man die Blättchen während der Annäherung stärker divergiren, oder die positive Elektricität derselben steigen, und bei der Entfernung allmählig wieder auf ihre frühere Divergenz zurückkehren, also wieder schwächer elektrisch werden. Nähert man dagegen dem Knopfe des positiv geladenen Elektroskops einen negativ elektrischen Körper, so nimmt die Divergenz ab, und bei der Entfernung wieder zu. Daraus ergiebt sich, dass die bei der Annäherung eines elektrischen Körpers an den Knopf eines Elektroskops in den Blättchen desselben erregte Elektricität gleichartig mit der des erregenden Körpers ist.

Stellt man den Versuch mit einem ähnlichen Elektroskope an, in welchem aber die Goldblättchen durch zwei an seidenen Fäden neben einander herabhängenden Hollundermarkkugeln ersetzt sind, so beobachtet man während der Annäherung des elektrischen Körpers an den Knopf eine solche Divergenz nicht, wohl aber wenn man die Kugeln statt an isolirenden seidenen Fäden, an leitenden Metalldrähtchen oder feuchten leinenen Fäden aufhängt. Daraus folgt also, dass die Erregung der Elektricität durch Wirkung eines elektrischen Körpers in die Ferne auf einen andern (natürlich isolirten) Körper nur dann stattfindet, wenn dieser die Elektricität gut leitet, nicht aber wenn er ein Isolator ist. Diese Erregungsart setzt daher eine leichte Beweglichkeit der Elektricität in dem zu elektrisirenden Körper voraus.

Diese Erscheinung lässt sich nun nach den bisher schon gewonnenen Kenntnissen von der Elektricität auf folgende Weise deuten. Auf die neutrale Elektricität in dem der Wirkung des elektrischen Körpers ausgesetzten Leiter werden von der Elektricität dieses zwei entgegengesetzte Kräfte ausgeübt, die gleichnamige wird abgestossen, die ungleichnamige angezogen, und da sich beide in dem Leiter bewegen können, so wird die erstere nach dem von dem elektrisirenden Körper abgewandten Ende des Leiters, die letztere nach dem ihm zugewandten Ende getrieben. Da aber beide sich ebenfalls gegenseitig anziehen, so wird keine vollständige Trennung beider eintreten, sondern am einen Ende die eine, am andern Ende die andere vorwiegen, und zwischen beiden sich ein allmähliger Uebergang finden, der eine indifferente Stelle bedingt, d. h. eine solche, wo beide in gleicher Menge vorhanden sind, oder neutrale Elektricität sich findet. Sobald aber die scheidende Kraft wegfällt, indem der elektrisirende Körper zurückgezogen wird, so muss sich in Folge eben jener Anziehung allenthalben in dem Leiter der neutrale Zustand wieder herstellen, d. h. die freie Elektricität verschwinden.

Man nennt hiernach einen in dieser Weise elektrisirten Körper durch Vertheilung oder durch Influenz elektrisirt.

Ist die gegebene Deutung der Erscheinung richtig, so folgt daraus, dass an einem durch Vertheilung elektrischen Körper sich beide freie Elektri-

citäten, aber von einander geschieden, und durch eine Indifferenzstelle von einander getrennt finden müssen.

Nun lässt sich zunächst durch einen Versuch zeigen, dass an einem durch Influenz elektrischen Leiter sich wirklich zwei von einander entfernte Maxima der elektrischen Wirkung und zwischen ihnen eine unelektrische Stelle findet. Denn wird dem einen Ende eines isolirten längern Leiters ein elektrischer Körper genähert, und hängen an verschiedenen Stellen des Leiters Goldplättchenpaare oder leitende Pendelpaare herab, so sieht man diese an den Enden am meisten divergiren, nach der Mitte zu aber schwächer und in der Mitte oder dieser nahe gar nicht. Um aber nachzuweisen, dass die auf den beiden Hälften des Leiters vorhandenen freien Elektricitäten entgegengesetzter Art sind, was auf einem directen Wege etwas schwierig sein würde, kann man statt eines isolirten Leiters zwei ebenfalls isolirte, aber einander berührende anwenden, die zusammen einen einzigen längern Leiter bilden. Trennt man diese, während sie unter der Influenzwirkung des elektrischen Körpers noch stehen, und entfernt sie dann von diesem, so können sich nun die geschiedenen Elektricitäten nicht wieder vereinigen. Jeder der beiden Leiter ist also auch nach der Entfernung des elektrischen Körpers noch elektrisch, und die Untersuchung der Elektricitäten zeigt, dass auf dem dem elektrisirten Körper zunächst gewesenen Leiter sich die entgegengesetzte Elektricität von der dieses befindet, auf dem andern aber gleichnamige.

Noch in einer andern Weise kann man einen Leiter durch Influenz dauernd elektrisiren, und zeigen, dass auf dem dem elektrisirenden Körper nächstliegenden Ende sich die entgegengesetzte Elektricität von der des elektrisirenden findet. Setzt man ihn nämlich an seinem abgewandten Ende, während er unter der Wirkung des elektrisirenden Körpers sich befindet, einige Zeit in leitende Verbindung mit der Erde, so wird dadurch die gleichnamige Elektricität fortgeführt, die Scheidung der Elektricitäten in dem Leiter also begünstigt, und wenn dann die leitende Verbindung wieder aufgehoben wird, ehe der vertheilende Körper entfernt ist, so bleibt nun die gewonnene Elektricität auf dem Leiter auch nach Entfernung dieses noch, und die Untersuchung derselben giebt sie dann als ungleichnamig mit der des influencirenden Leiters zu erkennen.

§. 225.

Die Elektrisirung durch Vertheilung bietet einige Mittel zur Vervollkommnung des Elektroskops und seines Gebrauches dar. Befestigt man nämlich an der Innenwand des Glases, in welchem die Goldblättchen hängen, einander gegenüber und etwa in der Richtung, in der sich die Goldblättchen beim Divergiren bewegen, zwei Metallstreifen, z. B. Stanniolblättchen, die mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt sind, so wird, wenn

in den Goldblättchen sich freie, z. B. positive, Elektricität findet, auf die neutrale Elektricität der Stanniolstreifen eine scheidende Kraft ausgeübt, vermöge der negative in diesen sich ansammelt, und positive in die Erde abgeleitet wird. Die so gewonnene negative Elektricität übt aber auf die positive in dem gegenüberliegenden Goldblättchen eine anziehende Kraft aus, und vergrössert dadurch die Divergenz der Goldblättchen, die durch deren gleichnamige Elektrisirung hervorgebracht wird, indem jedes negativ elektrische Stanniolblättchen das ihm nächstliegende positiv elektrische Goldblättchen stärker anzieht, als das entferntere. Auf diese Weise wird also die Empfindlichkeit des Instrumentes gesteigert, und so können schwache Elektricitäten, welche an sich kaum merkliche Divergenzen der Goldblättchen hervorbringen würden, vermöge dieser vertheilenden Wirkung merklich gemacht werden.

Hinsichtlich des Gebrauchs aber, den man von dem Elektroskop zur Prüfung der Elektricitätsart eines elektrischen Körpers macht, ergiebt sich, dass es dabei nicht nöthig ist, denselben mit dem Knopfe des mit einer bekannten Elektricitätsart geladenen Elektroskops in Berührung zu bringen, sondern dass schon eine Annäherung genügt. Gleichartige Elektricität des Körpers bringt eine grössere, ungleichartige eine schwächere Divergenz der Goldblättchen hervor. Ausserdem dass hierbei die Elektricität des zu prüfenden Körpers nicht durch Mittheilung an das Elektroskop geschwächt wird, hat man noch den Vortheil einer grössern Sicherheit. Denn wenn man den zu prüfenden Körper langsam aus hinreichender Entfernung annähert, so tritt die Wirkung allmählig ein, und man hat nicht zu besorgen, dass, wie bei der Berührung es stattfinden kann, die Elektricität des Elektroskops plötzlich umgewandelt wird, wobei ein momentanes Zufammenfallen, welchem gleich wieder Divergenz folgt, leicht übersehen werden könnte.

Ferner ergiebt sich aus der Vertheilung eine einfache Vorstellung von der Wirkung eines elektrischen Körpers auf einen unelektrischen, die mehr mit der Wirkung elektrisirter Körper auf elektrisirte übereinstimmt, als wenn wir, wie es bei der ersten Betrachtung wohl möglich wäre, eine unmittelbare Wirkung auf den unelektrischen Körper annehmen wollten. Indem nämlich ein elektrischer Körper einem unelektrischen, z. B. der Kugel eines elektrischen Pendels, genähert wird, übt die, z. B. positive, Elektricität desselben eine scheidende Wirkung auf die neutrale Elektricität der Kugel aus, bringt dadurch die negative Elektricität auf die ihr nächstliegende Seite der Kugel, die positive auf die entgegengesetzte. Wenn aber die negative Elektricität der Kugel so weit sich dem positiv elektrischen Körper genähert hat, als es innerhalb der Kugel möglich ist, so kann sie sich nun jenem nicht weiter nähern, ohne zugleich die Kugel mit sich in derselben Richtung zu bewegen. Das Nämliche gilt nun freilich von der abgestossenen positiven Elektricität der Kugel; auch diese wird, wenn sie innerhalb der

Kugel bis auf eine gewisse Entfernung von der positiven Elektricität des elektrischen Körpers gekommen ist, sich nicht weiter von demselben entfernen können, ohne die Kugel mit sich fortzuführen. Nun ist freilich die Menge der freien positiven und der freien negativen Elektricität in der Kugel gleich, und man sollte daher meinen, dass aus dieser elektrischen Wirkung keine Bewegung der beide Elektricitäten tragenden Kugel erfolgen könnte. Allein die negative Elektricität ist dem elektrischen Körper näher als die positive, und da schon unsere ersten Versuche zeigen, dass die Anziehung oder Abstossung zwischen den Elektricitäten um so grösser ist, je näher dieselben einander sind, so wird die Anziehung der negativen Elektricität und die daraus resultirende auf die Kugel ausgeübte bewegende Kraft grösser sein als die Abstossung der positiven, und die dieser entsprechende der Kugel, die Kugel also dem elektrischen Körper sich nähern müssen.

Ein unelektrischer Körper wird also auf eine mittelbare Weise von einem elektrischen Körper angezogen, dadurch dass die in ihm enthaltene Elektricität zunächst geschieden, und dann die nähere negative Elektricität von dem positiv elektrischen Körper stärker angezogen als die entferntere positive abgestossen wird, die Elektricitäten aber, wenn sie an die Grenzen der Kugel gelangt sind, sich nicht ohne diese bewegen können, indem die umgebende isolirende Luft ein Verlassen der Kugel ihnen verwehrt.

Wenn aber die angezogene Kugel den elektrischen Körper berührt, so kann die negative in der Nähe des Berührungspunktes angehäufte Elektricität die Kugel verlassen, auf den elektrischen Körper übergehen, und es bleibt nur die positive Elektricität auf dieser. Es tritt dann sogleich die abstossende Wirkung zwischen dieser und der positiven Elektricität des elektrischen Körpers ein, und damit die Abstossung der Kugel. Aber indem die negative Elektricität auf dem elektrischen Körper sich mit einem Theile seiner positiven Elektricität zu neutraler vereinigt hat, ist die freie positive Elektricität dieses vermindert, und zwar um eben so viel als freie positive Elektricität auf der Kugel geblieben ist, denn eben so viel negative hat diese verlassen und eben so viel positive unwirksam gemacht. Der Erfolg ist also derselbe, als wenn von dem elektrischen Körper ein Theil seiner freien positiven Elektricität auf die Kugel unmittelbar übergegangen wäre, indem der Ueberschuss der positiven Elektricität über die negative durch die Berührung nicht verändert ist, sondern nur die Art der Vertheilung derselben auf den beiden Kugeln.

Endlich sieht man, dass vermöge der Vertheilung streng genommen nie blos diejenige Elektricität ins Spiel kommt, welche wir frei auf einem Körper den Versuchen unterwerfen, sondern dass auf den umgebenden Körpern ebenfalls freie Elektricitäten sich finden, welche mitunter auf die Resultate der Versuche von Einfluss sind. Die Schwierigkeit, die ausserwesent-

lichen Einwirkungen dieser durch Vertheilung erregten Elektricitäten zu vermeiden, ist es besonders, welche feinere elektrische Versuche erschwert, selbst zuweilen bei nicht gehöriger Beachtung zu scheinbar einander widersprechenden Resultaten verschiedener Beobachter geführt hat. Besonders störend wird sie ebenfalls durch die hygroskopische Eigenschaft des Glases, wodurch dieses an seiner Oberfläche in verschiedenen Graden elektrisch gemacht wird, und Einwirkungen entstehen, welche unberechenbar sind.

§. 226.

Im Goldblättchenelektroskope und ähnlichen Apparaten besitzen wir zwar Instrumente, durch welche wir die Elektricität eines Körpers und die Art derselben erkennen, auch mitunter Schätzungen der Stärke oder Menge derselben anstellen können, indem eine stärkere Divergenz der Goldblättchen auf das Vorhandensein einer grössern Menge freier Elektricität in dem geladenen Elektroskope schliessen lässt; allein eigentliche Messungen lassen sich mit Hülfe desselben nicht vornehmen. Wenn aber einer mit freier Elektricität geladenen Kugel eine andere mit der gleichen Elektricitätsart geladene ausgesetzt wird, und wir im Stande sind, die Kraft zu bestimmen, mit welcher diese beiden sich in einer bestimmten constanten Entfernung von einander abstossen, zo wird diese Kraft offenbar als ein Maass des Products der auf den beiden Kugeln enthaltenen Elektricitätsmengen angesehen werden können. Sind die beiden Kugeln unter einander ganz gleich, und werden sie in derselben Weise elektrisirt, z. B. dadurch, dass sie in Berührung mit einander mit einem elektrischen Körper in Berührung gebracht, und erst nachdem dieser entfernt ist, von einander getrennt werden, so wird sich auf jeder von beiden gleich viel freie Elektricität finden, und die Kraft, mit welcher sie sich gegenseitig abstossen, wird dann ein Maass des Quadrats der auf einer der beiden Kugeln enthaltenen Elektricitätsmenge sein. Um aber die Kraft zu messen, mit der sich die beiden Kugeln in einer bestimmten Entfernung von einander abstossen, bietet die Torsionswage ein Mittel dar, da sich durch diese sehr kleine Kräfte mit grosser Genauigkeit messen lassen.

Befestigt man die eine Kugel an dem einen Ende eines leichten und isolirenden Hebelarms, z. B. einem Schellackfaden, den man horizontal an einem feinen Drahte aufhängt, indem man das Gewicht der Kugel am andern Ende des Hebelarms durch ein entsprechendes Gegengewicht äquilibrirt, so wird, wenn das obere Ende des Drahtes befestigt ist, der Hebelarm sich vermöge der Torsion des Fadens in ein bestimmtes Azimuth einstellen. Um ihn aus diesem um einen bestimmten Winkel abzulenken, wird man auf ihn ein Drehungsmoment wirken lassen müssen, welches theils der Torsionskraft des Drahtes, theils der Ablenkung proportional ist, oder wenn man dieses Moment durch eine auf die Kugel wirkende Kraft hervorbringt, so

wird bei derselben Wage diese Kraft der Ablenkung proportional sein, die eine also durch die andere gemessen werden können. Stellt man nun die zweite Kugel durch isolirende Stützen fest so auf, dass beide Kugeln, wenn sie nicht elektrisirt sind, einander in Folge der Torsion des Drahtes gerade berühren, so wird nach der gemeinschaftlichen Elektrisirung die bewegliche Kugel von der festen abgestossen werden. Werde dadurch der Hebelarm z. B. nach der linken Seite gedreht, dann wird man den obern Aufhängepunkt nach rechts herum drehen müssen, um die Kugeln einander wieder zu nähern. Zu diesem Zwecke wird der Draht an einer drehbaren Scheibe, dem sogenannten Torsionskreise, befestigt, an welchem eine Kreistheilung und ein dieser gegenüberstehender Index die Grösse der Drehung zu beobachten erlaubt. Mit Hülfe dieses werden die beiden Kugeln bis auf eine bestimmte Entfernung einander genähert. Um diese nach Belieben wählen und genau erhalten zu können, ist das Glasgefäss, in welchem die Kugeln sich befinden, äusserlich in der Höhe, in welcher diese hängen, mit einer Theilung versehen, und man beobachtet den Stand eines Index an dem der Kugel entgegengesetzten Ende des Hebels auf dieser. Der Winkel φ, um welchen der Torsionskreis nun gedreht werden musste, um den Hebelarm in die bestimmte Stellung zu bringen, worin er mit der ersten Stellung etwa den Winkel α bilden möge, wird um den Winkel α vergrössert, ein Maass der elektrischen Abstossung zwischen beiden Kugeln, und damit auch ihrer Elektricitätsmengen sein; oder wenn man dieselbe Messung wiederholt, nachdem man die Kugeln mit andern Elektricitätsmengen geladen hat, und dann den Torsionskreis aus seiner ursprünglichen Stellung um den Winkel φ' drehen muss, damit die Kugeln wieder in die erste Entfernung von einander kommen, oder der Hebelarm wieder um den Winkel α aus der ursprünglichen Stellung abgelenkt ist, so werden sich die elektrischen Abstossungskräfte in beiden Versuchen, wie $\varphi + \alpha$ zu $\varphi' + \alpha$ verhalten, oder die Mengen, mit welchen die Kugeln geladen waren, wie $\sqrt{\varphi + \alpha} : \sqrt{\varphi' + \alpha}$. Dabei sind die Winkel φ und φ' im entgegengesetzten Sinne wie α zu zählen.

Wollte man bei den verschiedenen Versuchen dem Winkel α verschiedene Werthe ertheilen, so würden die Beobachtungen sich nicht unmittelbar zum Vergleich der Elektricitätsmengen beobachten lassen, weil dieselben Elektricitätsmengen in verschiedenen Entfernungen von einander sich mit verschiedener Stärke abstossen.

Man kann jedoch die Torsionswage auch benutzen, um das Gesetz zu finden, nach welchem die Stärke der Abstossung mit der Entfernung der Kugeln von einander sich ändert. Wenn man nämlich die Kugeln immer mit derselben Elektricitätsmenge ladet, aber bei den einzelnen Versuchen dem Winkel α verschiedene Werthe giebt, so kann man aus der beobach-

teten Grösse desselben und aus den Radius des Kreises, in welchem sich bei der Drehung des Hebels der Mittelpunkt der beweglichen Kugel dreht, die Entfernung der Mittelpunkte der beiden Kugeln von einander berechnen, und diese berechneten Entfernungen und die zugehörigen Werthe der dazu erforderlichen Torsion mit einander vergleichen.

Bei der Ausführung dieser Versuche findet nun freilich die Schwierigkeit statt, dass man nicht immer den Kugeln genau dieselben Elektricitätsmengen wieder ertheilen kann. Am einfachsten scheint es freilich zu sein, die Versuche ohne neue Ladungen der Kugeln, nachdem man sie einmal geladen hat, zu machen, und dieses Verfahren würde auch das sicherste sein, wenn nicht schon in Folge des früher erwähnten immer stattfindenden Elektricitätsverlustes durch die Luft die Elektricitätsmenge der Kugeln sich beständig während der Versuche selbst verminderte, und dadurch bei längerer Dauer der Versuche die Abstossung bald zu gering würde, um genaue Resultate geben zu können.

Allein die Versuche, die in dieser Hinsicht angestellt sind, haben gezeigt, dass die Elektricitätsmenge auf einem nur diesem Verluste ausgesetzten Körper nahezu durch die Glieder einer fallenden geometrischen Reihe bei arithmetisch zunehmender Zeit ausgedrückt wird. Wenn man nämlich einen isolirten von Luft umgebenen grösseren Körper, dem man auf eine der später zu beschreibenden Weisen eine hinlängliche Elektricitätsmenge ertheilt hat, benutzt, um durch Anlegung einer der beiden Kugeln der Torsionswage an ein und dieselbe bestimmte Stelle desselben diese und dann auch die andere zu elektrisiren, und nach der vorher beschriebenen Methode die den Kugeln zu verschiedenen Zeiten mitgetheilten Elektricitätsmengen misst, so ergiebt sich daraus das obige Gesetz. Der Exponent der geometrischen Reihe ist freilich zu verschiedenen Zeiten je nach dem Zustande der Luft verschieden, aber wenn dieser während der Versuche nicht merklich geändert wird, so kann man denselben durch einige Hülfsversuche vor und nach den Hauptversuchen ermitteln, und dann indem man bei letztern die Zeiten beobachtet, wann die Kugeln durch Anlegung an den grössern elektrischen Körper elektrisirt werden, die relativen Elektricitätsmengen berechnen, welche sie erhalten. Hiernach lassen sich alsdann die bei verschiedenen Werthen des Winkels α beobachteten Abstossungen auf diejenigen reduciren, welche man beobachtet haben würde, wenn die Kugeln immer mit gleichen Elektricitätsmengen geladen wären, und so das Gesetz ermitteln, nach welchem gleiche in den beiden Kugeln enthaltene Elektricitätsmengen bei verschiedenen Abständen der Mittelpunkte dieser sich gegenseitig abstossen. Nach diesen und ähnlichen Methoden pflegt man bei solchen Messungen so wie überhaupt bei zusammenhängenden Messungsreihen von Elektricitätsmengen zu verfahren, um sich von dem Elektricitätsverlust durch die Luft unabhängig zu machen. Auch ist es zweckmässig solche Messungreihen, wenn

es angeht, in umgekehrter Ordnung zu wiederholen, um durch Mittelnehmen aus den einander entsprechenden Beobachtungsdaten die Fehler bei diesen Eliminationen zu verringern. Man muss ferner bei derartigen wiederholten Messungen darauf achten, dass die isolirenden Theile nicht durch allmählige Elektrisirung störend einwirken, und dazu die immer nach und nach auf sie übergehende Elektricität vor jedem neuen Versuche fortnehmen. Es geschieht dieses, wie Riess gefunden hat, am Besten durh Bestreichen derselben mit der Flamme einer Spirituslampe.

§. 227.

Die im vorigen Paragraphen beschriebenen Messungen können nun zunächst zu dem ganz besondern Zwecke angestellt werden, für eine gegebene Torsionswage die Abhängigkeit zu ermitteln, welche zwischen der Entfernung der Mittelpunkte der mit constanten Elektricitätsmengen geladenen Kugeln und der Stärke ihrer gegenseitigen Abstossung besteht, um dadurch ein Mittel zu erhalten, Elektricitätsmengen bei beliebigen Grössen dieser Entfernungen, wie sie eben für den vorliegenden Zweck am räthlichsten sind, mittelst desselben messen und auf ein für alle mit derselben Torsionswage gemessenen Elektricitätsmengen gemeinschaftliches Maass zurückführen zu können, dadurch also die Brauchbarkeit der Torsionswage zu erhöhen.

Ausserdem aber kann man dadurch noch eine zweite allgemeinere Aufgabe lösen, nämlich das Gesetz aufzufinden, wornach die abstossende Kraft zweier gleichartigen Elektricitätstheilchen auf einander mit ihrer gegenseitigen Entfernung sich ändert. Die Abstossung zwischen den beiden Kugeln rührt nämlich daher, dass jedes Elektricitätstheilchen der einen auf jedes Elektricitätstheilchen der andern eine Abstossung ausübt. Diese einzelnen Abstossungen werden nun sowohl ihrer Grösse als auch ihrer Richtung nach verschieden sein, und die Resultante derselben, welche wir in der Abstossung der Kugeln beobachten, hängt von der Vertheilung der Elektricität in den Kugeln, also ausser von der Entfernung dieser von einander von den Dimensionen dieser ab. Bei verschiedenen Entfernungen der Kugeln von einander wird diese Vertheilung der Elektricität eine verschiedene sein müssen.

Andererseits darf man aber voraussetzen, dass auf einer mit freier Elektricität geladenen homogenen Kugel, welche allen äussern elektrischen Einflüssen entzogen ist, die Elektricität sich symmetrisch um den Mittelpunkt der Kugel vertheilt, und dass, wenn eine solche Kugel dann in die Nähe einer andern ebenfalls elektrischen gebracht wird, zwar die Vertheilung sich ändert, aber um so weniger, je beträchtlicher der Abstand beider Kugeln von einander im Vergleich mit ihren Dimensionen ist. Ebenfalls ist es eine von selbst einleuchtende Voraussetzung, die stillschweigend dem Gebrauche der elektrischen Torsionswage unterliegt, dass die Vertheilungs-

weise einer kleinern und einer grössern Elektricitätsmenge auf einer stets denselben äussern Umständen ausgesetzten Kugel immer die nämliche ist.

Wenn aber die Dimensionen der Kugeln nur klein gegen die Entfernung ihrer Mittelpunkte von einander sind, so werden die einzelnen in Betracht kommenden abstossenden Kräfte sowohl ihrer Grösse als ihrer Richtung nach wenig von einander und von derjenigen verschieden sein, die sich ergeben würde, wenn alle einzelnen Elektricitätstheilchen in die Mittelpunkte ihrer Kugeln gesetzt würden. Die Resultante der sämmtlichen Abstossungen wird dann nahezu der Summe aller einzelnen in der Richtung der die Mittelpunkte beider Kugeln verbindenden Grade wirkenden Abstossungen gleich sein, oder sie wird sich nur wenig von derjenigen Abstossung unterscheiden, welche man beobachten würde, wenn man die ganze freie Elektricitätsmenge jeder Kugel in den Mittelpunkt derselben versetzte.

Nun hat Coulomb und nach ihm Andere durch genaue Messungen an der Torsionswage gefunden, dass wenn die Dimensionen der Kugeln nur klein gegen die Abstände ihrer Mittelpunkte sind, die Abstossungen nahezu den Quadraten jener Abstände umgekehrt proportional sind, und dass dieses um so genauer stattfindet, je mehr jene Bedingung erfüllt ist. Daraus lässt sich dann schliessen, dass dieses genau stattfinden würde, wenn wir die Elektricitätsmenge jeder Kugel genau in ihrem Mittelpunkte concentriren könnten. Das Grundgesetz für die Abstossung zwischen zwei gleichartigen Elektricitätsmengen e und e', die sich in der Entfernung r von einander befinden, wird also durch die Formel $\frac{ee'}{rr}$ dargestellt werden können.

In einer ganz ähnlichen Weise wie die Abstossung zwischen gleichartigen Elektricitäten lässt sich nun auch die Anziehung ungleichartiger Elektricitäten mittelst der Torsionswage finden, und dann ergiebt sich für diese dasselbe Gesetz wieder. Wenn wir daher eine abstossende Kraft als eine positive betrachten, also eine anziehende als eine negative, e oder e' positiv oder negativ nehmen, je nachdem die dadurch vorgestellte Elektricitätsmenge der einen oder der andern Art ist, so wird der Ausdruck $\frac{ee'}{rr}$ sowohl der Grösse als der Richtung nach die zwischen den beiden Elektricitätsmengen e und e' in der Entfernung r von einander thätige Kraft bezeichnen.

Die zwischen zwei Elektricitätstheilchen wirksame Kraft ist daher nach einem ganz ähnlichen Gesetze bestimmt, wie die in der Gravitation zur Erscheinung kommende Kraft zwischen zwei Theilchen ponderabeler Materie. Aber wie dieses letztere sich nur auf die Anziehungen derselben aus messbaren Entfernungen bezieht, und das Vorhandensein von andern in unmessbar kleinen Entfernungen nur merklichen Kräften nicht ausschliesst, so gilt auch das elektrische Grundgesetz nach dieser Herleitung zunächst nur für die in messbaren Enfernungen thätigen Anziehungs- und Abstossungs-

kräfte der Elektricitäten unter einander. Nach seiner Annahme brauchen wir zwischen einer elektrischen und einer ponderabeln Masse keine in messbaren Entfernungen unmittelbar wirksame Kraft vorauszusetzen, denn dasselbe genügt, wie wir weiter noch sehen werden, um die durch die Reibungselektricität hervorgerufenen Bewegungen der Körper ohne eine solche Annahme zu erklären, wenn wir nur noch darauf Rücksicht nehmen, dass die Körper der Bewegung der Elektricität sehr verschiedene Widerstände entgegensetzen, nämlich die Leiter sehr geringe, die Isolatoren sehr beträchtliche, so dass die Elektricität einen elektrisirten oder isolirten Leiter gar nicht, oder wenigstens nur schwierig verlassen kann, indem sie den Widerstand der umgebenden Isolatoren erst überwinden muss.

Um aber diesen Widerstand der Körper gegen die Bewegung der Elektricität so wie die Scheidung der neutralen bei der Reibung derselben an einander zu verstehen, müssen wir zwischen den elektrischen und den übrigen Materien Molecularkräfte oder solche Kräfte annehmen, die in unmessbar kleinen Entfernungen merklich sind, weil sonst gar keine Wirkung der Elektricität auf einen ponderabeln Körper möglich sein würde, und diese sind es allein, welche wir direct beobachten können, und durch die wir erst mittelbar Kunde von dem Dasein der Elektricität erhalten.

Diese Vorstellung von der Elektricität und ihrem Verhältnisse zu der sonstigen Materie schliesst aber die Frage aus, ob die Elektricität eine ponderabele Materie sei, indem alle Bewegungen elektrischer Körper, so weit man sie bis jetzt beobachtet hat, eine Annahme unmittelbarer Anziehung aus der Ferne zwischen der sonstigen Materie, also auch der Erde, und der Elektricität nicht erforderlich machen. Die Resultante der von allen einzelnen Theilen der Erde auf ein ponderabeles Theilchen ausgeübten Anziehungen aus der Ferne aber ist es, welche wir die Schwere genannt haben. Die Elektricitäten müssen daher als imponderabele, d. h. der Schwere nicht unterworfene, Materien gedacht werden. Würde aber eine feinere Untersuchung ergeben, dass dennoch die Elektricität als eine schwere Materie betrachtet werden müsste, so würde damit jene Annahme umgestossen sein, wenigstens eine Modification erfordern, wonach man in der Wirkung zweier elektrischen Körper auf einander die rein elektrischen Kräfte und die unmittelbar in Distanz wirkenden Kräfte zwischen der Elektricität und der ponderabeln Materie zu sondern hätte. Indessen lässt sich nach unsern jetzigen Kenntnissen sagen, dass, wenn eine solche Wirkung auch wirklich stattfände, sie jedenfalls gegen die rein elektrische so verschwindend klein sein müsste, dass wir bei den meisten Versuchen davon absehen können, und nur die letztere allein zu betrachten brauchen, wo es sich um die Ermittelung der anziehenden oder abstossenden Kraft handelt, welche ein elektrischer Körper auf einen andern aus der Ferne ausübt.

§. 228.

Wie wir nun gesehen haben, dass es möglich sein würde, für das Maass der ponderabeln Massen eine absolute Maasseinheit festzustellen, welche keine andern willkürlich festgesetzten Maasseinheiten voraussetzt, als eine für die räumlichen Grössen, und eine für die Zeit, wornach nämlich die absolute Maasseinheit der ponderabeln Masse diejenige Menge derselben wäre, welche in einem Punkte concentrirt auf eine ihr gleiche und in der Einheit der Entfernung von ihr befindliche eine beschleunigende Kraft = 1 ausübte, so würde man auch für die elektrischen Massen ein solches Maass aufstellen können. Es würde also das absolute Maass der Elektricitätsmengen diejenige sein, welche in einem Punkte concentrirt auf eine ihr gleiche und in der Einheit der Entfernung von ihr befindliche eine der Einheit der bewegenden Kräfte gleiche Kraft ausübte.

In den elektrischen Versuchen beobachten wir aber direkt nur die Bewegungen ponderabeler Körper, deren Massen man in der Regel nicht nach einem absoluten, sondern nach einem willkürlich als Einheit angenommenen Maasse (dem Milligramm) misst. Denken wir uns nun mit dieser Masseneinheit der ponderabeln Masse eine gewisse vorerst noch unbestimmte Elektricitätsmenge fest verbunden, so dass die eine sich nicht bewegen kann, ohne die andere in derselben Weise mitzubewegen, denken wir ferner diese beiden Massen in einem Punkte concentrirt, und in der Einheit der Entfernung von demselben eine ebenfalls in einem Punkte concentrirte Elektricitätsmenge vorhanden, welche der mit der ponderabelen Masse verbundenen gleich ist; sind endlich diese beiden Elektricitätsmengen so bestimmt, dass die beschleunigende Kraft, welche die freie Elektricität auf die andere und die mit ihr verbundene ponderabele Masse ausübt, der Einheit der beschleunigenden Kräfte gleich ist, so wird auch diese Elektricitätsmenge in gewisser Weise als ein absolutes Maass der Elektricität angesehen werden können, nämlich als diejenige Einheit derselben, welche dem Maass der ponderabelen Masse entspricht.

Könnten wir sowohl das nach der ersten als das nach der zweiten Methode bestimmte Maass der Elektricitätsmenge ermitteln, und beide mit einander vergleichen, so würde sich daraus eine Vergleichung der Maasseinheiten der Elektricität und der ponderabelen Materie ergeben, und beide Arten der Materie könnten dann nach einem gemeinsamen Maasse ihrer Menge nach gemessen werden.

Durch die Torsionswage sind wir nun in den Stand gesetzt, die Elektricität nach dem zweiten dieser Maasse zu messen, indem darin die elektrische Anziehung oder Abstossung durch die Torsionskraft des Drahtes gemessen, diese aber nach bekannten Gesetzen auf die zwischen ponderabeln Massen thätige Kraft zurückgeführt, oder nach der Maasseinheit dieser gemessen werden kann.

In der Regel ist es freilich nicht nöthig, die so gemessenen Elektricitätsmengen nach diesem der ponderabeln Masseneinheit entsprechenden Maasse anzugeben, sondern so lange man sich einer und derselben Wage oder unter einander verglichener Wagen bedient, kann man auch ein beliebiges willkürliches Maass anwenden, wozu man in der Regel diejenige Elektricitätsmenge wählt, welche bei gemeinschaftlicher Ladung der Kugeln eine Abstossung hervorbringt, die einer Torsion des Drahtes der Wage um einen bestimmten Winkel, etwa 1°, das Gleichgewicht hält. Die Ladung jeder der Kugeln wird dann bei gleichem Abstande derselben von einander durch die Quadratwurzel aus der Torsion des Drahtes gemessen.

§. 229.

Wenn man das für die gegenseitige Abstossung und Anziehung gleichartiger und ungleichartiger Elektricitäten aufgestellte Gesetz als streng richtig annimmt, so lassen sich daraus Schlüsse auf die Vertheilung der Elektricität machen, die sich auf einem Leiter befindet, sowohl wenn dieser Leiter sich selbst überlassen ist, also wenn von Aussen her keine andern elektrischen Kräfte auf ihn einwirken, als auch wenn in seiner Nähe andere freie oder nur neutrale Elektricität enthaltende Leiter sich befinden.

Betrachten wir zuerst den Fall, dass ein mit freier Elektricität geladener Leiter ringsum bis auf hinreichende Entfernungen isolirt ist, so hängt die Vertheilung der freien Elektricität auf demselben nur von der gegenseitigen Abstossung zwischen den einzelnen Theilchen der freien Elektricität ab, indem die Wirkung der neutralen Elektricität auf diese immer Null sein muss. Indem aber die freie Elektricität vermöge der Abstossung ihrer Theile unter einander sich so weit ausbreitet, als es ihr die Ausdehnung des Leiters und der Widerstand der diesen umgebenden Isolatoren gestattet, wird sie sich allein an der Oberfläche des Leiters ansammeln und hier gleichsam eine unendlich dünne Schicht bilden.

Dieses Resultat wird nun durch directe Versuche bestätigt, denn wenn man in eine Hohlkugel von Metall, nachdem sie elektrisirt ist, durch eine Oeffnung die Kugel einer Torsionswage einführt, und an beliebigen Stellen im Innern an das Metall anlegt, so zeigt sie sich vollkommen unelektrisch, wenn sie aus derselben wieder heraus genommen ist. Ebenso findet man, wenn man eine Metallkugel mit zwei halbkugelförmigen dicht anschliessenden metallischen Hüllen umgiebt, und diese, nachdem das Ganze elektrisirt ist, fortnimmt, die innere Kugel unelektrisch, dagegen die Elektricität nur auf den beiden Hüllen, so dass also in einer messbaren Tiefe unter der Oberfläche eines mit freier Elektricität geladenen Leiters sich keine freie Elektricität findet, vorausgesetzt, dass die Elektricität in demselben zu einem Gleichgewichtszustande bereits gekommen, die Vertheilung also eine beständige geworden ist.

Die Gesammtheit der in der dünnen Oberflächenschicht enthaltenen Elektricität übt an irgend einem beliebigen Punkte des Raumes eine elektrische Kraft aus, deren Grösse und Richtung man finden würde, wenn man die Resultante aller von den einzelnen Elektricitätstheilchen in diesem Punkte ausgeübten Kräfte suchte. Damit nun der elektrische Zustand des Leiters ungeändert bleibt, ist es erforderlich, dass an allen Punkten im Innern desselben diese Resultante den Werth Null hat. Denn wenn dieses nicht der Fall wäre, so müsste die hier vorhandene neutrale Elektricität wegen ihrer leichten Beweglichkeit im Leiter geschieden werden, es könnte also ein Ruhezustand der Elektricität nicht stattfinden. Es muss also die Vertheilung der freien Elektricität an der Oberfläche, d. h. die Dicke oder Dichtigkeit der elektrischen Schicht an den verschiedenen Stellen dieser, eine solche sein, dass diese Bedingung erfüllt ist. Dieses ist der Grundsatz, aus welchem Poisson auf analytischem Wege die Gesetze der Vertheilung der Elektricität an der Oberfläche der Leiter abgeleitet, und für einige besonders wichtige Fälle im Einzelnen aufgestellt hat.

Dieser Grundsatz ist aber auch noch anwendbar, wenn es sich um die Vertheilung der Elektricität auf mehreren in hinlänglich kleinen Entfernungen von einander befindlichen Leitern handelt; es muss dann auch noch für einen jeden Punkt im Innern eines dieser Leiter dasselbe gelten, weil sonst hier neutrale Elektricität geschieden, und also die vorhandene elektrische Vertheilung gestört werden würde.

Nennen wir die Elektricitätsmenge, welche sich in einem bestimmten Stücke der oberflächlichen Schicht von stets demselben Querschnitt findet, die elektrische Dichtigkeit an dieser Stelle, so kann man in den einzelnen Fällen nach jenem Grundsatze und aus dem Gesetze für die elektrischen Kräfte die elektrische Dichtigkeit an den verschiedenen Stellen eines dieser Leiter berechnen, und indem man alsdann an diesen Stellen durch Berührung eine und dieselbe kleine Kugel ladet und die von ihr aufgenommenen Elektricitätsmengen in der Torsionswage misst, die Dichtigkeiten an diesen Stellen, oder vielmehr die Verhältnisse derselben zu einander experimentell bestimmen. Derartige experimentelle Untersuchungen sind von Coulomb und Andern angestellt worden, und die Resultate derselben stimmen auch in ihren numerischen Werthen, so weit es die Beobachtungsfehler erlauben, mit den von Poisson für dieselben Fälle berechneten Werthen überein. Daraus ergiebt sich dann ein noch strengerer Beweis für die Richtigkeit des der Theorie zu Grunde gelegten Gesetzes, als er unmittelbar durch die Torsionswage allein geführt werden konnte.

Für eine Kugel ergiebt sich, dass, wenn sie unter keinem äussern elektrischen Einflusse steht, wie es von vornherein einleuchtet, die Dichtigkeit an der Oberfläche überall gleich ist. Bei allen anders geformten Körpern ist dieses aber nicht mehr der Fall. An einem ellipsoïdischen, cylindrischen

oder konischem Körper z. B. ist die elektrische Dichtigkeit an den Enden seiner grössten Ausdehnung grösser als an den Enden aller übrigen Sehnen in demselben, und zwar um so mehr, je grösser die Längendifferenzen dieser Ausdehnungen sind. In sehr langen und dünnen Körpern wird daher die Elektricität fast gänzlich nach den Enden derselben hin gedrängt. Nun ist aber die Dichtigkeit an jeder Stelle offenbar der elektrischen Kraft proportional, welche hier die Gesammtheit der Elektricität hervorbringt, und der Druck, mit welchem die Elektricität gegen den umgebenden Isolator gedrückt wird, ist theils der Dichtigkeit der Schicht, theils der elektrischen Kraft an dieser Stelle proportional, d. h. dieser Druck ist dem Quadrate der Dichtigkeit proportional. Es wird also an den Enden solcher langgestreckter Leiter die Elektricität einen sehr beträchtlichen Druck gegen die umgebenden und die Elektricität in dem Leiter zurückhaltenden Isolatoren ausüben, und dasselbe gilt im Allgemeinen an allen scharfen Spitzen und Kanten.

Wenn nun entweder der Widerstand des umgebenden Isolators gegen die Bewegung der Elektricität, oder die Festigkeit dieses selbst schwächer ist, als der Druck, welchen die Elektricitätsschicht gegen ihn ausübt, so wird die Elektricität aus dem Leiter gedrängt, indem sie entweder in den Isolator eindringt, oder diesen zurücktreibt. Man sieht daher, dass in einen gegebenen Leiter nur eine gewisse Elektricitätsmenge eingeführt werden kann, ohne durch die umgebende Luft oder andere Isolatoren daraus zu entweichen, und dass diese Menge im Allgemeinen um so geringer ist, je mehr scharfe Kanten und Spitzen an demselben sich finden, oder je gestreckter seine Gestalt bei übrigens gleicher Oberflächengrösse ist. Da auf einer Kugel die Dichtigkeit an allen Stellen der Oberfläche gleich ist, so wird unter allen Körpern gleicher Oberfläche die Kugel die grösste Elektricitätsmenge aufnehmen können. Auf einer flachen kreisförmig oder anders gestalteten Scheibe findet sich die Elektricität auf beiden Seiten, aber dem Rande zu in weit beträchtlicher Dichtigkeit, als in der Nähe der Mitte.

Die Vertheilung der freien Elektricität auf der Oberfläche eines Leiters wird nicht nur geändert, wenn ein ebenfalls mit freier Elektricität geladener Leiter in seine Nähe gebracht wird, sondern auch dann schon, wenn überhaupt ein Leiter in seiner Nähe sich befindet. Die freien Elektricitäten nämlich, welche auf diesem durch die scheidende Kraft der freien Elektricität auf dem ersten Leiter geschieden sind, üben auf jene rückwirkend eine Kraft aus, in Folge deren die Vertheilung derselben sich ändert. Ohne eine genauere Betrachtung der numerischen Verhältnisse in einzelnen Fällen, die ebenfalls von Poisson berechnet und damit in Uebereinstimmung von Coulomb beobachtet sind, lässt sich im Allgemeinen übersehen, dass die Dichtigkeit der Elektricität auf dem ursprünglich elektrisirten Leiter am

grössten an dem Punkte sein wird, welcher irgend einem Punkte des genäherten Leiters am nächsten liegt. War vor der Annäherung des Leiters die Dichtigkeit an diesem Punkte schon so gross, als der Widerstand des angrenzenden Isolators, der Luft z. B., eben noch zuliess, so wird jene Annäherung eine Vermehrung des Druckes an dieser Stelle, und damit ein Entweichen der Elektricität hervorbringen müssen. Besonders wird dieses dann der Fall sein müssen, wenn der genäherte Leiter sehr gross ist, und eine gestreckte spitzenähnliche Gestalt hat, weil dann die auf ihm frei werdende gleichnamige Elektricität von dem elektrischen Körper sehr weit entfernt werden kann, und so die Vergrösserung der Dichtigkeit an der dem Leiter gegenüberliegenden Stelle und damit die Druckvergrösserung gegen den trennenden Isolator besonders begünstigt wird. Also auch in dieser Weise wirken Spitzen und scharfe Kanten von Leitern in der Nähe eines elektrisirten Körpers darauf hin, die Menge von Elektricität zu vermindern, welche derselbe aufnehmen kann, oder falls diese überschritten ist, die Elektricität aus demselben entweichen zu lassen.

Mit diesem Entweichen der Elektricität von einem elektrisirten Leiter, der sogenannten elektrischen Entladung, sind dann verschiedene auffallende Erscheinungen verbunden, namentlich häufig knisternde Funken u. dgl., welche wir später noch genauer werden kennen lernen.

Zweites Capitel.

Von der Erregung der Elektricität in grösserer Menge und ihrer Verstärkung.

§. 230.

Um die elektrischen Anziehungen und Abstossungen zu beobachten, genügten schon geringe Elektricitätsmengen, wie man sie durch Reiben eines Glasstabes oder einer Siegellackstange mit einem seidenen oder wollenen Tuche z. B. erhalten kann. Wenn man aber grössere Elektricitätsmengen gebrauchen will, etwa um die Vertheilungserscheinungen auf grössern isolirten Leitern zu beobachten, oder um die Erscheinungen in hinreichender Stärke zu erhalten, welche die elektrische Entladung begleiten, so muss man besondere Mittel anwenden, um diese herzustellen.

Das gewöhnlichste Instrument, dessen man sich zu diesem Zwecke bedient, ist die Elektrisirmaschine. Sie besteht wesentlich aus drei verschiedenen Theilen, einem Isolator, der durch Reiben elektrisch gemacht wird, einem Leiter, an welchem der Isolator gerieben wird, dem Reibzeuge, und einem Leiter, dem Conductor, in welchem die Elektricität sich ansammelt,

welche die Maschine liefert. Der geriebene Isolator besteht gewöhnlich aus Glas und bildet einen an einer Achse drehbaren Cylinder oder eine ebenfalls um eine Achse drehbare Scheibe. Das Reibzeug besteht aus einem oder mehreren ledernen Polstern, die durch Federn gegen die Scheibe gedrückt werden, und gewöhnlich mit ihrer Rückseite an einem metallischen Leiter befestigt sind, der durch Glasstützen isolirt ist, aber durch einen Draht oder eine Metallkette mit der Erde in leitende Verbindung gebracht werden kann; um die Kissen leitend zu machen, bestreicht man sie mit Hülfe von etwas Fett mit einem Amalgam, gewöhnlich von Zink, so dass dieses einen dünnen bis an den das Polster tragenden Leiter reichenden Ueberzug bildet. Wäre dieser leitende Ueberzug nicht vorhanden, würde also das Glas bei der Drehung an einem Isolator gerieben, so würde zwar auch beim Beginn des Drehens Elektricität geschieden, die Scheibe also an der geriebenen Stelle positiv, das Reibzeug negativ elektrisch werden. Aber indem die negative Elektricität auf dem letztern bleiben müsste, würde bald nach Beginn des Drehens die fernere Scheidung aufhören, indem die auf dem Reibzeuge vorhandene Elektricität, die positive Elektricität des Glases halten, die negative dagegen abstossen, und damit die scheidende Kraft, welche durch die Reibung hervorgebracht wird, compensirt würde. Durch den leitenden Ueberzug und durch die leitende Verbindung dieses mit der Erde wird es aber bewirkt, dass die auf dem Reibzeuge frei werdende Elektricität sogleich wieder neutralisirt wird, mithin bei der Drehung der Scheibe fortwährend eine Scheidung der Elektricitäten stattfindet. Würde also die positive Elektricität auf der Scheibe nicht neutralisirt, so würde sie nach einer oder einigen Drehungen ihrer ganzen Ausdehnung nach, wenigstens so weit sie gerieben wird, positiv elektrich geworden sein, und bei fortgesetzter Drehung sich in einem gleichsam constanten elektrischen Zustande befinden, indem die Reibung immer den Verlust der Elektricität, welcher etwa durch Uebergang an die Luft stattfände, ergänzte, und bewirkte, dass jede Stelle der Scheibe, unmittelbar nach dem Fortgange von dem Reibzeuge eine gewisse Elektricitätsmenge, entsprechend der scheidenden Kraft, besässe. Wird ausserdem an einer andern Stelle der Scheibe die Elektricität dieser auf irgend eine Weise neutralisirt, so wird die Drehung derselben bewirken, dass sie bei dem Vorübergange vor dem Reibzeuge wieder freie positive Elektricität erhält. Man kann nun diese freie positive Elektricität der Scheibe benutzen, um in einem genäherten Leiter Influenzelektricität zu erregen. Hierzu dient der Conductor, ein isolirter, gewöhnlich cylindrisch oder kugelförmig gestalteter Metallkörper von nicht zu kleiner Oberfläche, welcher mit einem ebenfalls metallischen Fortsatze, dem Einsauger, versehen ist; dieser endigt in eine Reihe von Spitzen, die gegen die Scheibe, soweit auf derselben sich freie Elektricität befindet, gerichtet und dieser ziemlich nahe gebracht sind. Indem irgend eine posi-

tiv elektrische Stelle der Scheibe diesen Spitzen sich nähert, scheidet sie die neutrale Elektricität derselben, die positive geht auf den Conductor über, die negative wird an den Enden der Spizen angesammelt, und von hier durch fortwährende Entladungen nach der Scheibe übergeführt, wodurch die positive Elektricität derselben neutralisirt, und die Scheibe fähig gemacht wird, bei weiterer Drehung von Neuem positiv elektrisch zu werden.

Könnte die auf dem Conductor frei werdende Elektricität von demselben gar nicht entweichen, oder würde sie nicht neutralisirt, so würde bald ein Zustand eintreten müssen, wo die Neutralisation der Scheibe vor den Spitzen aufhörte. Denn wenn auf dem Conductor eine gewisse Menge positiver Elektricität frei geworden wäre, so würde diese auch in die Spitzen getrieben werden, und dann natürlich keine negative Elektricität mehr auf die Scheibe übergehen können. Wenn aber durch den Verlust an die Luft oder auf andere Weise dem Conductor die freie positive Elektricität entzogen wird, so ersetzt die Maschine diesen Verlust nach ihrer Wirksamkeit in kürzerer oder längerer Zeit wieder.

Der Conductor bildet auf diese Weise eine mehr oder minder reiche Quelle von positiver Elektricität. Würde das Reibzeug statt mit der Erde mit diesem in leitende Verbindung gesetzt, so würde eine fortwährende Bewegung der beiden Elektricitäten in entgegengesetzten Richtungen in dem verbindenden Leiter stattfinden, nämlich der positiven vom Conductor zum Reibzeug, der negativen vom Reibzeug zum Conductor. Durch die Scheibe würde eine Bewegung der Elektricität in entgegengesetzter Weise vermittelt, nämlich auf der einen Hälfte der positiven Elektricität vom Reibzeug zum Conductor, auf der andern der negativen vom Conductor zum Reibzeug, und indem auf der ersten Hälfte der Scheibe sich eine gewisse Menge freier positiver Elektricität befände, würde dieser auf den übrigen Theilen eine gleiche Menge freier negativer Elektricität entsprechen. Eine solche Bewegung der beiden Elektricitäten nennt man einen elektrischen Strom, den wir später noch genauer betrachten werden, der aber für jetzt blos dazu dienen mag, die Wirkungsweise der Maschine zu erläutern.

Für die Gewinnung freier positiver Elektricität durch dieselbe ist es erforderlich, den Conductor zu isoliren, und das Reibzeug mit der Erde in leitende Verbindung zu bringen.

Man kann aber mit derselben Maschine auch freie negative Elektricität erhalten, wenn der Conductor mit dem Einsauger nicht durch einen unbeweglichen Leiter verbunden ist, sondern durch einen Isolator und einen beweglichen Leiter. Hebt man dann diese leitende Verbindung auf, setzt den Einsauger mit der Erde, das Reibzeug aber, das übrigens isolirt ist, mit dem Conductor in leitende Verbindung, so wird die auf demselben entstehende negative Elektricität nun auf dem Conductor gewonnen, die Wirkung der Maschine aber übrigens nicht wesentlich geändert.

Endlich ist noch zu bemerken, dass man den Theil der Scheibe (oder des Cylinders) auf welchem sich während der Drehung freie positive Elektricität findet, also den zwischen Reibzeug und Einsauger in der Richtung des Drehens befindlichen Theil dadurch gegen den Elektricitätsverlust durch die Luft zu schützen sucht, dass man ihn mit Stücken gut isolirenden Seidenzeuges oder Taftes umgiebt.

Damit die Maschine ihre Wirksamkeit bewahre, muss man ausser für eine gute Isolation der verschiedenen Stützen dafür sorgen, dass die Scheibe immer rein sei, diese also vor Staub schützen, und auch das beim Drehen leicht mit fortgeführte Fett und Amalgam des Reibzeuges von Zeit zu Zeit durch Waschen mit Alkohol oder Aether entfernen, so wie endlich den Amalgamüberzug des Reibzeuges zuweilen erneuern.

Sehr kräftige Maschinen, aber von etwas umständlichem Gebrauche, hat man in den letzten Jahren zu construiren angefangen, worin die Elektricität vermittelst der Reibung des aus kochendem Wasser sich entwickelnden Dampfes an den Wänden des Kessels und des Dampfrohrs erhalten wird.

Wird ein Dampfkessel vollständig isolirt, so erhält man, während der Wasserdampf aus demselben entweicht, nach Armstrong's Entdeckung eine grosse Menge negativer Elektricität, besonders wenn die positive Elektricität des Dampfes dadurch abgeleitet wird, dass in den Dampfstrom ein mit Spitzen versehener und mit der Erde leitend verbundener Conductor gestellt wird. Wird dieser isolirt und der Kessel mit der Erde leitend verbunden, so erhält man auf jenem die positive Elektricität des Dampfes. Die Wirkung der Maschine wird sehr gefördert, wenn man den Dampf durch mehrere enge Röhren entweichen lässt, die inwendig mit Holz ausgefüttert sind, und wenn man den Dampf im Entweichen zum Theil condensirt, so dass er das condensirte Wasser mit fortreisst. Ein Zusatz von Terpentinöl zu dem Dampfe kehrt die Natur der Elektricitäten um, so dass, wenn durch eine zweckmässige Vorrichtung in den Dampfstrom etwas Terpentinöl von Zeit zu Zeit gebracht und mit diesem fortgerissen wird, der Kessel positiv, der Dampf negativ elektrisch wird. Gleiche Wirkung hat auch das Einbringen von fetten Oelen in die Holzröhren, durch welche der Dampf entweicht. Faraday's Untersuchungen haben es ausser Zweifel gestellt, dass nur die Reibung des Dampfes die Elektricität in diesen Maschinen liefert.

§. 231.

Ein zweiter Apparat, welcher ebenfalls zur Erzeugung freier Elektricität dient, und dessen Gebrauch sehr bequem ist, ist der Elektrophor. Dieser besteht aus drei verschiedenen Theilen, einem plattenförmigen Isolator, dem Kuchen, gewöhnlich aus einer Harzmasse gegossen, einer metallenen Form, in welcher derselbe liegt, und einem ebenfalls metallischen Schilde oder Deckel, der mit seidenen Schnüren oder einem gläsernen Griffe versehen

ist, und so isolirt auf den Kuchen gelegt, und von diesem abgehoben werden kann. Der Deckel hat einen kleinern Durchmesser als der Kuchen, damit wenn er auf diesem liegt, er durch einen breitern isolirenden Rand von der Form getrennt bleibt.

Nachdem der Kuchen durch Reiben oder Schlagen mit Pelzwerk an seiner obern Fläche negativ elektrisch geworden ist, wird der Deckel aufgelegt, dadurch wird die neutrale Elektricität desselben geschieden, die positive sammelt sich an seiner untern, die negative an der obern Fläche an; wird letztere durch eine temporaire leitende Verbindung mit der Erde abgeleitet, so wird die positive Elektricität an der untern Seite noch verstärkt, und diese kann dann, wenn der Deckel isolirt abgehoben ist, diesem ebenfalls entzogen werden. Wird der Deckel dann wieder aufgelegt, so kann man dieselbe Operation wiederholen, und so eine beliebig grosse Menge positiver Elektricität aus dem Deckel erhalten, die sich meistens in Form von Entladungsfunken zwischen dem isolirt abgehobenen Deckel und einem diesem genäherten Leiter zu erkennen giebt.

Die metallene Form, in welcher der Kuchen liegt, scheint hierbei auf den ersten Blick gleichgültig zu sein, sie ist aber, wie der Versuch zeigt, sehr wesentlich für die Wirksamkeit des Elektrophors, namentlich für seine Fähigkeit, die freie Elektricität lange Zeit hindurch zu halten. Um diese Wirksamkeit derselben zu verstehen, müssen wir bedenken, dass, indem die obere Fläche des Kuchens positiv elektrisch gemacht wird, diese freie negative Elektricität auf die neutrale Elektricität im Innern und an der untern Fläche des Kuchens elektrische Kräfte ausübt. Wenn nun auch der bedeutende Widerstand des Isolators gegen eine Bewegung der Elektricitäten in ihm verhindert, dass die freie Elektricität auf dem Kuchen sich über die ganze Oberfläche desselben verbreitet, und dass jene elektrischen Kräfte die neutrale Elektricität sehr merklich scheiden, so muss man doch annehmen, dass eine geringe Bewegung dieser in Folge jener Kräfte wirklich stattfindet, und dass alle positive Elektricität der obern, alle negative der untern etwas genähert wird. Es fällt ferner bei einem Isolator der Grund weg, weshalb auf einem Leiter die freie Elektricität sich immer nur auf seiner Oberfläche findet; sie wird hier also auch im Innern sein können. Wenn also der ringsum isolirte Kuchen an seiner obern Fläche negativ elektrisch gemacht ist, so können wir uns den Erfolg der Influenzwirkung so vorstellen, als würde die neutrale Elektricität in zwei Schichten geschieden, eine mehr dem Innern zu liegende positive, und eine negative an der untern Fläche. Diese untere negative Schicht hat Riess an einem isolirten Kuchen wirklich nachgewiesen. Wenn aber der Kuchen auf der ableitenden Form liegt, so wird diese negative Schicht entfernt, und dann muss der Kuchen in seiner untern Dicke positiv elektrisch sein.

Auch dieses hat Riess gezeigt, nachdem er durch Bestreichen mit einer Flamme die negative Elektricität der obern Fläche geschwächt hatte, wo dann der Kuchen sich positiv elektrisch verhielt. Die Form bewirkt also das Vorhandensein freier positiver Elektricität in der untern Hälfte des Kuchens. Diese aber wirkt auf die freie negative an der obern Seite desselben zurück, und hat zur Folge, dass die Dichtigkeiten der beiden Elektricitäten nicht, wie es bei leitenden Körpern der Fall sein würde, an der Oberfläche am grössten sind, sondern mehr nach dem Innern zu. Dadurch wird aber offenbar die Zerstreuung der freien Elektricität durch die Luft erheblich gemindert.

Diese Wirkung wird noch verstärkt durch den Einfluss des auf dem Kuchen liegenden abgeleiteten freie Elektricität enthaltenden Deckels auf die dünne dazwischen befindliche Luftschicht.

Befände sich nämlich der Deckel nicht über dem Kuchen, so würde auch die Luft über demselben durch Vertheilung positiv elektrisch werden, indem die negative Elektricität entweder für sich oder wohl grösstentheils mit den beweglichen Lufttheilchen, an welchen sie haftet, fortgehen würde; dieses würde aber das Entweichen der negativen Elektricität aus dem Kuchen befördern. Durch die positive Elektricität des Deckels wird nun aber diese Elektrisirung der Luft gehindert und zugleich die Beweglichkeit derselben vermindert.

Man sieht, dass die Fähigkeit des Elektrophors, die freie Elektricität lange Zeit, oft Monate lang, zu bewahren, durch die geringe Beweglichkeit der Elektricität im Kuchen bewirkt wird, welche durch die angegebenen Umstände noch geringer gemacht wird.

Wenn der Deckel abgeleitet wird, so entweicht negative Elektricität aus demselben; damit ist aber zugleich bedingt, dass positive Elektricität aus der an sich nur neutrale enthaltenden Form entweicht; denn durch die Entfernung der negativen Elektricität aus dem Deckel wird die Wirkung der positiven desselben auf sowohl die negative als positive des Kuchens verstärkt, oder die der negativen des letztern auf die positive geschwächt, diese wird also in der Form negative gleichsam fesseln und so positive durch Vertheilung in ihr frei machen.

Wenn nun ein Leiter von der Form ausgeht und mit dem Deckel in Verbindung gebracht wird, so wird in demselben diese gleichzeitige Bewegung der beiden entgegengesetzten Elektricitäten in entgegengesetzten Richtungen, oder das, was wir einen Strom genannt haben, hervorgerufen. Dieser giebt sich z. B. dadurch zu erkennen, dass, wenn man als verbindenden Leiter die Hand gebraucht, man eine schlagartige Empfindung in derselben spürt, welche das Eintreten eines Stromes begleitet, und welche sich wesentlich von der Empfindung unterscheidet, welche man hat, wenn man mit der

Hand einfache elektrische Entladungen eines geladenen Leiters durch Funken bewirkt.

§. 232.

Wenn man nun auch mit Hülfe des Elektrophors oder der Elektrisirmaschine im Stande ist, sich freie Elektricität in beliebiger Menge zu verschaffen, so ist auf der andern Seite der Einführung immer grösserer Elektricitätsmengen in einen Leiter eine Grenze durch dessen Oberflächengrösse, Gestalt und die Beschaffenheit der umgebenden Isolatoren, also im Allgemeinen der Luft, gesetzt.

Auf dem Conductor einer Elektrisirmaschine z. B. lässt sich eine bestimmte Elektricitätsmenge ansammeln, und bei guter Wirksamkeit der Maschine darauf erhalten; diese Menge ist dadurch bestimmt, dass die elektrische Dichtigkeit an demjenigen Punkte des Conductors, wo sie seiner Form nach am grössten ist, eine bestimmte von der Beschaffenheit der Luft abhängige Grösse nicht überschreiten darf. Durch Anlegung eines andern Leiters an den Conductor wird, falls dessen Dimensionen nicht sehr klein gegen die des Conductors sind, die Vertheilung der elektrischen Dichtigkeit geändert werden, aber die Menge von Elektricität, welche auf diesen zweiten Leiter übergehen kann, ist noch immer eine beschränkte, und zwar in ähnlicher Weise wie vorher, nur mit der Abänderung, dass der Punkt der grössten Dichtigkeit auf dem durch den Conductor und den angelegten Leiter in Gemeinschaft gebildeten Körper ein anderer als vorher sein wird.

Findet nun aber auch das für die Elektrisirung des angelegten Leiters günstigste Verhältniss statt, dass der Punkt der grössten Dichtigkeit und die ihm naheliegenden auf diesen fallen, so ist die Menge der auf diesen überführbaren Elektricität doch eine begrenzte.

Betrachten wir einen irgendwie gestalteten Leiter, z. B. eine Scheibe, die mit einem längern etwa in eine kleinere Kugel endigenden Zuleitungsdrahte versehen ist, durch welchen derselben freie Elektricität zugeführt wird, so wird im Allgemeinen, wenn dieser Leiter allein steht, der Punkt der grössten elektrischen Dichtigkeit am Ende des Zuleitungsdrahtes auf der kleinern Kugel liegen, wie dieses auch von Riess experimentell nachgewiesen ist. An diesem Punkte wird also zuerst ein Ausströmen der Elektricität bei stärkerer Elektrisirung zu befürchten sein. Kann man nun aber durch irgend eine Ursache bewirken, dass bei einer gegebenen Elektricitätsmenge, dem Maximum der dem Leiter an sich mittheilbaren, die Vertheilung in diesem geändert wird, aber so, dass das Ausströmen der Elektricität zuerst noch an demselben Punkte wie vorher zu besorgen ist, so wird es nun möglich sein, dem Leiter noch mehr Elektricität zuzuführen.

Dasselbe gilt auch noch, wenn man die Elektrisirung des Leiters nicht durch eine Elektricitätsquelle wie die Elektrisirmaschine bewirkt, welche beliebig viel Elektricität liefern kann, sondern durch Anlegen desselben an einen nur eine beschränkte Elektricitätsmenge enthaltenden Leiter. Alsdann giebt dieser dem zu elektrisirenden Körper z. B. einem Elektroskop, an sich nur einen Theil seiner Elektricität ab. Die verhältnissmässige Grösse dieses Theils hängt von dem Verhältniss der Oberflächen beider Leiter und ihrer Form von einander ab, ist also eine im Allgemeinen gänzlich unbestimmte. Allein es ist ersichtlich, dass bei einer gegebenen Grösse und Form Beider dieser Theil wachsen wird, wenn man an denjenigen Stellen des Elektroskops, wo am wenigsten ein Ausströmen der Elektricität zu befürchten ist, die Dichtigkeit im Vergleich mit der an andern Stellen des zusammengesetzten Leiters auf irgend eine Weise verstärkt. Wenn man also dieses letztere erreichen kann, so wird man sowohl im Stande sein, einen gegebenen Leiter mit dichterer Elektricität aus einer unbegrenzt viel Elektricität liefernden Quelle zu laden, als es an sich möglich ist, als auch von einer beschränkten kleinen Elektricitätsmenge eines Leiters einem Elektroskop mehr zuzuführen, als auf unmittelbarem Wege. Diese beiden Zwecke werden nun durch zwei elektrische Apparate erreicht, die auf demselben Principe, nämlich dem der Vertheilung beruhen, der erstere durch die Ladungsapparate, der letztere durch den Condensator.

Beide bestehen ihrer Hauptsache nach aus einem isolirten flächen- oder scheibenförmigen Leiter, versehen mit einem in eine kleine Kugel endigenden Fortsatze, bestimmt zur Einführung der Elektriciät. Dem scheibenförmigen Leiter steht aber ein gleicher oder ähnlicher gegenüber, von dem erstern durch einen dünnen Isolator getrennt. Wird dieser durch eine Leitung mit der Erde verbunden, so wird die in ihm durch die z. B. positive Elektricität des ersten geschiedene Elektricität nach verschiedenen Seiten bewegt, die positive fliesst zur Erde ab, die negative sammelt sich an der dem ersten Leiter gegenüber liegenden Fläche an, und verdichtet auf der ihr nächstliegenden Fläche dieses die positive Elektricität.

Der Condensator besteht gewöhnlich aus zwei kreisförmigen ebenen Metallscheiben, die auf einander abgeschliffen und auf den einander zugewandten Seiten mit einem isolirenden Firniss überzogen sind. Die obere ist mit einem isolirenden Handgriffe versehen, und die untere, indem der Condensator gewöhnlich in Verbindung mit einem Elektroskop gebraucht wird, auf das Metallstäbchen eines Goldblattelektroskops geschraubt. Ausserdem trägt die eine oder beide kleine in Kugeln endigende Drähte. Legt man an die Kugel der untern einen schwach elektrischen Körper, und berührt die obere aufgesetzte Platte mit dem Finger, so sammelt sich die Elektricität des elektrischen Körpers an der obern Fläche der untern Platte. Wird alsdann der elektrische Körper fortgenommen, und die obere Platte

abgehoben, so theilt sich die Elektricität der untern Platte auch den Goldblättchen mit, und diese divergiren merklich, während die unmittelbare Anlegung des elektrischen Körpers an den Knopf eines gewöhnlichen Elektroskops nur eine unmerkliche Divergenz vielleicht zur Folge haben würde.

Der Condensator dient also zur Verstärkung der Wirkung eines elektrischen Körpers auf das Elektroskop.

Die Verstärkungszahl, d. h. das Verhältniss der Elektricitätsmengen, welche die untere oder Collectorplatte aufnimmt, wenn die obere, oder Condensatorplatte, ihr gegenübersteht, und wenn nicht, ist offenbar abhängig von der Form und der Lage des angelegten elektrischen Leiters. Aber unter übrigens gleichen Verhältnissen ist sie um so grösser, je grösser die beiden Platten sind, und zwar nicht in einem einfachen Verhältnisse, sondern in einem stärkern nimmt sie mit der Grösse der Platten zu, und bei gleicher Grösse dieser, je näher sich beide stehen.

Da der Condensator nur für geringe Elektricitätsmengen gebraucht wird, also eine Vereinigung der positiven und negativen Elektricität der obern und untern Platte durch den trennenden Isolator nicht leicht zu besorgen ist, so macht man diesen so dünn als möglich, was eben durch das Firnissen der Platten bewirkt wird. Auch kann man mit Weglassung des Firniss eine dünne Luftschicht als Isolator anwenden, indem man auf die untere Platte einige Siegellacktröpfchen bringt, auf welche man beim Laden des Condensators die obere Platte legt. Wenn man, wie wir oben voraussetzten, die untere Platte als Collector, die obere als Condensatorplatte benutzt, so wird das Elektroskop mit der Elektricitätsart geladen, welche der elektrische Körper besass, gebraucht man aber die obere Platte als Collector, die untere als Condensator, so erhält man im Elektroskop die entgegengesetzte Elektricität.

§. 233.

Die Ladungsapparate dienen dazu, nach demselben Principe wie der Condensator einem Leiter mehr Elektricität aus einer beliebig viel Elektricität liefernden Quelle mitzutheilen, als er an sich daraus aufnehmen kann. Sie bestehen also ebenfalls aus zwei durch einen Isolator von einander getrennten plattenförmigen Leitern, deren einem Elektricität aus einer Elektrisirmaschine z. B. zugeführt wird, während der andere mit der Erde in leitender Verbindung steht, also durch Vertheilung entgegengesetzt elektrisch und zwar an der dem ersten Leiter zugewandten Seite wird, indem die gleichnamige Elektricität von der andern Seite fortgeleitet wird. Da diese Apparate zur Aufnahme beträchtlicher Elektricitätsmengen bestimmt sind, so wird, wenn die Leiter einander sehr nahe stehen, die Gefahr nahe liegen, dass die Elektricitäten auf denselben sich durch den trennenden Isolator hindurch mit einander vereinigen. Andererseits wird die Wirksam-

keit des Apparats durch grosse Entfernung derselben von einander beträchtlich gemindert. Die Dicke des Isolators muss daher grösser als im Condensator, darf aber absolut genommen auch nicht zu gross sein; gewöhnlich nimmt man sie daher ein oder einige Millimeter stark. Die Gefahr aber der freiwilligen Vereinigung der beiden Elektricitäten mit einander vermindert man dadurch, dass man einen starren Isolator anwendet, der einen stärkern Druck der Elektricitäten vertragen kann, als die Luft, ehe er von diesen durchbrochen wird. An den Rändern der plattenförmigen Leiter, oder der Belegungen, wie diese hier genannt werden, ist die Gefahr der Vereinigung am grössten, weil hier die elektrische Dichtigkeit am grössten ist, daher lässt man den Isolator, gewöhnlich eine Glasplatte, überstehen, so dass er nur theilweise von den Belegungen bekleidet ist. Auch wird er an diesem freien Rande noch gefirnisst, um die vollständige Isolation noch mehr zu sichern.

Die einfachste Form eines solchen Ladungsapparates ist daher eine mit etwas kleinern Stanniolplatten beklebte Glastafel, eine sogenannte Franklinsche Tafel.

Bequemer ist aber die Form desselben, welche er in der Leydener Flasche bekommt, einem inwendig und auswendig bis auf einen etwa 2 Zoll breiten und gefirnissten Rand mit Stanniol beklebten Glase, in welches ein durch einen isolirenden Deckel gehender Metallstab bis auf den Boden hinabreicht, welcher oben in eine Kugel endigt.

Wird letztere mit dem Conductor der Elektrisirmaschine verbunden, während die Flasche auf einer leitenden Unterlage steht, so wird sie geladen, d. h. auf der innern Belegung sammelt sich positive, auf der äussern negative Elektricität, beide von verstärkter Dichtigkeit.

Man kann auch mehrere solcher Flaschen zusammen gebrauchen, indem man ihre innern Belegungen unter einander leitend verbindet, und sie auf eine gemeinsame leitende Unterlage stellt; diese Combination mehrerer Leydener Flaschen wird eine elektrische Batterie genannt.

Die Grösse einer Flasche giebt man nach der Oberflächengrösse ihrer innern Belegung, die einer Batterie nach der Zahl und Grösse der sie bildenden Flaschen an.

Die Verstärkungszahl eines Ladungsapparates, d. h. das Verhältniss der Elektricitätsmengen, welche die innere Belegung bei gleicher Verbindungsweise mit dem Conductor einer Elektrisirmaschine aufnehmen kann, wenn ihr die äussere Belegung gegenübersteht und wenn nicht, ist von verschiedenen Umständen abhängig. Hat der Zuleitungsdraht eine bestimmte nicht zu kleine Länge, so wird diese Zahl sich wenig mit der Form und Grösse des ladenden Conductors der Elektrisirmaschine ändern, und es wird dann für einen gegebenen Ladungsapparat diese Zahl als eine constante Grösse angesehen werden können.

Da ferner am Ende des Zuleitungsdrahtes bei entfernter äusserer Belegung die Elektricität am leichtesten entweicht, so wird, wenn man die elektrische Dichtigkeit vergleicht, welche an diesem Punkte sich findet, wenn der innern Belegung eine bestimmte Elektricitätsmenge ertheilt ist, während die äussere Belegung entfernt war, mit derjenigen, welche dann an diesem Punkte noch bleibt, wenn die äussere Belegung bis auf eine bestimmte Entfernung genähert ist, das Verhältniss der ersten zur letzten Zahl zugleich das Verhältniss sein, in welchem die Elektricitätsmenge vermehrt werden kann, wenn bei derselben Entfernung der äussern Belegung die innere Belegung geladen wird, oder dieses Verhältniss ist die Vergrösserungszahl. Durch genaue Messungen derselben bei verschiedenen Entfernungen hat Riess gefunden, dass die Vergrösserungszahl bei kleinen Entfernungen der beiden Belegungen von einander diesen selbst nahe umgekehrt proportional ist, und dass sie in einem stärkern Verhältnisse wie die Grösse der Belegungen zunimmt.

Aus diesem letztern Resultate folgt, dass die Elektricitätsmengen in zwei vollständig geladenen Batterieen, deren innere Belegungen eine gleiche Oberfläche haben, die aber auf ungleiche Flaschenzahlen vertheilt sind, nicht gleich sind, sondern dass sie in derjenigen grösser ist, welche weniger aber grössere Flaschen als die andere enthält.

Wenn die äussere oder innere Belegung eines geladenen Ladungsapparates durch einen Leiter mit einander verbunden werden, so wird durch diesen der Apparat entladen, d. h. die Elektricitäten verbinden sich durch diesen Draht mit einander zu neutraler Elektricität. Diese Entladung tritt aber, während z. B. ein mit der äussern Belegung verbundener Leiter der innern genähert wird, mit einem elektrischen Funken schon vor der Berührung ein. Die Entfernung, bei welcher dieses zuerst stattfindet, nennt man die Schlagweite der Batterie.

Riess's Messungen derselben bei einem Ladungsapparate, dessen Verstärkungszahlen nach der vorher erwähnten Methode gemessen waren, haben ergeben, dass die Schlagweiten den Dichtigkeiten an dem Punkte der innern Belegung proportional sind, wo die Entladung vorgenommen wird, vorausgesetzt, dass dieser Punkt bei den verschiedenen Versuchen immer derselbe bleibt, und dass ebenfalls die Flächen, zwischen welchen die Entladung stattfindet, immer dieselbe Form haben. Da nun ferner die Dichtigkeit an einem bestimmten Punkte der innern Belegung der Menge der auf dieser vorhandenen Elektricität proportional ist, so lange die Grösse und Gestalt derselben nicht merklich geändert wird, so ist die Schlagweite in ein und demselben Punkte der in der Batterie enthaltenen Elektricitätsmenge proportional, kann also als ein Maass der Ladung dienen.

§. 234.

Wenn man in der angegebenen Weise die Ladung einer Batterie direct durch deren Schlagweite messen will, so hat das den Uebelstand, dass man die Messung erst bei der Entladung ausführen kann, dass also durch die Messung die Ladung wieder verschwindet. Allein man kann dieses Verfahren noch etwas abändern, so dass man während des Ladens selbst die Grösse der Ladung misst. Es geschieht dieses durch das Funkenmikrometer und durch die Maassflasche.

Isolirt man nämlich die äussere Belegung der Flasche, während man die innere mit dem Conductor der Elektrisirmaschine verbindet, der ihr positive Elektricität zuführen mag, so wird zwar auch auf der äussern Belegung Elektricität geschieden, aber nur in geringem Maasse, weil die positive nicht entweichen kann, und daher der Scheidung und damit der Einführung neuer Elektricität auf die innere Belegung bald eine Grenze setzt. Hat aber die äussere Belegung einen drahtförmigen Fortsatz, der sich z. B. in eine Kugel endigt, so wird die geschiedene positive Elektricität sich vorzugsweise auf dieser letztern ansammeln. Steht dieser Kugel in einer gewissen Entfernung eine ähnliche mit der Erde leitend verbundene gegenüber, so wird in dieser durch Vertheilung wieder negative Elektricität gesammelt, und die positive in die Erde fortgeleitet, wodurch die Scheidung auf der äussern Belegung und die Ansammlung der positiven Elektricität dieser auf der Kugel derselben befördert wird. Ist nun die elektrische Dichtigkeit auf dieser und der ihr gegenüber stehenden negativ elektrischen Kugel so weit gestiegen, dass die dieser Dichtigkeit entsprechende Schlagweite der Entfernung zwischen den beiden Kugeln gleich ist, so erfolgt hier eine Entladung in einem Funken, wodurch der Knopf der äussern Belegung wieder mit neutraler Elektricität gefüllt wird. In diesem Augenblicke ist eine bestimmte Menge negativer Elektricität auf der äussern Belegung und eine ihr gleiche positive auf der innern Belegung gebunden. Es kann aber dann eine neue Scheidung neutraler Elektricität auf der äussern Belegung der Batterie stattfinden. Die Dichtigkeit der positiven Elektricität auf der Kugel dieser wächst also wieder, indem zugleich die Ladung der Batterie wächst; ist erstere wieder so gross wie bei dem ersten Funken geworden, so erfolgt ein neuer Funken, und die Ladung der Batterie ist dann gerade doppelt so gross als beim ersten Funken. Derselbe Vorgang wiederholt sich dann auch ferner, und so kann die Zahl der zwischen den beiden Kugeln erscheinenden Entladungsfunken während der Ladung der Batterie als ein Maass der in sie eingeführten und gebundenen Elektricität gelten. Die Vorrichtung der beiden Kugeln wird Funkenmikrometer genannt, indem man damit kleine Ladungen der Batterie messen kann.

Die Maassflasche, oder auch Lanesche Flasche genannt, beruht auf demselben Principe, indem das Funkenmikrometer durch eine Flasche ersetzt

wird, deren innere Belegung mit der äussern der Batterie verbunden wird, während ihre äussere Belegung theils zur Erde abgeleitet ist, theils in eine Kugel ausläuft, welche dem Knopfe der innern Belegung in einer bestimmten kleinen Entfernung gegenübersteht. Bei der Ladung der Batterie wird diese Flasche in ähnlicher Weise, wie vorher das Funkenmikrometer geladen, und wenn die Ladung derselben eine bestimmte geworden ist, so erfolgt eine Selbstentladung. Die Anzahl dieser Entladungen während der Ladung der Batterie kann als ein Maass der Ladung in derselben Weise dienen. Es ist aber eine grössere Menge als im Funkenmikrometer zur Entladung der Maassflasche erforderlich, und diese dient daher zur Messung grösserer Ladungen. Aus einem später anzuführenden Grunde erhält jedoch die Batterie während der ersten Ladung der Maassflasche eine etwas grössere Elektricitätsmenge als während der folgenden; man darf daher die Entfernung der Kugeln der Maassflasche, d. h. die zur Entladung derselben erforderliche Elektricitätsmenge nicht zu gross nehmen, um so jene Ungleichheit der ersten Ladung unschädlicher zu machen. Bei Anwendung derselben Maassflasche ist die Einheit, wonach die Ladung der Batterie gemessen wird, der Entfernung ihrer Kugeln von einander proportional. Nach Riess's Verbesserung wird die Verbindung der zweiten Kugel der Maassflasche mit der äussern Belegung derselben am besten durch eine aus dünnem und langem Platindraht gewundene Spirale hergestellt, die Kugel aber übrigens auf einer isolirenden Stütze aufgestellt. Diese Einrichtung hat zum Zweck, die Oberflächen der Kugeln durch die Entladungen der Flasche nicht zu sehr zu beschädigen, was der Fall sein würde, wenn die Kugel mit der äussern Belegung durch einen kürzern oder dickern Leiter verbunden würde, und was bewirken würde, dass die Entladungen nicht immer bei gleichen Ladungen der Flasche stattfänden. Aus demselben Grunde hat Riess auch die beiden Kugeln (aus wohl polirtem Kupfer) nicht fest mit den sie tragenden Drähten verbunden, sondern nur lose auf diese wie auf Zapfen aufgesteckt, damit, wenn die Oberflächen derselben an einigen Stellen beschädigt sind, sie mit andern Stellen einander zugekehrt werden können.

Wenn man nun mit Anwendung eines solchen Apparates eine Batterie ladet, so bemerkt man leicht, dass die Entladungen des Funkenmikrometers oder der Maassflasche um so langsamer erfolgen, je weiter die Ladung der Batterie bereits vorgeschritten, diese also dem Maximum der Ladung angenähert ist, welches ihr ertheilt werden kann. Aus diesem Grunde ist es auch nicht möglich, wie man früher wohl gethan hat, die Ladung der Batterie durch die Anzahl der Umdrehungen der Scheibe der Elektrisirmaschine zu messen, indem die ersten Umdrehungen viel mehr Elektricität in die Batterie bringen, als die späteren. Es ist dieses eine nothwendige Folge davon, dass ein Maximum der Ladung stattfindet, oder dass von der auf die innere Belegung gebrachten Elektricität nur ein Theil an der dem

Isolator zugewendeten Seite gebunden wird, ein anderer Theil aber frei auch über die übrige Oberfläche derselben sich verbreitet. Diese freie Elektricität, welche sich der Einführung neuer in die Batterie widersetzt, ist aber um so grösser, je mehr Elektricität in der Batterie sich schon befindet, da die Dichtigkeit an einem beliebigen Punkte der innern Belegung der Menge der auf ihr vorhandenen Elektricität proportional ist, so lange die Batterie sich übrigens in demselben Zustande befindet.

Von dem Vorhandensein dieser freien Elektricität auf der innern Belegung einer geladenen Batterie oder Franklin'schen Tafel kann man sich leicht überzeugen. Hängt man nämlich, nachdem die beiden geladenen Belegungen isolirt sind, dicht vor jeder derselben ein elektrisches Pendel an einem seidenen Faden auf, so wird das vor der innern, d. h. derjenigen Belegung, welche beim Laden mit dem Conductor der Elektrisirmaschine verbunden war, hängende Pendel abgestossen, das vor der äussern Belegung hängende nicht. Die positive Elektricität der ersten würde nämlich nur dann eine gleiche Menge negativer Elektricität auf der zweiten binden können, wenn der Abstand zwischen beiden gleich Null wäre. Da dieses aber nicht möglich ist, so wird, während sich auf der innern Belegung die Elektricitätsmenge 1 befindet, auf der äussern nur die Menge $-m$ vorhanden sein, wo m einen ächten Bruch bezeichnet. Auf jede der beiden Kugeln wirken aber beide Elektricitätsmengen in entgegengesetzter Weise. Da aber der einen die grössere positive Menge näher als die kleinere negative ist, so wird diese abgestossen, die andere aber nicht, weil hier das Entgegengesetzte stattfindet; an der Grenze der äussern Belegung nämlich muss die Summe der von beiden Elektricitäten ausgeübten elektrischen Kräfte Null sein, weil alle freie Elektricität hier durch die Verbindung mit der Erde während des Ladens abgeleitet wurde.

Wird aber die innere Belegung nun abgeleitet, so muss an der Grenze dieser die Summe der Wirkungen beider Elektricitäten Null werden, d. h. es muss von der nähern positiven mehr als der frühere Ueberschuss dieser über die fernere negative verschwinden, und zwar so viel, dass die nachbleibende Menge sich zu der Menge der negativen verhält, wie vorher die Menge der negativen zu der Menge der positiven, oder es findet sich dann auf der innern Belegung die Menge mm, auf der äussern $-m$, und dann wird das vor der letztern hängende Pendel abgestossen, während das vor der erstern hängende nicht bewegt wird. So kann man fortfahren und der Tafel durch abwechselnde Berührung der einen und der andern Belegung nach und nach ihre Ladung nehmen, oder vielmehr diese bis auf eine unmessbar kleine Grösse herabbringen.

Einer solchen allmähligen Entladung ist aber jede geladene Batterie oder Flasche durch die Berührung derselben mit der Luft und den Verlust der auf der einen Belegung freien Elektricität ausgesetzt. Man vermindert

diesen, wenn man die Berührung dieser Belegung mit der Luft oder die Beweglichkeit dieser vermindert; darauf beruhen die sogenannten Sperrflaschen.

So lange aber eine Flasche geladen ist, findet sich auf der innern Belegung freie Elektricität, und da, indem diese durch die Luft verschwindet, sie wenigstens theilweise wieder ersetzt wird, so kann man sich einer solchen geladenen Flasche als einer Quelle bedienen, die innerhalb kurzer Zeiträume an kleine mit derselben in Berührung gebrachte Leiter merklich constante Elektricitätsmengen abgiebt.

§. 235.

Wenn man eine geladene Flasche oder Batterie durch vollständige Berührung beider Belegungen entladen, aber nach der Entladung die eine der Belegungen von der andern isolirt hat, so erhält man, wenn man alsdann nach einiger Zeit beide Belegungen wieder leitend mit einander verbindet, noch eine zweite aber schwächere Entladung, ja selbst, wenn man dasselbe noch einmal wiederholt, noch eine dritte und vierte, aber viel schwächere Entladung. Die in der zweiten und den folgenden Entladungen verschwindenden Elektricitätsmengen nennt man den Rückstand der Flasche oder Batterie. Da nun in zwei metallisch mit einander verbundenen Leitern nicht beide Elektricitäten getrennt vorhanden sein können, wenn nicht die verschiedenen Stellen derselben ungleich auf sie wirkenden äussern elektrischen Kräften unterworfen sind, so muss die Ursache dieser Erscheinung in dem Verhalten des die beiden Belegungen trennenden Isolators, des Glases, gesucht werden. Dass dieses wirklich der Fall ist, sieht man, wenn man eine Franklin'sche Tafel, deren Bewegungen abgenommen werden können, ladet, und nachdem die abgenommenen Belegungen zusammen entladen sind, die Belegungen wieder anlegt. Diese finden sich dann aufs Neue geladen, und diese Ladung können sie offenbar nur durch eine Einwirkung des Isolators auf sie erhalten haben. Wenn man zur Erklärung des letzten Versuchs annimmt, dass ein Theil der den Belegungen mitgetheilten oder darin inducirten Elektricität diese verlassen und sich auf die Oberfläche des Glases begeben habe, wo er beim Entfernen der Belegungen haften bleibe, und von wo er, nachdem diese entladen wieder angelegt sind, nach und nach auf diese übertrete, so bleibt noch die Frage zu beantworten übrig, wodurch es bewirkt wird, dass beim Entfernen der geladenen Bewegungen dieser Theil auf dem Isolator zurückgehalten werde, während er nachher wieder allmählig vom Glase sich entfernen kann.

Nun haben wir schon bei der Betrachtung des Elektrophors gesehen, dass es sehr wohl denkbar, ja an sich sogar sehr wahrscheinlich, wenn nicht selbst durch Riess's Untersuchungen am Elektrophor bewiesen ist, dass im Innern eines starren Isolators, an dessen Oberfläche sich z. B. positive

Elektricität befindet, von dieser vertheilende Wirkungen hervorgebracht werden, durch welche die ganze positive Elektricität von jener Oberfläche um ein wenig entfernt, die ganze negative um ein wenig genähert wird. Noch in höherem Grade muss dieses der Fall sein, wenn, wie es bei den Ladungsapparaten der Fall ist, vor der andern Oberfläche eines solchen plattenförmigen Isolators sich eine Schicht negativer Elektricität befindet. Man kann daher annehmen, dass im Glase einer mit positiver Elektricität auf der innern Belegung geladenen Batterie der innern Belegung die negative, der äussern die positive genähert sei; dann werden aber diese auf die Elektricitäten der Belegungen zurückwirken, diese also bei der Entladung zum Theil zurückhalten müssen. Nimmt man nun noch an, dass die Scheidung der Elektricitäten in den Isolatoren oder auch ihre Wiedervereinigung nach dem Aufhören der scheidenden Ursache nur allmählig, und nicht wie in den Leitern in unmessbar kleinen Zeiten vor sich gehen könne, so wird theils während der Ladung, oder wenn diese plötzlich geschieht, nach derselben jener elektrische Zustand des Glases, den man etwa einen polarelektrischen nennen könnte, allmählig sich bilden, und nach der Entladung, welche die scheidende Kraft wenigstens ihrem grössten Theile nach fortgenommen hat, allmählig wieder verschwinden. Mit dem Verschwinden desselben wird aber die Rückwirkung auf die an der Grenze des Isolators befindliche Elektricität nach und nach erlöschen, und die vorher der Entladung entzogene Elektricitätsmenge dadurch allmählig entladbar werden.

Die freie Elektricität auf der innern Belegung wird aber immer der entladbaren Elektricität (oder der disponibeln Ladung, wie diese von Kohlrausch genannt ist) proportional sein. Die Menge oder die Dichtigkeit dieser am Knopf der Batterie wird daher nach einem andern Gesetze sich ändern müssen, als wenn eine solche Wirkung des Glases nicht stattfände, nämlich in den ersten Momenten nach einer plötzlichen Ladung rascher, später langsamer abnehmen, ja nach der Entladung wird sie zuerst steigen und dann sinken müssen. Genaue Messungen der elektrischen Dichtigkeit am Knopfe in verschiedenen Zeiten, welche von Kohlrausch angestellt worden sind, haben nun wirklich Resultate ergeben, welche mit den aus der angeführten Vorstellung abgeleiteten Formeln übereinstimmen. Ebenfalls hat Kohlrausch gezeigt, dass die Stärke des Rückstandes bei übrigens gleichen Verhältnissen der Dicke des trennenden Isolators nahe proportional ist, was gleichfalls aus jener Vorstellung folgt, während es mit der ältern Erklärung des Rückstandes nicht in Uebereinstimmung steht, wonach man diesen daraus ableitete, dass die Elektricität der Belegungen in das Glas langsam eindringe, und nach der Entladung wieder langsam daraus zurückkehre. Wenn nun auch eine solche Bewegung der Elektricitäten nicht ganz geläugnet werden soll, und diese ebenfalls mitwirken mag, so zeigen doch Kohlrausch's Messungen, dass der hauptsächlichste Grund in der vertheilenden Wirkung der Elektricitäten

der Belegungen auf die neutrale Elektricität des Isolators gesucht werden muss.

§. 236.

Von diesem Rückstande in der Batterie, welcher nach jeder Entladung bleibt, auch wenn diese durch vollständige leitende Verbindung der beiden Belegungen der Batterie bewirkt wird, ist noch eine andere Art von Rückstand zu unterscheiden, welcher nur dann sich findet, wenn die Entladung nur durch Annäherung eines mit der äussern Belegung verbundenen Leiters an die innere, aber ohne vollständige Berührung derselben, herbeigeführt wird. Vermindert man nämlich den Abstand der Kugeln eines Funkenmikrometers, durch welches man die Entladung einer Batterie bewirkt, sehr langsam, und hört man damit auf, wenn eine Entladung eintritt, so misst der Abstand der beiden Kugeln von einander in diesem Momente die der ursprünglichen Ladung der Batterie entsprechende Schlagweite. Nähert man nun nach dieser ersten Entladung die Kugeln einander noch mehr, so tritt bei einer bestimmten sehr viel kleinern Entfernung abermals eine zweite Entladung ein, und der Abstand der Kugeln in diesem Momente ist die Schlagweite der Batterie nach der ersten Entladung. Die Messung dieser beiden Schlagweiten führt daher zur Kenntniss der Ladungen, welche die Batterie vor den beiden Entladungen besass. Eine dritte Entladung aus diesen bei fortgesetzter Annäherung der Kugeln ist in der Regel nicht zu bemerken, weil dann die Kugeln sich schon so nahe stehen müssten, dass ihre Entfernung von einander sich von der vollständigen Berührung nicht mehr unterscheiden lässt. Jedenfalls zeigt das Stattfinden zweier Entladungen mit sehr verschiedenen Schlagweiten, dass auch die vollständige Entladung nicht momentan oder continuirlich, sondern sprungweise erfolgt.

Die Annäherung der beiden freien Enden des Schliessungsbogens, unter welchem man die Gesammtheit der zwischen den beiden Belegungen vorhandenen und die Entladung vermittelnden Leiter versteht, hat nothwendig eine Aenderung in der Vertheilung der Elektricitäten zur Folge. Die freie Elektricität auf dem mit der innern Belegung verbundenen Theile desselben ruft in dem ihr gegenüberstehenden mit der äussern Belegung verbundenen Theile Influenzelektricität hervor. Davon ist die Folge, dass die auf den Belegungen vorhandenen Elektricitätsmengen geschwächt oder vermindert werden, indem einzelne Theile derselben entweder direct oder durch Vertheilung auf die einander gegenüberstehenden freien Enden des Schliessungsbogens übertragen werden. So lange keine Elektricitäts-Ausgleichungen zwischen den beiden Belegungen und den mit ihnen verbundenen Leitern entstehen, d. h. vor der Entladung, muss die Dichtigkeit an den freien Enden des Schliessungsbogens mit deren Annäherung an einander zunehmen, die auf den Belegungen dagegen abnehmen. Ist erstere so gross geworden,

dass der dadurch hervorgebrachte Druck auf die sie trennende Luft deren Zusammenhang zu durchbrechen vermag, so erfolgt eine Entladung, in Folge deren ein Theil der beiden Elektricitäten neutralisirt wird, welcher zunächst von den freien Enden des Schliessungsbogens verschwindet. Diese erhalten nun zwar von den Belegungen wieder neue Elektricität, allein wenn der Abstand der freien Enden ungeändert geblieben ist, so wird die Dichtigkeit hier nicht wieder so gross, als vor der Entladung werden können. Wäre daher eine gleiche Elektricitätsdichtigkeit, wie unmittelbar nach der ersten Entladung, zu einer zweiten erforderlich, so könnte weiter keine erfolgen; aber diese müsste eintreten, sobald die Kugeln einander auch nur etwas genähert würden, denn dann müsste die Dichtigkeit an den freien Enden wieder wachsen, welche bei dem nun kleinern Abstande der Kugeln von einander um so mehr eine Entladung bewirken müsste. Eine solche Entladung findet aber nicht statt. Man muss daher annehmen, dass durch die erste Entladung mehr Elektricität neutralisirt ist, als der Schlagweite an sich entspricht, oder dass unmittelbar nach dem ersten Ueberströmen der Elektricitäten auch der Elektricität geringerer Dichtigkeit der Uebergang frei gemacht wird, dass also die Luft, sobald einmal eine Entladung begonnen hat, der ferneren Entladung einen geringern Widerstand als vorher entgegensetzt. Daraus ergiebt sich dann die Vorstellung, dass auch die erste Entladung kein momentaner Vorgang sei, sondern dass sie in einem längere Zeit dauernden Ueberströmen bestehe, dessen Ende eintritt, wenn die Dichtigkeiten der Elektricitäten auf den Enden des Schliessungsbogens so klein geworden sind, dass sie auch den verminderten Widerstand der Luft nicht mehr zu überwinden vermögen. Dadurch aber, dass dann die Entladung aufhört, kehrt die Luft in der Unterbrechungsstelle in ihren frühern Zustand zurück, in welchem sie der Entladung wieder einen grösseren Widerstand entgegensetzt. So wird es begreiflich, dass die Unterbrechungsstelle des Schliessungsbogens jetzt erheblich vermindert werden muss, ehe eine neue Entladung eintreten kann. Was nun aber die Verminderung des Widerstandes der Luft gegen die Entladung durch den Beginn dieser betrifft, so lässt sich diese dadurch erklären, dass die Luft bei der Entladung aus der Unterbrechungsstelle zurückgeschleudert wird, wie dieses aus den später zu betrachtenden Wirkungen des Entladungsschlages sich ergiebt.

Die Vorgänge bei der Entladung lassen sich im Ganzen als Bewegungen der beiden Elektricitäten in entgegengesetzten Richtungen, d. h. als elektrische Ströme, ansehen, indem in dem Schliessungsbogen die positive Elektricität von der innern Belegung zur äussern, die negative von der äussern zur innern bewegt wird. Diese Bewegung kann freilich so gedacht werden, dass die auf den Belegungen vorhandenen Elektricitäten durch den Leiter einfach durchflössen, naturgemässer scheint es aber zu sein, sie so zu denken, dass in dem ganzen Schliessungsbogen fortwährende Scheidungen

und Wiedervereinigungen der neutralen Elektricitäten in dem Schliessungsbogen vorhanden sind, welche bewirken, dass nach der Entladung alle Elektricität mit Ausschluss des Rückstandes neutralisirt ist, und nur wenn der Schliessungsbogen und die äussere Belegung ebenfalls isolirt waren, auf den sämmtlichen Leitern sich so viel freie positive Elektricität findet, als vor der Entladung im Ueberschuss auf der innern Belegung vorhanden war. Indem aber die Entladungen in der vorherbeschriebenen Weise discontinuirlich vor sich gehen, so werden auch diese Strombewegungen abwechselnd beginnen und wieder aufhören. Die freie über dem Schliessungsbogen verbreitete Elektricität erscheint aber als dasjenige, wodurch diese Bewegungen der Elektricitäten zunächst hervorgerufen werden.

§. 237.

Aus der im vorigen Paragraphen gegebenen Vorstellung von der Entladung der Batterie entstehen nun die Fragen, ob die Entladung selbst eine messbare Zeit in Anspruch nimmt, und ob bei derselben die Bewegung der beiden Elektricitäten oder der Strom in allen Theilen des Schliessungsbogens gleichzeitig eintritt, oder in einzelnen Theilen später als in andern, ob also dem Strome eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit zukomme, die aber wohl zu unterscheiden ist von der Geschwindigkeit, mit der sich ein einzelnes elektrisches Theilchen während des Stromes bewegt.

Beide Fragen sind durch Versuche von Wheatstone dahin beantwortet, dass sowohl die Dauer der Entladung eine messbare ist, als auch die Fortpflanzung des Stromes eine gewisse Zeit in Anspruch nimmt.

Diese Versuche sind mit Hülfe eines sehr rasch um eine Achse rotirenden Spiegels angestellt, in welchem das Spiegelbild des in einer kleinen Unterbrechungsstelle des Schliessungsbogens bei der Entladung erscheinenden Entladungsfunkens beobachtet wurde. Dass jedenfalls die Dauer des Funkens, wenigstens bei völlig metallischem Schliessungsbogen nur eine sehr kurze ist, selbst im Vergleich mit der Zeit, während welcher ein im Auge hervorgebrachter Lichteindruck noch in diesem eine Empfindung bewirkt, ergiebt sich daraus, dass ein im Dunkeln mit der gewöhnlichen Geschwindigkeit gedrehter Farbenkreisel, wenn er durch einen solchen elektrischen Funken erleuchtet wird, als eine aus verschiedenen farbigen Sectoren gebildete Scheibe erscheint, nicht aber als eine weissliche oder graue Scheibe, wie bei dauernder Erleuchtung derselben. In Bezug auf diese Versuche lässt sich also der elektrische Funke als momentan betrachten, aber es folgt nicht daraus, dass wenn der Kreisel mit beträchtlich vergrösserter Geschwindigkeit gedreht würde, dann noch dasselbe stattfände. Obwohl ein solcher Versuch nicht angestellt ist, so leistet der Wheatstone'sche Versuch in gewisser Weise doch dasselbe.

Wird nämlich ein ebener Spiegel gedreht, vor welchem sich ein leuchtender Punkt befindet, so erhält man von diesem verschiedene Bilder in verschiedenen Richtungen. Ist die Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels sehr gross, so nehmen wir diese gleichzeitig wahr, und sehen also eine glänzende Linie oder einen glänzenden Bogen, der sich in der gegen die Drehungsachse senkrechten Ebene befindet. Ist der Punkt nur momentan erhellt, so kann dieses nicht stattfinden, sondern das Spiegelbild erscheint dann ebenfalls nur als ein Punkt. Wenn aber der Punkt eine kurze Zeit nur erleuchtet ist, die gegen die Zeit der Nachwirkung auf der Netzhaut klein ist, so wird der leuchtende Bogen um so länger erscheinen, je länger die Dauer des Leuchtens ist; oder wenn während dieser Dauer der Spiegel sich um den Winkel $\frac{\varphi}{2}$ dreht, so wird der Lichtbogen die Ausdehnung φ haben. Macht nun der Spiegel in einer Secunde n Umdrehungen um die Achse, so ist die Zeit t, während der er sich um den Bogen $\frac{\varphi}{2}$ dreht, $t = \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{1}{n.360} = \frac{\varphi}{720.n}$.

Indem nun Wheatstone durch die Höhe des bei der Drehung des Spiegels hervorgebrachten Tones die Zahl n mass, und zugleich direct den Bogen φ, welcher durch den elektrischen Funken erleuchtet erschien, so mass er die Dauer des Funkens, und bestimmte diese bei seinen Versuchen zu $0'',000042$.

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Entladungsstromes zu messen, wurde im Ganzen dieselbe Methode angewandt, nur in der Weise abgeändert, dass der Schliessungsbogen aus sehr langen Drähten bestand, die 3 Unterbrechungsstellen besassen, welche aber durch passende Biegungen der Drähte so über einander gebracht waren, dass die 3 Entladungsfunken in dem ruhenden davor stehenden Spiegel in einer verticalen Linie über einander erschienen.

Von diesen 3 Entladungsstellen lag die eine etwa in der Mitte des Schliessungsbogens, von den andern beiden aber die eine in der Nähe der innern, die andere in der Nähe der äussern Belegung der Batterie. Bei sehr rascher Rotation des Spiegels erschienen nun in diesem 3 parallele Lichtbogen in demselben, entsprechend den drei Entladungsfunken. Aber diese 3 Bogen lagen nicht mehr mit ihren Endpunkten vertical über einander, sondern der mittlere, der dem Entladungsfunken in der Mitte des Schliessungsbogens entsprach, war nach der entgegengesetzten Seite hin verschoben von der, nach welcher der Spiegel gedreht wurde; es gab sich also dadurch zu erkennen, dass in der mittlern Unterbrechungsstelle der Funken später als in den beiden andern entstand, deren zugehörige Bogen in gleichen Verticallinien anfingen und endigten. Durch Messung dieser Verschiebung bestimmte Wheatstone in derselben Art wie vorher die Fort-

pflanzungsgeschwindigkeit des Entladungsstromes auf 288000 englische oder 62500 geographische Meilen in der Secunde, also auf etwa das $1\frac{1}{2}$fache von der Geschwindigkeit des Lichts.

Das wichtigste Resultat dieser Versuche ist, dass sie die Messbarkeit der Dauer und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit nachweisen. Die erhaltenen Grössen haben aber nur Gültigkeit für den von Wheatstone angewandten elektrischen Apparat. Denn später anzugebende Versuche beweisen, dass die Dauer der Entladung durch Aenderung des Schliessungsbogens geändert wird, und ein Gleiches wird für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aus ebenfalls später anzuführenden Versuchen mindestens sehr wahrscheinlich.

Eine Wiederholung der Wheatstone'schen Versuche mit Abänderungen im Schliessungsbogen oder in der Ladung der Batterie ist aber bisjetzt noch nicht angestellt worden, vermuthlich weil die Kosten der Ausführung derselben sehr beträchtlich sind, und auf andern Wegen und unter andern Verhältnissen angestellte Versuche mit grosser Wahrscheinlichkeit die Resultate solcher Versuche voraussehen lassen, die doch in numerischer Hinsicht kein grosses Vertrauen besitzen können.

Drittes Capitel.

Von den Wirkungen der elektrischen Entladung.

§. 238.

Die Entladung einer Batterie ist von verschiedenen Wirkungen begleitet, welche theils in den Leitern auftreten, welche den Schliessungsbogen bilden, theils in isolirenden Unterbrechungsstellen desselben, wenn diese vorhanden sind, theils endlich ganz ausserhalb des Schliessungsbogens in Leitern, welche sich in dessen Nähe befinden.

Unter den Wirkungen, welche auf den Schliessungsbogen selbst ausgeübt werden, sind zunächst die durch die Entladung hervorgebrachten Erwärmungen zu nennen, welche eines genauen Maasses fähig sind.

Um sie zu beobachten, dient das elektrische Luftthermometer. Es ist in diesem ein längerer dünner Draht, der in den Schliessungsbogen eingeschaltet werden soll, mittelst zweier grösserer Metallstücke in eine Glaskugel eingeschlossen, in deren Wände an zwei diametral einander gegenüberliegenden Stellen jene Metallstücke luftdicht eingesetzt sind. Um den Draht in den Schliessungsbogen einschalten zu können, sind sie äusserlich mit Klemmschrauben oder Häckchen versehen, an welchen die übrigen Theile des Schliessungsbogens befestigt werden können. Die Glaskugel besitzt ausserdem noch zwei andere Oeffnungen, von denen die eine beim

Gebrauch durch einen eingeschliffenen Stöpsel verschlossen wird, der nur dazu dient, die Expansivkraft der Luft in der Kugel mit der der äussern ins Gleichgewicht setzen zu können. In die andere Oeffnung ist eine längere dünnere und wohl calibrirte Röhre eingesetzt, welche nach einer Biegung in ein weiteres Gefäss endigt. Die Röhre ist auf einem Brette befestigt, das durch ein Gelenk unter verschiedenen an einem Gradbogen messbaren Winkeln gegen eine horizontale Unterlage gelegt und in dieser Lage festgestellt werden kann. In das Gefäss und die damit verbundene Röhre wird nun eine Flüssigkeit gegossen, welche die Luft in der Kugel nach Aussen hin absperrt, und deren Stand in der Röhre an einer Scale beobachtet werden kann. Wird durch den Draht eine Batterie entladen, so wird derselbe erwärmt, erwärmt damit die Luft in der Kugel, und durch deren Ausdehnung wird die Flüssigkeit in der Röhre zurückgedrängt. Es ist klar, dass nach vorgängiger Bestimmung der erforderlichen Constanten des Instrumentes durch Beobachtung des Sinkens der Flüssigkeit in der Röhre während einer Entladung die dadurch bewirkte Erwärmung des Drahtes gemessen werden kann.

Wenn man nun eine Batterie mit Hülfe der Maassflasche ladet, und diese die Ladung q angezeigt hat, und man dieselbe durch den Draht entladet, so ergiebt sich, so lange man an der Batterie oder dem Schliessungsbogen weiter keine Veränderungen vornimmt, die Erwärmung des Drahtes dem Quadrate der Ladung q proportional. Aendert man aber auch gleichzeitig die Zahl der Flaschen der Batterie, die eine gleiche Grösse unter einander haben mögen, so ergiebt sich bei gleichen Ladungen die Erwärmung der Zahl s der Flaschen umgekehrt proportional; oder bei ungeändertem Schliessungsbogen wird die Erwärmung T des Drahtes durch

$$T = a \cdot \frac{qq}{s}$$

ausgedrückt, wo a eine Constante bezeichnet. Da s der Grösse der Oberfläche der Batterie proportional ist, so wird $\frac{q}{s}$ die Elektricitätsmenge bezeichnet, welche sich bei gleichmässiger Vertheilung der Elektricität in einer Flasche befindet; man nennt diese die mittlere elektrische Dichtigkeit in der Batterie, und daher ergiebt sich die Erwärmung sowohl der Elektricitätsmenge in der Batterie, als auch der mittleren Dichtigkeit in dieser proportional.

Der Einfluss des übrigen Schliessungsbogens auf die Erwärmung eines in demselben eingeschalteten Drahtes ergiebt sich theils daraus, dass die Erwärmung unmerklich wird, sobald der Schliessungsbogen ausser metallischen Leitern auch noch sogenannte Halbleiter (nasse Schnüre oder dgl.) enthält. Verändert man aber den rein metallischen Schliessungsbogen durch Einschaltung eines andern Drahtes, dessen Länge λ und dessen Querschnitt

μ sein mag, so wird die Temperaturerhöhung des Drahtes im Luftthermometer durch die Formel vorgestellt:

$$T = \frac{a}{1 + \frac{c\lambda}{\mu}} \cdot \frac{qq}{s},$$

worin c eine neue Constante bezeichnet.

Wird statt des Drahtes im Luftthermometer ein anderer aus derselben Substanz aber von ungleicher Länge und ungleichem Querschnitte eingeschaltet, so ist die Temperaturänderung dieses dem Quadrate seines Querschnittes umgekehrt proportional, oder wenn der letztere durch m bezeichnet wird, so ist

$$T = \frac{1}{mm} \cdot \frac{a}{1 + \frac{c\lambda}{\mu}} \cdot \frac{qq}{s}.$$

Bezeichnet nun l die Länge dieses Drahtes, C seine specifische Wärme und g sein specifisches Gewicht, so ist die Wärmemenge W, welche zur Temperaturerhöhung T desselben nothwendig ist:

$$W = T \,.\, C \,.\, g \,.\, l \,.\, m.$$

Da diese Wärmemenge nun in dem Drahte durch Entladung entstanden sein muss, so ergiebt sich:

$$W = \frac{Cgl}{m} \cdot \frac{a}{1 + \frac{c\lambda}{\mu}} \cdot \frac{qq}{s}.$$

Diese Formel wird bequemer, wenn wir sie in der folgenden Form schreiben:

$$W = \frac{v \,.\, l}{m} \cdot \frac{A}{B + \frac{v' \,.\, \lambda}{\mu}} \cdot \frac{qq}{s},$$

worin v, A, B und v' neue Constanten sind; und zwar ergiebt sich, dass dann v in Bezug auf den erwärmten Draht dasselbe bezeichnet, was v' in Bezug auf den ausserdem eingeschalteten Draht ist. Denn vertauscht man diese beiden Drähte mit einander, d. h. bringt man den letzteren in das Thermometer, den vorher im Thermometer befindlichen aber ausserdem in den Schliessungsbogen, so wird die nun im Thermometer gemessene Wärmemenge W' durch den Ausdruck dargestellt:

$$W' = \frac{v'\lambda}{\mu} \cdot \frac{A}{B + \frac{vl}{m}} \cdot \frac{qq}{s}.$$

Die Grössen $\frac{vl}{m}$ und $\frac{v'\lambda}{\mu}$ in diesen Formeln, welche von der Länge, dem Querschnitte und der Substanz der Drähte abhängen, sind von Riess, der diese Formeln aus seinen Beobachtungen abgeleitet hat, Verzögerungswerthe der Drähte genannt worden, wofür der Grund sich später ergeben

wird. Die Formel ist hier aber in die gewählte Form gebracht worden, weil, ebenso wie der neben dem Thermometer eingeschaltete Draht die Erwärmung vermindert, jeder andere Theil des Schliessungsbogens in gleicher Weise wirken wird, und dieser Einfluss des Schliessungsbogens in der Formel hervortritt, wenn wir unter dem Nenner $B + \frac{v'\lambda}{\mu}$ die Summe aller Verzögerungswerthe des ganzen Schliessungsbogens verstehen. Bezeichnen wir also durch V diese Summe und durch v den Verzögerungswerth des Drahtes im Thermometer, so ergiebt sich die in diesem frei werdende Wärmemenge:

$$W = A \,.\, \frac{v}{V} \,.\, \frac{qq}{s}.$$

Könnten wir den ganzen Schliessungsbogen (mit Einschluss der Belegungen) in das Thermometer bringen, so würde die gesammte durch die Erwärmung frei werdende Wärmemenge gemessen werden können. Aus dieser Formel lässt sie sich aber berechnen, obwohl der Versuch nicht ausführbar ist, und sie ergiebt sich, da dann $v = V$ gesetzt werden muss, zu

$$A \,.\, \frac{qq}{s}.$$

§. 239.

Wenn die Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie sehr beträchtlich ist, und die Drähte im Thermometer nur dünn sind, was, um merkliche Erwärmungen zu erhalten, nothwendig ist, so erfährt der Draht ausser der Erwärmung noch andere Einwirkungen durch die Entladung. Sobald aber diese anfangen merklich zu werden, so hören die Erwärmungen auf durch die Formeln des vorigen Paragraphen ausgedrückt zu werden. Sie sind dann geringer, als sie nach diesen Formeln sein sollten, so dass man sich gleichsam nur einen Theil des Entladungsschlages zur Erwärmung verwandt denken kann, während ein anderer Theil zur Hervorbringung der sonstigen Wirkungen verbraucht wird. Die Erscheinungen, welche an einem selben Draht sich zeigen, wenn durch diesen eine Batterie mit successiv stärker genommenen Ladungen entladen wird, sind nach Riess's Untersuchungen von den schwächsten angefangen der Reihe nach folgende. Der Draht wird nur erwärmt; er wird auch sichtbar erschüttert; von seiner Oberfläche werden kleine Stückchen in Gestalt eines dichten grauen Dampfes losgerissen; an den Befestigungsstellen des Drahtes erscheinen kleine Funken; er erhält dauernde stumpfwinklige Einbiegungn, die, wenn sie bei noch gesteigerten Entladungen in grösserer Menge auftreten, ihm ein wellenförmiges geripptes Ansehen geben, und eine scheinbare Verkürzung desselben hervorbringen. Der Draht fängt an zu glühen. Der Anfang des Glühens findet dann statt, wenn ein in den Schliessungsbogen ausserdem eingeschaltetes elektrisches

Thermometer (das mit einem dickern Drahte versehen ist) einen bestimmten Erwärmungsgrad zeigt, der für Drähte verschiedener Substanz und Dicke natürlich verschieden ist, für einen selben Draht aber constant bleibt, wenn auch verschiedene Batterieen durch den Draht entladen werden. Daraus folgt, dass diese und auch die übrigen genannten Wirkungen ebenfalls wie die Erwärmungen von bestimmten Producten der Dichtigkeit und der Menge der Elektricität hervorgebracht werden, und auch in gleicher Weise von dem Verzögerungswerthe des Gesammtschliessungsbogens abhängen.

Das Glühen wird um so intensiver, je stärker die Entladungen sind; bei einer gewissen Stärke derselben zerreisst der Draht in einzelne Stücke, die aber hakige Enden haben, also noch keine Spur von Schmelzung zeigen. Diese tritt erst dann ein, wenn die zerreissende Entladung beträchtlich stärker als die geringste zur Zerreissung nothwendige geworden ist. Bei sehr starken Entladungen werden die einzelnen Stücke, selbst eines sonst so schwer schmelzbaren Platindrahtes, vollkommen zu kleinen Kugeln geschmolzen. Endlich aber, wenn man noch stärkere Entladungen anwendet, als hierzu erforderlich sind, so zerstäubt der Draht mit einem glänzenden Lichte und starkem Knalle.

Das Glühen und Schmelzen der Drähte könnte man, wie es wohl geschehen ist, als eine secundaire Wirkung der Entladung, nämlich durch die beträchtliche Erwärmung hervorgerufen, ansehen; allein die Erwärmungen sind dann, wenn diese Erscheinungen eintreten, noch beträchtlich geringer, als sie sein müssten, wenn sie allein dieselben bewirken sollten. Es muss daher das elektrische Glühen und Schmelzen der Drähte von dem durch blosse Erhitzung derselben bewirkten unterschieden und als eine besondere der elektrischen Entladung eigenthümliche Wirkung angesehen werden, die wahrscheinlich mit den mechanischen Wirkungen auf diese, vornämlich mit der Auflockerung und Zertheilung der Drähte, im Zusammenhange steht. Es ist damit übrigens nicht ausgeschlossen, dass nicht in einzelnen Fällen das Schmelzen von Drähten eine secundaire Wirkung sein kann. Wenn diese nämlich aus Eisen oder andern leicht oxydirbaren Metallen bestehen, so kann durch die Temperaturerhöhung eine Verbrennung derselben eingeleitet werden, und diese so viel Wärme erzeugen, dass dadurch das Schmelzen hervorgebracht wird. Allein der Unterschied zwischen diesem secundairen und dem primairen eigentlich elektrischen Glühen und Schmelzen zeigt sich darin, dass solche leicht oxydirbare Drähte nach der Entladung noch fortfahren zu glühen, nnd das Glühen sich allmählig bis zum Schmelzen steigert, während unoxydirbare Drähte, z. B. von Platin, nur während der Entladung selbst glühen oder gleich in dieser schmelzen.

Durch das Abschmelzen von Drähten, die im Schliessungsbogen eingeschaltet sind, kann man einen Nachweis erhalten, dass die Entladung eine gewisse Zeitdauer in Anspruch nimmt. Denn indem das Schmelzen

sehr rasch eintritt, wird dadurch der Schliessungsbogen auf eine grössere Strecke unterbrochen, und dann bleibt nach der Entladung ein weit beträchtlicherer Rückstand in der Batterie zurück, als wenn dieselbe durch einen unzerstörten Schliessungsbogen entladen wäre.

Die Phänomene der Erwärmung, des Glühens, des Schmelzens, der Formänderung und der Zertheilung der Drähte, welche in dem Schliessungsbogen einer Batterie während deren Entladung eingeschaltet sind, lassen sich unter einem gemeinsamen Gesichtspunkte zusammenfassen, nämlich als verschiedene Aeusserungen einer Kraft, welche durch die Entladung in demselben hervorgerufen wird. Die Formeln für die Erwärmung ergeben alsdann, dass die gesammte so im Schliessungsbogen erregte Kraft der Elektricitätsmenge und der mittleren elektrischen Dichtigkeit in der Batterie direct proportional ist, und dass sich dieselbe auf die einzelnen Theile desselben nach den Verhältnissen vertheilt, in welchen ihre Verzögerungswerthe zu der Summe der Verzögerungswerthe sämmtlicher Theile des Schliessungsbogens stehen.

§. 240.

Wenn der Schliessungsbogen zum Theil aus flüssigen, chemisch zusammengesetzen Leitern besteht, so werden diese durch die Entladung theilweise zersetzt. Indess lassen sich diese chemischen Wirkungen der Elektricität bei der Entladung einer Batterie nicht so einfach und bequem beobachten, als bei andern elektrischen Anordnungen, so dass es hier genügen möge, die Existenz dieser Zersetzungen angeführt zu haben, indem die genauere Betrachtung auf einen spätern Abschnitt verschoben bleibt.

Zu den chemischen Wirkungen der Entladung sind auch noch Entzündungen brennbarer Körper zu zählen, wie des Wasserstoffs, Aethers, Schiesspulvers u. s. w., obwohl diese eigentlich nicht in dem leitenden Theile des Schliessungsbogens sondern an Unterbrechungsstellen desselben stattfinden. Ferner gehört hierher die Bildung einer Spur von Salpetersäure aus dem Stickstoff und Sauerstoff der feuchten atmosphärischen Luft, wenn diese in der Unterbrechungsstelle des Schliessungsbogens sich befindet.

Es ist zu bemerken, dass bei sehr kleinen Verzögerungswerthen des Schliessungsbogens häufig diese Verbrennungen nicht bewirkt werden, während die Einschaltung eines Leiters von grossem Verzögerungswerthe, wie einer Röhre mit Wasser, sie hervorruft.

Endlich ist hierher die Bildung des Ozons zu rechnen, die bei elektrischen Entladungen durch die Luft an einem eigenthümlichen Geruche und einigen chemischen Kennzeichen erkannt wird. Dieser Geruch zeigt sich schon, wenn die Elektricität aus einer stumpfen Spitze aus dem Conductor einer längere Zeit gedrehten Elektrisirmaschine ausströmt. Die Natur dieser chemischen Verbindung ist übrigens noch nicht unzweifelhaft auf-

geklärt, indem das Ozon von Einigen als eine höhere Oxydationsstufe des Wasserstoffs, von Andern als eine Sauerstoffverbindung des Stickstoffs betrachtet wird.

Wenn der menschliche oder thierische Organismus einen Theil des Schliessungsbogens bildet, so wird in diesem durch die Entladung eine eigenthümliche Erschütterung hervorgebracht, die man als einen Schlag oder Stoss im Innern des Körpers, namentlich in den Gelenken, empfindet, und die bei starken Entladungen selbst Lähmungen und Tödtungen, besonders kleinerer Thiere, hervorbringen kann. Die Empfindlichkeit verschiedener Menschen gegen diese Schläge ist übrigens eine sehr verschiedene, so dass derselbe Schlag, der gleichzeitig durch verschiedene Individuen geht, von diesen in sehr verschiedenem Grade empfunden wird.

Die Stärke der Empfindung nimmt mit der Stärke der Ladung zu, aber nach Versuchen von Cavendish nicht in demselben Verhältniss wie die Erwärmung in Metalldrähten, sondern mehr mit der Menge der Elektricität als mit deren mittlerer Dichtigkeit, so dass der Schlag einer mit der Elektricitätsmenge 1 geladenen Flasche schwächer ist als der von vier mit der Elektricitätsmenge 2 geladenen gleichen Flaschen, deren Dichtigkeit also im Vergleich mit der der ersten $\frac{1}{2}$ ist, während die Erwärmung eines Drahtes durch beide Entladungen gleich sein würde. Volta hat aber gefunden, dass die durch Elektricität grösserer Dichtigkeit bewirkten Schläge eine weit unangenehmere Empfindung als die durch weniger dichte Ladungen erhaltenen verursachen; er nennt die erstere scharf, lebhaft und vibrirend, die letztere tief und voll.

Von dem eigentlichen Schlage ist der örtliche Schmerz oder die Empfindung zu trennen, welche man an der Oberfläche des Körpers an der Stelle enthält, auf welche der elektrische Funke trifft, wenn man die Entladung dadurch vornimmt, dass man diese Stelle des Körpers einem geladenen Leiter nähert, sowohl wenn der übrige Körper mit der entgegengesetzt geladenen Belegung der Batterie in Verbindung steht, als auch dann, wenn man ohne Anwendung einer Batterie einen mit freier Elektricität geladenen Conductor entladet. Dieser örtliche Schmerz lässt sich mit dem durch einen Nadelstich bewirkten vergleichen, und er rührt wahrscheinlich von einer Verletzung der Haut an dieser Stelle her, indem man durch sehr starke Entladungen Anschwellungen, Blasen und Geschwüre hervorbringen kann. Die Stärke desselben nimmt mit der Stärke der Ladung zu, kann aber ausserdem unter gleichzeitiger Schwächung des eigentlichen Schlages bei constant bleibender Ladung durch Einschalten von Leitern mit grossen Verzögerungswerthen, wie Wasser u. dgl., in den Schliessungsbogen vermehrt werden.

§. 241.

Diese letzte Wirkung so wie die Entzündungen einiger brennbarer Körper durch die Entladung gehören eigentlich schon zu den Wirkungen

an der Unterbrechungsstelle des Schliessungsbogens. Ausserdem gehören zu diesen noch mechanische Wirkungen auf die hier befindlichen Isolatoren, so wie die Lichterscheinungen.

Erstere zeigen sich darin, dass Papier, dünne Glas- oder Holzscheiben u. dgl. durchbohrt und zertrümmert, Baumwollenflocken aufgelockert und aus einander gerissen werden. Nach der Durchbohrung eines Papierblattes durch die Entladung zeigt das entstandene Loch auf beiden Seiten aufgeworfene Ränder; es ist dieses eine Folge davon, dass die einzelnen Theile eines Isolators nach allen Seiten fortgeschleudert werden, in einem solchen plattenförmigen Körper aber der Widerstand desselben in den gegen die Oberflächen senkrechten Richtungen am schwächsten ist, weshalb hierhin die losgerissenen Theile vorzugsweise getrieben werden.

Wenn in der Unterbrechungsstelle sich Luft befindet, so wird diese ebenfalls nach allen Seiten fortgeschleudert, was sich zeigt, wenn man die Entladung in einem Luftthermometer aber ohne eingesetzten Draht vornimmt; die Flüssigkeit sinkt dann während der Entladung plötzlich zurück, steigt aber sogleich wieder. Genaue Messungen dieser mechanischen Wirkung sind freilich nicht anzustellen, da die Luft auch gleichzeitig erwärmt wird, und man in dem Sinken der Flüssigkeit in der Röhre die Wirkungen beider Ursachen beobachtet; allein aus Versuchen von Knochenhauer geht hervor, dass die Ausdehnung der Luft nahezu der Elektricitätsmenge q proportional ist, welche entladen wird. Die mechanischen Wirkungen auf die Luft der Unterbrechungsstelle, so wie andere hier eingeschaltete Isolatoren, sind es auch wahrscheinlich, welche das die Entladung begleitende Geräusch, Knall, Knistern u. s. w., hervorbringen.

Die Richtungen, in welchen die Luft aus der Unterbrechungsstelle durch die Entladung fortgeschleudert wird, kann man einigermaassen sichtbar machen, indem man die Entladung über einer glatten isolirenden Fläche vornimmt, welche mit einem feinen Staube bestreut ist. Es wird dann dieser mit fortgerissen und fällt nachher in feinen Linien nieder, welche senkrecht gegen die die beiden einander gegenüber stehenden Spitzen des Schliessungsbogens verbindende Gerade gerichtet sind. So entstehen auf der Fläche feine Zeichnungen.

Diesen stehen die eigentlich elektrischen Zeichnungen gegenüber, die ebenfalls durch elektrische Entladungen über einer isolirenden Fläche aber durch Mittheilung oder Erregung freier Elektricität auf dieser entstehen, und durch feinen aufgestreuten Staub merklich gemacht werden können. Hierher gehören zunächst die Lichtenberg'schen Figuren. Man erhält diese, wenn man eine glatte isolirende Fläche mit einem elektrischen Leiter, z. B. dem Knopfe einer geladenen Flasche berührt, und dann einen feinen Staub aufstreut. Die Elektricität verbreitet sich dann nämlich über der Fläche in gewissen Linien, und zieht hier den feinen Staub durch elektrische Wirkung an.

Es zeigt sich dabei ein Unterschied zwischen den beiden Elektricitäten, indem der positiven sonnenähnliche Figuren mit ausfahrenden Strahlen, der negativen strahlenlose Scheiben entsprechen. Durch genaue Versuche hat Riess ausserdem gefunden, dass bei gleicher Elektricitätsmenge in dem genäherten Leiter die positive Figur einen etwa 7 mal so grossen Raum als die negative einnimmt. Allein er hat auch zugleich nachgewiesen, dass der Unterschied beider Figuren nicht von einer specifischen Verschiedenheit der beiden Elektricitäten, sondern von einer secundairen stets negativen Elektrisirung der Platte herrührt, die eine ungleiche Ausbreitung der mitgetheilten Elektricitäten auf derselben bedingt, während zugleich der aufgesiebte Staub selbst durch das Durchsieben elektrisch geworden ist, und nun von einzelnen Stellen der Platte angezogen, von andern abgestossen wird.

Eine andere Art elektrischer Zeichnungen sind die sogenannten Staubbilder, die durch Influenzelektricität einer glatten isolirenden Platte hervorgebracht werden. Wenn man nämlich einen Stempel aus Metall mit eingeschnittenen Figuren auf eine solche Fläche stellt, elektrisirt, und dann isolirt abhebt, so hat sich an den Stellen, wo das Metall die Platte berührte, die eine, an den andern den eingeschnittenen Figuren entsprechenden Stellen die andere Elektricität angesammelt. Bestreut man nun die Stelle mit einem Gemenge von feinem Schwefel und Mennige, die durch das Durchsieben entgegengesetzt elektrisch werden, so sammelt sich der eine Staub auf den positiven, der andere auf den negativen Stellen, und durch die verschiedene Farbe derselben erkennt man diese verschiedene Anhäufung in den Figuren des Stempels entsprechenden Zeichnungen.

Auch noch in anderer Weise als durch Batterieentladungen werden Luftbewegungen durch die Elektricität veranlasst, nämlich beim Ausströmen der Elektricität aus einem geladenen Leiter, und wenn dieses mit einer gewissen Regelmässigkeit geschieht, so entstehen dadurch regelmässige Luftströmungen, der sogenannte elektrische Wind. Die elektrisch gewordene Luft wird dann nämlich von dem elektrischen Leiter abgestossen, und zwar in der Richtung des Ausströmens, oder der des stärksten Druckes der im Leiter enthaltenen Elektricität. Indem aber stets neue elektrische Luft dem Leiter zuströmt, so kann, wenn der Leiter zugleich fortwährend neu elektrisirt wird, das Ausströmen und damit der elektrische Wind längere Zeit fortdauern. Wenn aber der Leiter leicht und selbst beweglich ist, so wird auch dieser von der Luft abgestossen, und bewegt sich dann in der dem Ausströmen entgegengesetzten Richtung, dieses ist im elektrischen Flugrädchen der Fall, welches auf den ersten Blick einige Aehnlichkeit mit den Reactions-Wasserrädern besitzt. Man erkennt aber, dass nicht das Ausströmen der Elektricität selbst, sondern der elektrische Wind die nächste Ursache der Drehung desselben ist, daran, dass die Drehung im luftverdünnten Raume schwächer wird.

§. 242.

Die Lichterscheinungen, welche die elektrische Entladung begleiten, können im Allgemeinen am leichtesten an dem Conductor einer Elektrisirmaschine beobachtet werden, dem man einen mit der Erde verbundenen Leiter nähert. Da nämlich diese zusammen eigentlich einen Schliessungsbogen bilden, d. h. die Entladung des Conductors durch die vorgängige Erregung der Influenzelektricität in dem genäherten Leiter vermittelt wird, und da die Schlagweite zunächst von der elektrischen Dichtigkeit an der Entladungsstelle abhängt, so wird man durch diese Anordnung grössere Schlagweiten erhalten können, als durch Gebrauch einer Batterie. Es wird aber die Schlagweite oder die Länge des Funkens von der Form des Conductors und des genäherten Leiters, sowie von der Menge der Elektricität abhängen, welche die Maschine in einer gegebenen Zeit zu liefern vermag.

Die Lichterscheinungen, die sich am Conductor zeigen, wenn ihm ein Leiter genähert wird, lassen sich in zwei verschiedene Classen theilen, in Funken und Büschel, von welchen die erstern von einem einmaligen Schall, letztere von einem länger anhaltenden knisternden Geräusch begleitet sind. Die Büschel bilden sich dann, wenn die Elektricität aus dem Conductor continuirlich ausströmt, die Funken, wenn sie denselben durch eine eigentliche Entladung discontinuirlich verlässt. Ob die eine oder die andere Form erscheint, hängt hauptsächlich von der Vertheilung der Elektricität auf den Conductor und den ihm genäherten Leiter ab, und daher können anscheinend geringe Aenderungen in der Lage umgebender Leiter die eine Form in die andere überführen, so dass man unter gewissen Umständen bei allmähliger Entfernung des entladenden Leiters von dem Conductor zuerst Funken, dann Büschel und endlich wieder Funken erhalten kann. Bei kürzeren Schlagweiten, wie bei der Entladung einer Batterie, erscheint die Bahn des Funkens meist geradlinig, bei längeren aber in der Regel zickzackförmig gebogen und mit ausfahrenden Aesten versehen.

Die Lichtstärke des Funkens ist von Masson durch genaue Messungen derselben bei Batterieentladungen in ihrer Abhängigkeit von der Ladung bestimmt, und es hat sich daraus ergeben, dass sie immer der Wärmemenge proportional ist, welche in einem bestimmten Theile des Schliessungsbogens gleichzeitig erregt wird, sie hängt also von denselben Umständen wie diese ab. Ausserdem aber hat auf dieselbe, sowie auf die Farbe des Lichtes, die Natur der Leiter einigen Einfluss, zwischen welchen der Funke überspringt. Bestehen diese aus Blei, Silber, Zinn, Quecksilber, so ist der Funke weiss, Eisen, Antimon, Gold geben röthliche Funken, Kupfer, Messing, Zink grünliche. Diese verschiedenen Färbungen sowie der Einfluss der Metalle auf die Lichtstärke erklären sich daraus, dass durch die Entladungen immer von den Leitern kleine Stücke losgerissen und mit dem Funken durch die

Unterbrechungsstelle geführt werden, welche zugleich glühen und so das elektrische Licht abändern. Die Ueberführung der Metalltheilchen von einem der beiden Leiter zu dem andern erkennt man theils an kleinen Grübchen und Rauhheiten, die nach mehrfachen Entladungen auf der Oberfläche der Leiter erscheinen, theils daran, dass, wenn dieselben verschieden sind, ebenfalls nach mehrfachen Entladungen auf jedem derselben kleine Mengen des andern gefunden werden. Diese Losreissung wird vermindert, wenn man die Entladung durch einen Schliessungsbogen von grossem Verzögerungswerthe gehen lässt; daher der Nutzen des dünnen und langen Platindrahtes in der Maassflasche (§. 234).

Das Spectrum, welches man durch ein Prisma vermittelst des elektrischen Funkens erkalten kann, bietet je nach der Natur der Leiter Verschiedenheiten, namentlich auch von dem Spectrum des Sonnenlichtes dar.

Die Büschel bei der continuirlichen Entladung sind bedeutend lichtschwächer als die Funken; sie zeigen sich an den Stellen, wo die Elektricitäten die beiden einander genäherten Leiter verlassen. Sie haben ihren Namen von der strahlenförmig divergirenden Anordnung des Lichtes in denselben, und sind je nach der Natur der die Leiter umgebenden Luft an Grösse und Farbe verschieden. Die positiven Büschel sind in der Regel grösser als die negativen, indess ist es wahrscheinlich, dass auch dieser Unterschied der beiden Elektricitäten kein wesentlicher ist, und nur durch Nebenumstände bedingt wird.

Wenn die Elektricität aus einem elektrischen Leiter, dem kein anderer genähert ist, vermöge ihrer grossen Dichtigkeit allmählig ausströmt, so geht die Entladung meist ohne Geräusch vor sich, und an den Stellen des Leiters, wo das Ausströmen vorzugsweise stattfindet, zeigt sich ein blasser bläulicher Lichtschein, das sogenannte elektrische Glimmen, oder an Spitzen ein sternartiger Lichtpunkt.

Einen besondern Glanz und grosse Ausdehnung gewinnen die Lichterscheinungen, wenn sie im luftleeren oder luftverdünnten Raume hervorgebracht werden. Die Funken gehen darin in ausgedehnte Büschel und oft den ganzen verdünnten Raum strahlenförmig und wogend erfüllendes Glimmen über.

In dem luftleeren Raume eines bewegten Barometers bemerkt man dieselben häufig im Dunkeln, indem durch die Reibung des Quecksilbers am Glase Elektricität frei wird.

§. 243.

Die elektrische Entladung einer Batterie oder auch nur eines einfachen elektrisirten Leiters kann auch ausserhalb des Schliessungsbogens noch verschiedene Wirkungen hervorbringen, von welchen wir hier nur die rein elektrischen erwähnen wollen, während eine andere Klasse derselben erst bei einer

spätern Gelegenheit besprochen werden kann. Diese Wirkungen zeigen sich dann, wenn in der Nähe des elektrischen Leiters sich andere Leiter befinden, zwischen denen und dem elektrischen Leiter keine primairen Elektricitätsübergänge stattfinden, sie werden also durch Vertheilung bedingt.

Hierher gehört namentlich der sogenannte Rückschlag. Befinden sich in der Nähe des Conductors einer Elektrisirmaschine zwei durch einen schmalen Zwischenraum von einander getrennte Leiter, von welchen der entfernte mit der Erde leitend verbunden ist, so wird durch die Elektrisirung des Conductors der ihm nächste dieser Leiter durch Vertheilung elektrisch, und zwischen diesem und dem entfernteren zeigen sich kleine elektrische Funken. Wenn aber dann der Conductor plötzlich entladen wird, so verschwindet auch die Influenzelektricität wieder in einem stärkeren Funken zwischen den beiden Leitern, und diese Entladung nennt man den Rückschlag.

Offenbar findet derselbe auch in einem einzelnen dem Conductor genäherten und zur Erde abgeleiteten Leiter statt, aber er kann dann nicht so unmittelbar sichtbar gemacht werden, als in dem ersten Falle.

Eine ähnliche Erscheinung ist die Seitenentladung der elektrischen Batterie; diese zeigt sich, wenn einem von dem Schliessungsbogen einer Batterie abgezweigten Drahte ein längerer isolirter Leiter gegenübergestellt wird, in einem kleinen Funken zwischen diesem und dem Drahte während der Entladung der Batterie. Sie rührt nach den ausführlichen Versuchen, wodurch Riess die Gesetze derselben aufgefunden hat, davon her, dass die freie Elektricität, welche sich während der Entladung auf dem Schliessungsbogen bewegt, also auch auf dem abgezweigten Theile desselben, in dem diesen gegenüberstehenden isolirten Leiter Influenzelektricität erregt, und auf diesen z. Th. überspringt.

Eine dritte elektrische Wirkung der Entladung ausserhalb des Schliessungsbogens ist endlich der Nebenstrom, welcher sich darin zeigt, dass, wenn neben dem Schliessungsbogen oder einem längeren Stücke desselben ein anderer Draht parallel mit diesem ausgespannt ist, dessen Enden aber durch einen andern Draht wieder gänzlich oder bis auf eine sehr kleine Unterbrechungsstelle leitend mit einander verbunden sind, auch in diesem während der Entladung der Batterie eine elektrische Entladung, merklich an einem kleinen Funken in der Unterbrechungsstelle, stattfindet. Da wir aber später noch wichtigere und wesentlich gleiche Erscheinungen kennen lernen werden, so wollen wir auch auf diese Erscheinung nicht weiter eingehen, deren Gesetze übrigens ebenfalls von Riess experimentell ermittelt worden sind.

Anhang.

Von der Luftelektricität.

§. 244.

Dieselben Wirkungen, welche wir bei der Entladung einer elektrischen Batterie beobachten, nehmen wir auch in einem beträchtlich vergrösserten Maasse an dem Blitze der Gewitter wahr. Obwohl dieser Gegenstand eigentlich mehr der Meteorologie als der Physik angehört, so möge doch noch das Folgende über diese so wie einige damit im Zusammenhange stehende Erscheinungen erwähnt werden.

Wie durch die Batterieentladung Leiter und Isolatoren, durch welche sie geht, erwärmt, geschmolzen, zertrümmert und entzündet werden, wie sie beim Durchgange durch die Luft von Funken und Knall begleitet ist, und wie sie auf den Organismus im Schlage erschütternd und tödtend wirkt, so zeigen sich dieselben Erscheinungen auch beim Einschlagen des Blitzes. Es erscheint daher dieser als die Entladung verhältnissmässig kolossaler Elektricitätsmengen, die in der Atmosphäre bei einem Gewitter vor dem Blitzstrahle sich anhäufen.

Als Ort dieser Elektricitätsansammlungen sehen wir die Gewitterwolken an, sei es, dass verschiedene derselben entgegengesetzte Elektricitäten enthalten, oder dass sie mit derselben Art geladen sind, und dann durch Influenz in der Erde die entgegengesetzte den Wolken gegenüber anhäufen. Das Erstere wird der Fall sein, wenn die Blitze zwischen den Wolken selbst sich entladen, in welchem Falle an der Erde nur der Rückschlag wirken kann, der in der That schon mehrfach beobachtet ist; das Letztere dagegen, wenn die Blitze zwischen den Wolken und der Erde bemerkt werden, und dieser Fall scheint der häufigste zu sein.

Ist nun wirklich eine Gewitterwolke der einen Belegung einer geladenen Batterie zu vergleichen, so muss ein Leiter, welcher derselben isolirt genähert wird, an seinen beiden Enden mit entgegengesetzter Elektricität geladen werden, und diese Elektricität muss durch Elektroskope nachzuweisen sein.

Dieses zeigt sich in der That, denn wenn ein Elektroskop während eines Gewitters an dem untern Ende einer isolirten vertical aufgerichteten Stange befestigt wird, so divergiren seine Blätter sehr beträchtlich, und man kann mit derartigen Apparaten dann sehr beträchtliche mitunter nicht ungefährliche elektrische Wirkungen erzielen.

Derartige Beobachtungen haben gezeigt, dass die Gewitterwolken bald mit positiver, bald mit negativer Elektricität geladen sind, dass aber während

eines Blitzes diese freie Elektricität momentan verschwindet, aber nach demselben, so lange das Gewitter anhält, sehr rasch wieder und zwar häufig mit raschem Wechsel der Elektricitätsart sich herstellt.

Die ungeheuern Wirkungen des Blitzes, vor Allem seine grosse Ausdehnung, d. h. die beträchtliche Schlagweite, geben zu erkennen, dass im Gewitter nicht allein sehr grosse Elektricitätsmengen, sondern auch Elektricitäten sehr grosser Dichtigkeit thätig sind.

Dass der den Blitz begleitende Donner dem Knalle analog ist, welcher auch durch andere elektrische Entladungen hervorgebracht wird, wird im Allgemeinen nicht bezweifelt; indess sind manche Einzelnheiten dabei noch unaufgeklärt. Die ungleiche Geschwindigkeit des Lichtes und des Schalles so wie die grosse Entfernung und Ausdehnung des Blitzes sind es offenbar, welche theils bewirken, dass der Donner meist merklich später als der Blitz wahrgenommen wird, theils dass man den Donner länger anhaltend und nicht als einen einfachen Knall hört, wie es die Analogie der elektrischen Entladung einer Batterie zu erfordern scheint. Indem die elektrische Entladung innerhalb einer verschwindend kleinen Zeit an vielen Punkten vor sich geht, die von dem Beobachter verschieden weit entfernt sind, gelangt der Schall in sehr ungleich langen Zeiten zum Beobachter. Das eigenthümliche Rollen des Donners hat man theils durch Echos, theils durch Interferenzerscheinungen der von verschiedenen Punkten der Bahn des Blitzes gleichzeitig ankommenden Schallwellen abzuleiten gesucht; auch hat man wohl eine der Ursachen des Donners theilweise in dem plötzlich sich bildenden heftigen Regen gesucht, der gewöhnlich den Blitz zu begleiten pflegt.

Die offenbar elektrische Natur des Blitzes und die Möglichkeit, einem elektrisirten Conductor durch genäherte Spitzen die Elektricität allmählig zu entziehen, und dadurch eine solche Verdichtung der Elektricität auf demselben zu verhindern, welche zu sehr intensiven Entladungsschlägen erforderlich ist, haben auf die Idee geführt, in ähnlicher Weise durch den Blitzableiter, eine lange, vertical stehende, zugespitzte und mit der Erde in gut leitender Verbindung stehende Stange, die Elektricitätsansammlung in den Gewitterwolken zu verhindern, und dadurch die verheerenden Wirkungen der Blitzschläge abzuwenden.

Die Erfahrung hat nun freilich gezeigt, dass in dieser Weise der Zweck dadurch nicht erreicht wird, denn die Blitzableiter sind nicht im Stande, die Bildung der Gewitter oder selbst die plötzlichen und heftigen Entladungen derselben im Blitze zu verhindern, vermuthlich weil die Längen, welche man den Spitzen geben kann, und die Influenzelektricitäten, welche darin hervorgerufen werden, zu gering gegen die gewaltigen Elektricitätsmengen sind, welche während eines Gewitters in sehr kurzen Zeiträumen sich bilden. Aber den Hauptzweck, die zerstörenden Wirkungen des Blitzes

zu vermindern, erfüllen die Ableiter doch in einer andern Weise. Wenn nämlich in der Nähe eines solchen eine elektrische Entladung stattfindet, so wird die hervorragende Spitze desselben und die gut leitende Verbindung dieser mit der Erde bewirken, dass die Entladung durch diese geht, und die minder gut leitenden Substanzen, woraus die zu schützenden Gebäude bestehen, verschont bleiben. Soll dieser Zweck vollkommen erreicht werden, so ist es nothwendig, dass die Leitung des Blitzableiters sehr vollkommen sei, dass namentlich auf grösseren Gebäuden mehrere nicht zu weit aus einander stehende und mit einander leitend verbundene Ableiter sich befinden, und dass alle hervorragenden Theile des Gebäudes metallisch mit diesem verbunden sind.

Es ist natürlich nicht möglich, anzugeben, wie weit sich die schützende Wirkung des Blitzableiters erstreckt, aber dass diese Entfernung jedenfalls nicht gross sein kann, ergiebt sich aus den Fällen, wo der Blitz auch in der Nähe von Blitzableitern eingeschlagen hat. Als Anhaltspunkt zur Schätzung hat man wohl die freilich willkürliche und auch nicht ganz bestimmte Regel aufgestellt, dass jeder Blitzableiter eine Kreisfläche schütze, deren Radius der Höhe desselben über dem Gebäude gleich sei.

Insbesondere sind die Zündungen durch den Blitz am gefährlichsten, und gerade diese werden am besten durch die gute Leitung vermieden, weil brennbare Substanzen um so weniger leicht durch die elektrische Entladung entzündet werden, aus je besseren Leitern der Schliessungsbogen gebildet ist.

§. 245.

Die Apparate, welche die grossen Elektricitätsmengen zur Anzeige bringen, die sich während eines Gewitters in der Atmosphäre befinden, geben, wenn sie hinreichend empfindlich sind, nicht nur in diesen besondern Fällen Spuren von Elektricität, sondern auch fast zu jeder andern Zeit. Es ist daher in der Atmosphäre beständig freie Elektricität vorhanden.

Vielfache Untersuchungen über dieselbe haben zu dem Resultate geführt, dass sie in der Regel, namentlich bei heiterm Himmel, positiv ist, dass sie aber namentlich bei Niederschlagbildungen, Regen, Nebel u. s. w. beträchtlichen und plötzlichen Schwankungen ausgesetzt ist, die die Menge derselben vermehren oder vermindern, ja selbst sie in negative von beträchtlicher Menge umwandeln können. Es scheint daraus hervorzugehen, dass die beträchtliche Elektricität beim Gewitter nicht Ursache desselben, sondern eine Folge der dann gewöhnlich mit grosser Heftigkeit gebildeten Niederschläge ist, und Gleiches gilt auch von den den Hagel meist begleitenden elektrischen Erscheinungen.

Abgesehen von diesen plötzlichen und unregelmässig eintretenden Schwankungen der Luftelektricität zeigen sich auch periodische Schwan-

kungen derselben im Laufe eines Tages und Jahres, die aber erst in den Mitteln sehr vieler Beobachtungen deutlich hervortreten. Im Allgemeinen schliessen sich diese den periodischen Schwankungen des Barometers an, indem im Sommer die mittlere Elektricitätsmenge weit geringer als im Winter ist, wie sich das aus regelmässigen Beobachtungen in München, Brüssel, Kreuznach und einigen andern Orten ergiebt. Im Laufe eines Tages scheint sie ebenfalls 2 Maxima und 2 Minima zu erreichen.

Woher die Elektricität der Luft, sowohl die gewöhnlich in derselben enthaltene als auch die im Gewitter auftretende, stamme, ist noch eine Frage, deren Beantwortung von der Zukunft erwartet werden muss. Die bis jetzt darüber aufgestellten Hypothesen haben noch nicht zu einer genügenden Erklärung führen können. Vermuthlich wirken dabei eine grosse Menge von Ursachen mit.

Siebter Abschnitt.

Vom Magnetismus.

Erstes Capitel.

Von der Wirkung der Magnete auf einander und auf Eisen.

§. 246.

Das Eisen ist vor allen übrigen Körpern durch eine merkwürdige Eigenschaft ausgezeichnet, nämlich die, dass wenn es mit gewissen Eisenerzen in Berührung oder in eine geringe Entfernung von denselben gebracht wird, es dann von diesen, besonders von einigen Stellen derselben, angezogen wird. Solche Eisenerze (vorzugsweise Eisenoxydoxydul), welche diese Anziehung auf das Eisen ausüben, nennt man magnetische Körper oder Magnete.

Man erkennt leicht, dass ein Körper magnetisch ist, daran, dass wenn er in Eisenfeile gelegt wird, von dieser eine grössere oder geringere Menge beim Aufheben an demselben haften bleibt. Man bemerkt dann aber, dass die Eisenfeile nicht an allen Stellen desselben in gleicher Menge haftet, sondern dass sich an dem Magnete zwei oder mehrere Stellen finden, wo dieses vorzugsweise der Fall ist, während an andern Stellen die Feilspähne nur wenig oder gar nicht festgehalten werden. Die Stellen des Körpers, wo vorzugsweise das Anhaften stattfindet, kann man zweckmässig die magnetischen Polargegenden desselben nennen.

Ein Stäbchen von gewöhnlichem weichem Eisen zeigt in der Regel an sich keine magnetischen Eigenschaften; wenn es aber mit seinem einen Ende der Polargegend eines Magneten nahe gebracht oder damit berührt wird, so ist es ebenfalls magnetisch; es zieht dann Eisenfeile ebenfalls an und zwar vorzugsweise mit seinen Enden, in der Mitte dagegen meistens nicht.

Es kann also die magnetische Eigenschaft von einem Magnete auf ihn berührendes oder in seiner Nähe befindliches weiches Eisen übertragen werden. Sobald aber der Magnet von demselben entfernt wird, so verschwindet die magnetische Eigenschaft wieder. Diese Möglichkeit, das Eisen

nach Belieben in den magnetischen und in den unmagnetischen Zustand zu versetzen, macht es nothwendig, eine vom Eisen verschiedene Ursache der magnetischen Anziehung, den Magnetismus, anzunehmen, welche die magnetischen Wirkungen hervorbringt, und welche dem Eisen mitgetheilt und ihm wieder genommen werden kann. In den an sich magnetischen Körpern muss sie als von Natur vorhanden angenommen werden.

Stellt man denselben Versuch an, indem man statt des weichen Eisens einen Stab von gehärtetem Stahl nimmt, so wird dieser, wenn er mit dem Magnete in Berührung gebracht wird, anfänglich zwar nur schwach oder kaum merkbar magnetisch, wenn er aber längere Zeit mit demselben in Berührung bleibt, oder noch besser, wenn er nach gewissen Regeln mit demselben gestrichen wird, so erhält er die magnetische Eigenschaft ebenfalls, und zwar bleibt diese auch dann noch in ihm, wenn er von dem Magnete wieder getrennt wird. Wir sind daher in den Stand gesetzt, uns auf künstliche Weise dauernde Magnete zu verschaffen, wodurch wir den Vortheil erhalten, diesen beliebige Formen geben zu können. Da diese künstlichen Magnete alle Eigenschaften der natürlichen besitzen, nämlich sowohl das weiche Eisen anzuziehen, als auch dieses vorübergehend magnetisch, endlich auch den harten Stahl dauernd magnetisch zu machen, oder zu magnetisiren, so wendet man sie meistens bei der Untersuchung statt der natürlichen an. Man giebt ihnen dazu gewöhnlich eine stabförmige oder eine hufeisenförmige Gestalt, und magnetisirt sie so, dass die Polargegenden an die Enden zu liegen kommen, was durch eine besondere Art des Streichens beim Magnetisiren bewirkt wird.

Wenn man mit einem Magnete eine Reihe von Stahlstäben magnetisirt, so zeigt sich, dass er dabei von seiner magnetischen Kraft wenig oder gar Nichts verliert. Es kann daher das Magnetisiren nicht als eine eigentliche Mittheilung des Magnetismus von dem einen Stabe an einen andern betrachtet werden, sondern es wird durch die Wirkung des ersten Stabes auf den zweiten in diesem Magnetismus, der vorher nicht bemerklich war, erregt. Wir können uns dieses etwa so vorstellen, dass der Magnetismus in dem zweiten Stabe schon vor dem Magnetisiren vorhanden war, aber unter solchen Bedingungen, welche verhinderten, dass er nach Aussen hin eine Wirkung hervorbringen konnte, und dass diese Bedingungen durch das Magnetisiren entfernt wurden; etwa so, wie wir bei der Elektricität gesehen haben, dass ein elektrischer Körper in der Nähe eines unelektrischen Leiters diesen vorübergehend oder dauernd elektrisiren konnte, ohne von seiner eigenen Elektricität etwas abzugeben. Hier war es die Scheidung der beiden Elektricitäten, und wenn der zweite Leiter ableitend berührt war, die Fortschaffung der gleichnamigen Elektricität, welche bewirkte, dass von den vorher durch das Zusammensein beider Elektricitäten aufgehobenen Wirkungen einer jeden nach der Elektrisirung die der frei gewordenen hervortreten

konnte. Ohne aber für jetzt diesen Vergleich weiter fortzusetzen, wollen wir nur festhalten, dass das Magnetisiren ebenfalls nicht in einer Mittheilung von Magnetismus, sondern nur in einem Erregen desselben besteht, welches entweder neuen Magnetismus in dem magnetisirten Stabe schafft, oder den vorher schon vorhandenen, aber nach Aussen hin unwirksamen, jetzt wirksam macht.

§. 247.

Die magnetische Eigenschaft eines Magneten zeigt sich nicht nur in der Anziehung oder Magnetisirung des Eisens, sondern noch durch eine andere Erscheinung, die wir ihren Grundzügen nach schon hier erwähnen wollen, obgleich wir sie erst später im Einzelnen verfolgen werden, die aber bei allen magnetischen Vorgängen immer beachtet werden muss. Hängt man nämlich einen stabförmigen Magnet mittelst eines Fadens von geringer Torsionskraft horizontal so auf, dass er sich um diesen wie um eine verticale Achse drehen kann, so stellt er sich mit seiner Längsachse in eine bestimmte Richtung ein, und wenn er auf irgend eine Weise daraus entfernt und dann sich selbst überlassen wird, so kehrt er durch Schwingungen in dieselbe zurück, gerade so wie ein aus der verticalen Richtung abgelenktes Pendel durch Schwingungen in diese zurückkehrt.

Hängt man denselben Stab ähnlich, aber in einer etwas andern Weise, so auf, dass die bei der ersten Aufhängung obere Seite desselben jetzt zur untern wird, so stellt sich der Stab wieder nahezu in dieselbe Richtung ein. Es ist zwar möglich, dass dann seine geometrische Achse sich in eine etwas andere Richtung als vorher einstellt, allein wenn, wie es gewöhnlich der Fall ist, die Polargegenden an den Enden des Stabes liegen, so ist diese Abweichung nur unbedeutend; es findet sich dann aber eine andere mit der geometrischen Achse nur einen kleinen Winkel einschliessende Richtung, welche genau wieder dieselbe Lage wie vorher annimmt, und diese nennt man die magnetische Achse. Auf dem angegebenen Wege kann sie an einem Stabe aufgefunden, und wenn sie mit der geometrischen Achse nicht zusammenfällt, durch Punkte an den Enden des Stabes markirt werden, und es zeigt sich, dass wie man auch den Stab um seine geometrische Achse drehen mag, die magnetische Achse bei freier Drehbarkeit des Stabes in einer horizontalen Ebene immer genau wieder in derselben Verticalebene zur Ruhe kommt. Da die magnetische Achse, in dieser Weise definirt, nur eine Richtung ist, so hat man dabei nicht an eine bestimmte gerade Linie im Magnet zu denken, sondern alle dieser Richtung parallele gerade Linien können magnetische Achsen genannt werden. Gewöhnlich versteht man aber diejenige darunter, welche durch die verticale Drehungsachse des Magnets geht, und da sie meistens mit der geometrischen Längsachse zusammenfällt, so kann man, wo es nicht auf die allergrösste Genauigkeit

ankommt, diese dafür nehmen, weil die Richtung, in welche diese sich einstellt, häufig am bequemsten zu beobachten ist. Wenn, wie es ebenfalls in der Regel der Fall ist, der Magnet zwei Polargegenden besitzt, so ist die magnetische Achse eine solche, dass sie durch beide hindurchgeht, und man pflegt dann wohl die Endpunkte derselben, in denen sie die Oberfläche schneidet, die Pole des Magneten zu nennen.

Die Verticalebene, in welche sich die magnetische Achse eines um eine verticale Achse frei drehbaren Magneten einstellt, nennt man den magnetischen Meridian, und den Winkel, welchen dieser mit dem astronomischen Meridian macht, die magnetische Declination. Dieser Winkel ist an den meisten Orten auf der Erde nur klein, so dass der drehbare Magnet mit dem einen Ende oder Pole nahezu nach Nord, mit dem andern nahezu nach Süd zeigt. Wird er um 180° gedreht, so dreht er sich, freigelassen, ebenfalls wieder in seine erste Lage zurück, es wendet sich daher immer derselbe Pol eines Magneten gegen Norden hin. Dadurch giebt sich ein Unterschied zwischen den beiden Polen eines Magneten zu erkennen, wonach wir den einen sich nach Norden richtenden als nördlichen (auch wohl positiven), den andern als südlichen (auch wohl negativen) bezeichnen können. Meistens pflegt man an einem Magnete den nach Norden sich richtenden Pol äusserlich zu bezeichnen, und nennt daher diesen auch wohl den bezeichneten, den andern den unbezeichneten Pol.

§. 248.

An einem in der im vorigen Paragraphen beschriebenen Weise aufgehängten Magnete kann man die Anziehung zwischen seinen Polargegenden und dem weichen Eisen sehr merklich machen. Nähert man ein solches dem einen oder dem andern Pole, so wird der Magnet immer aus dem magnetischen Meridian abgelenkt, und zwar so, dass der dem Eisen nächstliegende Pol diesem genähert wird, mag dieser Pol der Nordpol oder der Südpol sein. Indem man also das Eisen längs des Magnets parallel mit diesem vorüberführt, wird der Magnet zuerst nach der einen, dann nach der andern Seite hin abgelenkt.

Die Anziehung findet daher zwischen dem Eisen und dem ihm nächstliegenden Pole des Magneten statt.

Wenn man aber statt des weichen an sich unmagnetischen Eisens dem Magneten einen andern Magnet nähert, so wird der erstere zwar auch wieder aus dem magnetischen Meridian abgelenkt, aber es kann dann die Ablenlenkung nach der einen oder andern Seite gerichtet sein, je nachdem der eine oder andere Pol des zweiten Magneten dem einen z. B. Nordpole des drehbaren Magneten genähert wird.

Ist der genäherte Pol ein Südpol, so wird der Nordpol des drehbaren Stabes angezogen, so wie vom weichen Eisen, ist er aber ein Nordpol, so

wird er abgestossen. Wird umgekehrt der Nordpol dem Südpole des drehbaren Magneten genähert, so wird dieser angezogen, aber dieser durch Näherung des Südpols abgestossen.

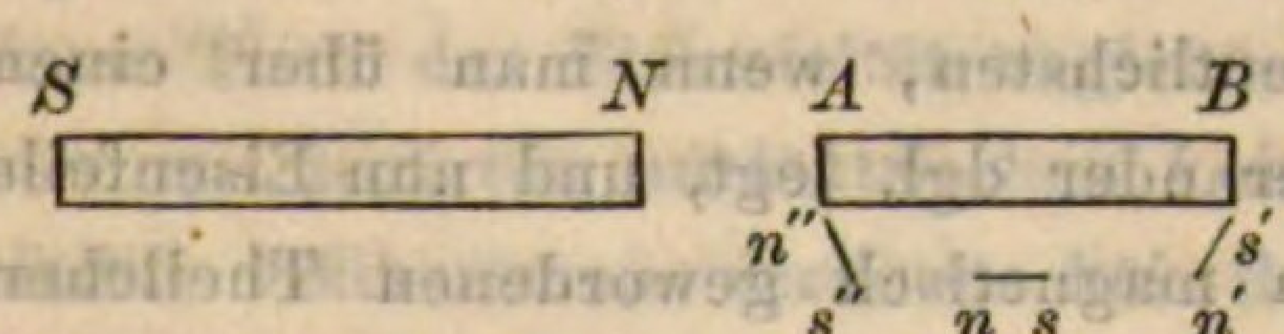
In der Wirkung eines Magnets auf einen andern giebt sich also ebenfalls eine Verschiedenheit unter den Polen eines Magneten zu erkennen, welche sich kurz so aussprechen lässt: ungleichnamige Pole zweier Magnete ziehen sich gegenseitig an, gleichnamige dagegen stossen sich ab, eine Verschiedenheit, welche in der Wirkung auf das weiche Eisen nicht hervortritt.

Eine Folge hiervon ist, dass wenn wir einem drehbaren Magneten einen weichen Eisenstab in einer Richtung nähern, die gegen seine magnetische Achse senkrecht ist, und etwa durch die Mitte desselben hindurch geht, so dass der Eisenstab auf beide Pole gleich wirkt, der Magnet nicht abgelenkt wird, dass aber, wenn derselbe Versuch mit einem Magnet angestellt wird, der drehbare Magnet sich mit dem Nordpol nach der einen oder andern Seite dreht, je nachdem der Nordpol oder der Südpol des genäherten Magneten dem erstern näher ist.

Die gleichartige Anziehung des Eisens auf jeden der beiden Pole ist aber an die Bedingung geknüpft, dass das Eisen unmagnetisch sei, oder wenigstens, dass es durch keine andere Ursache magnetisirt werde, als durch den Magnet selbst, auf dessen Pole es wirken soll. Sobald es aber durch einen andern Magnet schon magnetisch geworden war, ehe es dem drehbaren Magneten genähert war, so kann es auf diesen ebenfalls eine abstossende Kraft ausüben.

Man kann dieses sehen, wenn man einen kleinen auf einer Spitze drehbaren Magnet, eine sogenannte Magnetnadel, längs eines weichen Eisenstabes hinführt, dessen eines Ende dem einen Pole eines starken Magneten nahe liegt, welchen letztern man am passendsten so legt, dass die Längsachsen beider Stäbe in eine Richtung zu liegen kommen. Es mag diese Richtung die der Geraden *BANS*, Fig. 56, parallel mit den magnetischen Meridian sein, und der Eisenstab *AB* vor dem Nordpole *N* des grossen Magneten *NS* liegen. Führt man nun die kleine Nadel *ns* nahe am Eisenstabe her, so wird der Nordpol derselben von dem entfernten Ende *B* des Eisenstabes abgestossen, indem sie etwa die Lage $n's'$ annimmt, von dem nächsten Ende *A* dagegen angezogen, indem sie sich hier etwa in die Lage $n''s''$ stellt. Es besitzt also auch der unter dem magnetischen Einflusse des grossen Magneten befindliche Eisenstab zwei entgegengesetzte Pole, und die Lage derselben ist eine solche, in welcher sie, wenn sie schon vorhanden wären, eine Anziehung zwischen den einander nächsten Enden des Eisenstabes und des grossen Magnets

Fig. 56.



hervorbringen würden. Dass nicht etwa in dem genannten Versuche der grosse Magnet es ist, welcher die Ablenkung der kleinen Magnetnadel hervorbringt, ergiebt sich daraus, dass, wenn der Eisenstab weggenommen wird, während der kleine Magnet an dem Ende *A* desselben sich befindet, welcher dem Nordpole des grossen Magneten am nächsten war, nun die Ablenkung des kleinen Magneten in die entgegengesetzte übergeht. Aus diesem Versuche ergiebt sich also, dass ein Magnetpol an der nächsten Stelle eines ihm genäherten unmagnetischen Eisenstabes einen ungleichnamigen, an der entferntesten Stelle einen gleichnamigen hervorbringt.

Daraus aber kann man schliessen, dass die Anziehung des weichen Eisens überhaupt durch einen Magnet keine unmittelbare Wirkung desselben ist, sondern dass sie durch die vorgängige Magnetisirung vermittelt wird, gerade wie ein elektrischer Körper einen kleinen Leiter anzieht, indem er ihn erst durch Vertheilung elektrisch macht, und dann die ihm nächstliegende Elektricität desselben stärker als die entferntere anzieht, und so den Leiter mit fortreisst. Wenn diese Vorstellung richtig ist, so muss ein Stück weiches Eisen, z. B. eine an einem Faden aufgehängte Kugel, die von den beiderlei Polen zweier Magnete, wenn diese ihr einzeln genähert werden, beträchtlich angezogen wird, schwächer angezogen werden, wenn zwei ungleichnamige Pole dieser ihr gleichzeitig von derselben Seite genähert werden, während, wenn die Anziehung eine unmittelbare Wirkung der Magnete auf das Eisen wäre, sie dann stärker angezogen werden müsste. Der Versuch zeigt aber, dass das erstere der Fall ist, ja wenn die beiden Magnete, was allerdings nicht immer leicht zu erreichen ist, vollkommen gleich kräftig auf die Kugel wirken, so wird die Kugel gar nicht durch beide zusammen in der angegebenen Lage bewegt.

Die hierdurch bestätigte Voraussetzung, dass das weiche Eisen nur deshalb vom Magnete angezogen wird, weil es zunächst von diesem selbst magnetisch gemacht wird, erklärt auch die eigenthümliche Anordnung der Eisenfeile, welche sich an einen darin getauchten Magnet hängt; es ist diese büschel- und fadenförmig, indem an ein Theilchen ein anderes sich hängt. Diese Reihenbildung sieht man am deutlichsten, wenn man über einen Magnet eine Glastafel, ein Stück Papier oder dgl. legt, und nun Eisenfeile leicht auf diese streut. Die einzelnen magnetisch gewordenen Theilchen legen sich mit ihren ungleichnamigen Polen an einander, indem sie zugleich vom Magnete gerichtet werden, und so bilden sie besondere Curven, magnetische Curven, welche von den Polargegenden vorzugsweise ausgehend, sich nach allen Seiten hin umbiegen, und von beiden Seiten her nach der Mitte sich zu vereinigen scheinen, etwa wie Fig. 57.

Fig. 57.



§. 249.

Die Erscheinungen der magnetischen Anziehung und Abstossung stehen hiernach im vollständigsten Parallelismus mit denen der elektrischen Anziehung und Abstossung. Wie wir positiv und negativ elektrische Körper unterscheiden müssen, von denen ungleichnamige sich anziehen, gleichnamige sich abstossen, so findet ebenfalls zwischen den ungleichnamigen Polen zweier Magnete Anziehung, zwischen den gleichnamigen Abstossung statt; wie ein elektrischer Körper einen unelektrischen nach vorgängiger Elektrisirung desselben durch Vertheilung, dann aber nach den Gesetzen der rein elektrischen Wirkung anzieht, so wird das unmagnetische Eisen vom Magnete ebenfalls mit einer gleichzeitigen Magnetisirung angezogen.

Wie wir nun aber zur Erklärung der elektrischen Erscheinungen zwei in vollständigem Gegensatze zu einander stehende unwägbare elektrische Materien in den Körpern uns vorhanden gedacht haben, welche mit den Körpern selbst nur durch Molecularkräfte in unmittelbarer Verbindung standen, und aus deren Einwirkung auf einander die elektrischen Ercheinungen abgeleitet wurden, so scheint es daher auch am natürlichsten zu sein, zur Erklärung der magnetischen Erscheinungen in den des Magnetismus fähigen Körpern zwei ähnliche imponderabele einander entgegengesetzte Materien, nördlichen oder positiven, und südlichen oder negativen Magnetismus anzunehmen, und zu versuchen, alle Wirkungen der magnetischen Körper auf einander aus der Ferne aus den zwischen diesen Magnetismen thätigen Kräften abzuleiten, zwischen diesen und den ponderabeln Theilchen der Körper aber ebenfalls nur Molecularkräfte thätig anzunehmen.

Einige Unterschiede finden freilich zwischen den magnetischen und den elektrischen Erscheinungen statt, welche aber, wie sich leicht ergeben wird, durch einige Annahmen über die Wirkung der ponderabeln Körper auf die magnetischen Flüssigkeiten bei der Berührung mit dieser Theorie vereinigt werden können. Hierher gehört zunächst, dass wenn ein elektrisirter Körper mit einem nicht elektrischen Leiter zur Berührung kommt, er an diesen einen Theil der Elektricität abgiebt, so dass er, wenn jener abgeleitet ist, oder mit isolirten unelektrischen Leitern mehrfach berührt wird, seine Elektricität vollkommen verliert; bei den magnetischen Körpern findet aber dieses nicht statt, denn wie wir schon erwähnt haben, kann durch einen Magnet eine Menge von andern Magneten auch durch vollständige Berührung gebildet werden, ohne dass der erste merklich geschwächt würde. Die Magnetisirung muss daher immer der Elektrisirung durch Vertheilung parallel gestellt werden, auch dann, wenn der Magnet und das Eisen sich wirklich berühren, oder man muss annehmen, dass, während die Elektricitäten von einem Körper zu einem andern bei der Berührung oder innerhalb der Schlagweite übergehen, die Magnetismen eine solche Bewegung

nicht ausführen, also die Oberfläche der Körper, in welchen sie sich befinden, nicht durchdringen können. Es kann also einem Körper von Aussen kein Magnetismus mitgetheilt werden, sondern nur der in ihm vorhandene neutrale, d. h. die Verbindung von nördlichem und südlichem, geschieden werden.

Das weiche Eisen, in welchem diese Scheidung sehr leicht erfolgt, aber auch, wenn die scheidende Ursache wegfällt, sehr rasch und leicht wieder verschwindet, kann in Bezug auf die Beweglichkeit der Magnetismen in demselben den vollkommneren Leitern der Elektricität verglichen werden. Der Stahl dagegen bildet gewissermaassen einen sehr schlechten Leiter für die Magnetismen, indem die Bewegung dieser in demselben nur durch starke und länger dauernde magnetische Einwirkungen hervorgerufen wird. Man schreibt ihm daher eine Coërcitivkraft zu, welche so stark ist, dass die Kräfte zwischen den in ihm geschiedenen Magnetismen keine merkliche Bewegung derselben zu Wege bringen können, welche andererseits aber doch nicht stark genug ist, Bewegungen, welche durch starke magnetische Kräfte gefordert werden, gänzlich zu verhindern.

Die Unmöglichkeit, aus einem Körper Magnetismus in einen andern durch eigentliche Mittheilung überzuführen, führt zu der nothwendigen Folgerung, dass man einen von Natur unmagnetischen Körper nicht mit einem einzigen Magnetismus laden kann, sondern dass in demselben immer beide gleichzeitig erhalten werden. Es wäre freilich damit doch nicht ausgeschlossen, dass in den von Natur magnetischen Körpern nur einer sich finden könnte, allein bisjetzt hat man solche nur unipolare Magnete noch nicht gefunden; diese scheinen also nicht zu existiren.

Allein wie man durch Influenz die beiden Elektricitäten auf verschiedenen Körpern getrennt erhalten kann, wenn man einen aus zwei Theilen bestehenden Leiter, während er der vertheilenden Wirkung eines elektrischen Körpers ausgesetzt ist, aus einander nimmt, so scheint es, dass man die beiden Magnetismen von einander getrennt würde erhalten müssen, wenn man einen Magnet, sei dieser dauernd oder nur vorübergehend magnetisch, etwa in der Mitte durchbräche, oder da, wo derselbe keine Eisenfeile anzieht, an einer Stelle, welche man die indifferente zu nennen pflegt.

Führt man aber dieses aus, so ergiebt sich, dass auch auf diesem Wege keine unipolaren, d. h. nur mit einer einzigen Art des Magnetismus geladenen, Magnete erhalten werden können. Denn an der Bruchstelle jedes der beiden neuen Stücke findet man nach dem Durchbrechen neue Polargegenden entwickelt, und zwar in der Weise, dass jedes Bruchstück wieder zwei verschiedene Polargegenden, eine nördliche und eine südliche, hat. Wie weit man auch dieses Zerbrechen fortsetzen mag, immer kann man an einem Bruchstücke, welches den einen Magnetismus zeigt, auch den andern wieder auffinden. Es erscheint daher die Beweglichkeit des Magnetismus

im Eisen oder Stahl in noch weit engern Grenzen eingeschlossen zu sein, als nur in die, dass sie die Oberfläche der Körper nicht verlassen können. Das Vorhandensein beider Pole an jedem der Bruchstücke zeigt, dass in dem ganzen Magnete nicht etwa der ganze nördliche Magnetismus auf der einen Hälfte, der ganze südliche auf der andern Hälfte sich findet, wie es die Analogie mit den durch Vertheilung elektrischen Körpern zu erfordern scheint, sondern dass auf jedem Stücke noch beide Magnetismen, aber getrennt, vorhanden sind. Wenn wir uns aber denken, dass durch die Magnetisirung eines Stabes die beiden Magnetismen zwar von einander geschieden, d. h. in entgegengesetzten Richtungen bewegt werden, aber nur um sehr wenig, dass aber die Bewegungen der Theile des nördlichen Magnetismus in allen Theilen des Magnets nach einer oder wenigstens nach nur wenig von einander differirenden Richtungen geschehen, die der südlichen Theilchen nach einer andern gerade entgegengesetzten oder nach mehreren hiervon wenig differirenden Richtungen, so wird es möglich sein, zu begreifen, dass an dem einen Ende des Magnets die Wirkung der nördlichen Theilchen, an dem andern Ende die der südlichen Theilchen überwiegt, dass zwischen ihnen ein allmähliger Uebergang und an einer bestimmten Stelle, der Indifferenzstelle, Gleichgewicht zwischen beiden stattfindet. Für die Berechnung der Wirkungen des ganzen Magnets wird es dann zulässig sein, nur den Ueberschuss der einen oder andern Wirkung über die andere zu betrachten, und so auf der einen Seite nur freien nördlichen, auf der andern nur freien südlichen Magnetismus vorhanden anzunehmen, die wirkliche Vertheilung der Magnetismen also durch eine ideale zu ersetzen. Dieselbe ideale Vertheilung wird dann aber nicht mehr zulässig sein, wenn der Magnet in Theile zerlegt wird. Denn auch dann ist an jedem Theile eines Bruchstückes wieder die magnetische Wirkung die Resultante aller von den einzelnen magnetischen Theilen hier ausgeübten Kräfte, und da dann wieder dem einen Ende der nördliche, dem andern der südliche Magnetismus Theilchen für Theilchen näher liegt, so wird auch hier an dem erstern Ende die nördliche, am andern die südliche Wirkung überwiegen, und daraus sich eine neue ideale Vertheilung des freien Magnetismus ergeben, welche unabhängig von der für den ganzen Magnet gültigen ist. Es bleibt dabei selbst nicht ausgeschlossen, dass durch das Zerbrechen die wirkliche Vertheilung des Magnetismus in den einzelnen Theilen geändert wird, da diese, wenn auch in einem durch die Coërcitivkraft bedingten geringem Grade auch von der Einwirkung der magnetischen Theilchen auf einander abhängig sein muss.

Die bisher erwähnten Thatsachen führen also zu der Annahme hin, dass die Bewegung der Magnetismen in den magnetisirbaren Körpern nur auf unmessbar kleine Räume beschränkt sei, und da auch die natürlichen Magnete dieselben Erscheinungen zeigen, so dürfen wir in ihnen ebenfalls

die Scheidung der Magnetismen auf nur unmessbar kleine Entfernungen, also etwa auf die Molecüle der Körper, beschränkt annehmen.

§. 250.

Die Annahmen der vorhergehenden Paragraphen, durch welche wir versucht haben, die magnetischen Erscheinungen zu erklären, bedürfen zur Vervollständigung noch einer Ergänzung, wodurch es möglich wird, die Folgerungen aus denselben auch numerisch mit den Erscheinungen zu vergleichen, und so die Annahmen selbst einer genaueren Prüfung zu unterwerfen.

Bevor wir aber hierauf eingehen, wollen wir zunächst die Verfahrungsarten betrachten, wodurch man künstliche Magnete herstellt, und die Umstände, von welchen die Magnetisirbarkeit abhängt. Die Coërcitivkraft des Eisens oder Stahls hat hierauf natürlich den grössten Einfluss; indem diese, je grösser sie ist, um so mehr dem Magnetisiren widerstrebt, begünstigt sie andererseits aber das Haften des einmal erregten Magnetismus. Um daher dauernde Magnete zu erhalten, d. h. solche, die auch nach dem Aufhören der magnetisirenden Ursache ihren Magnetismus nahezu ungeschwächt erhalten, muss man Stahl anwenden, der eine sehr grosse Coërcitivkraft besitzt. Will man aber andererseits nur vorübergehende aber starke Magnete bilden, so ist die Anwendung weichen Eisens zweckmässiger. Zwischen beiden Körpern findet aber in der Regel nur ein quantitativer Unterschied statt. Denn es zeigt sich sowohl, dass das weiche Eisen, nachdem es der Wirkung starker Magnete ausgesetzt war, meist eine Spur von Magnetismus auch nachher noch zurückhält, als auch, dass der harte magnetisirte Stahl, sich selbst überlassen, nach und nach von seinem Magnetismus verliert. Man kann aber solche Magnete schützen, indem man auf sie beim Aufbewahren ebenfalls noch magnetische scheidende Kräfte wirken lässt. Dazu bietet das weiche Eisen ein Mittel dar. Legt man nämlich zwei Magnete parallel neben einander, aber so, dass die Pole des einen die entgegengesetzte Lage wie die des andern haben, und legt man vor je zwei neben einander liegende Pole ein Stück weiches Eisen, so wird dieses magnetisch, und zwar so, dass es vor dem Nordpole des einen Stabes einen Südpol, vor dem Südpole des andern einen Nordpol erhält. Der in ihm geschiedene Magnetismus wirkt aber auf die Magnetismen der Stäbe zurück, und verhindert diese, sich allmählig wieder mit einander zu vereinigen.

Um Hufeisenmagnete, deren Pole an den Endflächen liegen, auf diese Weise zu schützen, braucht man nur ein Stück weichen Eisens, welches man dann den Anker nennt. Der Anker wird von kräftigen Magneten mit grosser Kraft gehalten, so dass man oft ziemlich beträchtliche Lasten an demselben aufhängen kann, ohne ihn loszureissen. Die Last, welche ein Hufeisenmagnet auf diese Weise tragen kann, nennt man seine Tragkraft. Man hat diese wohl benutzt, um ein Maass der Stärke eines Magneten zu

erhalten, allein dieselbe hängt sehr von der Gestalt und von der sonstigen Beschaffenheit des Ankers ab, indem die Anziehung von der Stärke der Magnetisirung des Eisens abhängt, welche selbst mit jenen Umständen sehr variiren muss. Hufeisenmagnete von grosser Tragkraft setzt man meistens aus mehreren neben einander gelegten und durch Bänder zusammen gehaltenen einzelnen Lamellen zusammen, von denen jede für sich magnetisirt ist. Um natürliche Magnete in dieser Weise zu schützen oder zu armiren, pflegt man sie an den Polargegenden abzuschleifen, hier mit eisernen Fortsätzen zu versehen, an welche der Anker gelegt wird, und das Ganze mit einer zweckmässigen Fassung zu umgeben.

Die Erfahrung hat gezeigt, dass ein plötzliches Abreissen des Ankers den Magnetismus meistens sehr schwächt, will man daher diesen entfernen, so muss man ihn seitlich abschieben.

Ebenso wirken auch alle heftigen Erschütterungen, Stösse, Schläge u. s. w. schwächend ein. Es ist als ob dadurch die gewaltsam geschiedenen Magnetismen Gelegenheit bekämen, die Bewegungen, zu welchen sie die von den einzelnen Theilen des Magnets auf sie wirkenden Kräfte bestimmen, an welchen sie aber die Coërcitivkraft verhindert, dann auszuführen. Auch Temperaturerhöhungen, namentlich starke, wirken in ähnlicher Weise, so dass einem Magnete durch Glühen sein Magnetismus fast gänzlich entzogen werden kann. Es ist aber bemerkenswerth, dass, wie genaue Versuche gezeigt haben, langsam eintretende und geringe Temperaturschwankungen zwar auch den Magnetismus schwächen, aber so, dass mit dem Sinken der Temperatur eine schwache Wiederverstärkung desselben verbunden ist.

Die grössere oder geringere Härte des Stahls scheint vorzugsweise die Stärke seiner Coërcitivkraft zu bestimmen; man hat wohl geglaubt, dass der blau angelaufene Stahl diese im höchsten Grade besitze, allein genauere Untersuchungen haben dieses für den glasharten in Anspruch genommen. Es sind übrigens noch nicht alle Umstände bekannt, von welchen dieselbe abhängt. Für die Anfertigung der Magnete ergiebt sich aber aus dem Gesagten, dass diese erst ihre vollständige Gestalt und ihre Härte erhalten müssen, ehe sie magnetisirt werden.

Was nun das Magnetisiren selbst anbetrifft, so reicht es beim weichen Eisen hin, das eine Ende desselben mit dem Pole eines starken Magneten in Berührung oder diesem sehr nahe zu bringen, oder noch besser, es zwischen die einander zugewendeten ungleichnamigen Pole zweier starken Magnete zu bringen. Auch kleinere Stahlstäbe kann man in dieser Weise, namentlich wenn man sie einige Zeit der Wirkung der Magnete aussetzt, magnetisiren.

Um grössere Stäbe zu magnetisiren, legt man sie ebenfalls zwischen die ungleichnamigen Pole zweier Magnete, aber zugleich lässt man noch andere Magnete ebenfalls auf sie wirken, mit denen man sie der Länge nach streicht. Man wendet dabei entweder den einfachen oder den Doppelstrich an. Der

erstere besteht darin, dass man die beiden ungleichnamigen Pole zweier andern Magnete etwa in der Mitte des zu magnetisirenden Stabes auf diesen setzt, indem man die Magnete etwa unter 30° bis 40° nach den Enden hin neigt. Auf die Hälfte des Stabes, welche vor dem Südpole liegt, und deren Ende nachher Nordpol werden soll, wird der Südpol, auf die andere der Nordpol aufgesetzt, und dann beide Stäbe gleichzeitig nach den Enden des Stabes geführt. Hier angekommen werden sie abgehoben, in einiger Entfernung von dem Stabe wieder in die erste Lage gebracht, und dann der Strich mehrere Male wiederholt. Gewöhnlich pflegt man auch, um die Magnetisirung recht gleichförmig zu machen, den Stab auf der andern Seite ebenfalls zu streichen. Streicht man ihn unregelmässig mit den Stäben hin und her, so entstehen leicht sogenannte Folgepunkte, d. h. es bilden sich dann mehrere Polargegenden an demselben.

Der Doppelstrich, den man besonders bei grossen und starken Stäben anwendet, unterscheidet sich von dem einfachen dadurch, dass man die beiden Pole der aufgesetzten Magnete sich zwar nicht berühren lässt, sondern sie durch eine kleine Holzleiste trennt, aber die Stäbe zusammen erst nach dem einen Ende, dann zurück nach dem andern u. s. f. führt, und sie zuletzt in der Mitte wieder abhebt.

Man kann dem Magnetisiren auch schon fertige Magnete unterwerfen, und so je nach dem Sinne des Streichens ihren Magnetismus verstärken, schwächen, aufheben, ja sogar umkehren, so dass der Nordpol nach dem Magnetisiren in einen Südpol, der Südpol in einen Nordpol umgewandelt ist. Hat man mehrere schwache Magnete, so kann man diese durch abwechselndes gegenseitiges Streichen nach und nach verstärken. Zum Umstreichen oder Ummagnetisiren, d. h. zur Vertauschung der Pole wendet man zweckmässig stärkere Streichstäbe an, als der Magnet ist, welchen man umstreichen will.

Wenn man in einem Stabe einen sehr starken Magnetismus erregt hat, so nimmt dieser in der Regel nach dem Magnetisiren zuerst rasch bis auf einen gewissen Grad ab, bleibt aber dann nahezu constant, oder wird wenigstens nur allmählig schwächer. Den Grad des Magnetismus, den er auf diese Weise dauernd erreichen kann, nennt man seinen Sättigungspunkt, und die bis dahin magnetisirten Stäbe im Maximo magnetisirt.

Hufeisenmagnete magnetisirt man in ähnlicher Weise; auch diese besitzen einen Sättigungspunkt, bei welchem man annehmen kann, wie Versuche ergeben haben, dass ihre Tragkraft unter übrigens gleichen Verhältnissen der Cubikwurzel aus dem Quadrat ihrer Masse proportional ist.

§. 251.

Um die im Anfange des vorigen Paragraphen genannte Vervollständigung unserer Theorie des Magnetismus zu erhalten, erinnern wir uns, dass

wir in der Torsionswage ein Mittel besitzen, Directionskräfte, welche auf einen horizontalen Hebel wirken, zu messen. Wenn wir daher einen Magnet als Hebel aufhängen, und auf diesen einen andern Magnet wirken lassen, welcher nach dem Frühern eine Richtkraft oder Directionskraft auf denselben ausübt, so werden wir diese letztere bei verschiedenen Lagen des ablenkenden Magnetstabes messen können.

Die Ausführung dieser Messungen und die Verwerthung derselben für den angegebenen Zweck erfordert aber noch die Beachtung folgender Umstände. Wenn ein Magnet auf einen andern wirkt, so übt nach unserer Theorie jedes einzelne magnetische Theilchen des einen auf jedes magnetische Theilchen des andern eine anziehende oder abstossende Kraft aus. Sind aber die magnetischen Theilchen an die ponderabeln Theilchen gebunden, so dass sie sich, wie wir dieses bei gut gehärteten Stahlstäben annehmen können, nicht bewegen können, ohne zugleich diese mitzubewegen, so wird aus der Gesammtheit aller jener einzelnen Wirkungen zusammen eine einzige richtende Kraft resultiren, und diese allein ist es, deren Wirkung wir in der Drehung des beweglichen Magnets der Drehwage beobachten. Allein die Drehung desselben wird nicht allein von dieser Resultante bestimmt, sondern hängt auch ab von den übrigen Kräften, welche auf den beweglichen Magnet wirken.

Deren haben wir aber wenigstens zwei, erstens nämlich die Torsionskraft des Fadens, an welchem der Magnet aufgehängt ist, und durch die in der einfachen Drehwage eigentlich die ablenkenden Kräfte gemessen werden. In der magnetischen Drehwage kommt aber hierzu noch eine zweite Kraft, indem wir gesehen haben, dass ein frei in horizontaler Ebene drehbarer Magnet seine Achse immer in den magnetischen Meridian einzustellen strebt. Ehe wir daher Ablenkungsversuche anstellen, wird daher das Gesetz zu ermitteln sein, nach welchem diese Kraft sich ändert, wenn der Magnet aus den magnetischen Meridian um einen bestimmten Winkel abgelenkt ist.

Hierzu kann uns aber ebenfalls die Torsionswage dienen. Hängen wir einen Magnet an einem Drahte von nicht zu geringer Torsionskraft auf, nachdem wir vorher ermittelt haben, in welche Stellung vermöge dieser ein nicht magnetischer Stab von gleichem Gewichte als der Magnetstab eingestellt wird, oder wir den Torsionskreis so gedreht haben, dass ein solcher Stab mit seiner geometrischen Achse in den magnetischen Meridian geführt wird, und beobachten wir die Winkel, um welche der Torsionskreis nach Anhängung des Magnetstabes aus dieser Stellung gedreht werden muss, damit der Magnet um bestimmte Winkel aus dem magnetischen Meridian entfernt werde, so kennen wir die Kräfte oder die Drehungsmomente, welche die Torsionskraft des Drahtes bei einer jeden Stellung des Magnets auf denselben ausübt, um ihn aus dem magnetischen Meridian zu entfernen. Diese müssen aber den Momenten gleich sein, welche vermöge der magneti-

schen Eigenschaft des Stabes ihn in denselben zurückzuführen streben; es können also in dieser Weise die letztern gemessen werden.

Die Ausführung dieser Messungen ergiebt, dass diese Drehungsmomente den Sinus der Ablenkungen φ proportional sind, um welche der Magnet aus dem magnetischen Meridian entfernt wurde.

Dasselbe Resultat kann auch noch durch Beobachtung der Schwingungsdauern bestätigt werden, wenn wir den Magnet an einem Faden von geringer Torsionskraft aufhängen, so dass diese letztere gegen die magnetische Kraft zu vernachlässigen ist, und den Magnet, nachdem er einmal aus dem magnetischen Meridian abgelenkt ist, sich selbst überlassen. Denn alsdann sind diese isochron, so weit es die Beobachtung erkennen lässt. Der Magnet schwingt also wie ein Pendel, und da das Drehungsmoment, welches die Schwere diesem ertheilt, dem Sinus der Ablenkung aus der Verticalen proportional ist, so können wir dasselbe Gesetz auch für die magnetischen Drehungsmomente des schwingenden Magnetstabes gültig ansehen.

Wenn wir nun vertical unter dem in der Torsionswage aufgehängten Magnet einen andern fest und so aufstellen, dass die magnetische Achse desselben in den magnetischen Meridian zu liegen kommt, und sein Nordpol nach Süden, sein Südpol nach Norden gerichtet ist, so übt auch dieser eine Richtkraft auf den beweglichen Magnet aus, welche ihn ebenfalls in den magnetischen Meridian zu stellen strebt. Es werden also im Allgemeinen die magnetischen Drehungsmomente auf den drehbaren Magnet vergrössert. Wiederholen wir nun bei dieser Anordnung dieselben Versuche wie vorher, so ergiebt sich noch immer dasselbe Resultat, dass nämlich die Drehungsmomente den Sinus der Ablenkungen aus dem magnetischen Meridian proportional sind. Mithin wird auch für die Drehungsmomente, welche der fest aufgestellte Stab auf den beweglichen allein ausübt, noch das Resultat gelten, dass diese den Sinus der Ablenkungen aus der Lage proportional sind, in welche der bewegliche Magnet sich stellen würde, wenn er der Wirkung des zweiten Magnets ganz frei folgen könnte.

Wenn daher der zweite Stab so aufgestellt wird, dass er den beweglichen, wenn alle übrigen Wirkungen auf diesen aufgehoben wären, senkrecht gegen den magnetischen Meridian stellen würde, der drehbare Magnet aber dann um den Winkel φ aus dem magnetischen Meridian abgelenkt wird, so ist, wenn die Torsionskraft des Fadens der Einfachheit wegen sehr klein gegen die magnetischen Kräfte ist, und daher vernachlässigt werden kann, das Drehungsmoment, welches der ablenkende Stab auf den drehbaren ausübt, der Tangente der Ablenkung φ aus dem magnetischen Meridian proportional, und kann also die letztere als ein Maass der erstern dienen.

§. 252.

Die Messungen des vorigen Paragraphen, so wie die folgenden können, namentlich dann, wenn die Ablenkungen aus dem magnetischen Meridian nur klein sind, wie es theils häufig von selbst schon der Fall ist, wie man es aber aus Zweckmässigkeitsrücksichten in vielen Fällen auch absichtlich bewirkt, einer grossen Schärfe fähig werden, wenn man sich zur Beobachtung der Ablenkungen eines kleinen Spiegels, nebst Skale und Fernrohr bedient; ein so eingerichteter Apparat wird gewöhnlich ein Magnetometer genannt, und ist durch Gauss eingeführt worden.

Die Ablenkungen, welche man dem Magnete eines Magnetometers durch einen genäherten Magnetstab, Ablenkungsstab, ertheilen kann, hängen, wie an sich schon begreiflich ist, theils von der Entfernung beider Magnete von einander, theils von der Lage des Ablenkungsstabes gegen den magnetischen Meridian, theils endlich von der Stärke der beiden Magnete ab.

In Bezug auf die Lage des Ablenkungsstabes gegen den magnetischen Meridian sind hauptsächlich zwei Fälle von besonderem Interesse, weil sie die einfachsten sind und weil sie für unsere Zwecke genügen.

Denken wir uns nämlich durch die Drehungsachse des Magnetometers eine Verticalebene senkrecht gegen den magnetischen Meridian gelegt, so wird, wenn der Ablenkungsstab mit seiner magnetischen Achse in dieser sich befindet, er auf den drehbaren Magnet eine Richtkraft ausüben, welche allein wirkend diesen ebenfalls in dieselbe Ebene stellen würde. Dasselbe ist aber auch der Fall, wenn der Ablenkungsstab ebenfalls mit seiner magnetischen Achse senkrecht gegen den magnetischen Meridian aber so aufgestellt wird, dass seine Mitte in den durch die verticale Drehungsachse gelegten magnetischen Meridian fällt.

Im erstern Falle befindet sich der Ablenkungsstab östlich oder westlich von dem drehbaren, im zweiten nördlich oder südlich von demselben; übrigens aber mögen beide Stäbe in einer Horizontalebene liegen.

Wird der Ablenkungsstab in einer dieser 4 Lagen um 180° gedreht, so dass, wenn zuerst der Nordpol desselben nach Osten gerichtet war, er nun nach Westen gerichtet wird, so muss die Ablenkung nach der entgegengesetzten Seite hin, wie vorher erfolgen, und wenn übrigens Nichts geändert ist, ihrem absoluten Werthe nach gleich geblieben sein.

Ebenso wird, wenn der Ablenkungsstab im ersten Falle einmal auf der Ostseite und dann auf der Westseite in gleicher Entfernung vom drehbaren Stabe aufgestellt wird, die Ablenkung der absoluten Grösse nach in beiden Fällen dieselbe sein, und ebenfalls gilt dieses, wenn im zweiten Falle der Stab einmal nördlich und einmal südlich, aber beide Male in gleichen Entfernungen aufgestellt wird.

Indem man also im ersten oder im zweiten Falle dem Ablenkungsstabe bei gleicher Entfernung R der Mittelpunkte der beiden Stäbe alle diese verschiedenen Lagen giebt, und die Mittel aus den beobachteten Ablenkungen ohne Rücksicht auf ihr Vorzeichen nimmt, wird man in jedem der beiden Fälle für jeden Werth von R einen entsprechenden Werth von φ erhalten, dessen Tangente das Maass des Drehungsmomentes des Ablenkungsstabes auf den Magnetometerstab in der angegebenen Lage ist, und aus dem die zufälligen Störungen und Beobachtungsfehler ziemlich eliminirt sein werden.

Führt man nun mehrere Systeme solcher Messungen in beiden Fällen aus, indem man nach und nach R andere Werthe giebt, und vergleicht mit diesen die zugehörigen Werthe von tg φ, so ergiebt sich, dass im erstern und im zweiten Falle die letztere durch Reihen dargestellt werden können, welche nach den fallenden ungeraden Potenzen von R geordnet sind, in ihrem ersten Gliede R^{-3} enthalten, und deren auf einander folgende Glieder rasch abnehmen. Das letztere ist um so mehr der Fall, je grösser die Werthe von R gegen die Dimensionen der angewandten Stäbe sind, so dass, wenn der kleinste Werth von R etwa 3 bis 4 mal so gross, als die Länge jedes der beiden Stäbe ist, zwei Glieder der Formeln schon genügen, um die Tangenten mit einer Schärfe darzustellen, welche der der Beobachtungen gleich kommt, von denen aber das zweite immer schon sehr klein gegen das erste ist, so dass für sehr grosse Werthe von R allein das erste genügen würde. Im ersten Hauptfalle mag nun die Formel erhalten sein

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{R^3} + \frac{b}{R^5},$$

im zweiten

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a'}{R^3} + \frac{b'}{R^5},$$

worin a, b, a', b' constante aus je zwei Ablenkungen bei verschiedenen Werthen von R bestimmte Coefficienten sind. Die Werthe dieser Coefficienten ändern sich mit den Stäben, welche man bei den Versuchen anwendet; aber wenn man sie unter Anwendung derselben zwei Stäbe bestimmt, so ergiebt sich immer bis auf sehr kleine Unterschiede $a = 2a'$.

Auch behalten a und a' ihre Werthe, wenn man den Magnetometerstab mit einem andern vertauscht, sie sind also unter übrigens gleichen Verhältnissen nur von der Beschaffenheit des Ablenkungsstabes abhängig.

Da nun bei sehr grossen Werthen von R die ersten Glieder der obigen Formeln genügen, so bietet der Coefficient a oder a' ein Mittel dar, die Stärke zweier Magnete in Bezug auf ihre Wirkungen in die Ferne mit einander numerisch zu vergleichen. Gewöhnlich lässt man die zu vergleichenden Stäbe in der ersten Hauptlage ablenkend wirken, weil in dieser die

Ablenkungen unter übrigens gleichen Umständen fast doppelt so gross, als in der zweiten Hauptlage sind, die Beobachtungsfehler in dieser also einen geringern Einfluss auf das Resultat haben. Man benutzt aber gewöhnlich den Coefficient $a' = \frac{a}{2}$ als Maass, welches man einer Grösse proportional setzt, die man das magnetische Moment des Stabes nennt.

§. 253.

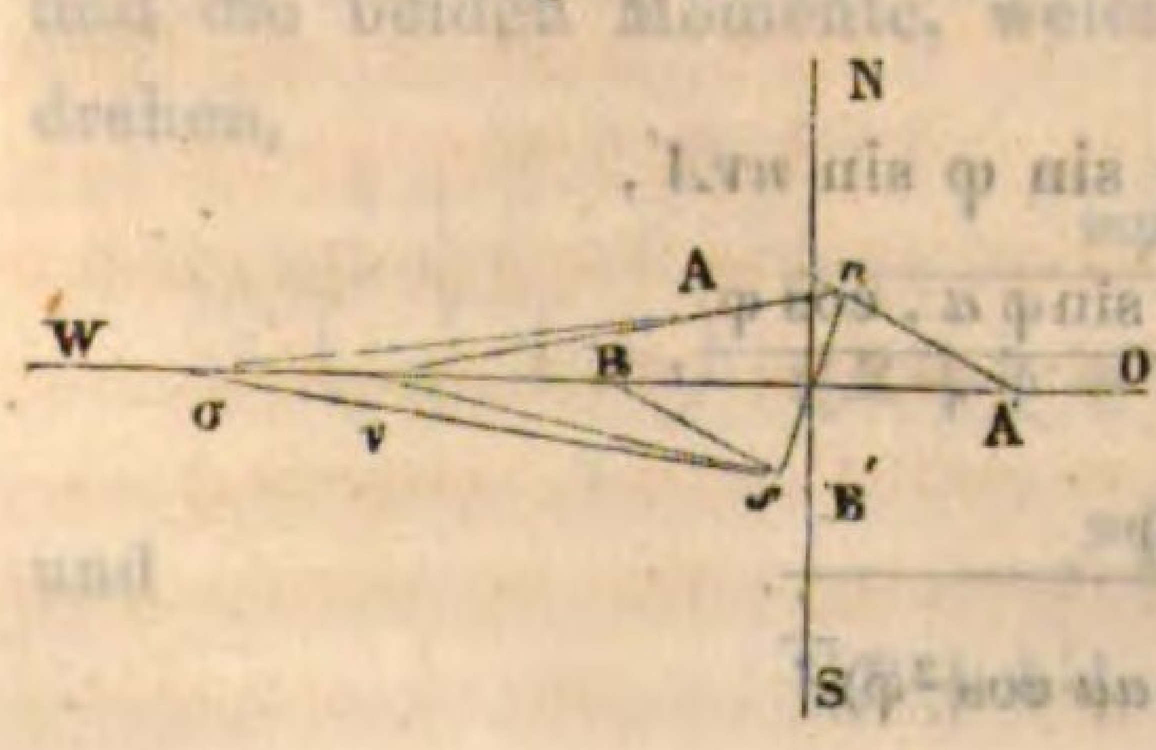
Das im vorigen Paragraphen gefundene Gesetz für die Ablenkung eines Magnets durch einen andern in einer der beiden Hauptlagen kann nun dazu dienen, mit Hinzuziehung einer Hypothese das Grundgesetz des Magnetismus aufzufinden, d. h. ein Gesetz, welches angiebt, wie die abstossende oder anziehende Kraft zwischen zwei gleichnamigen oder ungleichnamigen magnetischen Theilchen mit ihrer Entfernung von einander sich ändert.

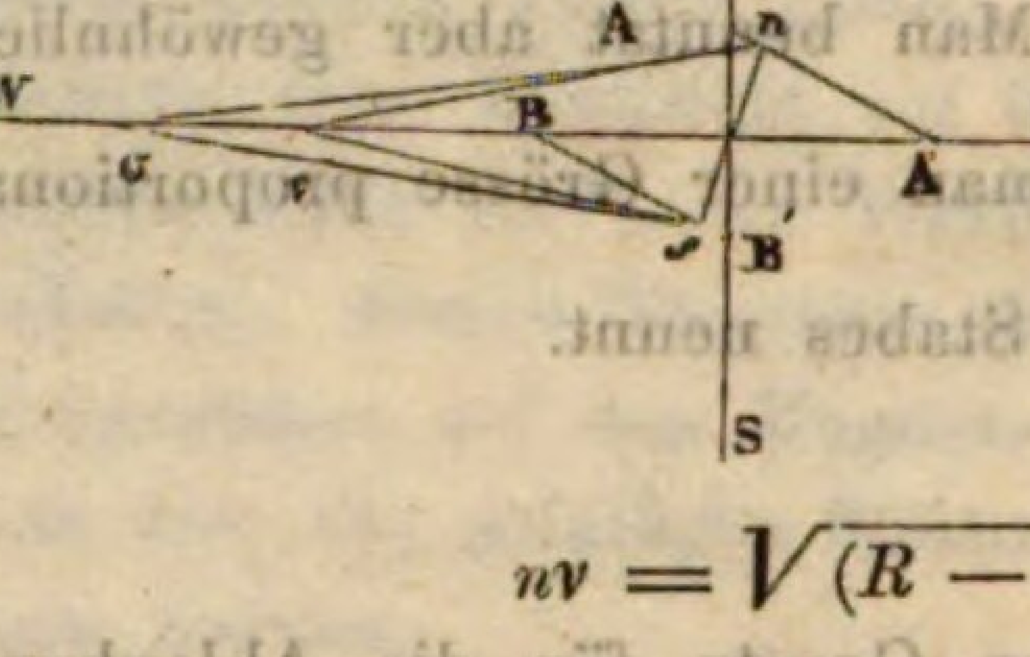
Offenbar wird diese mit zunehmender Entfernung abnehmen, und es genügt die Annahme, dass die Grösse dieser Kraft irgend einer, der $n$ten, Potenz ihrer Entfernung umgekehrt proportional sei.

Wir wollen nun zuerst annehmen, der ablenkende sowohl als der abgelenkte Stab bestehe jeder nur aus einem einfachen Elementarmagnete, d. h. jeder enthalte nur ein nordmagnetisches und ein gleich grosses südmagnetisches Theilchen, die in dem abgelenkten Stabe um die Grösse $2a$, in dem ablenkenden um die Grösse $2b$ aus einander gerückt seien, während der erstere um seine Mitte frei drehbar sei. Die Entfernung der Mittelpunkte beider wollen wir wieder gleich R setzen und den abgelenkten Magnet mit dem magnetischen Meridian den Winkel φ bilden lassen, während der ablenkende sich in der ersten Hauptlage befinden möge. Unter diesen Voraussetzungen wollen wir das Drehungsmoment berechnen, welches der letztere auf den erstern ausüben wird, wenn jene Hypothese richtig ist, und zugleich m und $-m$ die Grösse der magnetischen Theilchen im abgelenkten Stabe, μ und $-\mu$ die der im ablenkenden Stabe bezeichnen, so dass die Grössen der zwischen je zwei Theilchen wirksamen Kraft, unter übrigens gleichen Umständen den Producten $m\mu$ proportional sind.

Es bezeichne nun NS, Fig. 58, den magnetischen Meridian, der durch die Mitte Q des drehbaren Magnets ns geht, WO die durch denselben Punkt gehende auf jenem senkrechte Ebene, in der der Magnet $\nu\sigma$ steht. Es sind alsdann 4 Kräfte thätig, nämlich eine zwischen n und ν in der Richtung $n\nu$, eine zwischen n und σ in der Richtung $n\sigma$, eine zwischen s und ν in der Richtung $s\nu$, und

Fig. 58.





eine zwischen *s* und *σ* in der Richtung *sσ*, von denen die erste und vierte abstossend, die zweite und dritte anziehend wirken. Für die Entfernungen zwischen je zweien dieser Punkte erhalten wir alsdann:

$$n\nu = \sqrt{(R - b + a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi},$$

$$n\sigma = \sqrt{(R + b + a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi},$$

$$s\nu = \sqrt{(R - b - a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi},$$

$$s\sigma = \sqrt{(R + b - a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi}.$$

Daraus ergeben sich die 4 Kräfte, wenn wir abstossende als positive ansehen:

$$\frac{m\mu}{([R - b + a \sin \varphi]^2 + aa \cos^2\varphi)^{\frac{n}{2}}} \text{ in der Richtung } n\nu,$$

$$\frac{-m\mu}{([R + b + a \sin \varphi]^2 + aa \cos^2\varphi)^{\frac{n}{2}}} \text{ in der Richtung } n\sigma,$$

$$\frac{-m\mu}{([R - b - a \sin \varphi]^2 + aa \cos^2\varphi)^{\frac{n}{2}}} \text{ in der Richtung } s\nu,$$

$$\frac{m\mu}{([R + b - a \sin \varphi]^2 + aa \cos^2\varphi)^{\frac{n}{2}}} \text{ in der Richtung } s\sigma.$$

Für die Drehung des Magnets kommen nur die Componenten dieser Kräfte in Betracht, welche senkrecht gegen *ns* gerichtet sind, und diese bringen Momente hervor, welche wir erhalten, wenn wir die Kräfte mit $a \,.\, \cos\chi$ multipliciren, unter χ den Winkel verstanden, welchen je eine der 4 Richtungen $n\nu$, $n\sigma$, sn, $s\sigma$ mit der Normalen auf ns macht.

Nun ergiebt sich für $n\nu$, wenn $A'nA$ senkrecht auf ns steht,

$$\chi' = \nu n A = \nu A' A + n \nu A',$$

$$= \varphi + n\nu A',$$

also

$$\cos \chi' = \cos \varphi \,.\, \cos n\nu A' - \sin \varphi \sin n\nu A',$$

$$= \frac{\cos \varphi\, (R - b + a \sin \varphi) - \sin \varphi\, a \,.\, \cos \varphi}{n\nu},$$

$$= \frac{\cos \varphi\, (R - b)}{([R - b + a \sin \varphi]^2 + aa \cos^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}.$$

Ebenso ist, für $n\sigma$

$$\chi'' = \sigma n A = \sigma A' N + n\sigma A' = \varphi + n\sigma A',$$

also

$$\cos\chi'' = \cos\varphi \,.\, \cos n\sigma A' - \sin\varphi \,.\, \sin n\sigma A',$$

$$= \frac{\cos\varphi\,(R+b+a\sin\varphi) - \sin\varphi \,.\, a \,.\, \cos\varphi}{n\sigma},$$

$$= \frac{\cos\varphi\,(R+b)}{([R+b+a\sin\varphi]^2 + aa\cos^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}.$$

Ferner ist, wenn ebenfalls BsB' senkrecht auf ns steht, für sv

$$\chi''' = Bsv = OBs - Ovs = \varphi - Ovs,$$

also

$$\cos\chi''' = \cos\varphi \,.\, \cos Ovs + \sin\varphi \,.\, \sin Ovs,$$

$$= \frac{\cos\varphi\,(R-b-a\sin\varphi) + \sin\varphi \,.\, a\cos\varphi}{vs},$$

$$= \frac{\cos\varphi\,(R-b)}{([R-b-a\sin\varphi]^2 + aa\cos^2\varphi)^{\frac{1}{2}}};$$

und endlich für $s\sigma$

$$\chi'''' = Bv\sigma = OBs - O\sigma s = \varphi - O\sigma s,$$

also

$$\cos\chi'''' = \cos\varphi \,.\, \cos O\sigma s + \sin\varphi \,.\, \sin O\sigma s,$$

$$= \frac{\cos\varphi\,(R+b-a\sin\varphi) + \sin\varphi \,.\, a\cos\varphi}{s\sigma},$$

$$= \frac{\cos\varphi\,(R+b)}{([R+b-a\sin\varphi]^2 + aa\cos^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}.$$

Folglich werden die beiden Momente, welche den Stab vom magnetischen Meridian wegzudrehen streben,

$$\frac{m\mu\, a\,(R-b)\cos\varphi}{([R-b+a\sin\varphi]^2 + aa\cos^2\varphi)^{\frac{n+1}{2}}}$$

und

$$\frac{m\mu\, a\,(R-b)\cos\varphi}{([R-b-a\sin\varphi]^2 + aa\cos^2\varphi)^{\frac{n+1}{2}}},$$

und die beiden Momente, welche denselben dem magnetischen Meridian zu drehen,

$$\frac{m\mu\, a\,(R+b)\cos\varphi}{([R+b-a\sin\varphi]^2 + aa\cos^2\varphi)^{\frac{n+1}{2}}}$$

und

$$\frac{m\mu\, a\,(R+b)\cos\varphi}{([R+b+a\sin\varphi]^2 + aa\cos^2\varphi)^{\frac{n+1}{2}}}.$$

Bezeichnen wir die ersten, weil sie den Winkel φ zu vergrössern streben, als positive, so ergiebt sich das gesammte Drehungsmoment zu

$$m\mu . a . \cos\varphi \left(\frac{R-b}{([R-b+a\sin\varphi]^2+aa\cos^2\varphi)^{\frac{n+1}{2}}} + \frac{R-b}{([R-b-a\sin\varphi]^2+aa\cos^2\varphi)^{\frac{n+1}{2}}} \right.$$

$$\left. - \frac{R+b}{([R+b+a\sin\varphi]^2+aa\cos^2\varphi)^{\frac{n+1}{2}}} - \frac{R+b}{([R+b-a\sin\varphi]^2+aa\cos^2\varphi)^{\frac{n+1}{2}}} \right).$$

Nun ist aber

$$(R - b + a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi = RR - 2R(b - a \sin \varphi)$$
$$+ aa + bb - 2ab \sin \varphi,$$
$$= RR\left(1 - \frac{2(b - a\sin\varphi)}{R} + \frac{aa + bb - 2ab\sin\varphi}{RR}\right).$$

Setzen wir der Abkürzungen wegen:

$$2(b - a \sin \varphi) - \frac{aa + bb - 2ab \sin\varphi}{R} = \gamma,$$

so wird

$$(R - b + a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi = RR\left(1 - \frac{\gamma}{R}\right).$$

Ebenso ergiebt sich auch, wenn man

$$2(b + a \sin \varphi) - \frac{aa + bb + 2ab \sin\varphi}{R} = \gamma',$$

$$2(b + a \sin \varphi) + \frac{aa + bb + 2ab \sin\varphi}{R} = \gamma'' \quad \text{und}$$

$$2(b - a \sin \varphi) + \frac{aa + bb - 2ab \sin\varphi}{R} = \gamma'''$$

setzt,

$$(R - b - a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi = RR\left(1 - \frac{\gamma'}{R}\right),$$

$$(R + b + a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi = RR\left(1 + \frac{\gamma''}{R}\right) \quad \text{und}$$

$$(R + b - a \sin \varphi)^2 + aa \cos^2\varphi = RR\left(1 + \frac{\gamma'''}{R}\right).$$

Der Ausdruck für das Drehungsmoment geht dadurch in den folgenden über:

$$\frac{m . \mu . a \cos\varphi}{R^{n+1}} \left(\frac{R-b}{\left(1 - \frac{\gamma}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}} + \frac{R-b}{\left(1 - \frac{\gamma'}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}} - \frac{R+b}{\left(1 + \frac{\gamma''}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}} \right.$$

$$\left. - \frac{R+b}{\left(1 + \frac{\gamma'''}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}} \right).$$

Nun sind, wenn die Dimensionen der Magnete nur klein gegen die Entfernung ihrer Mittelpunkte von einander sind, $\frac{\gamma}{R}$, $\frac{\gamma'}{R}$, $\frac{\gamma''}{R}$, $\frac{\gamma'''}{R}$ kleine Brüche. Man kann daher den Bruch $\frac{1}{\left(1-\frac{\gamma}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}}$ und die 3 übrigen, da n jedenfalls eine positive Zahl sein muss, in Reihen entwickeln, die nach den steigenden Potenzen dieser Grössen geordnet sind, und worin die auf einander folgenden Glieder sehr rasch abnehmen. Man kann also

$$\frac{1}{\left(1-\frac{\gamma}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}}=1+\frac{n+1}{2}\cdot\frac{\gamma}{R}\cdot\left(1+\frac{P}{R}\right),$$

$$\frac{1}{\left(1-\frac{\gamma'}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}}=1+\frac{n+1}{2}\cdot\frac{\gamma'}{R}\cdot\left(1+\frac{P'}{R}\right),$$

$$\frac{1}{\left(1+\frac{\gamma''}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}}=1-\frac{n+1}{2}\cdot\frac{\gamma''}{R}\cdot\left(1+\frac{Q}{R}\right) \text{ und}$$

$$\frac{1}{\left(1+\frac{\gamma'''}{R}\right)^{\frac{n+1}{2}}}=1-\frac{n+1}{2}\cdot\frac{\gamma'''}{R}\cdot\left(1+\frac{Q'}{R}\right)$$

setzen, worin P, P', Q, Q' Reihen bezeichnen, deren nach den Potenzen jener Brüche geordnete Glieder rasch abnehmen, indem die ersten Glieder kein R enthalten. Dadurch geht das Drehungsmoment über in:

$$\frac{m.\mu.a.\cos\varphi}{R^{n+1}}\Big((R-b)\left[1+\frac{n+1}{2}\frac{\gamma}{R}\left(1+\frac{P}{R}\right)+1+\frac{n+1}{2}\frac{\gamma'}{R}\left(1+\frac{P'}{R}\right)\right]$$
$$-(R+b)\left[1-\frac{n+1}{2}\frac{\gamma''}{R}\left(1+\frac{Q}{R}\right)+1-\frac{n+1}{2}\frac{\gamma'''}{R}\left(1+\frac{Q'}{R}\right)\right]\Big),$$

oder

$$\frac{m.\mu.a.\cos\varphi}{R^{n+1}}\Big(2(R-b)-2(R+b)+\frac{n+1}{2R}([R-b][\gamma+\gamma']+[R+b][\gamma''+\gamma'''])$$
$$+\frac{n+1}{2RR}([R-b][\gamma P+\gamma' P']+[R+b][\gamma'' Q+\gamma''' Q])\Big),$$

oder

$$\frac{m.\mu.a.\cos\varphi}{R^{n+1}}\Big(-4b+\frac{n+1}{2}(\gamma+\gamma'+\gamma''+\gamma''')$$
$$-\frac{n+1}{2}\,\frac{b(\gamma+\gamma'-\gamma''-\gamma''')-(\gamma P+\gamma' P'+\gamma'' Q+\gamma''' Q')}{R}$$
$$-\frac{n+1}{2}\,\frac{b(\gamma P+\gamma' P'-\gamma'' Q-\gamma''' Q')}{RR}\Big).$$

Nun ist

$$\gamma + \gamma' + \gamma'' + \gamma''' = 2(b - a \sin \varphi) - \frac{aa + bb - 2ab \sin \varphi}{R}$$
$$+ 2(b + a \sin \varphi) - \frac{aa + bb + 2ab \sin \varphi}{R}$$
$$+ 2(b + a \sin \varphi) + \frac{aa + bb + 2ab \sin \varphi}{R}$$
$$+ 2(b - a \sin \varphi) + \frac{aa + bb - 2ab \sin \varphi}{R},$$
$$= 8b.$$

Setzt man also noch

$$S = \frac{n+1}{2}\Big(-b(\gamma + \gamma' - \gamma'' - \gamma''') + (\gamma P + \gamma' P' + \gamma'' Q + \gamma''' Q')$$
$$- \frac{b}{R}(\gamma P + \gamma' P' - \gamma'' Q - \gamma''' Q')\Big),$$

so bezeichnet S ebenfalls eine Reihe, deren Glieder die steigenden Potenzen von R im Nenner haben, während die Zähler Potenzen von Grössen enthalten, die gegen R sehr klein sind, und das Drehungsmoment wird:

$$\frac{m\mu \,.\, a \,.\, \cos \varphi}{R^{n+1}}\left(4nb + \frac{S}{R}\right).$$

Entwickelt man die einzelnen Glieder der Reihe S, so ergiebt sich, dass sowohl das erste Glied derselben, welches kein R enthält, als auch alle die, welche gerade Potenzen von R im Nenner enthalten, verschwinden. Man kann daher dem Ausdrucke für das Drehungsmoment die Form geben:

$$\cos \varphi \left(\frac{2ma \,.\, 2\mu b}{R^{n+1}} \,.\, n + \frac{\alpha \,.}{R^{n+3}} + \frac{\beta}{R^{n+5}} + \ldots\right),$$

worin die Glieder ihrer Grösse nach sehr rasch abnehmen, so dass unter der angenommenen Voraussetzung schon das dritte Glied keinen merklichen Werth mehr haben wird.

§. 254.

Aus dem im vorhergehenden Paragraphen gefundenen Drehungsmomente, welches ein Elementarmagnet in der ersten Hauptlage auf einen drehbaren Elementarmagnet nach unseren Voraussetzungen ausüben würde, lässt sich nun leicht das Drehungsmoment entwickeln, welches darnach ein wirklicher Magnet auf einen andern ebenfalls wirklichen unter denselben Voraussetzungen ausüben muss.

Nehmen wir nämlich an, dass die Vertheilung der Magnetismen in jedem der beiden Stäbe zu beiden Seiten ihrer Mitten eine symmetrische sei, was bei einer regelmässigen Magnetisirung wenigstens sehr nahezu erfüllt sein wird, und dass der drehbare Magnet in seiner Mitte an der Drehungsachse befestigt sei, so werden in gleichen Abständen von dieser,

aber auf entgegengesetzten Seiten sich je zwei gleich grosse aber entgegengesetzt magnetische Theilchen befinden.

Zugleich können wir die wirkliche Vertheilung der Magnetismen durch eine ideale ersetzt denken, welche nach Aussen hin dieselben Wirkungen wie jene hervorbringt, welche sich von ihr aber dadurch unterscheidet, dass auf der einen Seite der Mitte sich nur freier nördlicher, auf der andern nur freier südlicher Magnetismus befindet.

Wenden wir nun auf je zwei solcher Theilchen $+m$ und $-m$ des drehbaren Magnets, die sich von der Umdrehungsachse in gleichem aber entgegengesetztem Abstande a befinden, das Resultat des vorigen Paragraphen an, und nehmen wir der Einfachheit wegen an, der ablenkende Elementarmagnet befinde sich in einer so grossen Entfernung, dass das erste Glied der Reihe allein genügt, so ergiebt sich das Drehungsmoment, welches dieser ausüben würde, indem wir die Summe aller Ausdrücke von der Form bilden

$$n \cdot \frac{2ma \cdot 2\mu b}{R^{n+1}} \cdot \cos\varphi,$$

worin a und m sich auf alle möglichen in dem drehbaren Momente befindlichen Theile beziehen. Bezeichnen wir also durch M die Summe aller in diesem möglichen Producte $2ma$, so würde das Drehungsmoment

$$n \cdot \frac{M \cdot 2\mu b}{R^{n+1}} \cdot \cos\varphi$$

werden. Ersetzen wir nun ebenfalls den ablenkenden Elementarmagnet durch einen solchen, so ergiebt sich das Drehungsmoment dieses als die Summe aller Ausdrücke der obigen Form, indem darin für μ und b alle in dem ablenkenden Magnete vorhandenen Werthe gesetzt sind. Bezeichnet also M die Summe aller möglichen Producte $2\mu b$ dieses, so wird das Drehungsmoment

$$n \cdot \frac{M \cdot \mathrm{M}}{R^{n+1}} \cdot \cos\varphi.$$

Streng genommen ist freilich das Resultat des vorigen Paragraphen nur auf diejenigen magnetischen Theilchen der beiden Stäbe anwendbar, welche auf den durch die Mittelpunkte dieser gehenden magnetischen Achsen liegen, allein wenn man die Rechnung ein wenig erweitert in derselben Weise führt, und die Wirkungen je zweier solcher Elementarmagnete in dem einen oder andern Magnete betrachtet, die symmetrisch auf der einen und andern Seite jener Achse liegen, so ergiebt sich, dass ihre gemeinschaftliche Wirkung noch immer durch den Ausdruck des vorigen Paragraphen vorgestellt wird, indem man für $2ma$ das Product der Summe ihrer 4 Magnetismen, ohne Rücksicht auf die Vorzeichen genommen, in den Abstand jedes derselben von der Drehungsachse, in der Richtung parallel der magnetischen Achse gemessen, setzt.

Unter der Voraussetzung einer symmetrischen Magnetisirung hat man also für M und M die Summen aller freien Magnetismen in denselben zu setzen, jede multiplicirt mit ihrem Abstande von der Mitte des Magnets, diesen letztern parallel der magnetischen Achse gemessen.

Eine nicht vollkommen aber doch nahe symmetrische Vertheilung des Magnetismus hat, wie eine genauere Betrachtung der Reihen des vorigen Paragraphen und ihrer in Betracht kommenden Summen ergiebt, zur Folge, dass die Glieder in der Reihe, welche das Drehungsmoment darstellt, welche die geraden Potenzen von R im Nenner erhalten, nicht vollkommen verschwinden, sondern kleine Werthe erhalten, die aber in den Beobachtungen in der Regel nicht merklich werden, da man der symmetrischen Magnetisirung sehr nahe kommen kann.

Andererseits haben wir nun aber nach den Versuchen (§. 251) gesehen, dass, wenn der drehbare Magnet um den Winkel φ aus dem magnetischen Meridian abgelenkt ist, auf diesen vermöge seines magnetischen Zustandes ein Drehungsmoment ausgeübt wird, welches durch D . sin φ dargestellt werden kann.

Bleibt also unter der Einwirkung des Ablenkungsstabes aus einer hinreichend grossen Entfernung R der drehbare Magnet in der dem Winkel φ entsprechenden Lage, so muss

$$D \cdot \sin\varphi = n\frac{M \cdot \mathrm{M}}{R^{n+1}} \cdot \cos\varphi$$

oder

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{n \cdot M\mathrm{M}}{D \cdot R^{n+1}}$$

sein, und bei kleinern Entfernungen werden noch kleine Glieder von der Form

$$\frac{\alpha}{R^{n+3}},\quad \frac{\beta}{R^{n+5}},\quad \cdots$$

hinzukommen müssen.

Vergleichen wir diesen Ausdruck aber nun mit dem im §. 252 aus den Beobachtungen abgeleiteten Resultate

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{a}{R^3} + \frac{b}{R^5} + \cdots$$

so ergiebt sich, dass

$$a = n\frac{M\mathrm{M}}{D}$$

und

$$n = 2$$

sein muss. Es ergiebt sich also, dass die Kraft zwischen zwei magnetischen Theilchen dem Quadrate ihres gegenseitigen Abstandes umgekehrt proportional ist.

Zu demselben Resultate gelangt man auch, wenn man das Drehungsmoment aufsucht, welches der Ablenkungsstab in der zweiten Hauptlage ausübt; die ganz analoge theoretische Betrachtung führt dann zu dem Ausdrucke

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\mathfrak{M}M}{D.R^{n+1}} + \frac{a'}{R^{n+3}} + \cdots$$

während die Beobachtungen

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{a}{2.R^3} + \frac{b'}{R^5} + \cdots$$

ergeben haben, woraus in Verbindung mit dem obigen Resultate

$$\frac{n.\mathfrak{M}M}{2D} = \frac{\mathfrak{M}M}{D}$$

oder $n = 2$ folgt.

Verbinden wir hiermit nun noch das Resultat der Beobachtungen, dass die Ablenkung, welche ein Ablenkungsstab auf einen drehbaren Magnet ausübt, unter übrigens gleichen Umständen von der magnetischen Beschaffenheit des drehbaren Magnets unabhängig ist, während in unserer theoretischen Formel für tg φ sich der Factor M findet, welcher seiner Definition nach von diesem Zustande abhängig sein muss, so folgt, dass der darin vorkommende Nenner D, der noch gänzlich unbestimmt ist, ebenfalls M als Factor enthalten muss, oder dass die Kraft, welche den drehbaren Magnet in den magnetischen Meridian zu führen strebt, seinem magnetischen Momente proportional ist. Setzen wir also $D = MT$, worin T ein von dem Magnetstabe unabhängiger Factor ist, so erhalten wir für die Ablenkung φ, welche ein Magnetstab, dessen magnetisches Moment gleich $\mathfrak{M}$ ist, aus der Entfernung R in der ersten oder zweiten Hauptlage ausübt, die Formeln:

$$\operatorname{tg}\varphi = 2\frac{\mathfrak{M}}{T}\cdot\frac{1}{R^3} + \frac{b}{R^5} + \cdots$$

und

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\mathfrak{M}}{T}\cdot\frac{1}{R^3} + \frac{b'}{R^5} + \cdots.$$

In diesen Formeln bezeichnet T eine bis jetzt noch nicht bestimmte Grösse, welche wir erst im folgenden Capitel einer genaueren Betrachtung unterwerfen wollen. Diese Formeln liefern aber ein Mittel, aus den Ablenkungsbeobachtungen das magnetische Moment eines Magnets zu bestimmen, dieses gemessen nach der bis jetzt noch unbestimmten Grösse T als Einheit.

Aus dem erhaltenen Grundgesetze des Magnetismus kann nun aber auch für eine beliebige Lage des Ablenkungsstabes die Ablenkung im Voraus bestimmt werden, welche derselbe auf einen drehbaren Magnet ausübt, und die Beobachtungen ergeben, dass die beobachtete Ablenkung mit der berechneten übereinstimmt.

§. 255.

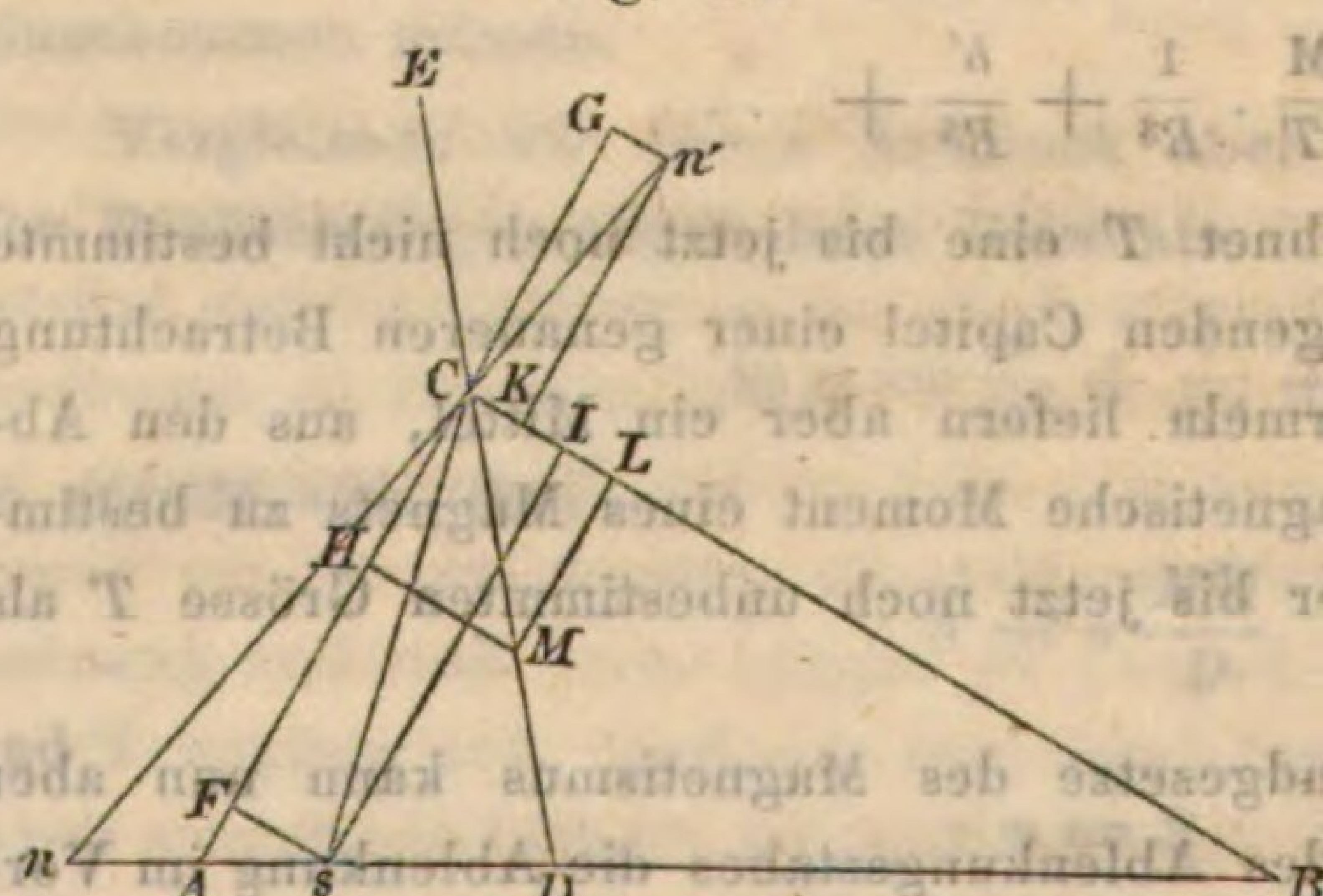
Aus den Formeln der letzten Paragraphen ergeben sich die Begriffe zweier Punkte eines Magneten, die häufig ebenfalls dessen Pole genannt werden, und die in manchen Fällen eine grosse Bequemlichkeit darbieten. Stellen wir uns nämlich einen Magnet vor, dessen ganzer freier nördlicher Magnetismus in einem Punkte, und dessen ganzer freier südlicher Magnetismus in einem andern Punkte concentrirt wäre, und der in allen beträchtlichen Entfernungen dieselbe magnetische Wirkung wie ein anderer Magnet hervorbrächte, so müssen die magnetischen Momente beider gleich sein. Da wir nun das magnetische Moment eines Magnets messen können, so würde sich die Lage der Punkte des idealen Magnets berechnen lassen, in welchen der ganze freie nördliche und der ganze freie südliche Magnetismus concentrirt gedacht werden müsste, wenn die obige Bedingung erfüllt werden sollte, vorausgesetzt, dass wir die Summe des freien Magnetismus kennen.

Für die Berechnung der Wirkungen eines Magnets in die Ferne würde es dann genügen, den idealen Magnet zu Grunde zu legen. Mit Hülfe der Entwickelung des in den Formeln des vorigen Paragraphen durch b bezeichneten Coefficienten kann man aber jene Summe berechnen, nachdem der numerische Werth von b aus den Beobachtungen bestimmt ist. Die Ausführung dieses Verfahrens ergiebt nun, dass diese Punkte oder Pole nicht etwa an den Enden des Magnets, sondern im Innern desselben liegen.

Mit Hülfe dieser Vorstellung nun lässt sich eine von Gauss gegebene Regel aus dem Grundgesetz des Magnetismus ableiten, wornach man durch eine einfache geometrische Construction die Kraft, welche ein Magnet auf ein entferntes magnetisches Theilchen ausübt, sowohl ihrer Richtung als auch ihrer Grösse nach bestimmen kann.

Es mögen n und s (Fig. 59) die in der obigen Weise definirten Pole eines Magnets bezeichnen, so dass in diesen die freien Magnetismen $+m$ und $-m$ desselben concentrirt gedacht werden können, wenn es sich um Wirkungen in Entfernungen handelt, die gegen den Abstand $2a$ dieser Punkte von einander gross sind; $M=2am$ ist dann das magnetische Moment. Ferner befinde sich in C ein Theilchen μ freien Magnetismus, und die Kraft werde gesucht, welche der Magnet auf dieses ausübt. A bezeichne die Mitte zwischen n und s, AB die magnetische Achse, BC

Fig. 59.



sei senkrecht gegen AC gezogen, $AD = \frac{1}{3}AB$ gemacht, so ist, wenn DCE eine gerade Linie ist, CD die Richtung der Kraft, wenn in C sich ein nordmagnetisches Theilchen befindet, und der Winkel $CAs = \varphi$ ein spitzer ist, oder auch wenn in C sich ein südmagnetisches Theilchen befindet, und $CAs = \varphi$ ein stumpfer Winkel ist; in den beiden entgegengesetzten Fällen ist CE diese Richtung. Die Grösse der Kraft ist $= \frac{M\mu}{r^3} \cdot \frac{CD}{AD}$, unter r die Entfernung AC verstanden.

Stellen wir durch $S = Cs$ die Grösse der zwischen μ und $-m$ in s wirksamen Kraft vor, verlängern Cn über C hinaus, und bezeichnen durch $N = Nn'$ die Grösse der zwischen μ und $+m$ in n wirksamen Kraft, so wird

$$S = \frac{m\mu}{Cs^2}, \quad N = \frac{m\mu}{Cn^2}$$

sein. Jede dieser Kräfte können wir in eine Componente parallel AC und eine parallel BC zerlegen. Fällen wir die Perpendikel sF und $n'G$ von s und n' auf AC, und die Perpendikel sI und $n'K$ auf CB, machen

$$CH = CF - CG,$$

$$CL = CI + CK,$$

und vollenden das Rechteck $CHLM$, so ist CM der Grösse und Richtung nach die gesuchte Kraft. Bezeichnen wir durch χ den Winkel, welchen diese mit der Richtung CA macht, und durch R ihre Grösse, so wird

$$R = \sqrt{CH^2 + CL^2},$$

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{CL}{CH}.$$

Nun ist

$$CF = S \cdot \cos ACs = \frac{m\mu \cdot \cos ACs}{Cs^2},$$

$$CG = N \cdot \cos ACn = \frac{m\mu \cdot \cos ACn}{Cn^2},$$

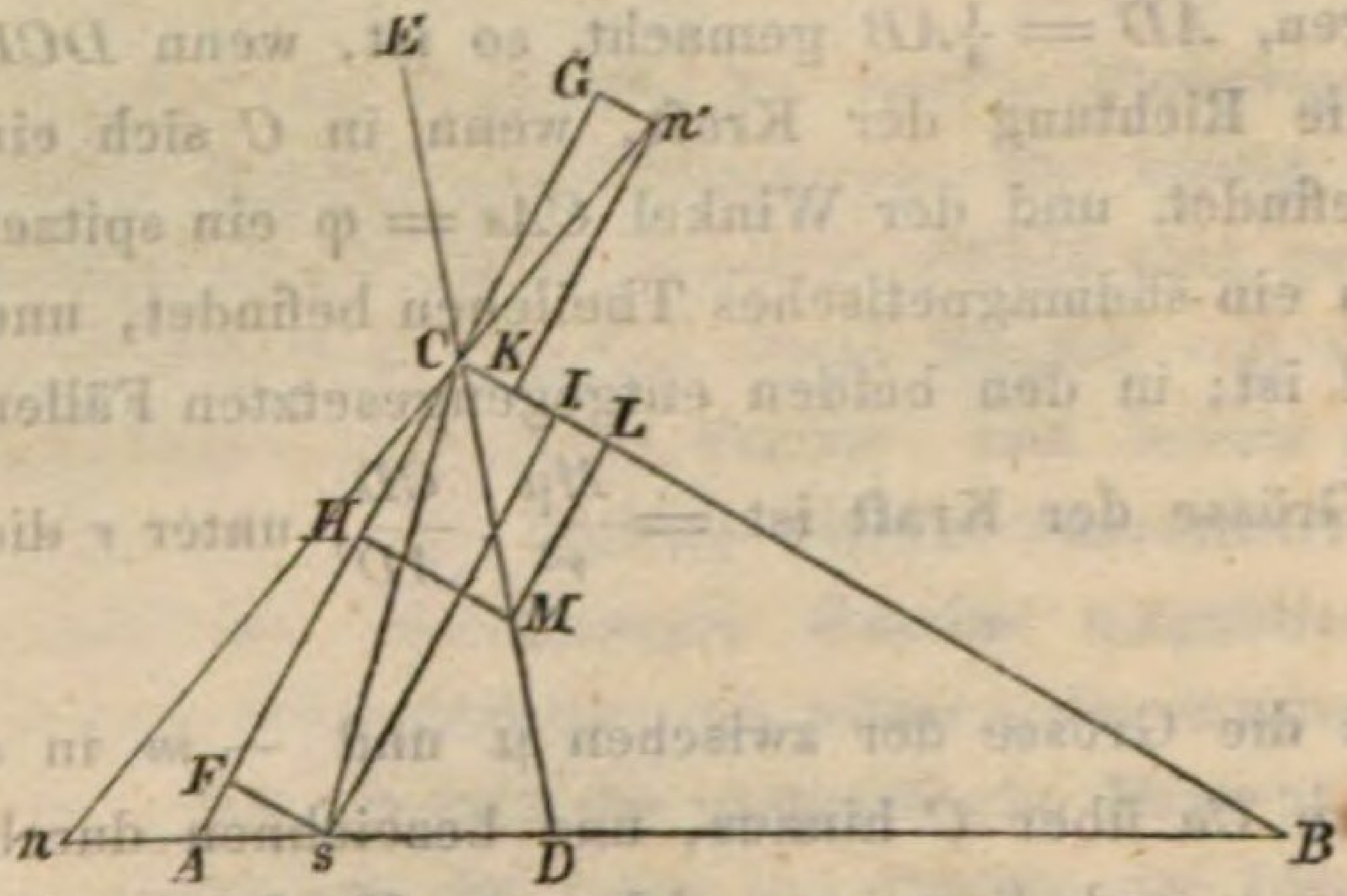
$$CI = S \cdot \sin ACs = \frac{m\mu \cdot \sin ACs}{Cs^2},$$

$$CH = N \cdot \sin ACn = \frac{m\mu \cdot \sin ACn}{Cn^2}.$$

Folglich wird:

$$R = \sqrt{mm\mu\mu\left(\frac{\cos ACs}{Cs^2} - \frac{\cos ACn}{Cn^2}\right)^2 + mm\mu\mu\left(\frac{\sin ACs}{Cs^2} + \frac{\sin ACn}{Cn^2}\right)^2}$$

$$= m\mu \cdot \sqrt{\frac{1}{Cs^4} + \frac{1}{Cn^4} - \frac{2}{Cs^2 \cdot Cn^2}(\cos ACs \cdot \cos ACn - \sin ACs \cdot \sin ACn)},$$



und

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{S \, . \sin ACs + N . \sin ACn}{S \, . \cos ACs - N . \cos ACn}$$

$$= \frac{\dfrac{\sin ACs}{Cs^2} + \dfrac{\sin ACn}{Cn^2}}{\dfrac{\cos ACs}{Cs^2} - \dfrac{\cos ACn}{Cn^2}}$$

$$= \frac{Cn^2 . \sin ACs + Cs^2 . \sin ACn}{Cn^2 . \cos ACs - Cs^2 . \cos ACn}.$$

Nun ist

$$\operatorname{tg} ACs = \frac{As \, . \sin BAC}{AC - As \, . \cos BAC}$$

$$= \frac{a \, . \sin \varphi}{r - a \cos \varphi},$$

also

$$\sin ACs = \frac{a \sin \varphi}{\sqrt{rr + aa - 2ar \cos \varphi}}$$

und

$$\cos ACs = \frac{r - a \, . \cos \varphi}{\sqrt{rr + aa - 2ar \cos \varphi}}.$$

Ebenso ist

$$\operatorname{tg} ACn = \frac{As \, . \sin \, CAn}{AC + As \, . \cos ACn}$$

$$= \frac{a \, . \sin \varphi}{r + a \cos \varphi},$$

also

$$\sin ACn = \frac{a \sin \varphi}{\sqrt{rr + aa + 2ar \cos \varphi}}$$

und

$$\cos ACn = \frac{r + a \, . \cos \varphi}{\sqrt{rr + aa + 2ar \cos \varphi}}.$$

Ferner ist

$$Cs^2 = AC^2 + As^2 - 2AC \, . \, As \, . \cos CAs$$

$$= rr + aa - 2ar \cos \varphi$$

und

$$Cn^2 = AC^2 + An^2 + 2AC \, . \, As \, . \cos CAs$$

$$= rr + aa + 2ar \cos \varphi.$$

Folglich wird

$$R = m\mu \sqrt{\left(\frac{1}{(rr+aa-2ar\cos\varphi)^2} + \frac{1}{(rr+aa+2ar\cos\varphi)^2} - \frac{2}{(rr+aa-2ar\cos\varphi)(rr+aa+2ar\cos\varphi)}\right.}$$

$$\left.\times\left[\frac{(r-a\cos\varphi)}{\sqrt{rr+aa-2ar\cos\varphi}}\,\frac{(r+a\cos\varphi)}{\sqrt{rr+aa+2ar\cos\varphi}} - \frac{aa\sin^2\varphi}{\sqrt{rr+aa-2ar\cos\varphi}.\sqrt{rr+aa+2ar\cos\varphi}}\right]\right)$$

$$= \frac{m\mu}{(rr+aa-2ar\cos\varphi)(rr+aa+2ar\cos\varphi)}\sqrt{\Big((rr+aa+2ar\cos\varphi)^2 + (rr+aa-2ar\cos\varphi)^2}$$

$$\overline{-2.\sqrt{rr+aa+2ar\cos\varphi}\sqrt{rr+aa-2ar\cos\varphi}\,(rr-aa\cos^2\varphi-aa\sin^2\varphi)\Big)}$$

$$= \frac{m\mu}{(rr+aa)^2-4aarr\cos^2\varphi}\sqrt{\left(2(rr+aa)^2+8aarr\cos^2\varphi-2\sqrt{(rr+aa)^2-4aarr\cos^2\varphi}\,(rr-aa)\right)},$$

und

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{(rr+aa+2ar\cos\varphi)\dfrac{a.\sin\varphi}{\sqrt{rr+aa-2ar\cos\varphi}} + (rr+aa-2ar\cos\varphi)\dfrac{a.\sin\varphi}{\sqrt{rr+aa+2ar\cos\varphi}}}{(rr+aa+2ar\cos\varphi)\dfrac{r-a\cos\varphi}{\sqrt{rr+aa-2ar\cos^2\varphi}} - (rr+aa-2ar\cos\varphi)\dfrac{r+a\cos\varphi}{\sqrt{rr+aa+2ar\cos\varphi}}}.$$

Der Ausdruck für R lässt sich aber auch schreiben:

$$R = \frac{m\mu}{r^4\left(1+\frac{a^4}{r^4}+2\frac{aa}{rr}(1-2\cos^2\varphi)\right)}\sqrt{\left(2r^4\left[1+\frac{a^4}{r^4}+2\frac{aa}{rr}(1+2\cos^2\varphi)\right]\right.}$$

$$\overline{\left.-2r^4\left[1-\frac{aa}{rr}\right]\sqrt{\left[1+\frac{a^4}{r^4}+2\frac{aa}{rr}(1-2\cos^2\varphi)\right]}\right)},$$

oder

$$R = \frac{m\mu}{rr\left(1+\frac{a^4}{r^4}+2\frac{aa}{rr}(1-2\cos^2\varphi)\right)}.\sqrt{2\left(1+\frac{a^4}{r^4}+\frac{2aa}{rr}[1+2\cos^2\varphi]\right.}$$

$$\overline{\left.-\left[1-\frac{aa}{rr}\right]\sqrt{1+\frac{a^4}{r^4}+2\frac{aa}{rr}[1-2\cos^2\varphi]}\right)}.$$

Schreiben wir bei der Kleinheit von $\frac{a}{r}$ hierin zunächst $1+\frac{aa}{rr}(1-2\cos^2\varphi)$ statt $\sqrt{1+\frac{a^4}{r^4}+\frac{2aa}{rr}(1-2\cos^2\varphi)}$, und vernachlässigen in dem Nenner die Potenzen von $\frac{a}{r}$ gegen 1, so kommt.

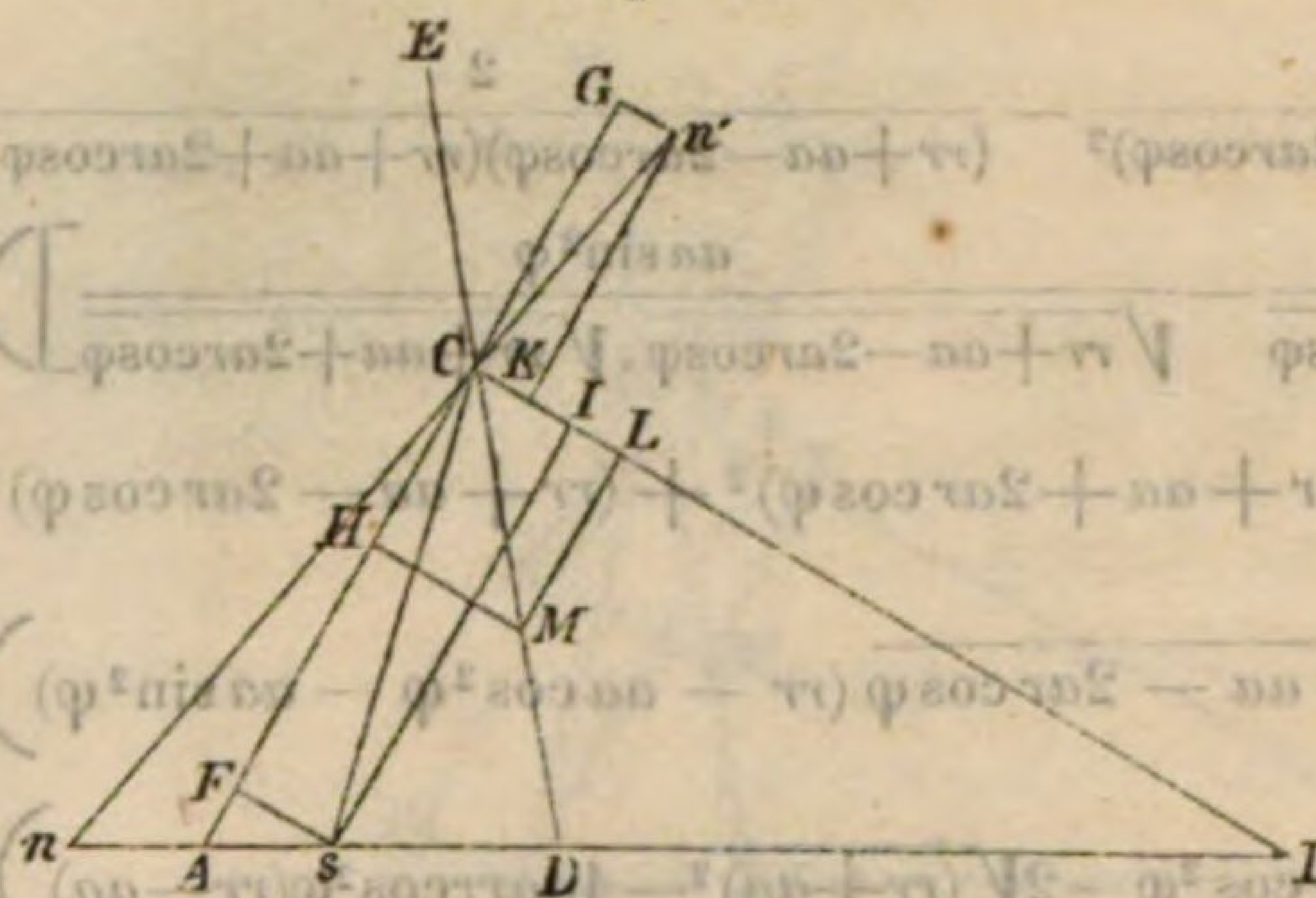
$$R = \frac{m\mu}{rr}.\sqrt{2\left(1+\frac{a^4}{r^4}+2\frac{aa}{rr}[1+2\cos^2\varphi]-\left[1-\frac{aa}{rr}\right]\left[1+\frac{aa}{rr}(1-2\cos^2\varphi)\right]\right)},$$

oder

$$R = \frac{m\mu}{rr}.\sqrt{2\left(1+\frac{a^4}{r^4}+\frac{2aa}{rr}+\frac{4aa}{rr}\cos^2\varphi-1+\frac{aa}{rr}-\frac{aa}{rr}+2\frac{aa}{rr}\cos^2\varphi+\frac{a^4}{r^4}-2\frac{a^4}{r^4}\cos^2\varphi\right)}$$

oder wenn wir $\frac{a^4}{r^4}$ vernachlässigen:

Fig. 59.



$$R = \frac{m\mu}{rr}\sqrt{2\left(\frac{2aa}{rr} + \frac{6aa}{rr}\cos^2\varphi\right)}$$

$$= \frac{2m\mu a}{r^3}\sqrt{(1 + 3\cos^2\varphi)}.$$

Nun ist

$$AB = \frac{AC}{\cos CAB} = \frac{r}{\cos\varphi},$$

$$AD = \tfrac{1}{3}AB = \frac{r}{3.\cos\varphi}$$

und

$$CD = \sqrt{AC^2 + AD^2 - 2AC.AD.\cos CAD}$$

$$= \sqrt{rr + \frac{rr}{9\cos^2\varphi} - \frac{2rr}{3\cos\varphi}.\cos\varphi}$$

$$= r\sqrt{1 - \tfrac{2}{3} + \frac{1}{9\cos^2\varphi}}$$

$$= \frac{r}{3\cos\varphi}\sqrt{3\cos^2\varphi + 1},$$

also

$$\frac{CD}{AD} = \sqrt{1 + 3\cos^2\varphi},$$

und da auch $2ma = M$ ist, so ergiebt sich

$$R = \frac{m.M}{r^3}.\frac{CD}{AD},$$

wie zu beweisen war.

Bringen wir ebenso tg χ unter die folgende Form:

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{a}{r}\sin\varphi\,\frac{\dfrac{\left(1+\frac{a}{r}\cos\varphi\right)^2}{1-\frac{a}{r}\cos\varphi} + \dfrac{\left(1-\frac{a}{r}\cos\varphi\right)^2}{1+\frac{a}{r}\cos\varphi}}{\left(1+\frac{a}{r}\cos\varphi\right)^2 - \left(1-\frac{a}{r}\cos^2\varphi\right)^2} = \frac{\sin\varphi}{4\cos\varphi}\,\frac{\left(1+\frac{a}{r}\cos\varphi\right)^3 + \left(1-\frac{a}{r}\cos\varphi\right)^3}{\left(1-\frac{a}{r}\cos\varphi\right)\left(1+\frac{a}{r}\cos\varphi\right)}$$

so wird, indem wir die Quadrate von $\frac{a}{r}$ vernachlässigen:

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{\sin\varphi}{4\cos\varphi}.\frac{1+3\frac{a}{r}\cos\varphi + 3\frac{aa}{rr}\cos^2\varphi + \frac{a^3}{r^3}\cos^3\varphi + 1 - 3\frac{a}{r}\cos\varphi + 3\frac{aa}{rr}\cos^2\varphi - \frac{a^3}{r^3}\cos^3\varphi}{1 - \frac{aa}{rr}\cos^2\varphi}$$

$$= \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2}\,\frac{1 + 3\frac{aa}{rr}\cos^2\varphi}{1 - \frac{aa}{rr}\cos^2\varphi} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2}.$$

Nun ist aber

$$\operatorname{tg} ACD = \frac{AD \cdot \sin CAD}{AC - AD \cos CAD} = \frac{\frac{r}{3\cos\varphi} \cdot \sin\varphi}{r - \frac{r}{3}\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi}} = \frac{r \operatorname{tg}\varphi}{2r} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{2},$$

also $\chi = ACD$, was ebenfalls zu beweisen war.

Zweites Capitel.

Vom Erdmagnetismus.

§. 256.

Die im vorigen Capitel entwickelte Theorie der magnetischen Erscheinungen giebt von diesen eine genügende Erklärung, nur ist daraus unmittelbar noch nicht die Erscheinung abzuleiten, dass die magnetische Achse eines um eine verticale Achse frei drehbaren Magneten sich immer in eine bestimmte Richtung, die des magnetischen Meridians, einstellt.

Wollen wir nun auch die hierin zur Erscheinung kommende Kraft als eine rein magnetische ansehen, so ist es am natürlichsten, anzunehmen, dass die Erde selbst, ihrer ganzen Masse oder wenigstens einem beträchtlichen Theile nach, magnetisch sei.

Unter dieser Voraussetzung wird dieselbe auf einen in horizontaler Ebene drehbaren Magnet eine Richtkraft ausüben müssen, die jene Einstellung begreiflich macht; es muss nämlich die erdmagnetische Kraft an einem jeden Orte eine Richtung besitzen, welche in dem magnetischen Meridian liegt. Aber es ist keine nothwendige Folge aus diesen Beobachtungen, dass die Achse eines solchen Magneten mit der Richtung der erdmagnetischen Kraft selbst zusammenfällt, es bleibt vielmehr die Möglichkeit, dass diese im magnetischen Meridian mit dem Horizonte einen gewissen Winkel bildet.

Um zu entscheiden, ob dieses der Fall ist, bedarf es neuer Versuche, nämlich solcher, worin der Magnet um eine horizontale Achse drehbar ist. In diesem Falle übt freilich im Allgemeinen die Schwere auf denselben ein Drehungsmoment aus, vermöge deren er sich mit seiner Längsrichtung in eine bestimmte Lage einstellt, diejenige nämlich, in welcher sein Schwerpunkt vertical unter der horizontalen Drehungsachse liegt.

Diese Wirkung liesse sich dadurch aufheben, dass man die Achse genau durch den Schwerpunkt gehen liesse. Wenn man daher eine nicht magnetische Stahlnadel an einer horizontalen Achse so aufhängt, dass die Nadel in jeder Lage, die wir ihr geben, nicht mehr durch die Schwere gerichtet

wird, so ist jene Bedingung erfüllt. Magnetisirt man alsdann die Nadel, so bewirkt man, dass sie nun nicht mehr im indifferenten Gleichgewicht sich befindet, sondern einen Stand annimmt, in welchem ihre magnetische Achse einen bestimmten Winkel mit dem Horizonte macht, dessen Grösse sich mit dem Winkel ändert, welcher die Drehungsebene mit dem magnetischen Meridian macht. Der Nordpol der Nadel ist dann, wenigstens in unsern Breiten, nach unten, der Südpol nach oben gerichtet.

Aus dieser Veränderlichkeit jenes Winkels ergiebt sich schon, dass nicht etwa eine Verrückung des Schwerpunktes gegen die Drehungsachse beim Magnetisiren es gewesen sein kann, welche jene Einstellung bewirkte. Denn wenn eine solche vorgekommen wäre, so müsste allerdings nun ein stabiles Gleichgewicht der Nadel bei einer bestimmten Neigung ihrer Längsachse gegen den Horizont eintreten, aber dieser Winkel müsste ungeändert bleiben, in welches Azimuth auch die Ebene gedreht würde, in welcher die Nadel sich drehen kann.

Dieses ist nun aber, wie wir gesehen haben, nicht der Fall. Die genauere Betrachtung zeigt nämlich, dass, wenn diese Drehungsebene auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht, die magnetische Achse sich vertical stellt, dass aber, während die Ebene gedreht wird, die Nadel sich nach und nach unter geringern Winkeln gegen den Horizont neigt, bis dieser Winkel, wenn die Drehungsebene genau mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, einen kleinsten Werth erreicht hat, der bei weiterer Drehung wieder zunimmt, und sich mit der Annäherung an die erste Lage, oder vielmehr die entgegengesetzte derselben, einem rechten nähert u. s. f. Zugleich bleibt der Nordpol der Nadel immer auf der nördlichen Seite der durch die Drehungsachse gelegten Verticalebene, wenn er nicht in derselben liegt.

Wenn die Nadel ummagnetisirt wird, so sinkt dann wieder der neue Nordpol unter den Horizont, der vorher über den Horizont gehoben war.

Es folgt daraus, dass auf einen Magnet eine erdmagnetische Kraft in einer gegen den Horizont geneigten Richtung wirkt, und unabhängig von der Schwere auf diesen Drehungsmomente ausübt.

Denken wir uns einen um seinen Schwerpunkt drehbaren Magneten, so würde dieser vermöge des horizontal wirkenden Theils der erdmagnetischen Kraft sich mit seiner magnetischen Achse in den magnetischen Meridian stellen, in diesem aber diejenige Lage annehmen, in welche sich die mit der horizontalen durch ihren Schwerpunkt gehenden Achse versehene Nadel dann einstellt, wenn die Nadel sich im magnetischen Meridian drehen kann. Diese letztere Richtung giebt also die Richtung der ganzen erdmagnetischen Kraft an. Sie ist bestimmt, wenn man den Winkel kennt, welchen eine durch die magnetische Achse gelegte Verticalebene (d. h. in diesem Falle der magnetische Meridian) mit dem astronomischen Meridian

macht, oder die Declination kennt, und zugleich den Winkel, welchen eine durch die Drehungsachse und die magnetische Achse gelegte Ebene mit dem Horizont macht; diesen letztern Winkel nennt man die Inclination oder die magnetische Neigung.

Bezeichnen wir durch I die Grösse der Richtkraft, welche in dieser Richtung auf die Nadel wirkt, so wird man diese in zwei andere zerlegen können, von denen die eine I' horizontal, die andere I'' senkrecht wirkt, und zwar ist, wenn i die Inclination bezeichnet,

$$I' = I \cdot \cos i,$$
$$I'' = I \cdot \sin i.$$

Ist die Nadel nur um eine verticale Achse drehbar, so kann nur die erstere Componente auf dieselbe wirken, ist sie dagegen nur um eine horizontale Achse drehbar, die aber im magnetischen Meridian liegt, so dass die Nadel sich nur in einer auf diesem senkrechten Ebene drehen kann, so kann nur die zweite Componente wirken, die Nadel muss sich dann also vertical stellen. Befindet sich die Drehungsebene in einem andern Azimuth, so wirken beide Componenten auf die Nadel, aber im Allgemeinen die erstere nicht mit der vollen Stärke, die Nadel muss daher gegen den Horizont unter einem veränderlichen Winkel geneigt werden, der sich um so mehr der Inclination nähert, je näher die Drehungsebene dem magnetischen Meridian kommt, ganz so wie es die Beobachtungen ergeben.

Wird die Drehungsachse in die Richtung der erdmagnetischen Kraft gebracht, so kann sich die Nadel nur in einer auf dieser senkrechten Ebene drehen, es wird daher durch den Erdmagnetismus gar keine Drehung derselben bewirkt, oder die Nadel befindet sich im indifferenten magnetischen Gleichgewicht; man nennt sie dann astatisch.

Das Vorhandensein einer magnetischen Kraft in der Richtung der Inclinationsnadel ergiebt sich auch aus der vorübergehenden Magnetisirung, welche ein Eisenstab erleidet, wenn er in diese Richtung gebracht wird. Es ist selbst nicht einmal nöthig, ihn genau in diese Richtung zu bringen, sondern schon eine verticale Stellung, oder eine horizontale im magnetischen Meridian reicht dazu hin. Der Nordpol findet sich immer an demjenigen Ende, welches dem Nordpol der Erde am nächsten ist, der Südpol am entgegengesetzten. Die Magnetisirung bleibt aber aus, oder wird wenigstens um so weniger merklich, je näher die Längsachse des Eisenstabes einer auf der Richtung der Inclinationsnadel senkrechten Richtung gebracht wird, oder je mehr sie der Ebene genähert wird, in der eine drehbare Magnetnadel astatisch ist.

§. 257.

Die Bestimmung der Richtung der erdmagnetischen Kraft reducirt sich also auf die beiden getrennt von einander zu behandelnden Aufgaben der Bestimmung der Declination und der Inclination.

Die erstere kann mit Hülfe des Magnetometers mit einer sehr grossen Schärfe ausgeführt werden. Zu einer rohen Bestimmung, welche indess in vielen Fällen schon hinreichende Schärfe gewährt, dient die Bussole oder der Compass. Es ist dieses ein getheilter Kreis, dessen Nullpunkt in den astronomischen Meridian gebracht wird, in dessen Mittelpunkte sich eine feine Spitze befindet, auf welche eine Nadel gelegt wird, die in ihrer Mitte mit einem Achat- oder Messinghütchen versehen ist und an deren Enden zwei feine Striche oder Indices sich befinden, deren Stellung über den Theilstrichen des Kreises man beobachtet. Unter der Voraussetzung, dass die magnetische Achse der Nadel mit der diese Indices verbindenden Geraden zusammenfällt, dass diese ferner durch den Drehungspunkt der Nadel geht, und dass die Drehung auf der Spitze vollkommen frei ist, giebt die Beobachtung der Stellung der Indices über dem Kreise unmittelbar die Declination an.

Ist umgekehrt die Declination bekannt, so kann die Beobachtung des Winkels, welchen irgend eine andere Richtung mit der Längsachse der Nadel bildet, dienen, um die Lage dieser Richtung gegen den astronomischen Meridian zu finden. Dieses ist der wichtigste Gebrauch der Bussole oder des Compasses in der Schifffahrt, beim Feldmessen, Bergbau u. s. w.

Um die Bussole in diesen einzelnen Fällen mit Leichtigkeit und Bequemlichkeit gebrauchen zu können, wird sie dann noch mit Dioptern oder anderen ausserwesentlichen Einrichtungen versehen.

Für eine genauere Bestimmung der Declination genügt aber dieselbe nicht, theils weil die Drehung der Nadel auf der Spitze nie ganz frei ist, sondern durch die Reibung gehemmt wird, deren Einfluss durch mannichfaltige äussere Umstände verändert wird, und sich daher nicht in Rechnung ziehen lässt, theils weil die Messung der Winkel an einem solchen einfachen Instrument sich nicht mit Genauigkeit ausführen lässt, theils endlich weil die magnetische Achse nicht mit der Längsachse der Nadel vollkommen genau zusammenfällt.

Man hängt daher für solche Zwecke den Magnet nicht auf einer Spitze, sondern an einem Faden auf; die Torsion desselben wirkt dann freilich ebenfalls auf die Richtung ein, in welche der Magnet sich einstellt; allein einerseits kann man durch zweckmässige Wahl der Fäden (ungedrehte Coconfäden) die Torsionskraft im Verhältniss zur magnetischen Kraft sehr klein machen, theils aber auch den Einfluss dieser sehr kleinen Kraft eliminiren, indem man durch absichtliche und gemessene Aenderungen des Torsionswinkels denselben ermittelt.

Eine Drehung des aufgehängten Stabes um seine Längsachse, welche die zuerst obere Seite desselben zur untern macht, giebt dann ferner ein Mittel, den Winkel zu finden, welchen die magnetische Achse desselben mit der Längsrichtung oder einer andern bestimmten Richtung an demselben,

z. B. der Normale eines an dem Magnet befestigten Spiegels macht, deren Lage man bestimmt.

Durch Anwendung von Spiegel, Skale und Fernrohr endlich erhält man ein Mittel, sehr genau die Winkel zu messen, welche die Spiegelnormale des aufgehängten Magnetstabes mit einer andern genau fixirten Richtung macht, deren Azimuth durch astronomische Messungen ermittelt werden kann.

Die Inclination ist keiner so scharfen Messung fähig, als die Declination; zwar würde auch bei dieser die Anwendung von Spiegel, Skale und Fernrohr den Winkelmessungen ebenfalls eine sehr grosse Schärfe verleihen können, allein auf eine Inclinationsnadel übt nicht allein der Erdmagnetismus eine richtende Kraft aus, sondern auch die Schwere, wenn nicht die Drehungsachse genau durch den Schwerpunkt der unmagnetischen Nadel geht. Dieses leztere ist aber nie ganz genau zu erreichen, und man muss sich daher damit begnügen, den Einfluss, welchen eine solche kleine Excentricität auf das Resultat hat, möglichst zu eliminiren. Zu diesem Zwecke bedient man sich der Methode des Ummagnetisirens, indem man die Neigung derselben Nadel vor und nach diesem beobachtet. Da die Schwere die Nadel in beiden Fällen nach derselben Seite dreht, der Magnetismus aber nach entgegengesetzten Seiten, so wird der Einfluss der ersteren im Mittel aus beiden Beobachtungen wenigstens nahezu eliminirt sein, zumal wenn er an sich so gering als möglich gemacht wird. Die Richtungsverschiedenheit zwischen der magnetischen Achse der Nadel aber und ihrer geometrischen Achse, deren Lage man eigentlich beobachtet, wird auf ähnliche Weise wie bei der Declination durch Umlegen eliminirt, indem man dasselbe Ende der Achse einmal nach Westen und einmal nach Osten kehrt.

Die grösste Unsicherheit der Beobachtungen entspringt aber daraus, dass man die Inclinationsnadel immer mit Hülfe fester Achsen aufhängen muss; gewöhnlich an cylindrischen Stahlachsen, die auf Achatplatten ruhen. Wenn nun auch die Reibung dieser nicht beträchtlich ist, so genügt sie doch schon, um selbst an den vollkommensten Instrumenten bei mehrmaligem Auflegen der Nadel noch so bedeutende Verschiedenheiten in der Einstellung derselben hervorzubringen, dass man diese auf Rechnung einer unvollkommenen Beweglichkeit der Nadel setzen muss. Um sich hiervon frei zu machen, kann man nur mehrfache Beobachtungen combiniren, und aus diesen die Mittel nehmen. Aber es wird dadurch die Benutzung der feinsten Messungsmittel illusorisch; man begnügt sich daher hier gewöhnlich mit einer verticalstehenden getheilten Kreisscheibe von etwa 150 bis 300 Millimeter Durchmesser, vor welcher die Nadel um eine möglichst concentrische und gut polirte cylindrische Achse spielt.

Es ist hieraus ersichtlich, dass kleine Aenderungen der Inclination, die etwa sehr rasch auf einander eintreten möchten, nicht beobachtet wer-

den können, theils weil die Beobachtungen an sich keiner grossen Schärfe fähig sind, theils auch, weil jede Beobachtung eine längere Zeit in Anspruch nimmt, man also, wenn solche Aenderungen stattfinden, nur einen Mittelwerth der Inclination für die zur Beobachtung erforderliche Zeit erhält.

Die vollständige Declinationsbestimmung erfordert zwar auch eine längere Zeit, allein die leichte Beweglichkeit des Magnets eines Magnetometers, und die numerische Kenntniss der ausserwesentlichen Umstände, von denen diese abhängt, gestattet aus der scharf zu messenden Aenderung im Stande desselben einen Schluss auf eine dieser entsprechende Declinationsänderung zu machen, und es ist also möglich die letztere für einen beliebigen Moment zu bestimmen. Wenn daher während einer Declinationsbestimmung ein zweites unveränderliches Hülfsmagnetometer beobachtet wird, so ist es möglich, die Beobachtungen an dem Hauptmagnetometer auf denselben Moment zu reduciren, und so die Declination für einen bestimmten Moment zu bestimmen.

Die Magnetometerbeobachtungen zeigen nun wirklich, dass solche Schwankungen der Declination beständig stattfinden, die letztere also keine absolut constante Grösse ist, und daraus wird es wahrscheinlich, dass dasselbe auch von der Inclination gelte. Durch die beständige Aenderung der Declination wird freilich der Magnet in Schwingungen gesetzt, die denselben auch ohne weitere Aenderungen der Declination bewegen würden, allein die genauere Betrachtung der Schwingungsgesetze giebt Mittel an, wie man diesen Einfluss eliminiren und den Stand des Magnets erhalten kann, welchen er in einem bestimmten Momente behaupten würde, wenn seine magnetische Achse genau in einer der dann stattfindenden Declination entsprechenden Lage wäre.

Ein genaueres Eingehen hierauf würde uns zu sehr in Einzelnheiten führen; es möge hier genügen, dass man Mittel besitzt, die Declination mit grosser Schärfe für einen gegebenen Moment, so wie die Inclination freilich mit geringerer Genauigkeit und nur im Mittel für einen nicht zu grossen Zeitraum (etwa $\frac{1}{2}$ bis 1 Stunde), also die Richtung der erdmagnetischen Kraft zu einer gegebenen Zeit und an einem gegebenen Orte zu bestimmen.

§. 258.

Um aber eine vollkommene Kenntniss einer Kraft zu haben, genügt es nicht blos, deren Richtung zu wissen, sondern man muss auch ihre Grösse kennen. Wollen wir also die Stärke der erdmagnetischen Kraft messen, so müssen wir zunächst ein Maass für dieselbe festsetzen. Bei der Untersuchung der Ablenkungen nun, welche ein Magnet auf einen andern ausübt, haben wir im §. 254 gesehen, dass das magnetische Moment eines Magneten seiner Grösse nach besimmt werden kann, wenn wir als Einheit eine dort durch T bezeichnete Grösse zu Grunde legen. Diese Grösse haben wir definirt, als den

Quotient derjenigen Directionskraft, welche einen in horizontaler Ebene drehbaren Magnet bei einer Ablenkung um 90° aus dem magnetischen Meridian in diesen zu drehen strebt, und des magnetischen Momentes des abgelenkten Stabes.

Diese Grösse T ist aber offenbar nichts Anderes als die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft an dem Beobachtungsorte, und wir werden also für letztere eine Maasseinheit erhalten, wenn wir für T eine Einheit festsetzen können, indem, wenn i die Inclination und I die Stärke der ganzen magnetischen Kraft bezeichnet,

$$I \, . \cos i = T,$$

oder

$$I = T \, . \sec . \, i$$

ist. Es genügt daher die Festsetzung einer Einheit für T und die Messung von T, um auch I nach demselben Maasse gemessen zu erhalten. Nach der Definition von T wird aber das Maass dieser Grösse die Einheit der Directionkräfte, dividirt durch die Einheit der magnetischen Momente sein. Die Einheit der erstern ist aber eine solche, welche der Masseneinheit an einem Hebelarm gleich der Längeneinheit eine Beschleunigung $= 1$ ertheilt; die Directionskräfte lassen sich also auf ein absolutes Maass zurückführen. Unter dem magnetischen Momente haben wir ausserdem die Summe der Producte verstanden, welche sich ergeben, wenn die einzelnen Theilchen des freien nördlichen oder südlichen Magnetismus eines Magnets, jedes mit seiner Entfernung von der Mitte des Magnets (parallel der magnetischen Achse) multiplicirt werden. Für die letzteren haben wir in der Längeneinheit ein bestimmtes Maass, es bleibt also nur noch übrig für die magnetischen Mengen ein bestimmtes Maass festzusetzen.

Dazu zeigt aber das Fundamentalgesetz des Magnetismus den Weg, indem die Kraft zwischen 2 magnetischen Theilchen m und m' in dem Abstande r von einander $= \frac{mm'}{rr}$ ist. Machen wir m und m' einander gleich, und bestimmen m so, dass, wenn $r = 1$ ist, auch diese Kraft $= 1$ wird, so wird der dazu erforderliche Werth von m die Einheit der magnetischen Massen genannt werden können. Da wir aber die Bewegungen der magnetischen Materien nicht unmittelbar ohne die Bewegungen ihrer ponderabeln Träger beobachten können, und da sich auch die Einheit der Directionskräfte auf die ponderabele Masseneinheit bezieht, so wird es besser sein, unter der Einheit der magnetischen Massen diejenige zu verstehen, welche einer ihr gleichen, in der Einheit der Entfernung von ihr befindlichen und mit der Einheit der ponderabeln Masse verbundenen eine Beschleunigung $= 1$ ertheilt; oder die absolute Einheit der magnetischen Momente wird die eines solchen Magneten sein, der aus der Einheit der Entfernung auf einen ihm gleichen, gegen den er sich in der zweiten Hauptlage befindet, ein solches Drehungsmoment ausübt, wie der Druck der ponderabeln Masseneinheit an einem Helbelarm gleich der Längeneinheit hervorbringt; vorausgesetzt, dass dieses Moment noch der dritten Potenz der Entfernung umgekehrt

proportional gesetzt werden könnte, was streng genommen nur für unendlich grosse Entfernungen gilt. Dieselbe Einheit wird aber auch noch zur Messung von T dienen können, denn die Wirkung des Erdmagnetismus auf einen horizontaldrehbaren Magnet bringt ein Drehungsmoment auf diesen hervor, dessen grösster Werth, wenn das Moment des Magnetstabes der Einheit gleich ist, durch T gemessen wird.

Nun haben wir gesehen, dass dies Drehungsmoment, welches einen in horizontaler Ebene drehbaren Magnet in den magnetischen Meridian zu drehen strebt, dem Sinus der Ablenkung aus demselben proportional ist, also durch

$$D \,.\, \sin \varphi = T \,.\, M \sin \varphi$$

dargestellt werden kann, wenn M das magnetische Moment des Stabes bezeichnet. Nennen wir ψ die angulare Beschleunigung, welche der Magnet in der Ablenkung φ vermöge dieses Drehungsmomentes des Stabes in Bezug auf die verticale Achse, um welche er gedreht wird, erhält, und K das Trägheitsmoment des Magnets in Bezug auf dieselbe Achse, so ist $K \,.\, \psi$ ebenfalls ein Maass dieses Drehungsmomentes, folglich

$$\psi = \frac{T \,.\, M}{K} \,.\, \sin \varphi.$$

Hat φ immer nur einen kleinen Werth, so kann man dafür schreiben

$$\psi = \frac{T \,.\, M}{K} \,.\, \varphi.$$

Diese Gleichung führt aber, wie wir im §. 26 schon gesehen haben, auf die Gleichung

$$\varphi = \varphi_0 \,.\, \cos \left(t \,.\, \sqrt{\frac{TM}{K}} \right),$$

worin φ_0 die dem Magnete anfänglich ertheilte Ablenkung bezeichnet, φ aber die Ablenkung, welche dem Stabe zur spätern Zeit t in Folge der Schwingungen zukommt, welche er ausführt, wenn er nach jener ersten Ablenkung sich selbst überlassen wird.

Daraus ergiebt sich dann, dass der Magnet isochrone Schwingungen um seine Ruhelage im magnetischen Meridian ausführt, deren Dauer

$$\tau = \varpi \sqrt{\frac{K}{TM}}$$

ist, woraus sich

$$TM = K \,.\, \frac{\varpi \varpi}{\tau \tau}$$

ergiebt. Wenn man daher die Schwingungsdauer τ eines solchen Magnets beobachtet, und wenn man ausserdem das Trägheitsmoment K desselben in Bezug auf die verticale Achse, natürlich nach absolutem Maasse gemessen, kennt, so ergiebt sich daraus der absolute Werth des Productes TM.

Das Trägheitsmoment K kann durch Rechnung gefunden werden, wenn der Magnet eine geometrisch leicht bestimmbare Gestalt besitzt,

und die Vertheilung der ponderabeln Masse in demselben gegeben ist. Es lässt sich aber auch leicht experimentell ermitteln, wenn man an demselben zwei unmagnetische cylindrische Gewichte, p, auf beiden Seiten der Umdrehungsachse nach einander in den je gleichen Entfernungen r_1 und r_2 von dieser aufhängt, und die Schwingungsdauern τ_1 und τ_2 des so belasteten Magnets beobachtet.

Ist nämlich k das Trägheitsmoment eines der beiden Gewichte in Bezug auf eine durch seinen Schwerpunkt gehende verticale Achse, so sind nach dem Satze des §. 23

$$K + 2k + 2r_1r_1p \text{ und}$$

$$K + 2k + 2r_2r_2p$$

die Trägheitsmomente des belasteten Magnets in den beiden Fällen. Da aber durch die Belastung des Magnets die magnetische Directionskraft nicht geändert wurde, so bestehen die drei Gleichungen:

$$\frac{\tau\tau}{\varpi\varpi} = \frac{K}{MT},$$

$$\frac{\tau_1\tau_1}{\varpi\varpi} = \frac{K + 2k + 2r_1r_1p}{MT}, \text{ und}$$

$$\frac{\tau_2\tau_2}{\varpi\varpi} = \frac{K + 2k + 2r_2r_2p}{MT},$$

woraus sich durch Elimination ergiebt:

$$K = 2\tau\tau \,.\, p\,\frac{r_1r_1 - r_2r_2}{\tau_1\tau_1 - \tau_2\tau_2} \text{ und}$$

$$MT = 2\varpi\varpi \,.\, \frac{r_1r_1 - r_2r_2}{\tau_1\tau_1 - \tau_2\tau_2}.$$

Mit dem so auf absolute Weise gemessenen Producte $MT = \alpha$ lässt sich aber nun das Resultat von Ablenkungsversuchen verbinden, indem man denselben Magnetstab, dessen Schwingungsdauer beobachtet wurde, als Ablenkungstab für einen andern in horizontaler Ebene drehbaren Magnet benutzt.

Nach §. 254 ist dann nämlich, wenn φ die Ablenkung bezeichnet, welche dem Abstande R der Mitten beider Magnete in der ersten Hauptlage entspricht

$$\operatorname{tg}\varphi = 2\frac{M}{T} \cdot \frac{1}{R^3} + \frac{b}{R^5}.$$

Durch Beobachtung zweier Werthe von φ bei zwei verschiedenen gemessenen Werthen von R lässt sich dann also $\beta = \frac{M}{T}$ berechnen. Der Messung von R muss natürlich dieselbe Längeneinheit zu Grunde liegen, welche auch in den vorhergehenden Messungen gebraucht wurde.

Daraus ergiebt sich dann

$$\alpha\beta = MM, \text{ oder } M = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$$

und

$$\frac{\alpha}{\beta} = TT, \text{ oder } T = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}.$$

Durch eine solche absolute Messung des horizontalen Theils der erdmagnetischen Kraft, aus welcher aber bei bekannter Inclination auch leicht die absolut gemessene Stärke der ganzen Kraft berechnet werden kann, ist man unabhängig von den besondern Magneten, mit welchen die Messungen vorgenommen werden, und es lassen sich daher die Resultate, die solchergestalt von verschiedenen Beobachtern an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten erhalten sind, mit einander vergleichen, um in Verbindung mit Declinations- und Inclinationsmessungen eine genaue Kenntniss des magnetischen Zustandes der Erde zu liefern.

§. 259.

Um eine Uebersicht über die Resultate der magnetischen Beobachtungen zu gewinnen, pflegt man sie wohl auf Karten einzutragen, und zwar gewöhnlich jedes der 3 Elemente, Declination, Inclination und Intensität, auf einer besondern magnetischen Karte. Dieses Eintragen nimmt man so vor, dass man alle die Punkte, an welchen eins der drei Elemente einen gleichen Werth hat, durch Linien verbindet, deren Krümmungen und gegenseitige Abstände freilich, je weniger zuverlässige Beobachtungen den Zeichnungen zu Grunde liegen, um so willkürlicher ausfallen, die aber doch eine angenäherte Kenntniss gewähren. Diesem Verfahren liegt die Voraussetzung zu Grunde, dass die magnetischen Elemente von einem Orte zu einem andern sich stetig ändern, welche durch die vorhandenen Beobachtungen, soweit diese reichen, bestätigt wird, und, welche wie Gauss gezeigt hat, eine nothwendige Folgerung der Annahme ist, dass die magnetischen Wirkungen der Erde davon herrühren, dass die magnetischen Materien in der Erde in ähnlicher Weise wie in einem Magneten geschieden vorhanden sind.

Die so erhaltenen Curven auf der Erdoberfläche nennt man, je nachdem sie sich auf gleiche Werthe der Declination, Inclination oder Intensität beziehen, Isogonen, Isoklinen oder Isodynamen.

Die auffallendsten Verschiedenheiten der einzelnen gleichwerthigen Curven geben die Isoklinen zu erkennen, in denen sich auch im Ganzen ein ziemlich regelmässiger Verlauf bemerklich macht. In der Nähe des Aequators nämlich findet sich eine Curve, die Akline, oder auch der magnetische Aequator, auf welcher gar keine Inclination stattfindet, die Neigungsnadel also horizontal steht. Diese Linie fällt zwar nicht genau mit dem Aequator zusammen, sondern schneidet ihn mehrfach; südlich entfernt sie sich an der Küste von Brasilien etwa um 14° von derselben, nördlich unter

61° O. L. von Paris etwa um fast 12°. Wenn man sich auf beiden Seiten von dieser Linie entfernt, so bleibt die Nadel nicht mehr horizontal, auf der nördlichen Seite senkt sie ihren Nordpol, auf der südlichen Seite ihren Südpol. Die Inclination ist also auf der nördlichen Hälfte der Erde nördlich oder positiv, auf der südlichen südlich oder negativ. Je weiter man sich auf beiden Seiten von der Akline entfernt, um so beträchtlicher wird die Inclination; auf der Nordhälfte der Erde ist sogar ein Punkt von Ross gefunden worden, unter 70° 5′ N. Br. und 265° 14′ O. L. von Greenwich, wo die Neigungsnadel vertical steht, den man den magnetischen Nordpol der Erde nennt, und dem wahrscheinlich ein magnetischer Südpol auf der Südhälfte entspricht.

Im Allgemeinen schliessen sich die Isoklinen den Parallelkreisen der Erde an, mit denen sie aber keineswegs gänzlich zusammenfallen.

Die Isogonen oder die Linien gleicher Declination verlaufen andererseits in der Art wie die Meridiankreise, doch weichen sie von denselben noch mehr ab, als die Isoklinen von den Parallelkreisen. Unter ihnen sind zwei, oder wahrscheinlich eine in sich zusammenhängende, dadurch ausgezeichnet, dass die Declination auf ihnen Null wird, die Nadel also genau nach Norden weist. Die eine dieser Agonen zieht sich in der Nähe der Ostküste Amerikas her, aber dieser nicht parallel, die andere geht mit merkwürdigen Windungen durch den nördlichen und östlichen Theil Asiens und durch Neuholland. Denkt man beide in den Polargegenden sich zu einer einzigen Curve vereinigt, so zerfällt dadurch die Erdoberfläche in zwei Stücke, welche in einem solchen Gegensatze zu einander stehen, dass auf dem europäischen die Declination westlich, auf dem andern östlich ist; auf beiden nimmt sie im Allgemeinen mit der Entfernung von den Agonen zu.

Die isodynamischen Linien endlich verlaufen im Allgemeinen wieder in der Richtung der Parallelkreise, aber doch beträchtlich von diesen abweichend. In der Nähe des Aequators ist die Intensität am geringsten, und nach den Polen hin nimmt sie zu, etwa im Verhältniss wie 2 zu 1; die Punkte der grössten Intensität fallen aber nicht, wie man vielleicht glauben könnte, mit den magnetischen Polen zusammen.

§. 260.

Durch eine tiefere mathematische Untersuchung hat Gauss theils die gesammten Beobachtungen über die magnetischen Wirkungen auf der Oberfläche der Erde in eine Formel zusammengezogen, worin die magnetischen Wirkungen an einem Orte der Erde als abhängig von der geographischen Länge und Breite dieses Ortes erscheinen, theils eben dadurch die Hypothese, dass der Erdkörper selbst ein magnetischer und die Ursache der Richtkraft sei, welcher die Magnete ausgesetzt sind, einer schärferen Prüfung unterworfen.

Diese Theorie lässt sich freilich ohne zu tief eingehende mathematische Betrachtungen nicht im Einzelnen darlegen, doch dürfen die hauptsächlichsten Gesichtspunkte und die wichtigsten Resultate derselben nicht übergangen werden. Gauss hat nämlich gezeigt, dass, um die Wirkungen, welche ein magnetischer Körper, also auch die Erde, wenn wir diese als magnetisch annehmen, in dem ganzen ihn umgebenden äussern Raume hervorbringt, der Rechnung zu unterwerfen, es nicht erforderlich ist, die Vertheilung des freien Magnetismus im Innern zu kennen, sondern dass diese für den genannten Zweck durch eine ideale Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten auf der Oberfläche ersetzt werden kann. Es ist dabei zu bemerken, dass eine solche ideale Vertheilung auf der Oberfläche verschiedenen Vertheilungsarten im Innern entspricht, so dass durch Beobachtung der magnetischen Wirkungen, welche ein Magnet nur ausserhalb seiner selbst hervorbringt, nie die wirkliche Vertheilung des Magnetismus in ihm gefunden werden kann. Alle diese äussern Wirkungen desselben sind aber bekannt oder können leicht berechnet werden, wenn jene ideale Vertheilung des Magnetismus an der Oberfläche bekannt ist. Diese ideale Vertheilung hängt von einer mechanischen Grösse, dem Potential, ab, welche so definirt werden kann, dass der Werth derselben an einem jeden Punkte A gleich der Summe aller Theilchen des freien Magnetismus ist, jedes dividirt durch seine Entfernung vom Punkte A. Das Potential hat ferner die Eigenschaft, dass daraus leicht durch eine einfache Rechnung die Componenten der magnetischen Kraft nach beliebigen Richtungen, also auch die ganze magnetische Kraft nach Richtung und Stärke, an einem jeden Orte berechnet werden kann. Dadurch sind aber gewisse Beziehungen zwischen den horizontalen und den verticalen Componenten gegeben, welche verschieden ausfallen, je nachdem der Sitz der magnetischen Kräfte im Innern der Erde oder ausserhalb derselben gesucht werden muss. Die Auffindung der Beziehungen zwischen den horizontalen und verticalen Componenten an den verschiedenen Orten der Erde giebt also ein Mittel an die Hand, diese Frage zu entscheiden; und die wirkliche Ausführung hat ergeben, dass jedenfalls die erste Hypothese stattfindet, also die magnetischen Kräfte auf der Erdoberfläche wenigstens ihrem grössten Theile nach durch magnetische Ursachen im Innern der Erde bewirkt werden. Da jedoch die dabei in Betracht kommenden numerischen Werthe bis jetzt nur noch mit geringer Schärfe bekannt sind, so bleibt nicht ausgeschlossen, dass ein Theil der magnetischen Kräfte seinen Sitz ausserhalb der Erde, z. B. in der Atmosphäre, haben könnte.

Um aber zu jener angenäherten Kenntniss des magnetischen Verhaltens der Erde, oder der numerischen Werthe der Potentiale an den einzelnen Punkten ihrer Oberfläche zu gelangen, hat Gauss für den Werth des Potentials unter Voraussetzung einer unbestimmten Vertheilung des Magnetismus

und mit Zugrundelegung des Fundamentalgesetzes des Magnetismus eine Reihe entwickelt, welche nach den steigenden Potenzen der Sinus und Cosinus der geographischen Breite und Länge geordnet ist, und deren einzelne Glieder gewisse constante Coefficienten enthalten. Durch die beobachteten Werthe der drei magnetischen Elemente an einer Reihe (84) Orten auf der Erde, die den besten magnetischen Karten entnommen waren, konnten die Coefficienten der ersten 24 Glieder jener Reihe numerisch bestimmt werden, und die Vergleichung der aus dem so erhaltenen Ausdrucke berechneten Werthe der magnetischen Elemente für solche Orte, wo diese mit einiger Schärfe beobachtet waren, zeigte, dass eine dem Genauigkeitsgrade der Beobachtungen und der der ersten Rechnung untergelegten numerischen Daten entsprechende Uebereinstimmung stattfand. Es konnte also die gewonnene Formel als eine solche angesehen werden, welche nach dem dermaligen Zustande unserer Kenntnisse den magnetischen Zustand der Erde darstellt.

Bemerkenswerth ist in dieser Beziehung noch, dass die numerischen Werthe der 24 Coefficienten für die ersten Glieder der Reihe weit beträchtlicher als für die späteren ausfielen, was für die Anwendbarkeit einer Reihe zur Darstellung einer Grösse vorausgesetzt werden muss, so dass zu hoffen ist, dass wenn künftig eine genauere Kenntniss der magnetischen Elemente an vielen Orten der Erde eine Wiederholung der Rechnung räthlich macht, die Hinzufügung von noch 11 Gliedern, welche nothwendig wäre, um den nächst grösseren Grad der Annäherung zu erreichen, schon mit ziemlich beträchtlicher Genauigkeit den magnetischen Zustand der Erde darstellen würde.

Unter den vielen interessanten Folgerungen, welche Gauss aus seiner Theorie und der numerischen Rechnung gezogen hat, mag noch die eine erwähnt werden, welche sich auf den Gesammtmagnetismus der Erde bezieht. Wie wir nämlich den Magnetismus eines Stabes nach der Grösse seines magnetischen Momentes messen, d. h. nach der Summe der Producte, welche sich ergiebt, wenn jedes Theilchen freien Magnetismus in demselben mit dem Abstande desselben von der Mitte des Magnets parallel der magnetischen Achse gemessen multiplicirt wird, so wird auch von einem magnetischen Momente der Erde als Maass ihres Magnetismus gesprochen werden können. Bilden wir nun für die Erde jene Summe, indem wir die Abstände parallel einem beliebigen Durchmesser messen, so erhält diese sehr verschiedene Werthe je nach der Lage dieses Durchmessers. Es giebt aber einen, für welchen dieses Product seinen grössten Werth erhält, und dieser ist als die magnetische Achse anzusehen. Dieselbe geht nicht, wie man vielleicht glauben möchte, durch die im §. 259 erwähnten magnetischen Pole der Erde, sondern durch zwei Punkte, deren nördliche und südliche Breite 77° 50′, und deren östliche Länge von Greenwich 296° 29′ und

116° 29′ ist. Das hiernach bestimmte magnetische Moment der Erde ergiebt sich zu 833800 Quadrillionen nach absolutem Maasse, oder 8464 Trillionen mal grösser als das eines einpfündigen Magnetstabes, dessen magnetisches Moment gemessen war. Daraus folgt dann ferner, dass selbst unter der Voraussetzung, dass die Scheidung des Magnetismus in der Erde allenthalben nach derselben Richtung erfolgt sei, was indessen nicht der Fall ist, durchschnittlich jedes Cubikmeter der Erde ebenso stark magnetisirt sein müsste, wie etwa 8 solcher Stäbe.

§. 261.

Die erdmagnetische Kraft an einem bestimmten Orte ist weder ihrer Richtung noch ihrer Stärke nach eine unveränderliche, sondern sie ist, wie schon im §. 257 angedeutet wurde, gewissen Aenderungen und Schwankungen mit der Zeit unterworfen.

Es sind deren Dreierlei zu unterscheiden, nämlich erstens unregelmässige, die sich in kleineren Zeiträumen schon bemerklich machen, gewöhnlich aber nicht sehr beträchtlich sind, und bald im einen bald im andern Sinne auftreten, zweitens periodische, die ebenfalls nicht sehr beträchtlich sind, aber in der Art stattfinden, dass während einer bestimmten Zeit die Aenderung im einen Sinne, während einer andern im andern Sinne stattfindet, und drittens säculare, die erst in längeren Zeiträumen bemerkbar werden, aber dann beträchtliche Werthe erhalten können, und während einer längeren Zeit nach derselben Seite hin gerichtet sind, freilich in einer viel späteren Zeit wieder in umgekehrter Art auftreten können.

Für diese letztere bietet die Declination in Paris ein Beispiel, welche zu verschiedenen Zeiten folgende mittlere Werthe hatte:

1580 . . . 11° 30′ O,
1663 . . . 0°,
1780 . . . 10° 55′ W,
1814 . . . 22° 34′ W,
1835 . . . 22° 4′ W,

so dass von 1580 bis 1814 der Nordpol der Nadel sich um 34° 4′ von Ost nach West, von 1814 bis 1835 aber um 30′ von West nach Ost bewegt hat.

Ebenso betrug die Inclination in Göttingen im December 1805 69° 29′ im August 1852 67° 18′ 38″, und in der zwischen liegenden Zeit nahm sie beständig ab; auch in Paris hat sie von 1671 bis 1835 von 75° bis auf 67° 24′ abgenommen.

Die horizontale Intensität in Göttingen ist von 1834 bis 1853 allmählig von 1,774 bis auf 1,805 gestiegen.

An genaueren Bestimmungen dieser säcularen Aenderungen fehlt es aber noch sehr, welche nur durch von Zeit zu Zeit wiederholte Beobachtungen der absoluten Werthe aller 3 Elemente gewonnen werden können,

und welche auch aus dem Grunde für viele Orte sehr wünschenswerth sind, weil eine Wiederholung der Gauss'schen Rechnungen, um eine genauere Kenntniss des magnetischen Zustandes der Erde zu erhalten, eigentlich Bestimmungen verlangt, die für dieselbe Zeit gültig sind.

Die periodischen und unregelmässigen Schwankungen sind vorzugsweise an der Declination und der horizontalen Intensität beobachtet. Die ersteren können unmittelbar an dem gewöhnlichen Magnetometer wahrgenommen werden. Für die Beobachtung der Schwankungen der horizontalen Intensität dient aber ein von Gauss und Weber eingeführtes Instrument, das sogenannte Bifilarmagnetometer. Die Anwendbarkeit desselben zu diesem Zwecke beruht darauf, dass, wenn die horizontale Componente des Erdmagnetismus ohne Aenderung ihrer Stärke eine kleine Aenderung in ihrer Richtung erleidet, das Drehungsmoment, welches durch dieselbe auf einen Magnet ausgeübt wird, dessen magnetische Achse durch eine andere statische Kraft senkrecht gegen den mittleren magnetischen Meridian gerichtet gehalten wird, dadurch fast gar nicht geändert wird, der Stab also, wenn er trotz der Einwirkung der auf ihn wirkenden statischen Kraft drehbar ist, dann nicht gedreht wird. Wohl aber ändert sich die magnetische Richtkraft und damit die Stellung des Magnets, wenn die Stärke der horizontalen Componente sich ändert.

Im Bifilarmagnetometer wird nun ein Magnet an zwei Drähten gleicher Spannung aufgehängt. Wäre der Stab unmagnetisch, so würde er von den Drähten in eine solche Lage gebracht werden, dass diese in einer verticalen Ebene lägen. Wegen seines magnetischen Zustandes aber wird er im Allgemeinen aus dieser Lage abgelenkt werden, wenn nämlich jene Ebene nicht mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt. Durch Drehung der unteren Anknüpfungspunkte der Drähte gegen die durch die oberen gezogene Gerade kann man es also dahin bringen, dass die magnetische Achse senkrecht gegen den mittleren magnetischen Meridian gerichtet ist. Alsdann befindet sich der Stab unter der Einwirkung zweier Kräfte, der magnetischen und der durch die Aufhängungsweise gegebenen statischen. Letztere aber kann genau gemessen werden, und auch ihre Aenderung ist zu berechnen, wenn der Stab um eine bestimmte Grösse gedreht wird. Wenn daher der Stab sich in Folge einer Aenderung in der Stärke der horizontalen Componente des Erdmagnetismus um einen bestimmten Winkel dreht, so kann aus dem gemessenen Werthe dieses Winkels, wenn die Constanten des Instrumentes bekannt sind, die Aenderung in der Stärke der horizontalen Intensität berechnet und in Bruchtheilen der ursprünglichen angegeben werden. Die Beobachtung der Drehung des Stabes wird auch hier durch Anwendung von Spiegel, Scale und Fernrohr einer sehr grossen Genauigkeit fähig, und die Theorie des Instrumentes giebt Mittel an die Hand, die Constanten desselben ebenfalls mit einer grossen Genauigkeit zu bestimmen.

Die am meisten bekannten periodischen Schwankungen der Declination sind vorzugsweise an die Tageszeit gebunden; so haben z. B. die regelmässigen Beobachtungen in Göttingen in den Jahren 1834 bis 1844 einen etwa um 9′ bis 10′ grösseren Werth der Declination im Mittel Mittags um 1^h als Morgens um 8^h ergeben. Die Differenz ist aber in verschiedenen Jahreszeiten verschieden, in Göttingen im April am grössten, im December am kleinsten.

Ein grosses Interesse haben die unregelmässigen Schwankungen der beiden Elemente auf sich gezogen, deren Beobachtung am einfachsten ist, und welche auf sehr einfache Weise von verschiedenen Orten her mit einander verglichen werden können. Obwohl sie fast nie fehlen, so treten sie doch zuweilen in verhältnissmässig beträchtlichem Grade auf, indem längere Zeit hindurch sowohl der Magnet des Unifilar- als der des Bifilarmagnetometers seinen Stand in sehr kurzen Zeitintervallen abwechselnd nach der einen und der andern Seite hin beträchtlich ändert. Solche rasche Wechsel bezeichnet man wohl mit dem Namen magnetischer Gewitter. Correspondirende Beobachtungen derselben haben zu dem Resultate geführt, dass sie oft an sehr weit aus einander gelegenen Orten genau gleichzeitig und die einzelnen Schwankungen gleichzeitig in demselben Sinne eintreten. Graphische Darstellungen, welche diese unregelmässigen Schwankungen, die gleichzeitig an verschiedenen Orten beobachtet sind, versinnlichen, bilden in der Regel fast genau übereinstimmende oder wenigstens einander sehr ähnliche Zeichnungen. Indess sind sie andererseits nicht immer über die ganze Erde ausgedehnt.

Wenn dieselben in grosser Menge und Stärke auftreten, so ist es mitunter der Fall, dass auch gleichzeitig ein Nordlicht oder auf der Südhälfte der Erde ein Südlicht beobachtet wird. Es offenbart sich darin ein Zusammenhang zwischen dieser Naturerscheinung und den Aenderungen des magnetischen Zustandes der Erde, der aber bis jetzt noch auf keine bestimmtere Weise hat aufgeklärt werden können.

Bei genaueren magnetischen Untersuchungen ist es der Schwankungen wegen häufig nothwendig, Hülfsbeobachtungen am Unifilar- und Bifilarmagnetometer vorzunehmen, um den Einfluss derselben ermitteln und aus den Resultaten anderer Beobachtungen eliminiren zu können; dieses ist z. B. der Fall bei absoluten Messungen der Declination oder Intensität, welche eine längere Zeit und verschiedene Beobachtungen in Anspruch nehmen, und daher, wenn sie mit der äussersten Schärfe ausgeführt werden sollen, eine Reduction sämmtlicher einzelnen Beobachtungen auf dieselbe Zeit oder denselben Zustand der erdmagnetischen Kraft erfordern.

Achter Abschnitt.

Von der Berührungselektricität und den elektrischen Strömen.

Erstes Capitel.

Von der Erregung der Elektricität durch Berührung und der Stromentstehung.

§. 262.

Die Erregung freier Elektricität durch Reibung zweier ungleichartiger Körper an einander, welche wir im sechsten Abschnitt kennen gelernt haben, ist nicht die einzige Art, solche ohne Mitwirkung anderer schon freier Elektricität zu erhalten. Es genügt dazu vielmehr schon die blosse Berührung zweier ungleichartiger Körper, am besten zweier ungleicher Metalle.

Man erkennt dieses, wenn man auf eine kupferne Condensatorscheibe eine ebene isolirte Zinkscheibe legt, welche aber nicht durch eine Firnissschicht an der metallischen Berührung gehindert werden. Nach dem Abheben zeigt sich alsdann die untere Condensatorplatte mit negativer Elektricität geladen. Indess ist diese Ladung nur schwach, und um sie sichtbar zu machen, ist es zweckmässig, an die untere Platte ein Goldblättchen zu hängen, und auf den beiden Seiten desselben zwei Conductoren aufzustellen, die mit entgegengesetzten Elektricitäten so geladen sind, dass das zwischen ihnen hängende Goldblättchen für sich von beiden gleich stark angezogen wird; beim Abheben der Zinkplatte nähert es sich dann dem mit positiver Elektricität geladenen Conductor. Ein zu diesem Zwecke bequemer Apparat soll später angegeben werden. Es ist übrigens erforderlich, dass die Zinkplatte genau parallel mit der unteren von dieser abgehoben wird.

Ein ähnlicher Versuch, welcher ebenfalls zeigt, dass durch Berührung von Zink und Kupfer Elektricität frei wird, ist der folgende. Wenn man einen Zink- und einen Kupferdraht mit zwei Enden an einander löthet, und

dann, indem man das Zinkende mit der Hand fasst, mit dem Kupferende die obere kupferne Scheibe eines Condensators berührt, während die untere abgeleitet wird, so zeigt sich, wenn nach Unterbrechung dieser Leitung die obere Condensatorplatte abgehoben wird, die untere positiv, die obere negativ elektrisch. Beide Versuche zeigen also, dass das Kupfer durch Berührung mit Zink negativ elektrisch wird.

Es wird daraus wahrscheinlich, dass umgekehrt das Zink durch Berührung mit dem Kupfer positiv elektrisch werde. Um dieses nachzuweisen, kann man sich eines Condensators von Zink bedienen, dessen obere Platte man mit dem Zinkende des Drahtes berührt, während man das Kupferende in der Hand hält. Wollte man aber das Zink unmittelbar an einen Condensator von Kupfer legen, so würde der Condensator an sich durch Berührung mit dem Zink negativ elektrisch werden, und die negative Elektricität die vom Zink herstammende positive verdecken. Dasselbe ist auch noch der Fall, wenn man die leitende Verbindung zwischen dem Zink und der kupfernen Platte des Condensators durch irgend ein anderes Metall herstellt, indem es auch dann nicht gelingt, den Condensator zu laden.

Allein es wird dieses möglich, wenn man keinen metallischen Leiter zu dieser Verbindung benutzt, sondern ein Stückchen angefeuchtetes Fliesspapier, welches man auf die Condensatorplatte legt, und dieses mit dem Zink berührt, und zwar wird dann die mittelbar vom Zink berührte Condensatorscheibe mit positiver Elektricität geladen.

Hieraus ergiebt sich also, dass Kupfer in Berührung mit Zink negativ, letzteres aber positiv elektrisch wird. Aehnliche Versuche ergeben nun aber auch, dass, wenn irgend zwei andere Metalle einander berühren, ebenfalls das eine von ihnen positiv, das andere negativ elektrisch wird. Auch andere Substanzen verhalten sich im Allgemeinen ebenso, nur geben diese in der Regel sowohl bei Berührung unter einander als auch mit Metallen beträchtlich geringere Mengen, so dass die Nachweisung dann schwieriger wird.

Die genannten Versuche sind zuerst von Volta, und zwar auf Veranlassung eines später zu erwähnenden Versuches von Galvani, angestellt worden; es wird daher die so gewonnene Elektricität auch wohl voltasche oder galvanische genannt.

§. 263.

Das freie Vorhandensein der beiden entgegengesetzten Elektricitäten auf einem aus zwei verschiedenen sich berührenden Metallen zusammengesetzten Leiter zeigt an, dass an der Berührungsstelle der beiden Metalle eine Kraft thätig sein muss, welche dieselben trotz ihrer gegenseitigen Anziehung geschieden erhält, und bei der ersten Berührung der Metalle die Scheidung hervorrief. Sie kann daher eine elektromotorische Kraft genannt werden. Wird dem so zusammengesetzten Leiter von Aussen her die eine

oder die andere Elektricität zugeführt, so kann sich diese zum Theil wenigstens über beide verbreiten. Daraus folgt, dass die elektromotorische Kraft nicht unbegrenzt der Elektricität jeder Dichtigkeit den Durchgang durch die Berührungsstelle verwehrt, sondern gerade nur so dichter Elektricität, als bei der Berührung der Metalle schon von selbst frei wird.

Da nun die beiden entgegengesetzten Elektricitäten, die auf den beiden sich berührenden Metallen vorhanden sind, sich gegenseitig anziehen, so werden sie auf beiden Seiten der Berührungsfläche sich vorzugsweise anhäufen. Die zusammengelötheten Metalle sind also einem Condensator zu vergleichen, der, ehe der trennende Isolator desselben durchbrochen wird (den hier die elektromotorische Kraft ersetzt), eine gewisse schwache Ladung erträgt. Nach den Gesetzen der elektrischen Vertheilung wird die freie Elektricität auf jedem Stücke nicht blos an der Berührungsstelle, sondern auch, wenn auch mit noch so geringer Dichtigkeit, an der sonstigen Oberfläche jedes Metalls sich finden.

Wird nun das eine von ihnen mit einer gleichartigen Condensatorplatte in Berührung gebracht, während das andere zur Erde abgeleitet ist, so tritt ein Theil der freien Elektricität des ersten auf den Condensator über, und wird hier gebunden; vermöge der leitenden Verbindung des andern mit der Erde und der fortdauernden elektromotorischen Kraft an der Berührungsstelle wird aber hier wieder so viel Elektricität frei, dass an der Berührungsstelle sich wieder eine Elektricitätsschicht von der ursprünglichen Dichtigkeit e befindet. Dieses wird so lange fortgehen, bis in der Condensatorplatte eine Elektricitätsmenge von solcher Dichtigkeit E angesammelt ist, dass vermöge der elektrischen Vertheilung auch ohne das Fortwirken der elektromotorischen Kraft an der Berührungsstelle die elektrische Dichtigkeit e sein würde.

Ist aber das zweite Metall nicht abgeleitet, so kann in die Condensatorplatte weit weniger Elektricität eintreten, in diesem Falle erhält man auch durch einmalige Berührung keine merkliche Ladung; allein wenn man die Berührung wiederholt, nachdem das abgehobene Metall einmal ableitend berührt ist, so kann man dem Condensator neue Elektricität zuführen, und so durch Wiederholung denselben allmählig laden.

Im ersteren Falle sieht man aber, dass die Ladung E, welche man dem Condensator ertheilen kann, der Dichtigkeit e an der Berührungsstelle beider Metalle proportional sein muss, und da diese von der elektromotorischen Kraft abhängt, so kann die Stärke der Ladung eines und desselben Condensators, welche er erhält, wenn er in der angegebenen Weise mit gleichartigen Metallstücken berührt wird, an das verschiedene andere Metalle befestigt sind, dazu dienen, die elektromotorischen Kräfte zwischen diesen und dem Metalle, woraus der Condensator besteht, zu messen.

Derartige Messungen haben ergeben, dass die elektromotorische Kraft von der Grösse der Berührungsfläche gänzlich unabhängig ist, so also, dass die elektrische Dichtigkeit an der Berührungsstelle zweier Metalle immer gleich gross ist, mag diese gross oder klein sein. Dagegen ist sie sehr verschieden nach der Substanz der einander berührenden Metalle.

Es lässt sich dieses letztere und ein gewisses Gesetz über die Grösse derselben bei der Berührung je zweier verschiedenen Metalle durch einige Abänderungen des Volta'schen Fundamentalversuches zeigen. Der Condensator möge von Kupfer sein, und es mögen $Cu \mid Zn$ und ähnlich geschriebene Ausdrücke die elektromotorischen Kräfte bei der Berührung von Kupfer und Zink und je zwei andern Metallen bezeichnen, wobei ein positives Vorzeichen eines Werthes, dem dieses gleichgesetzt wird, bedeutet, dass das voranstehende Metall positiv elektrisch wird. Alsdann können wir die Ladung der oberen Platte des Condensators, welche ein Maass der Summe aller elektromotorischen Kräfte zwischen den mit jener leitend verbundenen Metallen sein wird, wenn das Kupferende unsers Drahtes angelegt wird, während das Zinkende ableitend berührt ist, durch

$$Cu \mid Zn = -a$$

ausdrücken. Wird dagegen das Zinkende angelegt und das Kupferende abgeleitet, so ist sie

$$Cu \mid Zn + Zn \mid Cu,$$

und da dann der Condensator nicht geladen wird, so ist

$$Cu \mid Zn = - Zn \mid Cu,$$

oder

$$Zn \mid Cu = + a.$$

Bringen wir nun zwischen das Zinkende des Drahtes und die Collectorplatte des Condensators ein Stück eines andern Metalles, z. B. von Eisen, so kann der Condensator ebenfalls nicht geladen werden; es ist daher

$$Cu \mid Fe + Fe \mid Zn + Zn \mid Cu = 0,$$

oder

$$Cu \mid Fe + Fe \mid Zn = - Zn Cu = Cu \mid Zn.$$

Die elektromotorischen Kräfte zwischen je drei Metallen stehen also in einem solchen Zusammenhange, dass die elektromotorische Kraft zwischen 2 derselben immer der Summe der elektromotorischen Kräfte zwischen dem ersten dieser und dem dritten und zwischen dem dritten und dem zweiten gleich ist.

Dieses Gesetz, welches aus der Nichtladung des Condensators in den genannten Fällen geschlossen ist, ist auch durch directe Messungen der Elektricitätsmengen, welche eine Condensatorplatte durch Berührung mit verschiedenen Metallen erhält, von Kohlrausch bestätigt worden.

Eine Folge aus demselben ist, dass, wenn wie im vorliegenden Beispiele die elektromotorische Kraft zwischen Kupfer und Zink ihrem absoluten Werthe nach die grösste der drei zwischen Kupfer, Eisen und Zink in

Betracht kommenden elektromotorischen Kräfte ist, dann sowohl $Cu \mid Fe$ als $Fe \mid Zn$ dasselbe Vorzeichen wie $Cu \mid Zn$ haben müssen. Es muss also das Kupfer durch Berührung mit Eisen, und ebenso das Eisen durch Berührung mit Zink ebenfalls negativ elektrisch werden; das Zink also positiv elektrisch durch Berührung mit Eisen.

Indem man dieses auf die verschiedenen Metalle anwendet, folgt, dass man diese in eine Reihe bringen kann, die so geordnet ist, dass irgend ein Metall in derselben durch Berührung mit einem vorangehenden negativ, durch Berührung mit einem späteren positiv elektrisch wird. Eine solche Reihe, Spannungsreihe, ist durch Versuche wirklich nachgewiesen und aufgestellt. Die wichtigsten Metalle bilden die folgende Reihe, worin das Zink durch Berührung mit allen folgenden positiv, die Kohle, welche sich in dieser Beziehung, namentlich in einem gewissen ihr leicht zu ertheilenden dichten Zustande, den Metallen analog verhält, durch Berührung mit den vorangehenden negativ elektrisch wird:

positiv:

Zink,	Silber,
Blei,	Gold,
Zinn,	Platin,
Eisen,	Kohle
Kupfer;	negativ.

§. 264.

Wenn man in dem Versuche des vorigen Paragraphen das Eisen durch ein angefeuchtetes Stück Fliesspapier, einen sogenannten feuchten Leiter, ersetzt, so kann nun, wie wir schon gesehen haben, der Condensator positiv geladen werden. Bezeichnen wir durch L den feuchten Leiter, so erhalten wir die Gleichung:

$$Cu \mid L + L \mid Zn + Zn \mid Cu = +b,$$

während vorher

$$Zn \mid Cu = +a$$

gefunden war. Daraus folgt, dass entweder $Cu \mid L + L \mid Zn$ selbst positiv, oder wenn negativ, absolut genommen kleiner als $Zn \mid Cu$ sein muss. Der feuchte Leiter kann also in die Spannungsreihe nicht eingeschaltet werden; und so wird es möglich, das Kupfer des Condensators durch Berührungselektricität (ohne Benutzung der in der Spannungsreihe ihm folgenden Metalle) positiv zu laden, was an sich nicht möglich war. Wenn man den feuchten Leiter mit verschiedenen Flüssigkeiten benetzt, so findet im Allgemeinen noch dasselbe statt, indem mit wenigen Ausnahmen bei Anwendung verschiedener feuchter Leiter das Vorzeichen der Ladung des Condensators durch die Art der Berührung der Metalle bestimmt wird. Auch wird durch eine Aenderung des feuchten Leiters meistens die Stärke der

Ladung nicht wesentlich geändert; zur Vereinfachung der Betrachtungen wollen wir daher vorderhand die elektromotorischen Kräfte, welche aus den Berührungen der feuchten Leiter entspringen, vernachlässigen, was in unserm Beispiele $b = a$ machen würde. Dieses ist besonders dann zulässig, wenn man den feuchten Leiter mit schwach gesäuertem Wasser anfeuchtet, wie es häufig geschieht; man benutzt dazu entweder Papier, oder auch Stücke von wollenem Zeuge.

Die Eigenschaft solcher feuchten Leiter, der Spannungsreihe der Metalle nicht anzugehören, und die Menge der Berührungselektricität nicht erheblich zu ändern, lässt sich benutzen, um die freie Elektricität, die durch Berührung erhalten werden kann, zu verstärken.

Legt man auf eine Kupferplatte eine Zinkplatte, auf diese einen feuchten Leiter, dann wieder eine Kupfer- und dann eine Zinkplatte, und fährt man in dieser Weise beliebig lange fort, indem man immer dieselbe Reihenfolge beobachtet, so erhält man, wenn man alsdann eine der beiden äussersten Platten, die aber übrigens isolirt sein muss, mit einem Elektroskop leitend verbindet, viel stärkere Anzeichen freier Elektricität als bei Anwendung eines einzigen Plattenpaares.

Es möge die obere Platte mit dem Elektroskop verbunden und die untere zur Erde abgeleitet sein. In Folge davon wird sich auf dieser keine freie Elektricität finden können, mit Ausnahme derjenigen, welche an der Berührungsfläche durch die ihr gegenüberliegende entgegengesetzte gebunden ist. Sei die Dichtigkeit der letzteren $+ e$, also die auf der Kupferplatte gebundene $- e$. Auf den mit der oberen Platte verbundenen Leitern würde ohne das Vorhandensein anderer elektromotorischer Kräfte sich freie Elektricität von der mittleren Dichtigkeit $+ E$ finden, die von der Vertheilungsweise der freien Elektricität auf diesen Leitern abhängt, und so bestimmt ist, dass aus dieser sich die Dichtigkeit $+ e$ an der unteren Fläche der untersten Zinkplatte ergiebt. Es hängt also E eigentlich von der Form und Grösse dieser Leiter ab, doch wird es erlaubt sein, wenn wir zur Vereinfachung der Betrachtungen annehmen, dass die Hinzufügung mehrerer nur leitender Platten die Vertheilungsweise eben nicht ändert. Es findet sich also auch auf der zweiten Kupferplatte positive Elektricität; und wenn diese neutralisirt wird, so stellt sie sich durch die Wirkung des unteren Plattenpaares wieder her. Eine solche Neutralisation findet aber durch die elektromotorische Kraft des zweiten Plattenpaares statt, indem diese das untere Kupfer desselben negativ, das obere Zink positiv elektrisch macht. Es scheint nun, als müsste die Scheidung an diesen beiden Berührungsflächen immer fortdauern; allein da dadurch dem oberen isolirten Ende freie positive Elektricität zugeführt wird, so wird dieser dadurch eine Grenze gesetzt, dass an der unteren Berührungsfläche der zweiten Zinkplatte der Ueberschuss der positiven Elektricität über die der positiven an der oberen Fläche

der zweiten Kupferplatte algebraisch genommen nicht grösser als $2e$ werden kann; denn dieses ist der Dichtigkeitsunterschied an diesen beiden Flächen, welchem die elektromotorische Kraft das Geichgewicht hält. Es folgt daraus, dass die freie Elektricität am oberen Ende der aus den Platten aufgebauten Säule, in Folge der Wirkung des zweiten Plattenpaares um dieselbe Grösse $+E$ vermehrt wird, welche das erste Plattenpaar allein hervorbringen würde. Ebenso ergiebt sich der Einfluss des dritten Plattenpaares u. s. f., so dass, wenn n Plattenpaare vorhanden sind, die elektrische Dichtigkeit am oberen Ende (wenigstens nahezu) durch nE dargestellt wird; oder die elektromotorische Kraft einer ganzen solchen, voltaschen, Säule ist der Summe der elektromotorischen Kräfte der einzelnen Elemente derselben gleich.

Wird die freie Elektricität an dem isolirten Ende oder Pole einer solchen Säule durch einen angelegten Leiter fortgenommen, während der andere Pol abgeleitet ist, so stellt sie sich sogleich wieder in der früheren Stärke her, und auf diese Weise ist es (nach Riess) möglich, mit einer aus hinlänglich vielen Plattenpaaren zusammengesetzten Säule eine elektrische Batterie sehr rasch bis zu dem Grade zu laden, bei welchem das Ende des freien Zuleitungsdrahtes vermöge der Vertheilung der freien Elektricität auf der inneren Belegung die Dichtigkeit besitzt, welche dem isolirten Pole der Säule vermöge der Anzahl der Plattenpaare und der elektromotorischen Kraft der einzelnen Elemente zukommt.

Wenn beide Pole einer voltaschen Säule isolirt sind, so findet sich an jedem derselben freie Elektricität, aber an dem einen positive, am andern negative, von denen jede nur die halbe Dichtigkeit von der besitzt, welche im vorher betrachteten Falle an dem isolirten Pole vorhanden war. In der Mitte dagegen ist keine freie Elektricität vorhanden; von hieraus nimmt dieselbe aber nach beiden Seiten hin gewissermaassen sprungweise zu, indem an jeder Berührungsfläche, von der Mitte aus gezählt, eine Dichtigkeitsdifferenz $= 2e$, und zwar auf der einen Seite positiv, auf der andern negativ, sich findet. Entzieht man alsdann dem einen Pole einen Theil seiner freien Elektricität, so nimmt die Dichtigkeit am andern Ende zu; aber es lässt sich dann jenem Pole nicht beliebig viel Elektricität entziehen, sondern nur so viel, dass die Dichtigkeit hier Null wird, in welchem Falle am andern Pole die Dichtigkeit dieselbe geworden ist, als wenn der erste Pol vollkommen abgeleitet wäre.

Eine isolirte voltasche Säule lässt sich also im Allgemeinen als ein Leiter betrachten, der auf seinen beiden Hälften entgegengesetzte Elektricitäten mit veränderlicher Dichtigkeit enthält, so dass der Dichtigkeitsunterschied an den beiden Polen immer eine constante, von der Natur und Anzahl der Platten abhängige Grösse ist, welche auch dann noch ungeändert bleibt, wenn der eine Pol abgeleitet, oder die Dichtigkeit an diesem gleich Null gemacht wird.

§. 265.

Diese Eigenschaft der isolirten voltaschen Säule bietet ein bequemes Mittel zur Erreichung des im §. 262 genannten Zweckes dar, die Empfindlichkeit eines Elektroskops zu steigern, und zugleich aus seinen Angaben unmittelbar zu ersehen, ob die Elektricität, mit welcher es geladen ist, positiv oder negativ sei.

Befestigt man an die Pole einer solchen Säule Drähte, die einander mit ihren freien Enden bis auf einen gewissen Abstand genähert werden, und lässt man zwischen diesen ein Goldblättchen herabhängen, das an einem Condensator, oder auch nur an einem einfachen, übrigens isolirten Metallknopfe befestigt ist, so kann man diesem zunächst eine solche Stellung geben, dass es im unelektrischen Zustande von beiden mit entgegengesetzten Elektricitäten geladenen Drähten gleich stark angezogen wird. Sobald demselben dann aber eine Spur von Elektricität mitgetheilt wird, so schlägt das Goldblättchen je nach der Art dieser nach der einen oder andern Seite aus.

Die im vorigen Paragraphen beschriebene Anordnung der Säule ist zu diesem Zwecke nicht sehr bequem, und man wendet für denselben meistens die sogenannten trocknen oder Zamboni'schen Säulen an. Eine solche besteht aus auf einander geschichteten Scheiben von unächtem Gold- und Silberpapier (Kupfer und Zinn). Je zwei derselben sind mit ihren Metallflächen auf einander gelegt, und die so erhaltenen Scheiben in der Weise auf einander geschichtet, dass alle Goldblättchen nach der einen, alle Silberblättchen nach der andern Seite gerichtet sind. Das Papier derselben vertritt dann die Stelle eines feuchten Leiters, indem es auch in seinem gewöhnlichen Zustande, in dem es seiner hygroskopischen Eigenschaft wegen immer etwas Feuchtigkeit eingesogen enthält, für diesen Zweck noch leitend genug ist.

Die Säule wird gewöhnlich in eine gefirnisste Glasröhre oder eine andere gut isolirende Hülle eingeschlossen.

Wenn man einem Ende derselben die freie Elektricität ganz oder theilweise entzieht, so stellt sich der Verlust ebenfalls wieder her, aber nicht momentan, weil die geringe Leitungsfähigkeit des Papiers nur eine verhältnissmässig langsame Bewegung der Elektricität in der Säule gestattet.

Wird ein isolirtes leichtes Pendel zwischen den beiden Poldrähten einer solchen Säule aufgehängt, und dem einen Pole zuerst genähert, so zieht es dieser an, und stösst es nach geschehener Ladung wieder ab, wogegen es nun vom andern Pole zuerst angezogen und dann wieder abgestossen wird; indem sich dieser Vorgang fortwährend wiederholt, schwankt das Pendel zwischen beiden Polen abwechselnd hin und her. Es ist dieses das elektrische *Perpetuum mobile*, so genannt, weil die Bewegung des Pendels sehr lange Zeit, oft jahrelang in dieser Weise fortdauern kann. Indess ist derselben durch die Natur der Säule selbst eine Grenze gesetzt, theils weil das Papier

nach und nach austrocknet, und damit immer weniger leitungsfähig wird, theils weil, wie wir später noch genauer verfolgen werden, durch die Bewegung der Elektricität in der Säule diese selbst Veränderungen erleidet, die die elektromotorische Kraft derselben schwächen.

Es müssen daher solche trockne Säulen nach längerer Zeit erneuert werden, um sie wieder brauchbar zu machen. Besonders im Anfange nach der ersten Construction nimmt die Thätigkeit derselben sehr rasch ab. Indess hindert dieses nicht, sie für längere Zeit als fast constante Elektricitätsquellen zu gebrauchen, namentlich für elektroskopische Zwecke, die dadurch sehr wesentlich gefördert werden.

§. 266.

Wenn man die beiden Pole einer galvanischen Säule durch einen Leiter verbindet, oder wenn man die Säule schliesst, so erhalten die beiden entgegengesetzten Elektricitäten der Pole einen Weg, auf welchem sie sich mit einander vereinigen können; sie gerathen daher in diesem in eine entgegengesetzte Bewegung. Nach den Vertheilungsgesetzen der Elektricität darf man sich indessen diese Bewegung nicht so denken, dass nur die vorher an den Polen aufgehäufte freie Elektricität sich in dem verbindenden Leiter bewege, sondern mit diesen Bewegungen sind zugleich stete Scheidungen und Wiedervereinigungen der neutralen Elektricität in dem Schliessungsbogen verbunden. Das Resultat lässt sich aber so aussprechen, dass die positive Elektricität in der einen Richtung, die negative in der entgegengesetzten durch den Bogen sich bewegt. Es findet also hier etwas Aehnliches statt, wie wenn man den Conductor einer Elektrisirmaschine mit dem Reibzeuge derselben leitend verbindet, oder wie bei der Entladung einer Batterie.

Von dem letzteren Vorgange unterscheidet sich aber der hier stattfindende dadurch, dass die elektrische Differenz, welche die Bewegungen hervorrief, nicht wie dort durch die Bewegung ausgeglichen werden kann, indem sie sich in Folge der in der Säule fortwirkenden elektromotorischen Kraft fortwährend wiederherstellt. Findet diese Wiederherstellung rasch genug statt, so wird eine continuirliche Bewegung der Elektricität in der angegebenen Weise in dem durch den schliessenden Leiter und die Säule gebildeten galvanischen Kreise stattfinden. Denn wenn wir von irgend einer Berührungsstelle in der Säule ausgehen, so strömt von dieser die positive Elektricität stets nach einer Richtung, z. B. durch den Schliessungsbogen, fort, strömt aber auf der andern Seite durch die Säule ihr wieder zu, und das Entgegengesetzte gilt von der negativen Elektricität; an der Stelle oder an den Stellen, wo die elektromotorischen Kräfte ihre Sitze haben, findet fortwährend eine neue Scheidung der Elektricitäten in demselben Sinne statt.

Wie nun auch in den ersten Momenten nach der Schliessung die Bewegungen der Elektricitäten sein mögen, so ist doch klar, dass sich einige Zeit nachher ein gewisser constanter Zustand in den Bewegungen herstellen muss, und die Beobachtungen weisen nach, dass dieser in einer unmessbar kleinen Zeit erreicht wird. Wenn dieser erreicht ist, so wird, so lange derselbe dauert, also so lange Nichts an dem Schliessungsbogen unmittelbar oder mittelbar geändert wird, an einigen Stellen desselben sich freie positive, an andern freie negative Elektricität finden, deren Dichtigkeit zu beiden Seiten der Sitze der elektromotorischen Kräfte plötzlich, übrigens aber allmählig nach einem bestimmten, wenn auch unbekannten, Gesetze sich ändern wird. Damit aber dieser Zustand erhalten bleibe, ist es erforderlich, dass durch irgend einen Querschnitt des Schliessungsbogens in gleichen Zeiten die beiden entgegengesetzten Elektricitäten stets in demselben Verhältnisse ihrer Menge nach entgegengesetzten Seiten strömen; wir können uns daher die gesammte freie Elektricität nach einem constant bleibenden Gesetze auf dem Schliessungsbogen, und dann natürlich auf dessen Oberfläche, vertheilt denken, die neutrale aber in einem gleichmässigen Fliessen der positiven nach der einen, der negativen nach der andern Seite begriffen. Diese Bewegungsweise der Elektricität nun, in der sich die beiden entgegengesetzten Arten mit constanten Geschwindigkeiten und in gleichen Mengen nach entgegengesetzten Seiten bewegen, nennt man, wie schon früher erwähnt wurde, einen elektrischen Strom.

Am meisten Aehnlichkeit hat dieser Vorgang mit der Bewegung der Elektricitäten in dem Leiter, welcher Conductor und Reibzeug einer Elektrisirmaschine mit einander verbindet, da auch hier die Bewegung der Elektricitäten so lange anhält, als die Scheibe der Maschine gedreht wird. Eine Verschiedenheit zwischen diesem Strome und dem galvanischen Strome besteht nur insofern, als die Maschine zwar Elektricität grosser Dichtigkeit liefert, während die Dichtigkeit der Säulenelektricität in der Regel nur gering ist, als aber andererseits der Uebergang der Elektricitäten zwischen der Scheibe und dem Einsauger des Conductors durch einzelne Entladungen, also discontinuirlich, geschieht, dass also, da, wie man annehmen muss, die Bewegung der Elektricitäten in dem Schliessungsbogen sehr rasch geschieht, durch diese nur discontinuirliche, d. h. durch Pausen unterbrochene, Ströme hervorgebracht werden, während die Elektricitäten der voltaschen Säule in einer stetigen Strömung begriffen sind, da die neue Scheidung an der Grenzfläche immer mit dem Verschwinden freier Elektricität auf deren beiden Seiten gleichen Schritt hält.

Es werden daher theils die Ströme der voltaschen Säule gleichmässiger als die der Elektrisirmaschine sein, theils ist es wenigstens denkbar, dass trotz der geringen Dichtigkeit der freien Elektricität, welche dieselbe liefert, doch die Menge der positiven und der ihr gleichen negativen Elektricität, die

während einer bestimmten Zeit, z. B. der Zeiteinheit, durch den Querschnitt des Schliessungsbogens geht, weit beträchtlicher ist, als dieselbe Grösse bei sehr vorzüglichen Elektrisirmaschinen. Diese Menge nun nennt man die Intensität des elektrischen oder galvanischen Stromes. Die Richtung desselben bezeichnet man gewöhnlich nach der Richtung, in welcher sich die positive Elektricität bewegt.

Wenn man daher eine voltasche Säule aufbaut, die unten mit einer Kupferplatte anfängt, auf die eine Zinkplatte folgt, und die oben mit einer Zinkplatte endigt, und wenn man diese mit der untern Kupferplatte durch einen Leiter verbindet, so geht der Strom in dem letztern von oben nach unten, in der Säule dagegen von unten nach oben.

Gewöhnlich aber construirt man die Säulen nicht in der angegebenen Art, sondern lässt auf die untere Kupferplatte zuerst einen feuchten Leiter folgen, und erst dann Zink, Kupfer u. s. w., so dass die Säule oben mit einem feuchten Leiter und einer darauf liegenden Zinkplatte endigt. Der Leiter, welcher die beiden äussersten Platten in der geschlossenen Säule oder Kette verbindet, bildet, wenn er an dem dsa Zink berührenden Ende metallisch ist, aus den beiden äussersten Platten ein Element, und der Strom geht dann in diesem von unten nach oben, in der Säule dagegen von oben nach unten, also gerade entgegengesetzt wie vorher. Da man nun das Ende einer solchen ungeschlossenen Säule den positiven Pol nennt, wo die positive Elektricität aus der Säule in den schliessenden Leiter übergeht, so bildet in dieser Verbindung die untere Kupferplatte den positiven, die obere Zinkplatte den negativen Pol der Säule, während in der ersten Combination umgekehrt die untere Kupferplatte den negativen, die obere Zinkplatte den positiven Pol darstellt.

§. 267.

Die voltasche Säule genügt zwar in ihrer ursprünglichen Form, um elektrische Ströme hervorzubringen und die Erscheinungen zu verfolgen, welche diese darbieten; auch kann man durch dieselbe bei zweckmässiger Wahl der Dimensionen der einzelnen Elemente und deren Anzahl sehr intensive Ströme erzeugen. Allein für einen häufigern und längern Gebrauch hat sie doch manche Uebelstände und Unbequemlichkeiten. Sie hat daher mannichfaltige Umformungen oft zu besondern Zwecken erhalten, deren Zweckmässigkeit sich freilich erst grösstentheils im weitern Verlauf unserer Untersuchungen ergeben wird. Da aber die dazu gehörigen Versuche sich leichter mit den vollkommenern Apparaten anstellen lassen, so sollen die gebräuchlichsten derselben hier schon beschrieben werden.

Die Verbesserungen an diesen haben theils zum Zweck, das Zusammenstellen und Auseinandernehmen der Säule zu erleichtern, theils dem flüssigen Leiter einen grossen Querschnitt zu geben, was meistens vortheilhaft für

die Stromintensität wirkt, theils die Aenderungen der Säule selbst durch den Strom zu vermeiden, oder wenigstens diese weniger schädlich zu machen, theils endlich die elektromotorischen Kräfte an den Berührungsstellen der flüssigen Leiter mit den Metallen oder selbst unter einander nutzbar zu machen und dadurch die Wirksamkeit der Säule zu erhöhen.

Einen einfachen galvanischen Apparat bilden zwei grosse Bleche von Kupfer und Zink, die, ohne einander zu berühren, spiralförmig um einander aufgerollt sind, und zusammen in ein mit gesäuertem Wasser gefülltes Gefäss gestellt werden. Eine leitende Verbindung der beiden Metallbleche ausserhalb des Gefässes schliesst die Kette.

Säulen, die sehr viel Elemente enthalten sollen, bei denen aber der Querschnitt des flüssigen Leiters nicht gross zu sein braucht, erhält man, wenn man eine Reihe von Gläsern mit gesäuertem Wasser füllt, und dann je zwei derselben verbindet, indem man einen Metallstreifen, der auf der einen Seite aus Kupfer, auf der andern aus Zink besteht, mit der einen Hälfte in das eine, mit der andern in das andere Glas stellt, aber so, dass in jedes Glas ein Kupfer- und ein Zinkstreifen taucht, ohne dass diese sich berühren.

Grossplattige Säulen von grosser Elementenzahl bilden die Trogapparate. Diese bestehen aus einem durch dichte nichtleitende Scheidewände in Zellen abgetheilten Gefässe, das allenthalben mit gesäuertem Wasser gefüllt wird. Die Metalle, Kupfer und Zink, bilden Bleche von angemessener Grösse, von denen je das erstere um das andere ohne Berührung so gelegt ist, dass sie zusammen in eine der Zellen getaucht werden können. Ein Kupferblech eines solchen Paares ist an das hervorstehende Ende des Zinks eines folgenden Paares gelöthet, und sämmtliche Paare sind durch einen Holzträger so verbunden, dass sie mit Leichtigkeit zusammen in den Kasten gesenkt und aus diesem herausgenommen werden können.

Von ausgedehnterer Anwendung sind solche Säulen, welche aus Elementen zusammengesetzt sind, die jedes von zwei Metallen und zwei verschiedenen Flüssigkeiten gebildet sind. Zu dem Zwecke ist die eine Flüssigkeit in ein aus porösem Thon gebildetes Gefäss gefüllt, das in ein Glas gesetzt wird, welches die andere Flüssigkeit enthält. Beide Flüssigkeiten treten dann durch die feinen Poren in eine solche Berührung mit einander, dass eine Leitung der Elektricitäten oder des Stromes durch die poröse Wand stattfindet, aber die Flüssigkeiten doch ziemlich unvermischt erhalten werden. Das eine Metall taucht in das innere, das andere, gewöhnlich einen Hohlcylinder bildend, in das äussere Gefäss. Bei der Combination mehrerer Elemente werden die hervorstehenden ungleichartigen Metalle je zweier Elemente (Becher) mit einander durch einen metallischen Leiter, und zwar stets in derselben Ordnung, verbunden. Für viele Zwecke reicht schon ein einziges dieser Elemente aus.

Unter den Metallen und Flüssigkeiten, welche man in dieser Weise benutzt, sind die folgenden besonders gebräuchlich:

Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kupfer in Kupfervitriollösung (Daniell-scher Becher); in das die Kupfervitriollösung enthaltende Gefäss wird wohl auch ein leinenes Beutelchen mit ungelöstem Kupfervitriol gehängt, um die Concentration der Lösung zu erhalten, die sonst durch den Strom allmählig schwächer wird;

Zink in verdünnter Schwefelsäure, dichte, auf besondere Art dazu präparirte Kohle in concentrirter Salpetersäure (Bunsen'scher Becher);

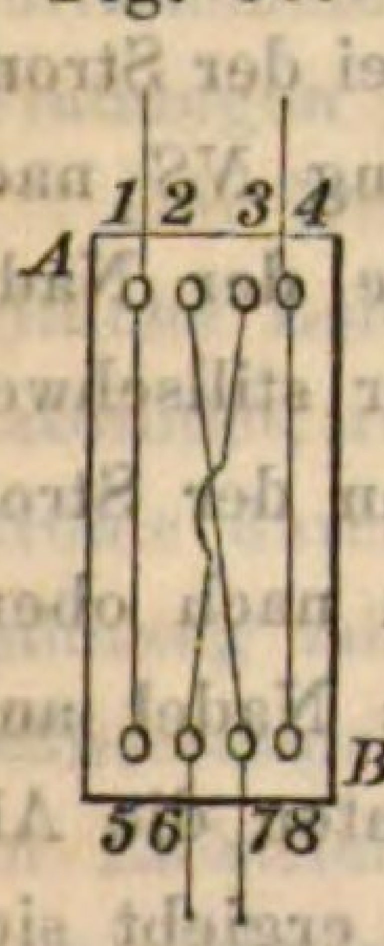
Zink in verdünnter Schwefelsäure, Platin in concentrirter Salpetersäure (Grove'scher Becher);

Zink in verdünnter Schwefelsäure, Eisen in concentrirter Salpetersäure (Eisenzinkelement).

Die Verbindung mehrerer Elemente zu einer Säule nennt man auch wohl eine galvanische Batterie.

Bei manchen Versuchen ist es wünschenswerth, die Richtung des Stromes in einem Leiter rasch wechseln zu können; dazu dienen die sogenannten Stromwender, Rheotropen, Commutatoren. Man kann diese auf mannichfaltige Weise herstellen; eine einfache Einrichtung ist die folgende. In einem Brettchen *AB*, Fig. 60, befinden sich 8 mit Quecksilber gefüllte Vertiefungen 1, 2 . . . 8; von diesen sind je 1 und 5, 4 und 8, 2 und 7, und 3 und 6 durch Kupferdrähte, die sich unter einander nicht berühren, leitend mit einander verbunden; von 1 und 4 gehen Drähte zu den Polen der Batterie; von 6 und 7 zu den Enden des Leiters, in welchem die Stromrichtung gewechselt werden soll. Ueber dem Brettchen befindet sich ein zweites um eine horizontale Drehungsachse in der Mitte drehbares, welches Drähte trägt, die so gebogen sind, dass, wenn das obere Brettchen auf der Seite 1 — 4 des untern liegt, in 1 und 2, und in 3 und 4 die Enden je eines dieser tauchen, wenn aber das obere Brettchen auf der Seite 5 — 8 des untern liegt, je 5 und 6, und 7 und 8 durch einen Draht mit einander verbunden werden. Je nach der Stellung, welche man dem obern Brettchen giebt, geht der Strom von 6 durch den Leiter nach 7 oder umgekehrt durch denselben von 7 nach 6.

Fig. 60.



Zweites Capitel.

Von der magnetischen Richtkraft der Ströme und der Messung der Stromstärke.

§. 268.

Unter den Erscheinungen, welche ein Leiter darbietet, wenn er von einem elektrischen Strome durchflossen wird, ist zunächst eine richtende Kraft zu bemerken, welche derselbe auf einen genäherten drehbaren Magnet ausübt.

Spannt man z. B. einen Kupferdraht geradlinig und horizontal in der Richtung des magnetischen Meridians aus, und stellt man dicht unter oder über demselben eine Bussole auf, so bleibt die Nadel dieser mit dem Kupferdrahte in einer verticalen Ebene, weil dieser an sich auf die Magnetnadel nicht einwirkt. Sobald aber durch den Draht ein galvanischer Strom geht, so wird die Nadel abgelenkt, sie bildet dann, so lange der Strom in dem Drahte erhalten bleibt, einen kleinern oder grössern Winkel mit dem magnetischen Meridian. Die Richtung der Ablenkung ist verschieden je nach der Richtung des Stroms in dem Drahte und nach der Lage der Nadel gegen denselben. Geht der Draht über der Nadel weg, und der Strom in demselben von Süd nach Nord, so wird das Nordende der Nadel nach Westen abgelenkt; kehrt man die Stromrichtung um, so ist die Ablenkung des Nordendes nach Osten gerichtet.

Wenn aber der Draht unter der Nadel fortgeht, so wird bei der Stromrichtung *SN* das Nordende nach Osten, bei der Stromrichtung *NS* nach Westen abgelenkt. Ist der Draht vertical vor dem Nordende der Nadel aufgespannt, so ist die Ablenkung der Nadel (worunter immer stillschweigend die des Nordendes verstanden werden soll) westlich, wenn der Strom von oben nach unten geht, dagegen östlich, wenn von unten nach oben; und endlich, wenn der Draht vertical vor dem Südende der Nadel ausgespannt ist, so ist bei der Stromrichtung von oben nach unten die Ablenkung östlich, bei der entgegengesetzten westlich. Daraus ergiebt sich eine einfache Regel für die Richtung der Ablenkung; denken wir uns selbst in dem Leitungsdrahte befindlich, und zwar mit dem Kopfe voran in der Richtung, in welcher der Strom sich bewegt, und mit dem Gesichte der Nadel zugewandt, so wird das Nordende derselben immer nach unserer linken Seite hin abgelenkt. Diese Regel behält ihre Gültigkeit für alle beliebigen Lagen des Stroms und der Nadel gegen einander. Die Ablenkung ist unter übrigens gleichen Umständen um so beträchtlicher, je näher die Nadel dem Drahte liegt.

Aus der angegebenen Regel für die Richtung der Ablenkung folgt nun aber, dass man der Nadel ein längeres Stück des Drahtes, von wel-

chem jeder Theil in gleichem Sinne wirkt, nähern kann, wenn man den Leitungsdraht in einen ebenen eckigen oder kreisförmigen Rahmen biegt, in dessen Mitte man die Nadel aufstellt, als wenn man den Draht nur einfach geradlinig an der Nadel vorbeiführt. Denn wenn z. B. der Strom in dem obern horizontalen Theile des Rahmens von Süd nach Nord gerichtet ist, so lenkt jeder Theil desselben für sich die Nadel nach Westen ab, die Wirkungen aller einzelnen Theile auf die Nadel summiren sich also. Bildet man den Rahmen aus mehreren parallel neben einander liegenden Drähten, die alle in gleichem Sinne vom Strome durchflossen werden, so wird die Ablenkung der Nadel noch vergrössert. Man kann daher selbst schwache Ströme, die durch solche parallel neben einander auf einen Rahmen gewundene Drähte, oder durch einen einzigen mehrere Male um diesen gewundenen gehen, durch ihre Wirkung auf eine um die Mitte des Rahmens in horizontaler Ebene drehbare Magnetnadel merklich machen, und selbst einer Messung unterwerfen.

Auch die Richtung des durch einen solchen Draht gehenden Stromes kann aus der Ablenkung der Nadel leicht erkannt werden. Aus der frühern Regel ergiebt sich nämlich, dass, wenn man sich selbst in die Mitte eines solchen Rahmens versetzt denkt, in einer gegen dessen Ebene senkrechten Stellung, so dass die Füsse nach der Seite gewendet sind, wohin das Nordende der Nadel abgelenkt wird, man dann vom Strom in der Richtung links, vorn, rechts umkreist wird.

Eine Vorrichtung der beschriebenen Art nennt man ein magnetisches Galvanometer, und den auf den Rahmen gewundenen Draht, wenn er mehrere Windungen bildet, Multiplicator.

Der Draht, aus welchem der letztere gefertigt ist, muss, damit keine seitliche Leitung zwischen den einander berührenden einzelnen Windungen stattfindet, ringsum isolirt sein. Wenn wie gewöhnlich eigentlich galvanische Ströme durch den Multiplicator gehen sollen, so genügt dazu eine Ueberspinnung mit Seide oder Wolle, weil dann die freie Elektricität auf dem Schliessungsbogen eine so geringe Dichtigkeit besitzt, dass ein Uebergang der Elektricität durch die Ueberspinnung von einer Windung auf eine andere nicht zu besorgen ist.

Der Strom zwischen dem Conductor und dem Reibzeuge einer Elektrisirmaschine lässt sich aber im Allgemeinen durch einen solchen Multiplicator nicht ohne jenes Ueberspringen leiten. Indess genügt schon ein einfacher neben einer Nadel vorbeigeführter Draht, um die Ablenkung dieser durch den Strom zu zeigen.

§. 269.

Man hat Galvanometer sehr verschiedener Einrichtung construirt, die sich theils nach Form, Grösse und Anzahl der Multiplicatorwindungen, theils nach der Grösse der Magnete, theils nach der Art ihres Gebrauches von

einander unterscheiden. Wenn man kleinere nadelförmige Magnete benutzt, so lässt man diese über einem getheilten Kreise spielen; grössere stabartige Magnete gestatten die Benutzung von Spiegel, Scale und Fernrohr zur Beobachtung der Ablenkungen.

Zuweilen macht man das Galvanometer dadurch empfindlicher, dass man die Richtkraft, welche der Erdmagnetismus auf den Magnet desselben ausübt, schwächt. Es kann dieses z. B. dadurch geschehen, dass man mit der beweglichen Nadel eine zweite fest verbindet, deren magnetische Achse der der erstern parallel aber entgegengesetzt gerichtet ist. Könnte man Nadeln von genau gleich grossem magnetischen Momente anwenden, so würde die Einwirkung des Erdmagnetismus auf ein solches Nadelpaar ganz aufgehoben sein, und diese wäre als eine astatische Nadel anzusehen. Damit aber der Multiplicator nicht auch auf beide Nadeln in entgegengesetzter Weise wirkt, muss die eine ausserhalb, die andere innerhalb der Windungen liegen, oder auch der Multiplicator 8förmig gewunden werden, und die eine Nadel innerhalb der obern, die andere innerhalb der untern Windungen liegen.

Genau gleich starke Magnete kann man aber theils nicht herstellen, theils ist es auch nicht zweckmässig, die ganze Directionskraft des Erdmagnetismus aufzuheben; aber man kann diese doch in der angegebenen Art beträchtlich schwächen. Einfacher erreicht man aber denselben Zweck nach einer auf jedes Galvanometer anwendbaren Methode dadurch, dass man einen Hülfsmagnet mit verkehrter Lage der Pole in dem durch die Drehungsachse gehenden magnetischen Meridian dem Galvanometer nähert. Man hat dann noch den Vortheil, die Empfindlichkeit des Instrumentes beliebig ändern, und zugleich durch einfache Beobachtungen der Schwingungsdauer der Nadel die Aenderung der Empfindlichkeit bestimmen zu können.

Für manche Zwecke ist es bequem, dem Multiplicator eine kreisförmige Gestalt zu geben, und die Mitte der Drehungsachse der Nadel mit dem Mittelpunkte dieses Kreises zusammenfallen zu lassen.

Man führt dann die Enden der Multiplicatordrähte, durch welche der Strom in die Windungen ein und aus ihnen wieder austritt, dicht neben einander bis zu einer hinreichenden Entfernung von der Nadel fort, so dass die Wirkungen, welche die nicht zu den Windungen des Multiplicators gehörigen Theile des Drahtes auf die Nadel ausüben, sich unter einander aufheben, und die beobachtete Drehung allein von den Windungen des Multiplicators selbst, d. h. von dem in diesen befindlichen Theile des Stromes hervorgebracht wird.

Den Durchmesser dieses Kreises nimmt man entweder mehrfach etwa 3 bis 4 oder noch mehrmal grösser als die Länge der Nadel, oder nur wenig grösser als diese. Im erstern Falle kann man annehmen, dass die Vertheilungsweise des Magnetismus in der Nadel nicht in Betracht kommt, wenn man aus den Beobachtungen Schlüsse auf die zwischen den

einzelnen Stromtheilchen und den einzelnen magnetischen Theilen wirksamen Kräfte ziehen will, was bei der letztern Anordnung nicht der Fall ist, weshalb die in dieser Weise verschieden construirten Instrumente häufig einen verschiedenartigen Gebrauch verlangen.

Endlich ist hinsichtlich der Construction der Galvanometer noch zu bemerken, dass man den Multiplicator wohl aus mehreren neben einander aufgewundenen Drähten bildet, deren freie Enden dann in verschiedener Weise mit einander verbunden werden können. Es wird dadurch der Gebrauch desselben Instrumentes vielseitiger, indem man einen Draht allein, oder mehrere zusammen gebrauchen kann, wobei sie dann noch so combinirt werden können, dass entweder nach Durchlaufung des einen Drahts der Strom den andern in derselben oder in der entgegengesetzten Richtung durchläuft, oder auch, dass der Strom beide neben einander eingeschalteten Drähte in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung gleichzeitig durchläuft, d. h. zwischen ihnen gleichsam getheilt wird. Die in einem bestimmten Falle zweckmässigste Verwendung wird sich aus den Gesetzen der Stromwirkung auf einen Magnet und des Einflusses des Schliessungsbogens auf den Strom demnächst ergeben.

§. 270.

Stellen wir den Rahmen eines Galvanometers, auf welchem mehrere Drähte dicht neben einander kreisförmig in der beschriebenen Weise aufgewunden sind, so auf, dass die Ebene der Windungen mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt; auch möge die Nadellänge nur klein gegen den Durchmesser des Rahmens sein. Lassen wir alsdann durch den einen Draht den Strom eines Elementes A gehen, und beobachten die Ablenkung der Nadel, diese sei gleich φ'; nach Unterbrechung des Stromes verbinden wir die Enden eines andern Drahtes ebenfalls mit den Polen eines andern Elementes B, alsdann wird die Nadel um einen andern Winkel φ'' abgelenkt werden; endlich schliessen wir gleichzeitig das Element A durch den ersten, das Element B durch den zweiten Draht, und beobachten die Ablenkung der Nadel, welche jetzt gleich φ sein möge. Vorausgesetzt, dass jedes der beiden Elemente in den beiden Schliessungen, worin Nichts geändert ist, denselben Strom wie vorher geliefert hat, muss das Drehungsmoment, welches der Multiplicator im dritten Falle auf die Nadel ausgeübt hat, der Summe oder der Differenz der Drehungsmomente im ersten und zweiten Falle gleich sein, je nachdem die beiden ersten Ablenkungen nach derselben oder nach entgegengesetzten Seiten gerichtet waren. Wenn aber die einzelnen Ablenkungen φ' und φ'' nicht zu klein waren, so zeigt sich, dass φ keineswegs der Summe oder der Differenz jener beiden Ablenkungen gleich ist, sondern weit näher wird die Beziehung zwischen diesen 3 Grössen ausgedrückt, wenn wir

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi' \pm \operatorname{tg} \varphi''$$

setzen.

Wiederholen wir dieselben Versuche mit andern galvanischen Elementen oder mit Multiplicatoren von anderem Durchmesser oder aus anderen Drähten, so finden wir jene Gleichung immer wenigstens näherungsweise erfüllt.

Befänden sich die beiden Drähte des Multiplicators genau in gleicher Lage gegen die Magnetnadel, so würde im dritten Falle die Stromstärke oder die Stromintensität der Summe der Stromintensitäten in den beiden ersten Fällen gleich sein, indem wir unter Stromintensität nach der §. 266 gegebenen Definition die Elektricitätsmenge verstehen, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters geht. In Wirklichkeit ist dieses freilich nicht zu erreichen; aber wenn wir durch I' die Stromintensität im ersten Falle bezeichnen, durch I'' im zweiten, und wenn I''' die Intensität eines Stromes bezeichnet, welcher, durch den Draht A gehend, dieselbe Ablenkung φ'' hervorbrächte, welche der Strom von der Intensität I'' durch den Draht B gehend hervorbringt, so würde die Intensität I eines Stromes, der, durch den Draht A gehend, die Ablenkung φ, hervorgebracht durch die gemeinschaftliche Wirkung des Stromes von der Intensität I' im Drahte A und des Stromes von der Intensität I'' im Drahte B, oder des für diesen gesetzten von der Intensität I''' ebenfalls im Drahte A, bewirkte, durch

$$I = I' + I'''$$

bestimmt sein. Da nun die 3 Ströme von den Intensitäten I, I', I''' in dem Drahte A die Ablenkungen φ, φ' und φ'' hervorbringen und

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi' \pm \operatorname{tg} \varphi''$$

ist, so wird für einen und denselben Multiplicator die Stromintensität der Tangente der Ablenkung proportional zu setzen sein, letztere also als ein Maass der erstern dienen können.

Aus diesem Grunde wird ein in der angegebenen Weise eingerichtetes Galvanometer eine Tangentenbussole genannt.

Wenn aber die Tangente der Ablenkung der Intensität proportional ist, so müsste ein Strom von unendlich grosser Intensität, d. h. von einer so grossen Intensität, dass gegen die von ihm auf die Nadel ausgeübte Wirkung alle übrigen auf dieselbe wirkenden Kräfte verschwinden, eine Ablenkung der Nadel um 90° hervorbringen.

Wenn daher auf eine Magnetnadel nur die Richtkraft eines Kreisstroms wirkte, so würde sich die magnetische Achse derselben senkrecht auf die Ebene des Stromes stellen müssen.

Nun wissen wir, dass bei einer Ablenkung φ einer Nadel aus dem magnetischen Meridian der Erdmagnetismus auf diese ein Drehungsmoment $= MT \sin \varphi$ hervorbringt, wenn M das magnetische Moment und T die Intensität der horizontalen Componente des Erdmagnetismus bezeichnet. Dieses Moment muss demjenigen gleich sein, welches der Kreisstrom auf die Nadel

in derselben Stellung ausübt, und welches die Nadel entgegengesetzt zu drehen strebt. Bezeichnen wir dieses durch D_φ, so ist also

$$D_\varphi = MT \,.\, \sin\varphi.$$

Da nun ferner $I = a \,.\, \operatorname{tg}\varphi$ ist, wenn I die Stromstärke und a einen noch unbestimmten Coefficienten bezeichnet, so ergiebt sich

$$\sin\varphi = \frac{D_\varphi}{MT} \text{ und}$$

$$\sin\varphi = \frac{I \,.\, \cos\varphi}{a}.$$

Mithin

$$D_\varphi = \frac{I . MT . \cos\varphi}{a},$$

d. h. das Drehungsmoment ist dem Cosinus der Ablenkung aus dem magnetischen Meridian oder dem Sinus der Ablenkung aus der Richtung proportional, in welche der Strom allein die Nadel stellen würde. Bezeichnet D den Werth von $D\varphi$, welcher $\varphi = 0$, d. h. einer Ablenkung der Nadel um 90° aus der von dem Strome ihr angewiesenen Ruhelage entspricht, so kann man D die vom Strome auf die Nadel ausgeübte Directionskraft nennen, und es ist dann

$$D = \frac{IMT}{a}.$$

Der Factor a in dem Ausdrucke für I kann zum Zweck der Vergleichung verschiedener Stromintensitäten mit demselben Instrumente willkürlich gewählt werden, indem man die Intensität eines Stromes willkürlich als Einheit wählt, welcher eine bestimmte Ablenkung hervorbringt. Setzt man z. B. a gleich 1, also $I = \operatorname{tg}\varphi$, so würde die Einheit der Stromintensitäten diejenige eines Stromes sein, der durch den Multiplicator der gewählten Bussole gehend, die Nadel um 45° ablenkt. Wenn man aber in dieser Weise verfährt, so muss man sich zur Messung der Stromstärken immer desselben Apparates bedienen, oder wenigstens lassen die an verschiedenen Tangentenbussolen vorgenommenen Messungen keinen unmittelbaren Vergleich mit einander zu. Will man die Messungen so einrichten, dass dieses möglich wird, so muss man untersuchen, von welchen Grössen der Factor a abhängig ist, und für I eine absolute, d. h. auf schon bekannte Maasse zurückführbare Einheit wählen.

Die Grössen aber, welche in dieser Beziehung in Betracht kommen können, sind

1) die Dimensionen des Multiplicators, oder des einfachen Ringes der Tangentenbussole, wenn nur eine Windung vorhanden ist; sind deren dagegen mehrere von gleichem oder nahe gleichem Durchmesser vorhanden, so wird man wenigstens, wenn die Dicke des durch die verschiedenen Drähte gebildeten Ringes sehr klein gegen den Ringdurchmesser ist, a der Anzahl der Ringe umge-

kehrt proportional setzen können, indem man den unter sich gleich grossen oder nahe gleich grossen Ringen, die fast die nämliche Lage gegen die Nadel haben, auch eine gleich grosse Directionskraft auf letztere zuschreiben muss;

2) der Magnetismus der Nadel;

3) die Intensität der horizontalen Componente des Erdmagnetismus.

Um nun zu untersuchen, welchen Einfluss jede dieser drei Grössen auf den Werth von a hat, können wir zwei Tangentenbussolen mit Kreisen von verschiedenen Halbmessern in denselben Schliessungsbogen einschalten, und die Ablenkungen beobachten, welche jede von ihnen ihrer Magnetnadel ertheilt, wobei man leicht beide so weit von einander entfernen kann, dass der Strom der einen auf die Nadel der andern keinen Einfluss hat. Sei an der einen die Ablenkung φ', an der andern gleichzeitig die Ablenkung φ'' beobachtet, so wird, wenn wir durch a' und a'' die jeder derselben zukommende Constante bezeichnen, die Stromstärke

$$I = a' \,.\, \operatorname{tg} \varphi' = a'' \,.\, \operatorname{tg} \varphi'',$$

also

$$\frac{a'}{a''} = \frac{\operatorname{tg} \varphi''}{\operatorname{tg} \varphi'}$$

sein. Sind r' und r'' die Halbmesser der Ringe, so giebt die Beobachtung

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi''}{\operatorname{tg} \varphi'} = \frac{a'}{a''} = \frac{r'}{r''}.$$

Es ist also die Constante a dem Halbmesser des Ringes proportional. Vertauschen wir die Magnetnadeln der Bussolen beider, oder nehmen wir für dieselben andere Magnete, die aber noch immer der Bedingung genügen, dass ihre Dimensionen nur klein gegen die Ringdurchmesser sind, so findet sich noch immer das Verhältniss $\frac{a'}{a''}$ constant wie vorher, die Constante a unseres Ausdruckes ist also von dem Nadelmagnetismus unabhängig.

Endlich um zu untersuchen, ob sie von dem Erdmagnetismus abhängig ist, können wir durch Annäherung eines Magnets an die eine Bussole die auf deren Nadel wirkende Horizontalkraft verstärken oder verschwächen, und durch Beobachtung der Schwingungsdauer der Nadel vor und nach Annäherung dieses Magneten die dadurch bewirkte Aenderung von T messen. Bezeichnen t und t' dieselben, und ist T' die durch die Annäherung des Magneten veränderte Horizontalkraft, so ist

$$\frac{T'}{T} = \frac{tt}{t't'}.$$

Bezeichnen dann wieder φ' und φ'' die Ablenkungen, welche derselbe Strom in beiden Tangentenbussolen hervorbringt, und a' und a'' die zugehörigen Constanten, so ergiebt sich

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi''}{\operatorname{tg} \varphi'} = \frac{a'}{a''} = \frac{t't'}{tt} = \frac{T}{T'}.$$

Es ist also a der Intensität der horizontalen Componente des Erdmagnetismus proportional. Mithin erhalten wir

$$I = b \,.\, T \,.\, r \,.\, \operatorname{tg} \varphi$$

als einen Ausdruck für die Intensität des Stromes, wodurch diese unabhängig von dem angewandten Instrumente und den äussern Umständen bei den Beobachtungen gemessen werden kann, und für die Directionskraft D, welche ein Strom auf die Nadel der Tangentenbussole ausübt, ergiebt sich

$$D = \frac{I \,.\, M}{b \,.\, r}.$$

In diesen Ausdrücken ist b noch eine Constante, deren Werth an sich willkürlich ist, aber für alle verschiedenen Instrumente und Beobachtungsorte derselbe bleibt, indem derselbe nur von der Stromstärke abhängt, welche wir als die Einheit der Stromintensitäten feststellen wollen.

§. 271.

Aus den Resultaten des vorigen Paragraphen ergiebt sich, dass, wenn zwei kreisförmige Leiter im magnetischen Meridian sich befinden, und in dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte beider eine kleine Magnetnadel horizontal drehbar aufgestellt ist, die Directionskräfte, welche die beiden Leiter, wenn sie abwechselnd von gleich starken galvanischen Strömen durchflossen werden, den Halbmessern der Kreise umgekehrt proportional sind. Denken wir uns nun jeden der beiden kreisförmigen Leiter in beliebig viele so kleine gleiche Stücke ihrer Länge nach zerlegt, dass jedes derselben als geradlinig betrachtet werden kann, aber die Längen dieser einzelnen Elemente für beide Kreise gleich sind, nennen wir n die Anzahl dieser Stücke im kleinern Kreise, n' die im grösseren, und sind r und r' die Halbmesser derselben, so wird

$$n : n' = r : r'$$

oder

$$n' = \frac{nr'}{r}$$

sein. Wenn die Nadel klein genug ist, so werden wir annehmen können, dass auf irgend einen Punkt der Nadel, z. B. den, in welchem wir bei der einfachsten idealen Vertheilung des Magnetismus den nördlichen, und auf den, worin wir uns den südlichen Magnetismus concentrirt denken können, jedes einzelne dieser Stromelemente des einen, eine gleiche Kraft ausübt, und ebenso die von den einzelnen Elementen des andern ausgeübten Kräfte unter sich wieder gleich sind, dass aber die Verschiedenheit in der Wirkung der einzelnen Elemente der beiden Kreise nur von ihren ungleichen Entfernungen herrührt, welche wir den betreffenden Kreishalbmessern gleich setzen können.

Daraus folgt dann, dass wenn wir durch m den freien nördlichen oder südlichen Magnetismus des idealen Magnets, durch a seinen Abstand von

der Mitte der Nadel bezeichnen, also $M = 2am$ setzen, die Kraft, welche ein Element des kleinern Kreisstroms auf eins jeder beiden magnetischen Theilchen ausübt, während der Magnet sich im magnetischen Meridian befindet, also $\cos\varphi = 1$ ist, durch

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{Im}{br}$$

ausgedrückt wird, während

$$\frac{1}{n'} \cdot \frac{Im}{br'} = \frac{r}{nr'} \cdot \frac{Im}{br'} = \frac{rr}{r'r'} \cdot \frac{1}{n} \frac{Im}{br}$$

die Kraft bezeichnet, welches ein Element von der Länge $s = \frac{2\varpi r}{n}$ des grössern Stromes auf dasselbe magnetische Theilchen ausübt. Die Kräfte also, welche ein geradliniges Element eines Stroms unter übrigens gleichen Umständen aus verschiedenen Entfernungen auf ein magnetisches Theilchen ausübt, sind den Quadraten der Entfernungen umgekehrt proportional; oder wenn, wie es hier der Fall war, die Richtung des Stromelementes senkrecht gegen die Verbindungslinie seiner Mitte mit den magnetischen Theilchen steht, so wird diese Kraft durch $\frac{I.s.m}{2\varpi b.rr}$ bezeichnet.

Hinsichtlich der Richtung, in welcher diese Kraft das magnetische Theilchen zu bewegen strebt, findet eine merkwürdige Abweichung von allen übrigen Elementarkräften statt. Diese wie die Gravitation, die rein elektrische und die rein magnetische Anziehung wirken immer in der die beiden auf einander wirkenden Theilchen verbindenden geraden Linie. Das ist aber hier nicht der Fall, denn dann würden die Resultanten der von den einzelnen Elementen eines Kreisstromes auf den nördlichen und südlichen Magnetismus der Nadel ausgeübten Kräfte nicht senkrecht gegen die Stromebene gerichtet sein, sondern in dieser liegen müssen, die Nadel also müsste in der Stromebene zur Ruhe kommen. Wenn man aber den Ring derselben die Nadel horizontal umkreisen lässt, so wird diese nicht abgelenkt. In der Stromebene wirkt daher gar keine Kraft auf die Nadel; die Richtung der Kraft kann daher weder mit der Verbindungslinie des magnetischen Theilchens mit der Mitte des Stromelementes, noch mit der Richtung dieses zusammenfallen, sie muss also senkrecht auf der durch beide gelegten Ebene stehen.

Daraus folgt dann aber, dass wenn jene beiden Richtungen zusammenfallen, d. h. wenn das magnetische Theilchen in der Richtung eines Stromelementes liegt, gar keine Kraft auf dieses von dem Elemente ausgeübt wird.

Wenn wir nun durch δ den Winkel bezeichnen, welchen bei einer beliebigen Lage des magnetischen Theilchens gegen ein Stromelement, die Richtung dieses mit der Verbindungslinie des erstern mit der Mitte des letztern einschliesst, so muss der allgemeine Ausdruck, welcher die zwischen

beiden thätige Kraft angiebt, von δ in der Weise abhängig sein, dass er für $\delta = 90$ der obige, nämlich

$$\frac{I.s.m}{2\varpi.b.rr},$$

dagegen gleich 0 für $\delta = 0$ wird.

Ferner muss diese Abhängigkeit eine solche sein, dass wenn A den Werth dieses Ausdrucks für einen bestimmten Werth von δ bezeichnet, $-A$ der Werth desselben für $\delta + 180^0$ wird, weil eine Umkehrung der Richtung des Stroms, welche durch ein Wachsen von δ um 180^0 angezeigt wird, eine entgegengesetzte Richtung der auf m ausgeübten Kraft zur Folge hat. Diese Bedingungen werden aber erfüllt, wenn wir den obigen Ausdruck noch mit $\sin\delta$ multipliciren, und man kann daher

$$\frac{I.s.m}{2\varpi b.rr}.\sin\delta$$

als den Ausdruck der Kraft ansehen, welche zwischen einem magnetischen Theilchen und einem Stromelemente in einer Richtung thätig ist, die auf der durch das Stromelement und das magnetische Theilchen gelegten Ebene senkrecht steht. Wir wollen diese Kraft kurz die elektromagnetische Elementarkraft nennen.

§. 272.

Mit Hülfe des im vorigen Paragraphen gewonnenen Ausdruckes für die elektromagnetische Elementarkraft, der freilich in Bezug auf den Factor $\sin\delta$ noch hypothetisch ist, kann man nun berechnen, welche Directionskraft sowohl der Grösse als der Richtung nach ein gegebener Leitungsdraht beliebiger Form auf einen Magnet in einer beliebigen gegebenen Lage ausüben muss, wenn er von einem Strome von bekannter Intensität durchströmt wird. Beobachtet man aber jene Kraft unter denselben Verhältnissen, so erhält man daraus ein Mittel, die Richtigkeit der angenommenen Formel zu prüfen; und in der That haben solche Versuche, unter Andern von Biot, ergeben, dass die berechneten und die beobachteten Grössen übereinstimmen, wodurch also das elektromagnetische Fundamentalgesetz erwiesen ist.

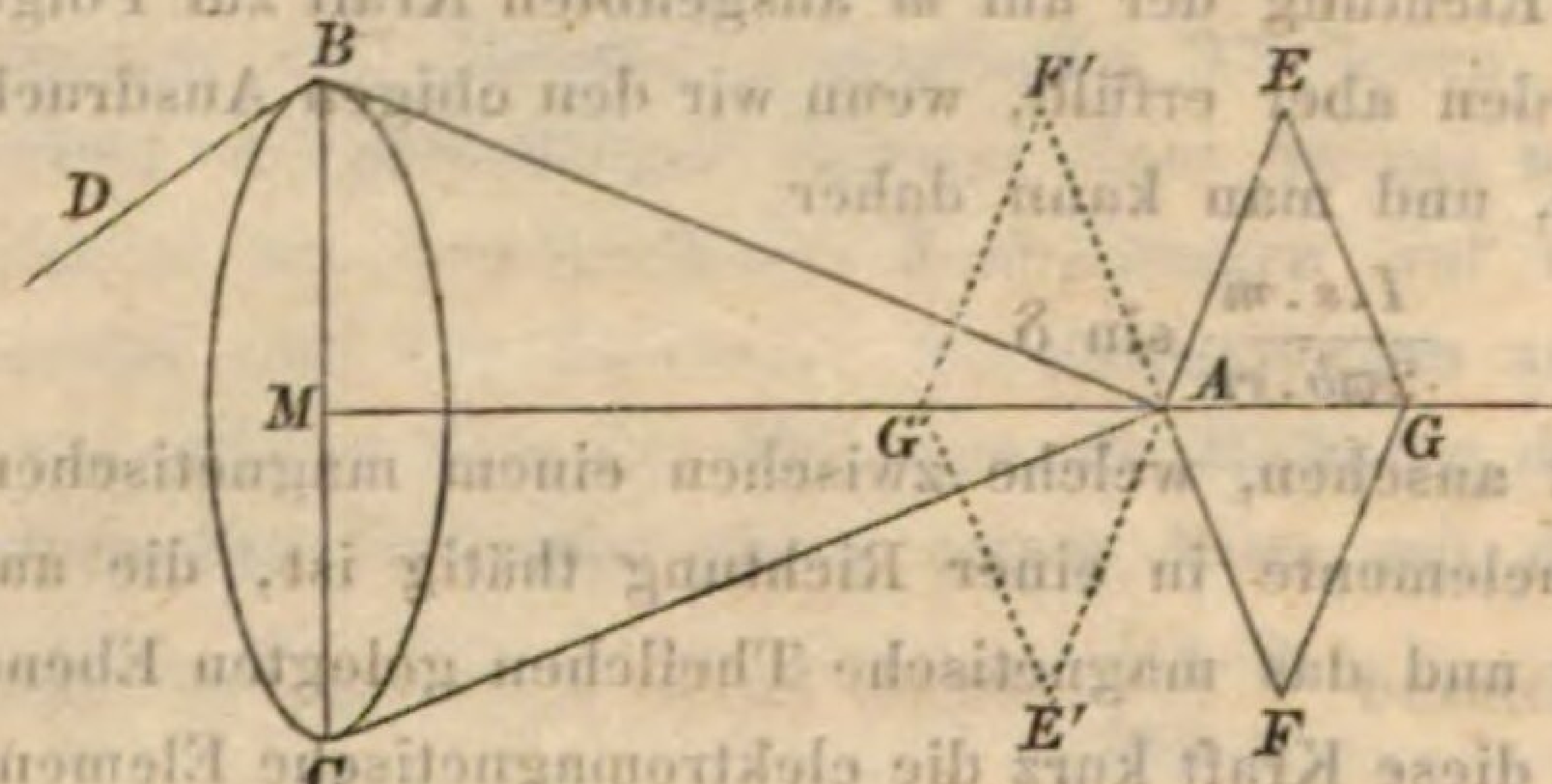
Wir wollen uns hier nur auf eine genauere Betrachtung eines einfachen, theoretisch und praktisch wichtigen Falles beschränken, nämlich untersuchen, welches Drehungsmoment der von einem Strome durchflossene Ring einer Tangentenbussole auf eine Magnetnadel ausübt, wenn diese nicht im Mittelpunkte derselben ihren Drehungspunkt hat, sondern in einem durch diesen gezogenen Lothe auf die Stromebene, aber von dem Mittelpunkte um eine bestimmte Grösse entfernt.

Der grösseren Einfachheit wegen wollen wir noch wie bisher annehmen, dass die Nadel nur klein sei; dann werden wir, indem wir uns im Drehungspunkte der Nadel den, z. B. nördlichen, Magnetismus m concentrirt denken,

und die Kraft berechnen, welche der Strom auf diesen in der Richtung der Ringachse ausübt, das Drehungsmoment des Ringes auf die Nadel erhalten, wenn wir diese Kraft mit $2a \cdot \cos \varphi$ multipliciren, worin a den Abstand des idealen Pols der Nadel von der Drehungsachse derselben und φ den Winkel bezeichnet, welchen die magnetische Achse derselben mit dem magnetischen Meridian macht, dem wir die Ringebene der Tangentenbussole parallel annehmen.

Es bezeichne nun M (Fig. 61) den Mittelpunkt des Ringes, A den Drehpunkt der Nadel oder den Ort des freien Magnetismus m, BC den Durchmesser des Ringes in der Ebene der Zeichnung, BD eine in B an den Ring gelegte Tangente, die also die Richtung des Stromes in B angiebt. Ferner wollen wir durch R den Abstand MA, durch r den Ringhalbmesser MB, durch I die Stromintensität, durch s die Länge des Stromelementes bezeichnen, dessen Mitte mit B zusammenfalle, und welche dem $n$ten Theile der ganzen Länge des Ringes gleich sei.

Fig. 61.



Ziehen wir AB und fällen darauf in A das Loth AE, so wird dieses (oder je nach dem Vorzeichen von m die Verlängerung desselben AE' über A hinaus) die Richtung angeben, in welcher das Element bei B das magnetische Theilchen m zu bewegen strebt. Die Grösse dieser Kraft können wir durch

$$AE = \frac{I \cdot m \cdot s}{2\varpi b \cdot (AB)^2} \cdot \sin ABD$$

vorstellen, oder da $ABD = 90^0$ und $(AB)^2 = RR + rr$ ist, durch

$$AE = \frac{I \cdot m \cdot s}{2\varpi b \cdot (RR + rr)}.$$

Ziehen wir ebenso AC und AF senkrecht auf AC, so stellt AF die Richtung vor, in welcher das Element bei C das magnetische Theilchen m zu bewegen strebt, (oder AF', wenn die erste Kraft nach AE' gerichtet war). Stellt AF auch der Grösse nach diese Kraft vor, so muss

$$AF = AE = \frac{Ims}{2\varpi b\,(RR + rr)} \text{ sein.}$$

Vollenden wir das Parallelogramm $AEFG$ (oder $AE'F'G'$), so fällt die Richtung von AG mit der Richtung MA (oder der entgegengesetzten) zusammen, und stellt seiner Grösse nach die Resultante der Kräfte vor, welche von den beiden Elementen bei B und bei C auf das magnetische Theilchen m ausgeübt werden.

Nun ist aber

$$AG = 2AE \, . \cos GAE = 2AE \, . \cos ABM,$$

und da $\cos ABM = \frac{r}{\sqrt{RR + rr}}$ ist,

$$AG = \frac{I \, . \, ms \, . \, r}{\varpi \, . \, b \, . \, (RR + rr)^{\frac{3}{2}}}.$$

Betrachten wir aber die Resultante der Wirkungen je zweier andern einander diametral gegenüberliegender Elemente des Kreisstromes auf das Theilchen m, so ergiebt sich diese ebenfalls sowohl der Richtung als der Grösse nach gleich

$$AG = \frac{Ims \, . \, r}{\varpi \, . \, b \, . \, (RR + rr)^{\frac{3}{2}}}.$$

Da nun $\frac{n}{2}$ solcher Elementenpaare den ganzen Kreis bilden, so ist die Resultante der sämmtlichen von dem Kreisstrome auf A ausgeübten und in der Richtung MA wirkenden Kräfte

$$\frac{n}{2} \, . \, \frac{Im \, . \, s \, . \, r}{\varpi \, . \, b \, . \, (RR + rr)^{\frac{3}{2}}} = \frac{I \, . \, m \, . \, rr}{b \, . \, (RR + rr)^{\frac{3}{2}}};$$

und daraus ergiebt sich das Drehungsmoment, welches derselbe auf eine kleine Magnetnadel ausübt, deren magnetisches Moment $= M = 2am$ ist, und die mit dem magnetischen Meridian den Winkel φ bildet, zu

$$D\varphi = \frac{IM \, . \, rr \, . \cos \varphi}{b (RR + rr)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{IM \, . \, rr \, . \cos \varphi}{b \, . \, R^3} \left(1 + \frac{rr}{RR}\right)^{-\frac{3}{2}},$$

worin der zweite Factor, wenn $r < R$ ist, sich in eine rasch abnehmende nach den Potenzen von $\frac{rr}{RR}$ geordnete Reihe umwandeln lässt. Daraus folgt also, da der Erdmagnetismus auf die Nadel das Drehungsmoment $MT \, . \sin \varphi$ ausübt, wenn die Nadel durch den Kreisstrom die Ablenkung φ erhält:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I \, . \, rr}{b \, . \, T \, . \, R^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{rr}{RR} + \ldots\right).$$

Nehmen wir darauf Rücksicht, dass die Magnetismen des Magnets sich nicht genau in der Ringachse finden, wenn der Magnet sich im magnetischen Meridian befindet, so kommen hierzu noch andere Glieder, die ebenfalls R^5 und höhere Potenzen von R im Nenner haben, so dass unter der Voraussetzung $r < R$ kurz

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Irr}{b \, . \, T \, . \, R^3} + \frac{\beta}{R^5} + \ldots$$

gesetzt werden kann.

Diese Formel für die Ablenkung eines Magnets durch einen Kreisstrom, dessen Ebene dem magnetischen Meridian parallel ist, und dessen Achse durch die Drehungsachse des Magnets geht, stimmt aber der Form nach

mit dem Ausdrucke überein, welchen wir für die Ablenkung durch einen Magnet in der ersten Hauptlage im §. 254 aufgestellt haben, nämlich:

$$\text{tg}\,\varphi = 2 \cdot \frac{M}{T} \cdot \frac{1}{R^3} + \frac{b}{R^5} + \ldots,$$

worin M das magnetische Moment des ablenkenden Magnets bezeichnet.

Für beträchtliche Entfernungen reducirten sich beide Formeln auf ihre ersten Glieder, und die Ablenkung wird in beiden Fällen gleich, wenn

$$\frac{I \cdot rr}{b} = 2M \text{ ist.}$$

Es kommt daher einem solchen in sich geschlossenen Strome ein magnetisches Moment zu, das der Stromintensität und der Grösse der Fläche proportional ist, welche der Strom umschliesst. Da der Factor b oder die Einheit der Stromintensitäten bislang noch unbestimmt gelassen ist, so können wir diese so wählen, dass das Product der Stromstärke in den umschlossenen Flächenraum $rr\varpi \cdot I$ eine Zahl giebt, welche zugleich nach dem absoluten Maasse das Moment eines Magneten misst, der an die Stelle des Stromes gesetzt, so dass seine magnetische Achse mit der Ringachse dieses zusammenfällt, auf einen entfernten Magnet ein gleiches Drehungsmoment wie jener ausübt. Die Einheit der Stromintensität ist dann die eines Stromes, der die Flächeneinheit umkreisend in der Entfernung eben solche magnetische Wirkungen ausübt, wie ein Magnet, dessen Moment der absoluten Einheit der magnetischen Momente gleich ist. Damit dieses der Fall sei, muss $b = \frac{1}{2\varpi}$ gesetzt werden, denn alsdann wird

$$\frac{Irr}{b} = 2\varpi rr \cdot I = 2M,$$

welches für $\varpi rr = 1$, und $M = 1$, auch $I = 1$ macht.

Unter dieser Voraussetzung wird noch der im vorigen Paragraphen für die elektromagnetische Elementarkraft gegebene Ausdruck

$$\frac{Ism}{2\varpi b \cdot rr} \sin\delta \text{ in } \frac{I \cdot s \cdot m}{rr} \cdot \sin\delta$$

umgewandelt, oder wenn die Stromintensität nach diesem absoluten Maasse gemessen ist, so ist die elektromagnetische Elementarkraft für $\delta = 90^0$ dem Producte aus dem Magnetismus in das Product der Stromintensität und in die Länge des Elements, dividirt durch das Quadrat der Entfernung, nicht nur proportional, sondern vollkommen gleich zu setzen.

Für die Anwendung der Tangentenbussole zur Messung der Stromintensitäten nach diesem absoluten Maasse ergiebt sich endlich aus der Formel des §. 270

$$I = bT \cdot r \cdot \text{tg}\,\varphi,$$

indem wir $b = \frac{1}{2\varpi}$ setzen,

$$I = \frac{T \cdot r}{2\varpi} \cdot \text{tg}\,\varphi.$$

§. 273.

Ausser der für Messungen der Stromintensitäten nach absolutem Maasse sehr bequemen Tangentenbussole sind noch verschiedene andere magnetische Galvanometer im Gebrauch, welche besonders dann gebraucht werden, wenn es nur auf relative Messungen der Stromstärke ankommt.

Giebt man dem Multiplicator wieder eine kreisförmige Gestalt, ist aber die Länge der Nadel nur wenig kleiner als der Durchmesser desselben, so wird durch eine Drehung der Nadel aus der Ebene des Multiplicators die Entfernung jedes einzelnen magnetischen Theilchens von den einzelnen Stromelementen merklich geändert, und je nach der Vertheilungsweise des Magnetismus in der Nadel wird dadurch das gesammte auf die Nadel wirkende Drehungsmoment verschiedentlich abgeändert. Es lässt daher die Ablenkung der Nadel keinen unmittelbaren Schluss auf die Stromintensität zu. Wenn man aber den Multiplicator selbst um die verticale Drehungsachse der Nadel dreht, so dass die abgelenkte Nadel immer in der Multiplicatorebene bleibt, so wird das Drehungsmoment, welches dieselbe auf die Nadel ausübt, der Stromstärke proportional sein. Da nun dieses Drehungsmoment immer dem gleich ist, welches der Erdmagnetismus auf die Nadel in entgegengesetzter Richtung ausübt, und dieses letztere dem Sinus der Ablenkung aus dem magnetischen Meridian proportional ist, so wird die Stromstärke dem Sinus des Winkels proportional sein, um welchen man den Multiplicator aus dem magnetischen Meridian drehen muss, damit die Nadel wieder in die Ebene des Multiplicators komme. Eine Messung dieser Drehung giebt also ebenfalls eine Messung der Stromstärke; aber weil die letztere dem Sinus der Drehung proportional ist, nennt man das Instrument eine Sinusbussole. Ein ähnliches Princip liegt auch dem Torsionsgalvanometer zu Grunde, in welchem der Magnet an einem Drahte oder einer Feder von grosser Torsion mittelst eines Torsionskreises aufgehängt ist. Stellt man nun, ehe ein Strom durch den Multiplicator geht, die Ebene des letzteren so wie den Torsionskreis so, dass sich die Nadel im magnetischen Meridian befindet, und erhält dieselbe, wenn ein Strom durch den Multiplicator geht, durch Drehung des Torsionskreises in dieser Lage, so kann die Messung der hierzu erforderlichen Drehung ebenfalls zur Messung der Stromstärke dienen, indem dann nach den Torsionsgesetzen letztere der Drehung proportional sein muss.

Wenn die Ablenkungen, welche ein durch einen beliebigen Multiplicator gehender Strom hervorbringt, nur klein, und die Windungen des letzteren einander parallel sind, so kann man noch immer die Stromstärke der Tangente der Ablenkung proportional setzen, weil dann die Lagenänderungen der einzelnen magnetischen Theile gegen die einzelnen Strom-

elemente nur unbedeutend sind. Um aber ein solches Galvanometer bei grösseren Ablenkungrn noch zur Messung der Stromstärke gebrauchen zu können, kann man die Angaben desselben entweder mit denen einer gleichzeitig von demselben Strome durchflossenen Tangenten-, oder Sinusbussole vergleichen, und sich so eine Scale für das Instrument empirisch verschaffen, oder auch denselben Zweck dadurch erreichen, dass man durch dasselbe Ströme gehen lässt, deren Intensitäten in einem zum Voraus bekannten Verhältnisse zu einander stehen, und die entsprechenden Ablenkungen beobachtet. Ein so graduirtes Instrument kann mittelst einer empirischen Interpolationsformel dann ebenfalls zur Messung der Stromstärken dienen.

§. 274.

Die Kraft, welche ein elektrischer Strom oder ein Theil desselben auf den Pol eines Magneten ausübt, kann man benutzen, um einen Magnet um eine seiner magnetischen Achse parallele Drehungsachse rotiren zu lassen.

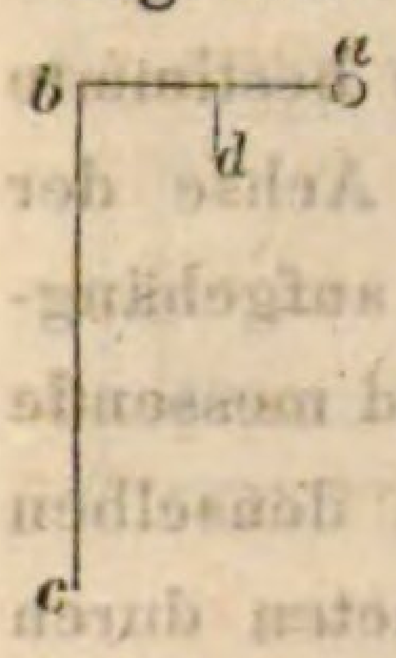
Wenn man z. B. einen Magnet in verticaler Stellung an dem Ende eines horizontalen drehbaren Hebelarms aufhängt, und durch ein Gegengewicht äquilibrirt, den Magnet in seiner Mitte alsdann mit einer kreisförmigen mit Quecksilber gefüllten Rinne umgiebt, in welche der eine Poldraht einer galvanischen Säule und zugleich ein Leitungsdraht taucht, der horizontal an den Träger des Magnets führt, welcher in ein mit Quecksilber gefülltes Näpfchen taucht, wenn ferner dieses metallische Näpfchen auf einem verticalen Leiter steht, der die Verlängerung der Drehungsachse des den Magnet tragenden Hebels bildet, so geräth der Magnet in eine Rotation um die verticale Drehungsachse, sobald das untere Ende jenes Trägers mit dem andern Pole der Säule leitend verbunden wird. Der in diesem Träger auf- oder absteigende Strom übt nämlich auf den unteren ihm nächst liegenden Pol des Magneten eine stärkere Kraft in horizontaler Richtung aus, als in entgegengesetzter Richtung auf den oberen entfernteren Pol. Diese horizontale Kraft strebt aber nicht etwa, den Pol dem Leitungsdrahte zu nähern oder von ihm zu entfernen, sondern ist senkrecht gegen die durch den Leitungsdraht und den diesem parallelen Magnet gelegte Ebene gerichtet, mithin ist die Kraft bei jeder möglichen Stellung des Magneten gegen den Träger immer nach derselben Seite hin gerichtet. Würde der Strom auf beide Pole mit gleicher Stärke wirken, so würden die Kräfte sich gegenseitg aufheben, oder vielmehr zu einer den Magnet um seine horizontale Achse drehenden Richtkraft vereinigen, welche durch die Aufhängungsweise aber compensirt würde.

Wenn man daher den Magnet nicht durch ein einfaches Gegengewicht, sondern durch einen zweiten gleich starken oder nahe gleich starken und ihm parallel gerichteten Magnet auf der andern Seite des Hebels aequilibrirt, so wird die Drehung aufgehoben, wenn der zweite Magnet nach Unten den

ungleichnamigen Pol kehrt, wie der erste, dagegen verstärkt, wenn den gleichnamigen. Die Richtung der Rotation wird entgegengesetzt, wenn die Stromrichtung, oder die Lage der Pole der beiden Magnete umgekehrt wird.

Umgekehrt kann man nun aber auch einen drehbaren von einem Strome durchflossenen Leiter in eine ähnliche Rotation versetzen, wenn man auf denselben den einen Pol eines Magneten stärker als den andern in angemessener Weise wirken lässt. Befestigt man um die Mitte eines Magneten eine hölzerne Scheibe, die mit einer mit Quecksilber zu füllenden kreisförmigen Rinne versehen ist, und stellt man diese horizontal, den Magnet vertical auf, bringt man vertical über dem Magneten ein Quecksilbernäpfchen an, das mit dem einen Pol einer Säule leitend verbunden ist, und setzt man in dieses einen mit einer Spitze versehenen Draht, etwa von der Form wie *abc* (Fig. 62), wo *d* die Spitze, *a* ein Gegengewicht bezeichnet, so dass *c* in die kreisförmige Quecksilberrinne taucht, so wird, wenn letztere mit dem andern Pol der Säule leitend verbunden ist, der obere nähere Pol des Magneten auf den Strom in *bc* eine Kraft senkrecht gegen die durch *bc* und den Magnet gelegte Ebene ausüben, und in Folge dieser der Draht *abc* um die Spitze *d* rotiren, wobei die Richtung wieder von der Stromrichtung und der Art des oberen Magnetpols abhängt, und leicht aus den früher gegebenen Regeln abgeleitet werden kann.

Fig. 62.



Derartige Rotationsvorrichtungen kann man leicht in verschiedener Weise herstellen. Sie haben indess keinen weiteren Nutzen, als den Sinn zu erläutern, in welchem die Kraft zwischen einem Magneten und einem elektrischen Strome oder dem von demselben durchströmten Leiter wirkt, und das sich eigentlich von selbst verstehende Resultat zu ergeben, dass, wenn bei irgend einer Stellung eines beweglichen Magnets gegen einen feststehenden Stromleiter, der erstere in eine bestimmte Bewegung versetzt wird, umgekehrt wenn der Magnet festgehalten wird, der Stromträger aber beweglich ist, der letztere in die entgegengesetzte Bewegung, wie vorher der Magnet, geräth.

§. 275.

Von diesem letzteren Resultate kann man sich auch noch auf folgende Weise überzeugen, welche zugleich den Weg für andere wichtige Versuche eröffnet. Bildet man eine Rolle aus übersponnenem Drahte, und lässt man durch diese einen Strom gehen, so übt dieser, wie wir gesehen haben, auf einen drehbaren Magnet eine Richtkraft aus, deren Grösse und Richtung dieselbe ist, welche ein an die Stelle der Rolle gesetzter Magnet ausüben würde, dessen magnetische Achse mit der Achse der Rolle in der nach bekannten Regeln zu findenden Weise zusammenfiele, und dessen magnetisches Moment gleich der nach absolutem Maasse gemessenen Stromintensität, multi-

plicirt mit der Summe der von den Stromwindungen umschlossenen Flächenräume, wäre.

Wenn wir nun eine solche Rolle beweglich aufhängen, und dieser einen Magnet nähern, so muss umgekehrt auch dieser auf jene eine Richtkraft ausüben, welche nach dem nämlichen Gesetze zu bestimmen ist. Um diesen Versuch auszuführen, kommt es nur auf eine zweckmässige Aufhängungsweise der Rolle an. Man kann diese so ausführen, dass man an einem Faden auf einem passenden Stative die Rolle sammt der galvanischen Säule aufhängt, welche den Strom liefern soll; noch zweckmässiger ist es aber, wenn man die Rolle allein an zwei Drähten, also bifilar, aufhängt, die die Enden der Rolle bilden, und von welchen der eine mit dem einen, der andere mit dem andern Pole der Säule verbunden wird. Wenn man die Aufhängungsdrähte fein und lang genug nimmt, und sie nicht zu weit aus einander entfernt, aber doch so weit, dass sie sich nicht berühren, so kann die Rolle sehr leicht beweglich auf diese Weise aufgehängt werden, und man hat zugleich eine bestimmte und nöthigenfalls genau messbare Directionskraft, welche die Achse der Rolle in ein bestimmtes Azimuth einstellt. Nähert man der so aufgehängten Rolle einen Magnet, so sieht man sie abgelenkt werden, und messende Beobachtungen zeigen, dass diese Ablenkungen sich ganz nach denselben Gesetzen richten, wie die Ablenkungen eines drehbaren Magneten durch einen genäherten Magnet oder einen geschlossenen Strom.

Da nun auf einen drehbaren Magnet die Erde vermöge ihres magnetischen Zustandes eine Richtkraft ausübt, so liegt die Frage nahe, ob sie auf eine Rolle in derselben Weise richtend wirkt. Der Versuch zeigt, dass dieses in der That der Fall ist; denn wenn vor der Schliessung der Kette die Aufhängungsweise der Achse der Rolle ein Stellung ertheilte, in welcher sie mit dem magnetischen Meridian einen Winkel bildete, so wird durch die Schliessung der Kette dieser Winkel je nach der Richtung des Stromes vergrössert oder verkleinert. Noch sicherer aber kann man sich hiervon überzeugen, wenn man die Rolle so aufhängt, dass die Achse derselben in den magnetischen Meridian fällt, und dann die Schwingungsdauer derselben beobachtet, sowohl wenn die Kette geöffnet, als wenn sie geschlossen ist. Im letzteren Falle ist sie stets je nach der Richtung des Stromes in der Rolle grösser oder kleiner als im ersteren Falle. Man würde sich sogar der Beobachtung der Schwingungsdauern einer solchen Rolle bei geöffneter und geschlossener Kette bedienen können, um die Stromintensität, vorausgesetzt, dass diese constant bliebe, nach absolutem Maasse zu bestimmen, wenn man die Intensität der horizontalen Componente des Erdmagnetismus gemessen hätte, und ebenfalls die aus der Aufhängungsweise der Rolle resultirende Directionskraft nach absolutem Maasse kennte.

Wir sehen also, dass hinsichtlich aller richtenden Wirkungen zwischen geschlossenen galvanischen Strömen einerseits und Magneten andererseits

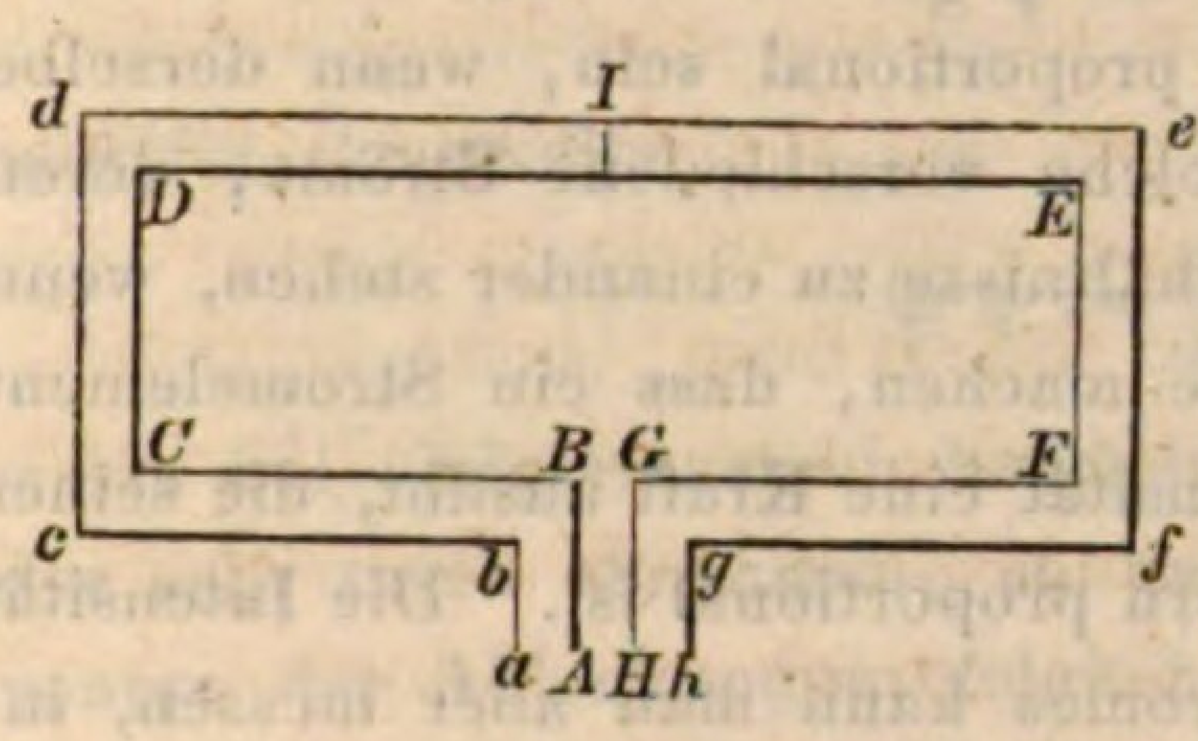
mit Einschluss der Erde, ein vollständiger Parallelismus mit den richtenden Wirkungen der Magnete auf Magnete besteht, wornach ein geschlossener elektrischer Strom immer durch einen Magnet von bestimmter Lage der Achse und bestimmter Stärke ersetzt werden kann, und umgekehrt.

Daraus entsteht aber die Frage, ob diese Ersetzbarkeit noch stattfindet, wenn gar keine Magnete ins Spiel kommen, d. h. ob ein von einem Strome durchflossener Leiter auf einen andern ebenfalls von einem Strome durchflossenen Leiter auch eine Richtkraft ausübt.

§. 276.

Diese Frage wird durch folgenden von Ampère zuerst angestellten Versuch entschieden. Biegt man 2 Kupferdrähte in die Formen *ABCDEFGH* und *abcdefgh* (Fig. 63) hängt den kleineren *AH* an einem Faden bei *I* in der Richtung des kleinen Fortsatzes *GH* auf, während der andere in einer verticalen Ebene ihn umgebend fest aufgestellt wird, indem zugleich *H* in ein mit Quecksilber gefülltes Näpfchen, *A* in eine ebenfalls mit Quecksilber gefüllte, das Näpfchen ringförmig umschliessende Rinne taucht, und verbindet man dann *a* durch einen Leiter mit der Rinne, das Näpfchen und *h* dagegen mit den Polen einer Säule, so wird der Draht *AH* gedreht, und zwar so, dass er sich in die durch *ab* gebildete Ebene einstellt, aber so, dass beide Drähte in gleicher Richtung vom Strome durchflossen werden. Wenn also z. B. bei *H* der Strom eintritt, so würde er bei der gezeichneten Stellung die Drähte in der Richtung *HGFEDCBAabcdefgh* durchlaufen, dann dreht sich aber der innere Draht so, dass *CD* parallel nächst *fe*, *EF* nächst *dc* zu liegen kommt. Man kann dieses Resultat so aussprechen, dass paralle Drähte, die in gleicher Richtung von galvanischen Strömen durchflossen werden, wie *cd* und *EF* oder *ef* und *CD* sich anziehen, oder wenn die Stromrichtung in ihnen die ist, wie in *cd* und *CD* oder *ef* und *EF*, sich abstossen, und dass nicht parallele von Strömen durchflossene Drähte wie *de* und *DE* oder *CBGF* und *cbgf* sich so zu stellen streben, dass die Stromrichtung in ihnen eine gleiche wird.

Fig. 63



Einer genaueren Untersuchung werden die durch die Anziehung und Abstossung der von Strömen durchflossenen Leiter bedingten Erscheinungen, die sogenannten elektrodynamischen Erscheinungen, fähig, wenn man den Strom durch die schon im vorigen Paragraphen erwähnte bifilar aufgehängte Rolle und ausserdem durch eine zweite ihr genäherte Rolle gehen lässt. Ein in dieser Weise construirtes, von Weber eingeführtes, Instrument nennt man ein Elektrodynamometer oder auch kurz ein Dynamometer.

Gewöhnlich wird die feste Rolle so aufgestellt, dass der Mittelpunkt derselben mit dem der beweglichen zusammenfällt, und die Ebenen beider Rollen, wenn kein Strom durch dieselben geht, auf einander senkrecht stehen. Stellt man alsdann das Instrument so auf, dass die Normale der beweglichen Rolle, noch ohne von einem Strom durchflossen zu sein, in den magnetischen Meridian fällt, so würde sie ohne Einwirkung der andern Rolle, auch von einem Strome in angemessener Richtung durchflossen, weder vermöge ihrer Aufhängungsweise, noch vermöge des Erdmagnetismus aus dieser Lage entfernt werden. Dieses findet aber statt, wenn gleichzeitig die feste Rolle von demselben oder einem andern Strome durchflossen wird, d. h. diese letztere übt dann auf sie ein Drehungsmoment aus, welches nach der vorher gegebenen Regel die Ebene der beweglichen Rolle der der festen parallel, d. h. die Normale der ersteren senkrecht gegen den magnetischen Meridian zu stellen strebt. Dieses Drehungsmoment muss offenbar dem Quadrate der Stromstärke proportional sein, wenn derselbe Strom durch beide Rollen geht, oder solche verschiedene Ströme, deren Stromintensitäten in einem constanten Verhältnisse zu einander stehen, wenn wir die an sich wahrscheinliche Annahme machen, dass ein Stromelement auf ein anderes von constanter Stromintensität eine Kraft ausübt, die seiner eigenen Stromintensität und der des letztern proportional ist. Die Intensität des durch das Dynamometer gehenden Stromes kann man aber messen, indem man ihn zugleich durch ein Galvanometer gehen lässt; man findet dann die Tangenten der Ablenkung der beweglichen Rolle den Quadraten der Stromintensitäten proportional. Es kann daraus geschlossen werden, dass das Drehungsmoment, welches die feste Rolle auf die bewegliche ausübt, dem Quadrate der Stromintensität und dem Cosinus der Ablenkung aus dem magnetischen Meridian, oder dem Sinus des Winkels proportional ist, welchen ihre Ebenen mit einander bilden.

Wenn die feste Rolle des Dynamometers nicht absolut fest mit dem Instrumente verbunden ist, sondern gegen dasselbe in verschiedene Stellungen gebracht werden kann, so kann man dieselbe in verschiedenen Lagen und in ähnlicher Weise auf die drehbare Rolle ablenkend wirken lassen, wie wir einen Magnetstab in den rein magnetischen Versuchen auf einen drehbaren haben ablenkend wirken lassen. Um den Parallelismus zwischen beiden Ablenkungsversuchen vollständig hervortreten zu lassen, wollen wir auch hier unter erster Hauptlage der Ablenkungsrolle eine solche verstehen, worin der Mittelpunkt derselben in einer durch den Mittelpunkt der drehbaren Rolle senkrecht gegen den magnetischen Meridian gezogenen Geraden liegt, und ihre Ebene diesem letztern parallel ist, während die der drehbaren im nicht abgelenkten Zustande auf derselben senkrecht steht; und ebenso bezeichne die zweite Hauptlage eine solche Stellung, worin die Mittelpunkte beider Rollen im magnetischen Meridian liegen, und ebenfalls die Ebene der festen diesem

parallel, die der nicht abgelenkten drehbaren senkrecht dagegen ist. Misst man alsdann bei gemessenen Entfernungen R der Mittelpunkte beider Rollen von einander die Ablenkung φ der Achse der drehbaren aus dem magnetischen Meridian, wobei man noch durch Umkehrung der Stromrichtung in der festen Rolle und durch symmetrische Umstellung derselben in ähnlicher Weise wie bei den magnetischen Ablenkungsversuchen den Einfluss der Beobachtungsfehler eliminiren kann, und reducirt man, falls die Stromstärke in den verschiedenen Versuchen nicht constant geblieben ist, die Tangenten der beobachteten Ablenkungen nach dem obigen Gesetze auf gleiche Stromstärken, wozu man der Beobachtung der Stromstärke mittelst eines Hülfsgalvanometers bedarf: so findet man hier dieselben Gesetze wie bei den magnetischen Ablenkungen wieder. Es ergiebt sich nämlich für die erste Hauptlage

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2a}{R^3} + \frac{b}{R^5} + \cdots$$

und für die zweite

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{R^3} + \frac{b'}{R^5} + \cdots,$$

worin bei einigermaassen beträchtlichen Werthen von R die folgenden Glieder sehr rasch abnehmen, so dass für sehr grosse Entfernungen die Tangenten der Ablenkungen, folglich auch die grössten Drehungsmomente oder die Directionskräfte, welche die feste Rolle auf die bewegliche ausübt, den dritten Potenzen der Entfernungen umgekehrt proportional, und bei gleichen Entfernungen in der ersten Hauptlage doppelt so gross als in der zweiten sind.

Mit diesen Messungen, welche von Weber mit aller Schärfe wirklich ausgeführt sind, hat derselbe noch die Beobachtung der Ablenkung in einer dritten Lage der ablenkenden Rolle verbunden, worin nämlich die Mittelpunkte beider zusammenfielen, und die Tangente der beobachteten Ablenkung ebenfalls auf gleiche Stromintensität wie in den übrigen Versuchen reducirt. Dieser Werth steht freilich zu den übrigen in einem nicht so einfach angebbaren Verhältnisse, doch lässt sich derselbe ebenfalls benutzen, um das Gesetz zu ermitteln, nach welchem zwei Stromelemente bei gegebener Stromstärke und gegebener gegenseitiger Lage auf einander wirken. Die Ermittelung dieses Gesetzes ist der hauptsächlichste Zweck der genannten Ablenkungsversuche.

§. 277.

Die mathematische Analyse der im vorigen Paragraphen enthaltenen Gesetze zu dem angegebenen Zwecke würde zwar, wenn man gar keine andern Anhaltspunkte besässe, eine nicht ganz leichte Aufgabe sein, allein dieselbe ist dadurch erleichtert, dass Ampère, dem man auch die erste Entdeckung dieser Erscheinungen verdankt, aus unvollkommenern Beobachtungen

über die Fälle, in welchen ein von einem Strome durchflossener Leiter auf einen andern ebenfalls von einem Strome durchflossenen Leiter keine bewegende Kraft ausübt, ein allgemeines Gesetz für die Wechselwirkung zweier Stromelemente mit grosser Wahrscheinlichkeit abgeleitet hat.

Unter Voraussetzung der Richtigkeit dieses Gesetzes lässt sich nun berechnen, nach welchen Regeln das Drehungsmoment der festen Rolle auf die drehbare des Dynamometers in den verschiedenen Lagen bestimmt ist, und die Ausführung dieser Rechnungen zeigt, dass man daraus dieselben Regeln erhält, welche die Versuche ergeben, so wie den im dritten Falle beobachteten Werth desselben. Dadurch ist denn das Ampère'sche Fundamentalgesetz durch genaue Beobachtungen erwiesen, und es lassen sich nun aus demselben in allen Fällen, wo Form und gegenseitige Lage zweier von bekannten Strömen durchflossenen Leiter gegeben sind, die Kräfte berechnen, welche sie auf einander ausüben.

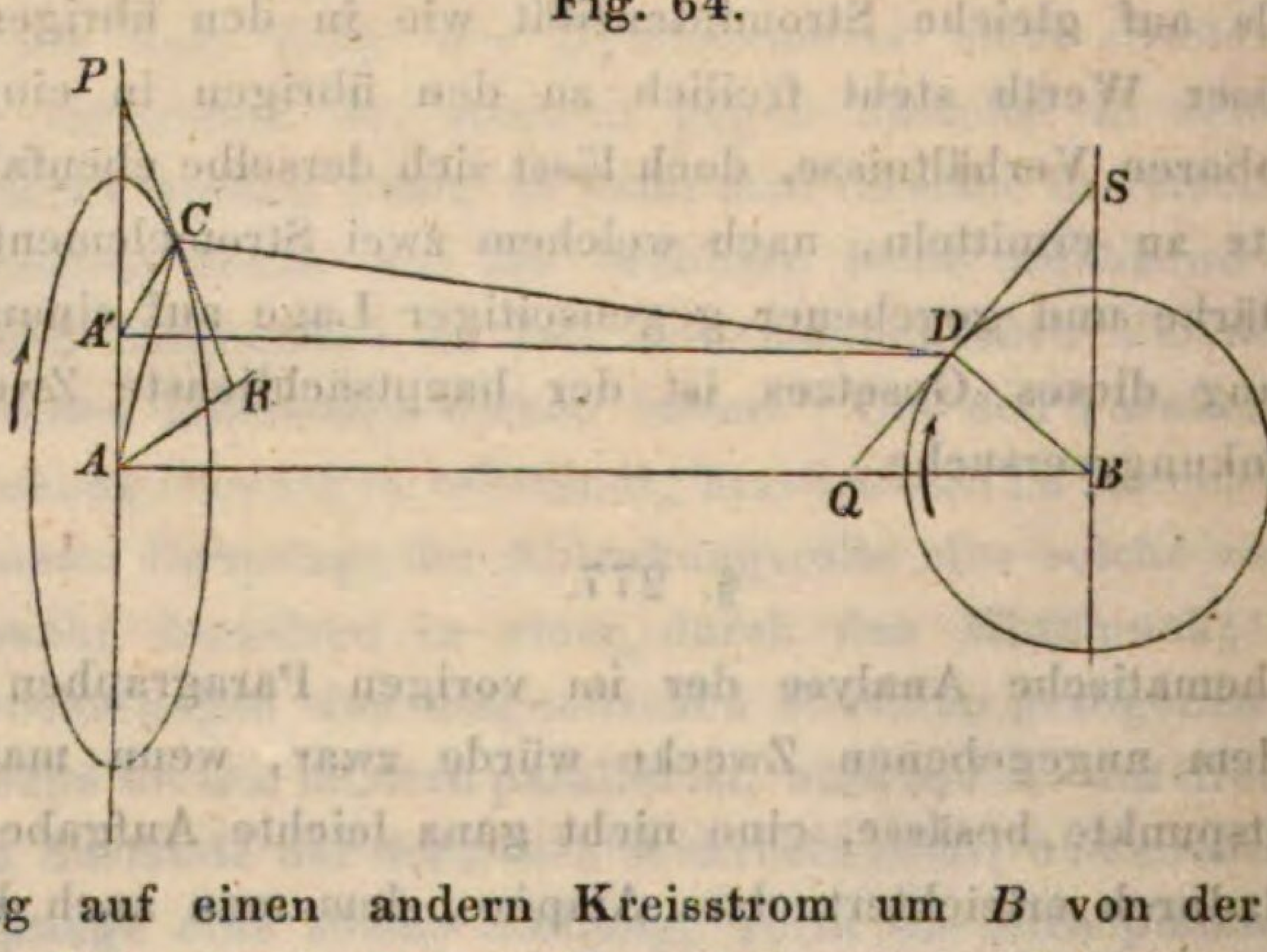
Das Gesetz selbst lässt sich folgendermaassen aussprechen: Bezeichnen s und s' die Längen zweier Stromelemente, i und i' die Stromintensitäten in denselben, r den gegenseitigen Abstand, ε den Winkel, welchen ihre Richtungen mit einander bilden, θ und θ' die Winkel, welchen die ihre Mitten verbindende Gerade r mit jedem derselben bildet, und a eine von der Wahl der Einheiten abhängige Constante, so wird die zwischen ihnen in der Richtung der Geraden r wirkende Kraft durch

$$-a \,.\, \frac{i \,.\, i' \,.\, s \,.\, s'}{rr} \,.\, (\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta \,.\, \cos\theta')$$

dargestellt, worin ein positiver Werth eine Abstossung, ein negativer eine Anziehung bezeichnet.

Um nun ein Beispiel von der Anwendung dieses Satzes zu geben, wollen wir daraus das Drehungsmoment berechnen, welches ein Kreisstrom um A (Fig. 64) von der Intensität i und der durch den Pfeil angedeuteten

Fig. 64.



Stromrichtung auf einen andern Kreisstrom um B von der Intensität i' und der ebenfalls durch den Pfeil angedeuteten Richtung ausübt, wenn

der Mittelpunkt des ersten in einer horizontalen Geraden in der Ebene des zweiten liegt, aber seine Stromebene auf dieser senkrecht steht; dieses Drehungsmoment bezieht sich dann auf eine mit dem verticalen Durchmesser des zweiten zusammenfallende Drehungsachse. Der Abstand AB der Mittelpunkte beider Kreise von einander sei R, der Kreishalbmesser des ersten $= r$, der des zweiten $= r'$. Jeden Kreis denken wir uns in eine genügend grosse Anzahl so kleiner Theile von den Längen s und s' getheilt, dass diese als geradlinig oder als Stromelemente angesehen werden können, und wir wollen zuerst die Kraft berechnen, welche ein Stromelement des ersten Kreises bei C auf ein Stromelement des zweiten bei D ausübt. Der Winkel, welchen der Radius AC mit der Durchschnittslinie AP der beiden Stromebenen macht, werde durch φ bezeichnet, und durch χ der Winkel, welchen der Radius BD mit BA macht; auch möge der Kürze wegen die Gerade CD, in deren Richtung diese Kraft wirkt, durch R' bezeichnet werden, so dass also

$$R'R' = (R - r' \cos \chi)^2 + (r \cos \varphi - r' \sin \chi)^2 + rr \sin^2 \varphi \text{ ist.}$$

Endlich sei AR eine Gerade, die auf der Ebene BAP in A senkreht steht, ebenso BS parallel AP, und die Tangenten PCR und QDS mögen die Richtungen der Stromelemente in C und D bezeichnen.

Die Cosinus der Winkel, welche PR der Reihe nach mit AB, AP und AR bildet, sind dann 0, $-\sin \varphi$ und $\cos \varphi$, während die Cosinus der Winkel, welche QS der Reihe nach mit denselben Geraden bildet, $-\sin \chi$, $\cos \chi$ und 0 sind. Daraus ergiebt sich der Cosinus des Winkels zwischen PR und QS oder

$$\cos \varepsilon = -\sin \varphi \,.\, \cos \chi.$$

Ferner sind, wenn $A'D$ parallel mit AB und ausserdem die Gerade $A'C$ gezogen wird, die Cosinus der Winkel, welche CD mit den 3 Geraden AB, AP und AR bildet,

$$\cos A'DC = \frac{A'D}{CD} = \frac{R - r' \cos \chi}{R'},$$

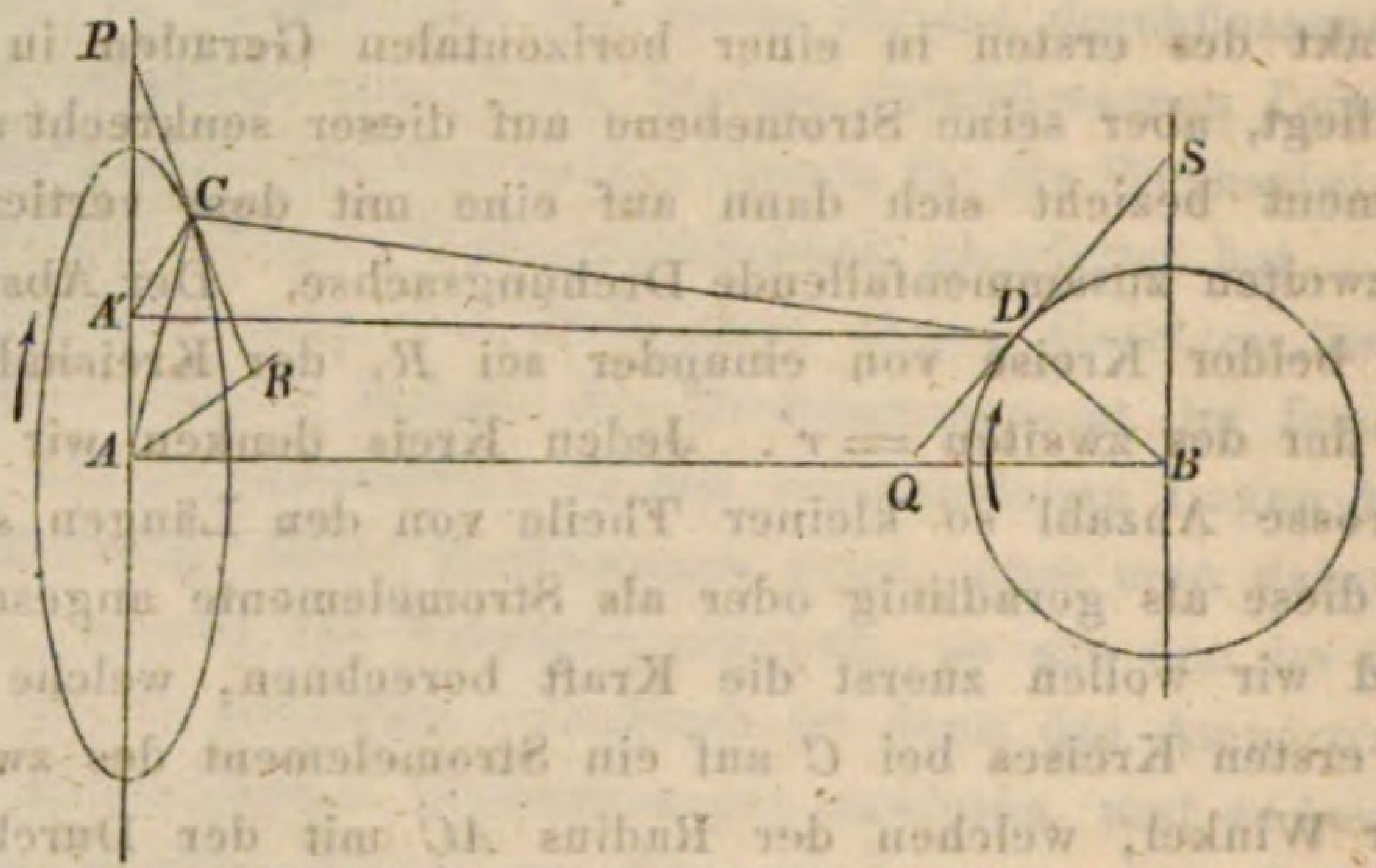
$$\sin A'DC \,.\, \cos PA'C = \frac{A'C \,.\, \cos PA'C}{CD} = \frac{r \,.\, \cos \varphi - r' \sin \chi}{R'},$$

$$\sin A'DC \,.\, \sin PA'C = \frac{A'C \,.\, \sin PA'C}{CD} = \frac{r \,.\, \sin \varphi}{R'}.$$

Folglich ergiebt sich der Cosinus des Winkels zwischen CR und CD oder

$$\cos \theta = -\frac{r \,.\, \cos \varphi - r' \sin \chi}{R'} \,.\, \sin \varphi + \frac{r \,.\, \sin \varphi}{R'} \cos \varphi$$

$$= \frac{r' \sin \chi \,.\, \sin \varphi}{R'}.$$



Die Cosinus der Winkel, welche DC mit AB, AP und AR bildet, sind die entgegengesetzten Werthe der obigen 3 Grössen, daher wird der Cosinus des Winkels zwischen DS und DC oder

$$\cos\theta' = \frac{R - r'\cos\chi}{R'}\sin\chi - \frac{r\,.\cos\varphi - r'\sin\chi}{R'}\cos\chi$$
$$= \frac{R\,.\sin\chi - r\,.\cos\varphi\,.\cos\chi}{R'}.$$

Folglich ergiebt sich die Kraft, in der Richtung CD wirkend, gleich

$$-\frac{a\,.\,ii'\,.\,ss'}{R'R'}\left(-\sin\varphi\,.\cos\chi - \tfrac{3}{2}\,\frac{r'\sin\chi\sin\varphi}{R'}\,.\,\frac{R\sin\chi - r\,.\cos\varphi\cos\chi}{R'}\right)$$
$$= \frac{a\,.\,ii'\,.\,ss'}{R'R'}\sin\varphi\left(\cos\chi + \tfrac{3}{2}\,\frac{r'\sin\chi\,(R\sin\chi - r\cos\varphi\cos\chi)}{R'R'}\right).$$

Daraus erhält man dann, wenn man dieselbe in 3 Componenten zerlegt, die den 3 Geraden AB, AP und AR parallel gerichtet sind, durch Multiplication mit den Cosinus der Winkel, welche CD mit diesen 3 Geraden macht, die folgenden Werthe:

$$\frac{a\,.\,ii'\,.\,ss'\,.\sin\varphi}{R'^3}\,.\,(R - r'\cos\chi)\left(\cos\chi + \tfrac{3}{2}\,\frac{r'\sin\chi\,(R\sin\chi - r\cos\varphi\cos\chi)}{R'R'}\right),$$
$$\frac{a\,.\,ii'\,.\,ss'\,.\sin\varphi}{R'^3}\,.\,(r\cos\varphi - r'\sin\chi)\left(\cos\chi + \tfrac{3}{2}\,\frac{r'\sin\chi\,(R\sin\chi - r\cos\varphi\cos\chi)}{R'R'}\right),$$
$$\frac{a\,.\,ii'\,.\,ss'\,.\sin\varphi}{R'^3}\,r\sin\varphi\left(\cos\chi + \tfrac{3}{2}\,\frac{r'\sin\chi\,(R\sin\chi - r\cos\varphi\cos\chi)}{R'R'}\right).$$

Für unsern Zweck kommt nur die dritte dieser Componenten in Betracht. Aus dieser ergiebt sich durch Multiplication mit $r'\cos\chi$ das Drehungsmoment, welches durch dieselbe auf den beweglichen Kreisstrom ausgeübt wird. Dieses wird also:

$$\frac{a\,.\,ii'\,.\,ss'\,.\sin^2\varphi\,.\cos\chi\,.\,rr'}{R'^3}\left(\cos\chi + \tfrac{3}{2}\,\frac{r'\sin\chi\,(R\,.\sin\chi - (r\cos\varphi\cos\chi)}{R'R'}\right).$$

Nun ist aber

$$R'R' = (R - r'\cos\chi)^2 + (r\cos\varphi - r'\sin\chi)^2 + rr\sin^2\varphi$$
$$= RR + r'r' + rr - 2r'R\cos\chi - 2rr'\sin\chi\cos\varphi$$
$$= RR\left(1 - \frac{2r'}{R}\cos\chi + \frac{r'r' + rr - 2rr'\sin\chi\cos\varphi}{RR}\right).$$

Nehmen wir nun noch an, dass die Halbmesser r und r' der Kreisströme nur klein gegen die Entfernung R sind, so können wir jenen Ausdruck in eine Reihe umwandeln, die nach den fallenden Potenzen von R geordnet ist, und bei hinreichender Grösse von R wird das erste Glied jener Reihe genügen. Begnügen wir uns mit diesem, d. h. berechnen wir das Drehungsmoment für eine unendlich grosse Entfernung, so ergiebt sich dasselbe

$$= \frac{a \, . \, ii' \, . \, s \, . \, s' \, . \sin^2\varphi \, . \cos^2\chi \, . \, rr'}{R^3}.$$

Nun ist aber $r \, . \sin\varphi \, . \, s \, . \sin\varphi$ der Flächenraum, welcher von dem Elemente s, den beiden von den Endpunkten desselben auf AP gefällten Lothen und den zwischen diesem enthaltenen Stücke von AP eingeschlossen ist. Bezeichnen wir durch f diese Fläche, so wird das Drehungsmoment

$$= \frac{a \, . \, ii' \, . \, s' \, . \cos^2\chi \, . \, r' \, . \, f}{R^3}.$$

Hierin ist f nur von den einzelnen Elementen des Kreisstromes um A abhängig. Das Drehungsmoment des ganzen Kreisstromes auf das Element s ist also dem Producte von $\frac{a \, . \, ii' \, . \, s \, . \cos^2\chi \, . \, r'}{R^3}$ in die Summe aller Flächen f gleich, welche den einzelnen Elementen des Kreisstromes um A entsprechen. Diese Summe ist aber Nichts Anderes als der von diesem Kreisstrom eingeschlossene Flächenraum $= rr \, . \, \varpi$. Folglich wird das Drehungsmoment

$$= \frac{a \, . \, ii' \, . \, s' \, . \cos^2\chi r'}{R^3} \, . \, rr \, . \, \varpi.$$

Ebenso ist $s' \, . \cos\chi \, . \, r' \, . \cos\chi$ das Flächenstück, welches von dem Elemente s', den von den Endpunkten desselben auf BS gefällten Lothen und dem zwischen diesen liegenden Stücke von BS enthalten ist; und das Drehungsmoment, welches der ganze Kreisstrom um A auf den ganzen Kreisstrom um B hervorbringt, ist die Summe aller Drehungsmomente, welche der ganze Kreisstrom um A auf die einzelnen Elemente s' ausübt, folglich ergiebt sich das gesammte Drehungsmoment

$$= \frac{a \, . \, ii'}{R^3} \, rr\varpi \, . \, r'r'\varpi;$$

oder das Drehungsmoment, welches ein fest aufgestellter Kreisstrom auf einen beweglichen Kreisstrom ausübt, wenn die Ebene des letztern senkrecht auf der des erstern steht, und sie halbirt, während zugleich die Entfernung der Mittelpunkte beider sehr gross gegen die Dimensionen der Ströme sind, ist direct proportional

1) dem Producte der Stromintensitäten,

2) dem Producte der von den Strömen umflossenen Flächenräume,

und umgekehrt proportional

der dritten Potenz der Entfernung ihrer Mittelpunkte von einander.

Dieser Ausdruck giebt ein Mittel, für die Stromintensitäten ein absolutes Maass ganz unabhängig von den magnetischen Maassen einzuführen. Machen wir nämlich die von den Strömen umlaufenen Flächenräume beide der Flächeneinheit gleich, und lassen wir sie aus der Einheit der Entfernung auf einander wirken, unter der Voraussetzung, dass dann noch die Wirkung nach demselben Gesetze wie bei sehr grossen Entfernungen stattfinde, d. h. multipliciren wir das in grosser Entfernung beobachtete Drehungsmoment mit der dritten Potenz der Entfernung, und betrachten dieses Product als das in der Entfernungseinheit ausgeübte Drehungsmoment, so wird dieses $= aii'$. Nehmen wir ferner noch an, die Stromintensität sei in beiden Leitern gleich und so beschaffen, dass das Drehungsmoment gleich 1 werde, so werden wir diese Stromintensität als die Einheit ansehen können; es ist dann $a = 1$ zu setzen, und der Ausdruck für die Kraft zwischen zwei Stromelementen wird unter Voraussetzung dieser Einheit der Stromintensitäten

$$-\frac{ii'\,.\,ss'}{rr}\,.\,(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'),$$

welcher sich für $i = i' = 1$, und $\varepsilon = 0$, $\theta = \theta' = 90^0$ auf $-\frac{ss'}{rr}$ reducirt. Die so bestimmte absolute Stromeinheit lässt sich also auch so definiren, dass sie diejenige Stromintensität ist, welche 2 Elemente haben müssen, damit sie bei paralleler und auf der Verbindungslinie senkrechter Richtung eine Kraft ausüben, welche sich zu der absoluten Krafteinheit verhält wie das Produkt ihrer Länge zum Quadrat ihrer Entfernung.

Um dieses zweite oder elektrodynamische Maass der Stromintensitäten mit dem elektromagnetischen zu vergleichen, müssen wir beachten, dass nach §. 272 das Drehungsmoment, welches ein Strom von der nach elektromagnetischem Maasse gemessenen Intensität I auf einen Magnet, dessen Moment $= M$ ist, aus hinreichend grosser Entfernung R ausübt, in einer Lage, welche der hier betrachteten Hauptlage entspricht, gleich $\frac{2IM}{R^3}rr\varpi$ ist. Denken wir uns nun den Magnet M durch einen Strom von der ebenfalls nach elektromagnetischem Maasse gemessenen Stromintensität I' ersetzt, der gleiche magnetische Wirkungen wie dieser in der Ferne hervorbringt, so muss, wenn $r'r'\varpi$ den von diesem umkreisten Flächenraum bezeichnet, $M = I'r'r'\varpi$ sein. Daraus ergiebt sich, dass das Drehungsmoment in dem gegebenen Falle

$$\frac{2II'\,.\,rr\varpi\,.\,r'r'\varpi}{R^3}\ \text{statt}\ \frac{ii'rr\varpi\,.\,r'r'\varpi}{R^3}$$

sein würde, wenn die Stromintensitäten nach elektromagnetischem und nicht nach elektrodynamischem Maasse gemessen wären.

Daraus folgt, dass wenn i die nach letzterem, I die nach ersterem Maasse gemessene Stromintensität bezeichnet,

$$I\sqrt{2} = i$$

ist, d. h. dass die nach elektromagnetischem Maasse gemessene Stromintensität mit $\sqrt{2}$ multiplicirt werden muss, um sie in elektrodynamischem Maasse zu erhalten, oder dass das letztere Maass sich zu ersterem verhält wie 1 zu $\sqrt{2}$.

Indess ist zu bemerken, dass auch dann, wenn man das elektrodynamische Maass anwenden will, es in der Regel zweckmässiger ist ein elektromagnetisches Galvanometer als das rein elektrodynamische Elektrodynamometer zur wirklichen Messung anzuwenden, weil der Gebrauch des erstern meist einfacher ist als der des letztern, und man auch dem erstern leichter eine grosse Empfindlichkeit als dem letztern geben kann.

Drittes Capitel.

Vom Leitungswiderstande und dem Einflusse desselben auf die Stromstärke.

§. 278.

Die im vorigen Capitel beschriebenen Galvanometer setzen uns in den Stand, die Stromstärke nach einem absoluten oder relativen Maasse immer zu messen, und wir können uns derselben zunächst bedienen, um zu untersuchen, ob die Beschaffenheit des Schliessungsbogens einen Einfluss auf die Stromstärke hat, und wenn dieses der Fall ist, welcher Art derselbe sei.

Man erkennt leicht, dass ein solcher Einfluss wirklich stattfindet. Schliessen wir einmal eine galvanische Kette nur durch den Multiplicatordraht eines Galvanometers und sonst nur möglich kürzeste Verbindungsdrähte, hinterher aber dieselbe Kette, nachdem noch ein flüssiger Leiter z. B. eine nasse Schnur oder ein Gefäss mit Wasser eingeschaltet ist, so erhalten wir im letztern Falle eine sehr viel geringere Ablenkung, die also eine beträchtlich schwächere Stromintensität als im erstern Falle anzeigt. Dasselbe findet auch noch statt, wenn statt des flüssigen Leiters ein längerer und dünner Metalldraht eingeschaltet wird, und man bemerkt sehr leicht, dass die Schwächung um so beträchtlicher ist, je länger der eingeschaltete Draht oder je dünner derselbe ist.

Stellt man nun eine grössere Versuchsreihe an, worin man stets dieselbe Kette schliesst, auch immer dasselbe Galvanometer gebraucht, aber der Reihe nach Drähte gleicher Substanz und gleicher Dicke, aber verschiedener Länge einschaltet, so lassen sich die Stromintensitäten i_1, i_2, i_3 . . . , die bei Einschaltung der Drähte von den Längen l_1, l_2, l_3 . . . beobachtet sind, wenn man sie mit der Stromintensität i vergleicht, welche ohne Einschaltung eines solchen Drahtes beobachtet wurde, sehr nahezu durch die Grössen vorstellen

$$\frac{i}{i_1} = 1 + al_1,\ \frac{i}{i_2} = 1 + al_2,\ \frac{i}{i_3} = 1 + al_3$$

und so fort; oder

$$i_1 = \frac{i}{1 + al_1},\ i_2 = \frac{i}{1 + al_2},\ i_3 = \frac{i}{1 + al_3}, \ldots$$

Diese Ausdrücke werden bequemer, wenn man auch i durch einen Bruch darstellt, oder $i = \frac{e}{w}$ setzt, sie werden alsdann

$$i_1 = \frac{e}{w + bl_1},\ i_2 = \frac{e}{w + bl_2}, \ldots$$

indem man $b = aw$ setzt; d. h. die Stromintensität, welche eine bestimmte Säule liefert, wenn sie durch verschiedene Schliessungsbogen geschlossen wird, lässt sich durch einen Bruch mit constantem Zähler und einem veränderlichen Nenner darstellen, so dass der Werth des letztern von der Beschaffenheit des Schliessungsbogens in der Weise abhängt, dass derselbe proportional mit seiner Verlängerung durch gleich dicke Drähte aus derselben Substanz wächst. Die Grössen bl_1, $bl_2 \ldots$ nennt man die Widerstände der eingeschalteten Drähte.

Der Schliessungsbogen wird aber nicht allein von den eingeschalteten Drähten gebildet, sondern auch von dem Drahte des Galvanometers, den nöthigen Verbindungsdrähten, so wie endlich der Säule selbst, und man muss annehmen, dass alle diese Theile in ähnlicher Weise einen Einfluss auf die Stromstärke haben, wie die willkürlich eingeschalteten. Offenbar wird dieser durch die Grösse w in unsern Formeln dargestellt, die man daher, insoweit sie von den zur Bildung der Säule unumgänglich erforderlichen Theilen herrührt, den wesentlichen Widerstand derselben nennt, von dem man den von den willkürlich eingeschalteten Theilen abhängigen als ausserwesentlichen unterscheidet. Mit Rücksicht hierauf lässt sich das Resultat unserer Versuche so aussprechen, dass die Stromintensität dem Gesammtwiderstande des Schliessungsbogens umgekehrt proportional, und der Gesammtwiderstand die Summe der Widerstände der einzelnen Theile des Schliessungsbogens ist, die vom Strome nach einander durchlaufen werden.

Unter der Stromintensität verstehen wir die Menge von Elektricität, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Schliessungsbogens geht, diese Menge muss der Geschwindigkeit proportional sein, mit der sich die Elektricität durch den letztern bewegt; da sie aber dem Gesammtwiderstande umgekehrt proportional ist, so muss auch erstere diesem umgekehrt proportional sein, und daraus rechtfertigt sich der Name Widerstand, weil derselbe eine Kraft der Leiter anzeigt, wodurch sie die Geschwindigkeit der Elektricität vermindern, der Bewegung dieser sich also widersetzen.

Andererseits muss aber die Menge der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt gehenden Elektricität der Kraft proportional sein, welche sie in Bewegung setzt; diese letztere ist aber die elektromotorische, d. h. die die Elektricitäten an den Berührungsflächen der heterogenen Substanzen fortwährend neu scheidende und in entgegengesetzter Richtung bewegende Kraft. Es wird also die Grösse e in der obigen Formel der elektromotorischen Kraft proportional, und bei zweckmässiger Wahl der Einheiten ihr gleich gesetzt werden können.

Dieses Gesetz nun, nach welchem die Stromintensität der elektromotorischen Kraft direkt, und dem Widerstande des Schliessungsbogens umgekehrt proportional gesetzt wird, heisst nach seinem Entdecker das Ohmsche Gesetz, und bildet die Grundlage der Theorie der galvanischen Kette.

Die Grössen der Widerstände bestimmter Theile des Schliessungsbogens sind, wie wir gesehen haben, bei gleicher Substanz und Dicke derselben ihren Längen proportional; wir können uns daher denselben in einem Leiter so vertheilt denken, dass jede Längeneinheit desselben mit einer bestimmten Kraft der Bewegung der Elektricität widerstrebt, dass daher um eine bestimmte Bewegung der Elektricität hervorzubringen, eine um so grössere treibende Kraft erfordert wird, je mehr Widerstandskräfte solcher Längeneinheiten zu überwinden sind.

Den Einfluss, welchen die Dicke eines Leiters auf den Widerstand hat, können wir uns hiernach nun so berechnen. Nehmen wir zwei Drähte gleicher Länge, Dicke und Substanz und verbinden diese der Länge nach miteinander, so ist der Widerstand des ganzen Drahtes doppelt so gross, wie der jedes einzelnen. Wenn sie aber so mit einander verbunden werden, dass sie nur einen einzigen Draht von der Länge des einfachen aber von doppeltem Querschnitte bilden, so wird, damit durch den Querschnitt dieses dickern Drahtes eben so viel Elektricität in der Zeiteinheit gehe, wie vorher durch einen einfachen, durch jeden der einzelnen nur die Hälfte zu gehen brauchen; wenn daher die treibende Kraft in beiden Fällen gleich ist, so wird durch den doppelten Draht doppelt so viel Elektricität fliessen als durch den einfachen. Der Widerstand des doppelten Drahtes wird also nur halb so gross sein als der des einfachen von gleicher Länge, oder nur ein Viertel von dem des einfachen von doppelter Länge; oder es ergiebt sich hieraus, dass der Widerstand eines Drahtes seiner Länge direkt, und seinem Querschnitt umgekehrt proportional ist. Dieses Verhältniss wird nun auch durch den Versuch bestätigt, indem wenn wieder i die Stromintensität ohne Einschaltung eines Drahtes, i_1 die bei Einschaltung eines einfachen von zwei gleichen Drähten, i_2 die bei Einschaltung beider Drähte, indem sie ihrer Länge nach aneinander gereiht sind, und i_3 endlich die bei einer solchen Einschaltung derselben Drähte bezeichnet, bei welcher sie vom Strom gemeinschaftlich durchlaufen werden, sich die Verhältnisse ergeben:

$$\frac{i}{i_1} = 1 + al$$

$$\frac{i}{i_2} = 1 + \frac{al}{2}$$

$$\frac{i}{i_3} = 1 + 2al.$$

Die Verhältnisse, in welchen die Widerstände gleich langer und gleich dicker Leiter stehen, bezogen auf einen unter ihnen (wozu man gewöhnlich das Kupfer wählt) nennt man ihre specifischen Widerstände. Sie sind bei verschiedenen Metallen sehr verschieden, aber beträchtlich kleiner als bei den flüssigen Leitern, so dass die Einschaltung eines kurzen dicken Drahtes in eine Stromleitung den Strom nur unmerklich schwächt, während die Einschaltung einer kurzen aber sehr breiten und hohen Schicht einer Flüssigkeit fast immer eine sehr beträchtliche Schwächung zur Folge hat.

§. 279.

Durch eine Verallgemeinerung der am Ende des vorigen Paragraphen angestellten Betrachtung lässt sich leicht der Widerstand bestimmen, der in einer Kette vorhanden ist, die zum Theil aus mehreren neben einander liegenden Drähten besteht, wenn die Widerstände dieser einzelnen Drähte gegeben sind. Sei nämlich der Widerstand in dem ungetheilten Schliessungsbogen $= W$, und $w_1, w_2, w_3 \ldots w_n$ die der n neben einander eingeschalteten Drähte. Jeden dieser Drähte können wir uns durch einen andern von demselben Widerstande ersetzt denken, der aber so beschaffen ist, dass alle diese substituirten Drähte denselben specifischen Widerstand c und auch eine gleiche Länge l haben, während die Verschiedenheit der Widerstände nur durch eine Verschiedenheit ihrer Querschnitte bedingt wird. Alsdann muss noch immer der Widerstand, welchen die letztern neben einander verbunden darbieten würden, dem Widerstande w gleich sein, welchen die wirklich vorhandenen Drähte neben einander verbunden hervorbringen. Bezeichnen wir nun durch $c_1, c_2 \ldots c_n$ die specifischen Widerstände, durch $v_1, v_2 \ldots v_n$ die Querschnitte und durch $l_1, l_2 \ldots l_n$ die Längen dieser letztern, so sind deren Widerstände gleich $\frac{c_1 l_1}{v_1}, \frac{c_2 l_2}{v_2}, \ldots \frac{c_n l_n}{v_n}$. Der Querschnitt V_n eines dem $n$ten Drahte substituirten Drahtes von dem specifischen Widerstande c und der Länge l ergiebt sich daher aus der Gleichung:

$$\frac{c_n \cdot l_n}{v_n} = \frac{c \cdot l}{V_n} \text{ oder } V_n = \frac{cl \cdot v_n}{c_n l_n} = \frac{cl}{w_n}.$$

Der Widerstand w aber, welchen die substituirten Drähte neben einander eingeschaltet besitzen, ist der eines Drahtes vom specifischen Widerstande c, der gemeinschaftlichen Länge l und einem Querschnitte gleich der Summe der Querschnitte dieser einzelnen Drähte, oder es ist

$$w = \frac{c \cdot l}{V_1 + V_2 + \ldots + V_n} = \frac{cl}{\frac{cl}{w_1} + \frac{cl}{w_2} + \ldots \frac{cl}{wn}} = \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \ldots \frac{1}{wn}}$$

$$= \frac{w_1 \cdot w_2 \ldots . wn}{w_2 \cdot w_3 \ldots wn + w_1 \cdot w_3 \cdot w_4 \ldots wn \ldots . + w_1 \cdot w_2 \ldots . wn - 1}.$$

Ist daher e die elektromotorische Kraft der Kette, so ergiebt sich die Stromintensität i in dem ungetheilten Schliessungsbogen, $i = \frac{e}{W + w}$ oder:

$$i = \frac{e}{W + \frac{wn.'}{{}_1wn.' + {}_2wn.' \ldots + {}_nwn.'}}$$

wenn $wn.' = w_1 \cdot w_2 \ldots w_n$ und ${}_iwn.' = \frac{wn.'}{w_i}$ gesetzt wird; oder

$$i = \frac{e\,({}_1wn.' + {}_2wn.' + \ldots {}_nwn.')}{W({}_1wn.' + {}_2wn.' + \ldots + {}_nwn.') + wn.'}.$$

In den einzelnen Zweigen des getheilten Schliessungsbogens ist die Stromintensität im Allgemeinen verschieden, und zwar muss die Summe der Stromintensitäten in allen Zweigen der im ungetheilten Theile gleich, und in den einzelnen Zweigen den betreffenden Widerständen umgekehrt proportional sein. Bezeichnen wir also durch i_1, i_2, ... i_n die Intensitäten in den einzelnen Zweigen, so wird:

$$i_1 + i_2 + \ldots i_n = i \text{ und}$$

$$i_1 : i_2 : \ldots : i_n = \frac{1}{w_1} : \frac{1}{w_2} : \ldots \frac{1}{wn},$$

woraus folgt:

$$i_i = \frac{e \cdot {}_iwn.'}{W \cdot ({}_1wn.' + {}_2wn.' + \ldots + {}_nwn.') + wn.'}.$$

Hieraus ergiebt sich eine Methode die Widerstände zweier Drähte A und B sehr genau mit einander zu vergleichen, vorausgesetzt, dass man eine Säule von genau constant bleibender elektromotorischer Kraft besitze. Die meisten Säulen besitzen freilich eine solche constante elektromotorische Kraft nicht, doch werden wir später eine kennen lernen, welche diese Eigenschaft hat, und mit deren Hülfe lässt sich die Vergleichung der Widerstände ausführen. Ausser den beiden zu vergleichenden Drähten A und B, deren Widerstände W_a und W_b sein mögen, bedarf man noch der Säule, deren Widerstand W_1 sei, und des Galvanometers, dessen Multiplicator den Widerstand W_2 haben möge.

Verbindet man den Multiplicatordraht mit den Enden der Säule, schaltet aber zugleich eine Nebenschliessung ein, die einmal aus dem Draht A, einmal aus dem Draht B, einmal aus den Drähten A und B nach einander, und einmal aus den Drähten A und B neben einander gebildet wird, und misst man die vier Stromstärken I_1, I_2, I_3, I_4, welche den durch den Multi-

plicator in diesen 4 Fällen gehenden Stromtheilen zukommen, so bieten diese die Mittel zur Vergleichung dar.

Es ist nämlich:

$$I_1 = \frac{e w_a}{w_2 (w_a + w_1) + w_1 w_a},$$

$$I_2 = \frac{e w_b}{w_2 (w_b + w_1) + w_1 w_b},$$

$$I_3 = \frac{e (w_a + w_b)}{w_2 (w_a + w_b + w_1) + w_1 (w_a + w_b)},$$

$$I_4 = \frac{e \frac{w_a \cdot w_b}{w_a + w_b}}{w_2 \left(\frac{w_a \cdot w_b}{w_a + w_b} + w_1 \right) + w_1 \frac{w_a \cdot w_b}{w_a + w_b}},$$

oder:

$$I_1 = \frac{e}{w_1 + w_2 + \frac{w_1 w_2}{w_a}},$$

$$I_2 = \frac{e}{w_1 + w_2 + \frac{w_1 w_2}{w_b}},$$

$$I_3 = \frac{e}{w_1 + w_2 + \frac{w_1 w_2}{w_a + w_b}},$$

$$I_4 = \frac{e}{w_1 + w_2 + \frac{w_1 w_2 (w_a + w_b)}{w_a \cdot w_b}}.$$

Setzt man nun $\frac{w_1 + w_2}{e} = \alpha$, $\frac{w_1 w_2}{e} = \beta$, so wird:

$$\frac{1}{I_1} = \alpha + \frac{\beta}{w_a}, \ldots \ldots (1)$$

$$\frac{1}{I_2} = \alpha + \frac{\beta}{w_b}, \ldots \ldots (2)$$

$$\frac{1}{I_3} = \alpha + \frac{\beta}{w_a + w_b}, \ldots (3)$$

$$\frac{1}{I_4} = \alpha + \frac{\beta (w_a + w_b)}{w_a \cdot w_b}. . (4)$$

Nun ergiebt sich aus der ersten und zweiten Gleichung:

$$\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} = \frac{\beta}{w_a} - \frac{\beta}{w_b}$$

oder:

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1 I_2} = \beta \cdot \frac{w_b - w_a}{w_a \cdot w_b}, \ . (5)$$

und aus der zweiten und dritten:

$$\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_3} = \frac{\beta}{w_b} - \frac{\beta}{w_a + w_b},$$

oder

$$\frac{I_3 - I_2}{I_2 I_3} = \beta \cdot \frac{w_a}{w_b (w_a + w_b)},$$

also

$$\beta = \frac{I_3 - I_2}{I_2 \cdot I_3} \cdot \frac{w_b}{w_a} (w_a + w_b).$$

Setzt man diesen Werth von β in (5), so kommt

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{w_b - w_a}{w_a w_a} (w_a + w_b) \frac{I_3 - I_2}{I_3}$$

oder wenn man $\frac{w_b}{w_a} = x$ setzt:

$$\frac{I_3}{I_1} \frac{I_2 - I_1}{I_3 - I_2} = xx - 1,$$

also

$$xx = \frac{I_3 (I_2 - I_1) + I_1 (I_3 - I_2)}{I_1 (I_3 - I_2)} = \frac{I_2 (I_3 - I_1)}{I_1 (I_3 - I_2)}$$

oder

$$x = \sqrt{\frac{I_2}{I_1} \frac{I_3 - I_1}{I_3 - I_2}}$$

Ebenso ergiebt sich aus (2) und (4)

$$\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_4} = \frac{\beta}{w_b} - \frac{\beta (w_a + w_b)}{w_a \cdot w_b}$$

oder

$$\frac{I_4 - I_2}{I_2 \cdot I_4} = - \frac{\beta}{w_b} \frac{w_b}{w_a} = - \frac{\beta}{w_a}$$

oder

$$\beta = w_a \frac{I_2 - I_4}{I_2 \cdot I_4}$$

und wenn man diesen Werth von β in (5) setzt, so kommt:

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1 I_2} = \frac{I_2 - I_4}{I_2 \cdot I_4} \cdot w_a \frac{w_b - w_a}{w_a \cdot w_b}$$

oder

$$\frac{I_2 - I_1}{I_2 - I_4} \cdot \frac{I_4}{I_1} = 1 - \frac{w_a}{w_b} = 1 - \frac{1}{x}$$

also

$$\frac{1}{x} = 1 - \frac{I_2 - I_1}{I_2 - I_4} \cdot \frac{I_4}{I_1} = \frac{I_2 (I_1 - I_4)}{I_1 (I_2 - I_4)}$$

oder

$$x = \frac{I_1}{I_2} \frac{I_2 - I_4}{I_1 - I_4}.$$

Daraus folgt noch, dass

$$\frac{I_1\,I_1}{I_2\,I_2}\left(\frac{I_2 - I_4}{I_1 - I_4}\right)^2 = \frac{I_2}{I_1}\,\frac{I_3 - I_1}{I_3 - I_2}$$

sein muss.

Diese Gleichung bietet theils ein Mittel dar, sich von der Richtigkeit der Beobachtungen zu überzeugen, theils aber giebt sie, da genaue Beobachtungen sie wirklich erfüllen, einen strengen Beweis für die Richtigkeit des Ohmschen Gesetzes, aus welchem sie abgeleitet ist.

Man kann übrigens in sehr verschiedener Weise das Ohmsche Gesetz zur Vergleichung der Widerstände von Drähten benutzen. In dieser Hinsicht ist noch zu erwähnen, dass man in der früher angegebenen Einrichtung eines Multiplicators, diesen aus mehreren Drähten zu bilden, ein sehr empfindliches Mittel besitzt, Widerstände, die nahe gleich sind, darauf zu prüfen, und allenfalls einander vollkommen gleich zu machen. Lässt man nämlich einen Strom durch zwei solche Multiplicatordrähte, die einen verzweigten Bogen bilden, aber durch diese in entgegengesetzten Richtungen gehen, so kann man durch Einschaltung eines Drahtes in den einen es erreichen, dass die Wirkung beider Multiplicatoren auf die Nadel sich geradezu aufhebt. Besitzen die beiden Multiplicatordrähte gleich viel symmetrisch gegen die Nadel liegende Windungen, so sind dann die Widerstände in beiden Zweigen genau gleich, und die Nadel wird dann nicht mehr abgelenkt werden, wenn in jeden Zweig noch einer von zwei Drähten eingeschaltet wird, deren Widerstände untereinander genau gleich sind, während eine Ungleichheit der Widerstände eine Ablenkung der Nadel nach der einen oder andern Seite hin bewirkt.

§. 280.

Das Ohmsche Gesetz bietet ausser der Möglichkeit von Widerstandsvergleichungen auch die Mittel dar, die elektromotorischen Kräfte verschiedener galvanischer Säulen mit einander zu vergleichen. Bezeichnen wir durch e die elektromotorische Kraft eines galvanischen Apparates, nach einer willkürlichen Einheit gemessen, durch w die Summe seines Widerstandes und des des Multiplicators eines Galvanometers inclusive der nöthigen Verbindungsdrähte, ebenfalls nach einer willkürlichen Einheit gemessen, so ist die Stromintensität $i = \frac{e}{w}$.

Schaltet man nun einen Draht A ein, dessen Widerstand $= W$ sei, so wird die jetzt beobachtete Stromstärke $I = \frac{e}{w + W}$.

Liefert ebenso eine andere Säule bei einfacher Schliessung durch denselben Multiplicator die Stromstärke $i = \frac{e_1}{w_1}$, wo e_1 und w_1 für diese dieselbe Bedeutung haben wie e und w für die erste Säule, und nach Ein-

schaltung desselben Drahtes A die Stromstärke $I_1 = \frac{e_1}{w_1 + W}$, so giebt die Vergleichung der 4 Stromstärken i, I, i_1 und I_1 das Mittel zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte, denn es ist:

$$e = iw \text{ und } e = I(w + W)$$

$$e_1 = i_1 w_1 \text{ und } e_1 = I_1(w_1 + W),$$

daraus ergiebt sich:

$$iw = I(w + W)$$

und

$$i_1 w_1 = I_1(w_1 + W)$$

oder

$$w = W . \frac{I}{i - I}$$

$$w_1 = W \frac{I_1}{i_1 - I_1},$$

folglich

$$e = \frac{i . W . I}{i - I}$$

$$e_1 = \frac{i_1 W . I_1}{i_1 - I_1}$$

also

$$\frac{e}{e_1} = \frac{i . I}{i_1 . I_1} . \frac{i_1 - I_1}{i - I}.$$

Es ist überhaupt klar, dass wenn von den drei zusammengehörigen Grössen i, e und w, oder Stromintensität, elektromotorische Kraft und Gesammtwiderstand, zwei gegeben sind, auch die dritte jedesmal bestimmt ist, wo bei der Messung derselben derjenige Werth als Einheit zu Grunde liegt, welcher den Einheiten der beiden andern Grössen entspricht. Da wir nun die Stromintensitäten nach einem absoluten Maasse messen können, so können auch die Widerstände und die elektromotorischen Kräfte nach absolutem Maasse gemessen werden, wenn noch für eine derselben ein solches Maass festgesetzt ist. Im weitern Verfolge werden wir nun sehen, dass ein solches Maass für die elektromotorischen Kräfte festgestellt werden kann.

Man hat auch wohl für den Widerstand ein willkürliches Maass festgesetzt, nämlich denjenigen, welchen ein Kupferdraht besitzt, dessen Länge gleich ein Meter und dessen Durchmesser gleich ein Millimeter ist; indessen ist dieses Maass ungenau, weil genaue Beobachtungen gezeigt haben, dass der specifische Widerstand des Kupfers (wie jedes andern Leiters) nicht immer ganz gleich ist, selbst für das chemisch reine Kupfer, sondern dass je nach der Bearbeitung, welche das Kupfer erfahren hat, sich geringere oder grössere Verschiedenheiten zeigen. Auch ist in dieser Hinsicht noch zu bemerken, dass der Widerstand eines Leiters mit der Temperatur desselben zunimmt; nach Lenz's Beobachtungen kann der Einfluss der Temperatur t auf den Widerstand w eines Drahtes durch die Formel ausgedrückt werden

$$w = a + bt + ctt,$$

worin a den Werth desselben für eine Normaltemperatur, und b und c Constanten bezeichnen.

Für manche Zwecke ist es übrigens bequem, einen bestimmten willkürlich gewählten Widerstand als Einheit zu Grunde zu legen, wozu man dann immer ein und denselben Draht benutzen kann. Durch Einschaltung desselben und zweckmässige Combination mit andern Drähten und verschiedenen galvanischen Säulen kann man dann die relativen Werthe der Widerstände und der elektromotorischen Kräfte dieser ermitteln, und so wenigstens alle zusammengehörigen Messungen auf eine Einheit reduciren. Eine absolute Messung des Widerstandes des dabei benutzten Drahtes (des Etalons) kann dann dazu dienen, auch die übrigen gemessenen Grössen auf absolute Maasse zurückzuführen, vorausgesetzt, dass man die Stromintensitäten nach absolutem Maasse gemessen hat.

Während die Messung der Widerstände metallischer Leiter nach dem Vorhergehenden keine Schwierigkeit hat, wenn ein gegebenes Maass zu Grunde gelegt werden kann, treten der Ermittelung derselben in flüssigen Leitern einige Schwierigkeiten entgegen, die diese zum Mindesten weit ungenauer machen.

Diese Schwierigkeiten entspringen theils daraus, dass die Widerstände derselben im Allgemeinen sehr beträchtlich sind, und man daher, um nicht zu geringe Stromstärken zu erhalten, ihnen keine grosse Länge, wohl aber beträchtliche Querschnitte geben muss, theils daraus, dass an den Berührungsstellen derselben mit den metallischen Theilen des Schliessungsbogens elektromotorische Kräfte thätig sind, welche sich nicht immer, wie bei den eingeschalteten metallischen Drähten in Folge des Gesetzes der Spannungsreihe, gegenseitig aufheben, theils endlich daraus, dass die flüssigen Leiter, wie wir im nächsten Capitel sehen werden, durch den Strom selbst Veränderungen erleiden, deren Einfluss sich nur schwierig ermitteln lässt.

Namentlich um die aus den beiden letzten Ursachen entspringenden Fehlerquellen zu eliminiren oder wenigstens unschädlich zu machen, verfährt man bei der Bestimmung der Widerstände flüssiger Leiter so, dass man diesen in ein prismatisches Gefäss von veränderlicher Länge einschliesst, und die Stromintensitäten beobachtet, welche man bei verschiedenen Längen dieses erhält, unter gleichzeitiger Einschaltung oder Ausschliessung eines Widerstandsetalons; hieraus berechnet man dann nach dem Ohmschen Gesetze den der Längeneinheit entsprechenden Widerstand.

Wenn man längere Zeit einen constanten Strom haben will, den in der Regel die Säulen an sich nicht liefern, so schaltet man zweckmässig in die Leitung einen sogenannten Rheostat ein. Es besteht dieser aus einem längern auf einen drehbaren isolirenden Cylinder aufgewundenen Drahte. Dieser kann entweder auf einen andern aber metallischen Cylinder unter gleichzeitiger Abwicklung vom ersten aufgewunden werden, oder bei der Drehung des ersten Cylinders gleitet eine auf den Draht drückende Metallfeder längs des Drahtes hin. Wenn nun das eine Ende des aufgewundenen Drahtes

mit dem einen Pol der Säule, der Metallcylinder oder die Feder mit dem andern verbunden ist, so wird durch eine Drehung des Cylinders nach der einen oder andern Seite die Länge des in die Stromleitung eingeschalteten Theils des längern Drahtes vergrössert oder verkleinert, und so kann man durch Drehung desselben bewirken, dass wenigstens keine erheblichen Aenderungen der Stromintensität in dem geschlossenen Bogen während einer längern Zeit eintreten. Es ist indessen die Leitung da, wo die Feder auf den Draht drückt, oder dieser den Metallcylinder berührt, immer etwas unsicher; das Instrument muss also stets mit Vorsicht gebraucht werden. Die Widerstände misst man auch wohl, wenn man ein solches Instrument gebraucht, nach dem Widerstande einer Rheostatwindung, und bringt dazu einfache Vorrichtungen an dem Instrumente an, welche in jedem Augenblicke die Länge des eingeschalteten Drahtes leicht abzulesen erlauben.

§. 281.

Das Ohmsche Gesetz giebt eine Anleitung, wie man eine gegebene Anzahl von galvanischen Elementen mit einem gegebenen Schliessungsbogen combiniren muss, um in diesem die grösste Stromstärke zu erhalten. Es lassen sich diese nämlich entweder säulenartig so combiniren, dass das Zink oder das diesem entsprechende Metall des einen Elementes mit dem Kupfer oder dem diesem entsprechenden Metalle des andern verbunden wird, oder sie können auch ein einziges Element von grossem Querschnitte bilden, indem alle Zinkplatten unter einander und alle Kupferplatten unter einander verbunden werden, oder endlich können auch je mehrere in dieser letztern Weise zu grössern Elementen, und diese dann wieder säulenartig mit einander vereinigt werden. Nehmen wir an, es seien n Elemente gegeben, deren jedes die elektromotorische Kraft e und den Widerstand w besitze, der Widerstand des übrigen Schliessungsbogens sei gleich W.

Werden die Elemente säulenartig mit einander verbunden, so ist die Intensität des Stromes $= \frac{n \cdot e}{nw + W}$. Wenn nun W sehr klein gegen w ist, so ist $nw + W$ wenig von $nw + nW$, oder $\frac{ne}{nw + W}$ wenig von $\frac{ne}{nw + nW} = \frac{e}{w + W}$ verschieden. Dieser letztere Ausdruck giebt aber die Stromintensität an, welche ein Element mit dem Schliessungsbogen verbunden liefern würde; d. h. also, wenn der wesentliche Widerstand eines einzelnen Elementes beträchtlich gegen den des übrigen Schliessungsbogens ist, so gewährt eine Säule aus solchen Elementen wenig Vortheil vor einem einzelnen Elemente. Wenn aber umgekehrt W gegen w beträchtlich ist, so ist $nw + W$ wenig von $w + W$ verschieden, oder $\frac{ne}{nw + W}$ wenig von $\frac{ne}{w + W}$, d. h. dann ist die Stromstärke der Anzahl der zur Säule verbundenen Elemente nahe proportional, freilich

so, dass sie mit steigender Anzahl der Elemente von dieser Proportionalität sich immer mehr und mehr entfernt. Wäre $W = w$, so würde die Stromstärke $= \frac{ne}{(n+1)\,w}$ sein, während die eines einzelnen Elementes $\frac{e}{2w}$ wäre, und zwischen der der Säule und dieser letztern bestände dann das Verhältniss von $2n$ zu $n+1$.

Wenn man aber die Elemente in der zweiten der oben angegebenen Arten combinirt, so bildet jedes eine Nebenschliessung für die übrigen. Betrachten wir zunächst die Stromintensität, welche von der elektromotorischen Kraft eines Elementes herrührt. Dieser Strom ist in dem erzeugenden Elemente ungetheilt, sonst aber theilt er sich unter n Zweige, von denen $n - 1$ den Widerstand w besitzen und einer den Widerstand W. Der Gesammtwiderstand dieser Zweige ist also nach §. 279:

$$\frac{w^{n-1} \,.\, W}{(n-1)\, w^{n-2} \,.\, W + w^{n-1}} = \frac{w \,.\, W}{(n-1)\, W + w}.$$

Mithin ist die Stromintensität $= \cfrac{e}{w + \cfrac{wW}{(n-1)\,W + w}}$

$$= \frac{e\,((n-1)\,W + w)}{nwW + ww} = \frac{e}{w}\,\frac{w + (n-1)\,W}{w + nW}.$$

Davon kommt auf den Schliessungsbogen der Theil

$$\frac{w}{(n-1)\,W + w} \cdot \frac{e}{w} \cdot \frac{w + (n-1)\,W}{w + nW} = \frac{e}{w + nW}.$$

Da nun n Elemente durch den letztern jedes einen Strom von dieser Stärke sendet, und diese Ströme hier alle gleiche Richtung haben, so ist die Gesammtstärke im Schliessungsbogen $= \frac{ne}{w + nW}$.

In diesem Falle ist, wenn W gegen w gross ist, dieser Ausdruck wenig von $\frac{e}{w + W}$ verschieden, oder bei grossem ausserwesentlichem Widerstande ist ein grosser Querschnitt eines Elementes wenig vortheilhafter als ein kleiner; dagegen wird jener Ausdruck wenig von $\frac{ne}{w + W}$ verschieden, wenn W gegen w klein ist, in welchem Falle also die Stromstärke dem Querschnitte des Elementes nahe proportional ist.

Betrachten wir endlich noch den Fall, wo i Elemente zu einem von grösserem Querschnitte oder grösserer Oberfläche, und n solcher grössern Elemente säulenartig verbunden sind, die Anzahl der Elemente also $= ni$ ist. Der Widerstand eines solchen grössern Elementes ist dann $\frac{w^i}{iw^{i-1}} = \frac{w}{i}$; folglich die Stromintensität im Schliessungsbogen $= \cfrac{ne}{\cfrac{nw}{i} + W} = \frac{ni \,.\, e}{nw + iW}$.

Dieser Ausdruck wird bei gegebenen Werthen von e, w, W und i am grössten, wenn $nw = iW$ wird, denn ist $nw > iW$, so ist $nw + iW > 2iW$, folglich

$$\frac{nie}{nw + iW} < \frac{nie}{2iW} = \frac{ne}{2W},$$

und ist $nw < iW$, so ist $nw + iW > 2nw$, also

$$\frac{nie}{nw + iW} < \frac{nie}{2nw} = \frac{ie}{2w}.$$

Wenn aber $nw = iW$, so wird

$$\frac{nie}{2w + iW} = \frac{nie}{2nw} = \frac{ie}{2w} \text{ oder } = \frac{nie}{2iW} = \frac{ne}{2W}.$$

Man muss also, um die grösste Stromstärke mit m Elementen zu erhalten, deren jedes die elektromotorische Kraft e und den Widerstand w besitzt, während der übrige Schliessungsbogen den Widerstand W hat, die Elemente in n Gruppen theilen, deren einzelne Elemente unter einander zu grösseren Elementen, und die mit einander wieder säulenartig verbunden werden, so dass

$$nw = \frac{m}{n} W,$$

oder

$$nn = \frac{mW}{w},$$

oder

$$n = \sqrt{\frac{mW}{w}}$$

ist. Ergiebt sich hieraus für n keine ganze Zahl, wie es für die Ausführung nothwendig ist, so muss man die nächste ganze Zahl nehmen.

Da die Flüssigkeiten, welche in den einzelnen Elementen nothwendig vorhanden sind, im Allgemeinen einen beträchtlichen specifischen Widerstand im Vergleich mit den Metallen besitzen, so wird es bei Anwendung metallischer Schliessungsbogen vortheilhaft sein, Elemente von grossem Querschnitt oder Oberfläche anzuwenden, und daraus ergiebt sich die Zweckmässigkeit der Blech- oder Plattenform, welche man in der Regel den in den galvanischen Elementen benutzten Metallen giebt, da diese meistens durch metallische Leiter geschlossen werden. Wenn indesen diese sehr dünn und lang sind, so kann doch die säulenartige Verbindung mehrerer Elemente von Nutzen sein.

Viertes Capitel.

Von den chemischen Wirkungen der galvanischen Ströme.

§. 282.

Eine Flüssigkeit, die in den Schliessungsbogen einer galvanischen Säule eingeschaltet ist, erleidet, so lange der Strom circulirt, eine chemische Veränderung. Am leichtesten beobachtet man diese Erscheinung, wenn man an die Poldrähte einer starken Säule zwei Platinbleche befestigt, und diese in ein Gefäss mit Wasser taucht, dem man zur Verminderung des Leitungswiderstandes etwas Schwefelsäure zugesetzt hat. Man sieht alsdann die Platten sich mit kleinen Gasblasen bedecken, und auch solche an den Platten aufsteigen. Durch geeignete Vorkehrungen kann man dieselben auch über dem Wasser auffangen.

Wenn man zu diesem Zwecke jede der beiden Platten mit einer besondern kleinen Glocke umgiebt, so bemerkt man bald, dass in der Glocke, welche das Blech des negativen Pols der Säule umschliesst, sich etwa doppelt so viel Gas ansammelt, als in gleicher Zeit in der andern. Eine chemische Untersuchung der so gesondert aufgefangenen Gasmenge ergiebt, dass die erstere aus reinem Wasserstoff, die letztere aus reinem Sauerstoff besteht; da diese beiden Gase die chemischen Bestandtheile des Wassers und zwar in dem gegenseitigen Verhältnisse sind, dass mit einem Volumen Sauerstoff zwei Volumina Wasserstoff verbunden sind, so zeigt dieser Versuch, dass das Wasser durch den elektrischen Strom in seine chemischen Bestandtheile zerlegt wird. Wenn die Platinplatten sich einander nicht sehr nahe stehen, oder wenn sie in der angegebenen Weise durch Glasglocken von einander getrennt sind, so sieht man, dass die Ausscheidung der Gase nur in ihrer unmittelbaren Nähe stattfindet, nicht aber in den zwischenliegenden Flüssigkeitsschichten. Nun muss aber der Wasserstoff, der z. B. von dem an der positiven Polplatte sich entwickelnden Sauerstoffe abgeschieden wird, irgendwo bleiben. Man kann sich aber denken, dass derselbe, da man ihn nicht bemerkt, die nebenliegende Wasserschicht zersetze, nämlich sich mit dem Sauerstoff desselben zu Wasser vereinige, den Wasserstoff frei mache, der nun seinerseits wieder ebenso auf die folgende Schicht wirkt, u. s. f. bis zur negativen Polplatte hin, wo der ausgeschiedene Wasserstoff der letzten Schicht frei wird. Dann muss man sich also die einzelnen Wasserstoff- und Sauerstofftheilchen in einer entgegengesetzt gerichteten Bewegung begriffen denken, nämlich den Sauerstoff von der negativen Platte zur positiven, den Wasserstoff von der positiven zur negativen, oder erstere in der Richtung, in welcher sich die negative, letztere in der Richtung, in welcher sich die positive Elektricität in Folge des Stromes bewegt.

Wenn man die Stromstärke eine längere Zeit constant erhält, und sie gleichzeitig durch ein Galvanometer misst, so findet man, dass die Menge des in einer bestimmten Zeit entwickelten Gases, also auch die Menge des zersetzten Wassers derselben proportional ist. Da aber die Stromintensität der in gleichen Zeiten nach der einen und der andern Richtung bewegten positiven oder negativen Elektricitätsmenge proportional ist, so folgt, dass mit dem Durchgange einer bestimmten positiven Elektricitätsmenge durch den Querschnitt des Wassers die Fortführung einer bestimmten Menge Wasserstoffs in derselben Richtung, und ebenso mit der Fortführung einer gleichen Menge negativer Elektricität in der entgegengesetzten Richtung die Fortführung einer bestimmten Sauerstoffmenge verbunden ist, welche letztere zu der Wasserstoffmenge in dem Verhältnisse steht, in welchem beide im Wasser mit einander verbunden sind.

Daraus entsteht aber die Vorstellung einer eigenthümlichen Bewegungsweise der Elektricität im Wasser (und ähnlichen Leitern). Denken wir uns nämlich den Wasserstoff und den Sauerstoff bei ihrer Berührung eine elektromotorische Kraft entwickelnd, so wie diese bei der Berührung zweier heterogenen Metalle auftritt, und wie sie z. B. von Grove wirklich nachgewiesen ist, so erscheint es natürlich, anzunehmen, dass diese auch schon bei der Berührung der in einem Wasseratom verbundenen Gasmengen auftritt, dass also das Wasserstoffatom positive Elektricität, das Sauerstoffatom negative Elektricität enthält. Wenn nun das Wasser keinen äussern elektrischen Kräften ausgesetzt ist, so werden sich die so mit den beiden geschiedenen Elektricitäten begabten Atome unregelmässig durch einander vertheilen, so dass nirgends die Wirkung einer Elektricität frei hervortreten kann, indem sie durch die entgegengesetzte der andern compensirt wird. Wenn aber in dieses Wasser die mit den entgegengesetzten Elektricitäten geladenen Polenden, die sogenannten Elektroden, getaucht werden, so muss der nächste Erfolg der sein, dass die einzelnen Wasseratome mehr oder weniger parallel unter einander gerichtet werden, so dass ihre mit positiver Elektricität behafteten Wasserstoffatome nach der Seite der negativen Elektrode, die negativ elektrischen Sauerstoffatome nach der der positiven Elektrode sich wenden. Indem nun an den Elektroden die nächst anliegenden Schichten ihre Elektricität neutralisiren, geben sie die ihnen nächsten entgegengesetzt elektrisirten frei, diese scheiden dann die folgenden Wasserschichten u. s. f., indem gleichzeitig die elektromotorische Kraft der Säule den entgegengesetzt elektrischen Zustand der Elektroden wiederherstellt.

Die einfache Erklärung, welche diese Vorstellung von der Proportionalität der in einer gegebenen Zeit, z. B. der Zeiteinheit, zersetzt werdenden Wassermenge mit der Intensität des zersetzenden Stromes giebt, macht sie im höchsten Grade wahrscheinlich. Man nennt daher in diesem Falle den Sauerstoff, weil er mit der negativen Elektricität zusammen sich bewegt,

den elektronegativen, den Wasserstoff den elektropositiven Bestandtheil des Wassers. Die ganze Zersetzungsweise nennt man, um sie von andern chemischen Zersetzungen zu unterscheiden, die Elektrolyse. Die Leitungsfähigkeit des Wassers erscheint hiernach, da die Elektricitäten in Verbindung mit den ponderabeln Atomen bewegt gedacht werden, durch den flüssigen Zustand desselben bedingt, welcher die Bewegung der ponderabeln Theile gegen einander gestattet.

Auch hat Faraday, der sehr umfassende elektrolytische Untersuchungen angestellt hat, gefunden, dass manche zusammengesetzte nichtleitende Substanzen geschmolzen leitend werden, indem sie zugleich eine elektrolytische Zersetzung erleiden. Hinsichtlich Faraday's auch sonst vielfach angenommener Nomenclatur ist noch zu bemerken, dass er die positive Elektrode die Anode, die negative die Kathode, und den positiven Bestandtheil einer Verbindung Kathion, den negativen Anion nennt.

§. 283.

Aehnlich wie das Wasser verhalten sich auch viele andere zusammengesetzte Flüssigkeiten, namentlich solche, welche die Chemie mit Sicherheit als einfache binäre Verbindungen betrachtet, wenn der galvanische Strom durch sie geleitet wird. Die Chemie selbst verdankt der galvanischen Säule theils die ersten Mittel, manche Verbindungen, wie die Alkalien und Erden, in ihre Bestandtheile zu zerlegen, theils aber beruht ein wesentlicher Theil ihrer theoretischen Ansichten auf dem Verhalten der Verbindungen bei der Elektrolyse.

Wenn nämlich eine binäre Verbindung durch den Strom zersetzt wird, so wird der eine Bestandtheil, wie bei der Wasserzersetzung der Sauerstoff, an der positiven, der andere, wie dort der Wasserstoff, an der negativen Elektrode ausgeschieden; der erstere wird in ähnlicher Weise wie vorher der Sauerstoff der elektronegative, der letztere der elektropositive Bestandtheil genannt. Ein und derselbe Stoff kann nun in Verbindung mit verschiedenen andern bald der elektropositive, bald der elektronegative Bestandtheil sein, aber der Stoff, welcher in einer Verbindung sich in chemischer Beziehung analog dem Sauerstoff verhält, wie z. B. das Chlor in den Chlorverbindungen der Metalle, bildet immer den elektronegativen Bestandtheil. Die verschiedenen einfachen Stoffe lassen sich also in eine solche Reihe, die elektrochemische Spannungsreihe, bringen, dass irgend ein Stoff in derselben in Verbindung mit allen folgenden elektronegativ, in Verbindung mit allen voraufgehenden elektropositiv ist. Eine solche Reihe, die freilich in manchen Beziehungen mehr aus chemischen als aus rein elektrischen Beobachtungen construirt ist, beginnt mit dem Sauerstoff, als dem elektronegativsten Körper, und schliesst mit dem Kalium, als dem elektropositivsten.

Auch wenn zusammengesetzte Körper binäre Verbindungen eingegangen sind, wie dieses z. B. bei den Salzen der Fall ist, erscheint der eine Bestandtheil, die Säure oder der diese chemisch vertretende Körper, elektronegativ gegen den andern. Ein Beispiel bietet hierfür eine Kupfervitriollösung dar, aus der das Kupfer am negativen, die Säure am positiven Pol ausgeschieden wird.

Die quantitativen Verhältnisse, in welchen verschiedene binäre Verbindungen durch Ströme gleicher Intensität zersetzt werden, stehen nach einem von Faraday entdeckten Gesetze in einer einfachen Beziehung zu den chemischen Aequivalentgewichten derselben, sie sind nämlich diesen proportional. Wenn man also denselben Strom so durch einen Wasserzersetzungsapparat und eine Salzlösung, z. B. von Kupfervitriol, leitet, dass der Strom, nachdem er durch die eine Flüssigkeit gegangen ist, auch durch die andere geht, und in einer bestimmten Zeit $112{,}5^{mgr}$ Wasser zersetzt, d. h. $12{,}5^{mgr}$ Wasserstoff entwickelt werden, so werden 396^{mgr} Kupfer in derselben Zeit ausgeschieden, indem die Aequivalentgewichte des Wasserstoffes und des Kupfers sich zu einander wie 12,5 zu 396 verhalten.

Bestimmt man nun die Gewichtsmengen der verschiedenen Stoffe, welche durch einen Strom von der Stärke der absoluten Einheit in der Zeiteinheit durch Elektrolyse aus ihren Verbindungen abgeschieden werden, so erhält man für jeden Stoff ein bestimmtes Gewicht, das man passend das elektrochemische Aequivalentgewicht des Stoffes nennen kann. In dieser Weise hat Weber für das elektrochemische Aequivalent des Wassers $0{,}^{mgr}009376$ gefunden, woraus sich durch Division mit 112,5 und Multiplication mit dem chemischen Aequivalentgewichte eines Stoffes das elektrochemische Aequivalentgewicht dieses ergiebt.

Mit der directen Zersetzung einer Verbindung, der eigentlichen Elektrolyse, kann unter Umständen auch eine indirecte Wirkung verbunden sein, indem die ausgeschiedenen Bestandtheile auf die vorhandenen Körper wieder chemisch einwirken. Wenn z. B. Salpetersäure in den Strom eingeschaltet ist, so wird das mit ihr verbundene Wasser elektrolytisch zerlegt, der Sauerstoff wird am positiven Pole frei, und der Wasserstoff zerlegt die Salpetersäure, indem er sich zu Wasser wieder oxydirt, so dass salpetrige Säure am negativen Pol frei wird.

Besonders störend für den Strom können diese secundären chemischen Wirkungen werden, wenn dadurch die Metalle, welche die Elektroden bilden, angegriffen werden, indem dann durch die Ausscheidung von Metallen und deren Berührung mit den Elektroden neue elektromotorische Kräfte ins Spiel gerufen werden können, die der elektromotorischen Kraft entgegenwirken, die Stromintensität also schwächen.

Da nun die galvanischen Säulen wegen des Gesetzes der Spannungsreihe der Metalle Flüssigkeiten enthalten, so werden auch diese den chemi-

schen Wirkungen des Stromes ausgesetzt sein, und so die Säule selbst durch den Strom eine Aenderung erfahren müssen. Wenn dieselbe z. B. aus Zink, Kupfer und gesäuertem Wasser gebildet ist, so wird der an der Kupferplatte ausgeschiedene Wasserstoff diese zum Theil bedecken, wenn er wie in den einfachen Säulen mit horizontalen Platten nicht entweichen kann. Auch bei vertical stehenden Platten bleibt vermöge der Adhäsion ein Theil des Gases am Metalle haften, und stört so die Leitung, doch steigt dann der grösste Theil auf. Noch schädlicher wirkt indess der an der Zinkplatte frei werdende Sauerstoff, indem er diese oxydirt und die Bildung nicht oder schlecht leitenden Zinksalzes veranlasst.

Würde man als Flüssigkeit Kupfervitriollösung anwenden, so würde der erste Uebelstand ganz wegfallen, indem das auf der Kupferplatte abgesetzte Kupfer die Leitung zwischen dieser und der Flüssigkeit erhielte. Der andere Uebelstand bleibt indess, und würde noch dadurch vermehrt werden, dass das Zink an sich aus einer Kupfersalzlösung metallisches Kupfer auf sich niederschlägt; in Folge davon würde sich letzteres bald mit einer Kupferschicht überziehen, und dadurch eine entgegengesetzt wirkende elektromotorische Kraft eingeführt werden.

Um diesen Uebelstand zu vermeiden, wendet man in der Daniell'schen Kette als Flüssigkeit ausser der das Kupfer umgebenden Kupfervitriollösung gesäuertes Wasser, von jener durch eine poröse Thonwand geschieden, an, welche die Mischung der Flüssigkeiten hindert, ohne ihre leitende Berührung aufzuheben. Das Zink wird dann freilich durch dieses allmählig aufgelöst, und es bildet sich Zinkvitriol; dieser löst sich aber in dem umgebenden Wasser auf, und es wird nur nöthig, das Zink zuweilen zu reinigen, und das gesäuerte Wasser so wie allenfalls auch das Zink von Zeit zu Zeit zu erneuern. Ein der Stromstärke proportionaler Verbrauch von Zink ist, wie man sieht, nicht zu vermeiden; auch würde, wenn man reines Zink anwenden wollte, das saure Wasser schon an sich Zink auflösen. Diesen ausserwesentlichen Zinkverlust kann man aber vermeiden oder wenigstens beschränken, wenn man das Zink oberflächlich durch Einreiben mit Quecksilber und gesäuertem Wasser amalgamirt.

Auf denselben Principien beruht auch die Construction anderer Säulen mit zwei Flüssigkeiten; in den gebräuchlicheren, worin die Kupfervitriollösung durch concentrirte Salpetersäure ersetzt ist, wird aus der letztern durch den frei werdenden Wasserstoff secundär salpetrige Säure entwickelt; der Gebrauch solcher Säulen ist daher nothwendig von dem Verbrauch bestimmter Mengen von Salpetersäure begleitet.

Da der Strom in einer Flüssigkeiten enthaltenden Säule immer von chemischen Wirkungen begleitet ist, so hat man wohl in diesen die eigentliche Ursache der elektromotorischen Kraft einer Säule zu erkennen geglaubt, den Sitz dieser also an die Stellen verlegt, wo die chemischen Wir-

kungen auftreten. Da es indess möglich ist, einen Condensator ohne Einschaltung eines flüssigen Leiters und nur durch Berührung mit einem andern Metalle mit Elektricität zu laden, so muss jedenfalls an der Berührungsstelle ungleichartiger Metalle eine elektromotorische Kraft thätig sein. Meistens bestimmt auch diese die Richtung des Stromes, wie die Erfahrung zeigt, so dass diese als die vorwiegende dann zu betrachten ist. Es soll damit indess nicht geläugnet werden, dass auch an den Berührungsstellen der Metalle und der flüssigen Leiter elektromotorische Kräfte thätig sein können; aber diese tragen in der Regel nur zu einer Verstärkung oder Schwächung jener ersten bei, die freilich in einzelnen seltenen Fällen so stark sein kann, dass sie die erstere vollkommen aufhebt oder gar umkehrt.

§. 284.

Die Einschaltung eines flüssigen Leiters in den Schliessungsbogen einer galvanischen Säule wirkt noch in einer andern Weise stromschwächend ein. Es entsteht nämlich an den Berührungsstellen desselben mit den Metallen durch die Wirkung des Stromes selbst eine elektromotorische Gegenkraft. Am einfachsten und directesten erkennt man diese, wenn man zwei vollkommen gleiche Platinplatten als Elektroden in einem Wasserzersetzungsapparate gebraucht, und nachdem der Strom eine Zeitlang durch diesen gegangen ist, ihn unterbricht, aber nun die beiden Platinplatten durch den Multiplicatordraht eines Galvanometers in metallische Berührung mit einander bringt. Es wird alsdann die Nadel desselben abgelenkt, wenn in derselben Verbindung, aber ehe der Strom durch den Wasserzersetzungsapparat gegangen war, keine Ablenkung derselben stattfand. Die Richtung dieses Stromes ist in dem Wasserzersetzungsapparate immer der des erzeugenden Stromes entgegengesetzt; es muss daher durch die Wirkung derselben der ursprüngliche Strom, wenn er fortdauert, geschwächt werden, und dies muss nicht nur stattfinden, wenn ein besonderer Wasserzersetzungsapparat eingeschaltet ist, sondern auch in einer bis auf die für die nothwendigen Flüssigkeiten durch einen metallischen Leiter geschlossenen Kette.

Diese eine elektromotorische Gegenkraft in der Säule erzeugende Wirkung eines Stromes nennt man die galvanische Polarisation, indem offenbar die beiden Elektroden in unserm Versuche durch den Strom in einen entgegengesetzten, d. h. polaren, Zustand versetzt werden. Man kann auf diese Weise aus Stücken eines selben Metalls, z. B. Platinblechen, Säulen construiren, die an sich keinen Strom hervorbringen, aber dadurch in Thätigkeit gesetzt werden, dass man einen Strom hindurchgehen lässt; man nennt solche Säulen Ladungssäulen, weil sie durch den hindurchgehenden Strom gewissermaassen eine Ladung erhalten. Stellt man mehrere Wasserzersetzungsapparate neben einander auf, deren einzelne Platten wir durch A und B unterscheiden wollen, verbindet man zuerst alle Platten A zusammen mit

dem einen Pol und alle Platten B mit dem andern Pol einer Säule, hebt nach einiger Zeit diese Verbindung auf, indem man gleichzeitig die Platte A des einen Apparates mit der Platte B des folgenden verbindet, u. s. f., und ausserdem eine Platte B am ersten mit einer Platte A am andern Ende durch einen Schliessungsbogen, so geht jetzt ein ziemlich beträchtlicher Strom durch den Apparat.

Von Poggendorff ist ein einfacher zweckmässiger Apparat, die Wippe, angegeben, um mit Leichtigkeit die eine Verbindungsweise rasch mit der andern vertauschen zu können; die Einrichtung dieser Wippe ist etwa von der Art, wie die des im §. 267 beschriebenen Commutators, aber mit einigen Aenderungen, die sich leicht aus der Sache ergeben.

Durch derartige Beobachtungen hat sich ergeben, dass die Polarisation zwar allmählig entsteht, d. h. nach dem Schluss der Kette einige Zeit wächst, und dann einen Werth erreicht, der als nahe constant angesehen werden kann, dass aber schon durch eine sehr kurze Dauer des Schlusses ($\frac{1}{50}$ Secunde z. B. nach Edlund's Versuchen) ein beträchtlicher Werth derselben erreicht wird, so dass schon bald nach dem Schlusse sie sich wenig mehr verändert. Indess bleiben auch dann noch geringe Schwankungen derselben, welche bewirken, dass ein absolut constanter Strom durch die gewöhnlichen galvanischen Combinationen nicht erhalten werden kann. Auffallend ist dabei, dass die Stromstärke nicht continuirlich abnimmt, sondern zuweilen wieder wächst, also die Polarisation wahren Schwankungen unterworfen ist.

Ebenso wie nach dem Schluss die Polarisation allmählig steigt, verschwindet sie auch nach Unterbrechung des Hauptstromes allmählig wieder, doch geht dieses sehr langsam, so dass man durch einen Wasserzersetzungsapparat oft noch eine Stunde oder länger nach dem Aufhören des Hauptstromes einen Ladungsstrom erhalten kann.

Die Stärke des Ladungsstromes oder der Polarisation hängt theils von der Beschaffenheit der Elektroden und der Flüssigkeiten ab, theils von der Intensität des Hauptstromes, indess ist es noch nicht bekannt, in welcher Weise sie unter sonst gleichen Umständen von der letzteren bestimmt wird.

Man kann sich übrigens auch durch Messungen der Stromstärke, welche eine Säule giebt, wenn sie für sich oder unter Einschaltung eines Metalldrahtes von bekanntem Widerstande w, oder unter Einschaltung eines Wasserzersetzungsapparates, oder endlich dieses und des Drahtes geschlossen wird, von dem Vorhandensein der die Polarisation bedingenden elektromotorischen Kraft in dem Wasserzersetzungsapparate und von deren Grösse überzeugen. Bezeichnen wir nämlich durch W den Widerstand der Säule ohne Einschaltung jener beiden Leiter, durch E ihre elektromotorische Kraft, durch w den Widerstand des Wasserzersetzungsapparates, durch e die darin erweckte elektromotorische Kraft und durch i_1, i_2, i_3, i_4 der Reihe nach die Stromintensitäten in jenen vier Fällen, so ist:

$$i_1 = \frac{E}{W}, \quad i_2 = \frac{E}{W+w},$$

$$i_3 = \frac{E-e}{W+w_1}, \quad i_3 = \frac{E-e}{W+w+w_1},$$

und diese Gleichungen bieten das Mittel dar, E und e so wie W und w_1 zu bestimmen, wenn w bekannt ist, oder als bekannt vorausgesetzt wird.

Durch derartige Messungen hat z. B. Müller gefunden, dass in einem Falle $E = 4422$, $e = 1000$ war. Diese Zahlen sind freilich in andern Fällen beträchtlich andere, aber sie zeigen, dass die Polarisation eine erhebliche Verminderung der elektromotorischen Kraft einer Säule bewirkt.

In Bezug auf die Ursache dieser Erscheinung ist es sehr wahrscheinlich, dass sie durch dünne Gasschichten an den Oberflächen der Elektroden, bedingt durch die galvanische Zersetzung und die Adhäsion der Gase an den Metallen hervorgerufen werde.

Grove hat nämlich gezeigt, dass, wenn man zwei gleiche Platinplatten in eine Flüssigkeit taucht, und durch einen Draht schliesst, in diesem ein Strom entsteht, wenn vorher die eine Platte in Wasserstoff, die andere in Sauerstoff gewesen ist; und dass dieser Strom dieselbe Richtung hat, wie der Ladungsstrom eines Wasserzersetzungsapparates. Hiernach hat er Gassäulen construirt, nämlich Glocken, in welchen Platinbleche eingesetzt sind, und die paarweise in ein Gefäss mit gesäuertem Wasser tauchen; die eine dieser Glocken ist zum Theil mit Wasserstoff, die andere mit Sauerstoff gefüllt, und übrigens werden sie wie die ungleichartigen Platten anderer galvanischer Apparate mit einander verbunden.

Als Ladungssäule kann man auch eine unwirksam gewordene trockne Säule anwenden; lässt man durch eine solche einen Strom in entgegengesetzter Richtung gehen, wie die wirksame Säule ihn liefert, so erhält sie ihre Wirksamkeit wieder.

Mit der Polarisation steht wahrscheinlich eine merkwürdige chemische Erscheinung in Verbindung, welche mehrere Metalle, besonders aber das Eisen zeigt, dass es nämlich von concentrirter Salpetersäure nicht angegriffen wird, wenn es in Berührung mit einem Platindrahte steht, der ebenfalls in die Säure taucht, also einem galvanischen Elemente angehört, während das Eisen an sich von der Salpetersäure aufgelöst wird. Man hat diesen Zustand des Eisens den passiven genannt, und auf demselben beruht die Möglichkeit der Zinkeisenkette, indem das Platin in dem genannten Versuche auch durch passives Eisen ersetzt werden kann, dieses aber schon durch Glühen oder Eintauchen in Salpetersäure bei gleichzeitiger Berührung mit Platin oder passivem Eisen selbst passiv wird. Wahrscheinlich wird dieser Zustand durch Bildung einer oberflächlichen dünnen Oxydulschicht bewirkt, die elektromotorisch in gleicher oder ähnlicher Weise wie das Platin wirkt.

§. 285.

Da die Menge der in einer bestimmten Zeit zersetzt werdenden Verbindung der Intensität des zersetzenden Stromes proportional ist, so kann man sich eines Wasserzersetzungsapparates als eines Galvanometers bedienen. Es ist dazu nur erforderlich, die entwickelten Gase entweder getrennt, oder auch gemengt in einer graduirten Glasglocke aufzufangen, so dass man das Volumen derselben messen kann, welches bei constanter Temperatur und constantem äussern Drucke ein Maass ihrer Menge ist.

Die Anwendung eines solchen Galvanometers scheint sehr einfach und bequem zu sein, und deshalb haben auch verschiedene Physiker als Einheit der Stromstärke diejenige angenommen, welche in einer Minute ein Cubikcentimeter Knallgas von der Temperatur 0° und unter einem Drucke von 760^{mm} liefert. Indess hat der Gebrauch dieses Galvanometers doch verschiedene Uebelstände, die es zweckmässig erscheinen lassen, dasselbe in der Regel nicht zu gebrauchen.

Zunächst gehört dahin, dass man durch dasselbe nicht in einem gegebenen Augenblicke die Stromintensität erfährt, sondern man, um messbare Gasmengen zu erhalten, den Strom längere Zeit durch dasselbe gehen lassen muss. Von den Aenderungen, welche die Stromintensität während dieser Zeit erleidet, giebt aber das Galvanometer keine Anzeige, man misst also nur die mittlere Stromstärke während dieser Zeit. Die magnetischen Galvanometer erlauben aber, die Messung in einer sehr kurzen Zeit auszuführen, in welcher keine beträchtliche Schwankungen in der Regel stattfinden.

Ferner aber besitzt der Wasserzersetzungsapparat einen sehr beträchtlichen Widerstand im Vergleich mit dem eines zweckmässig gewählten Multiplicators; es wird also durch die Einschaltung desselben die Stromintensität sehr viel beträchtlicher geschwächt als durch die eines magnetischen Galvanometers, was in vielen Fällen die Versuche sehr erschweren würde.

Endlich aber ist die Anwendung desselben auch nur auf stärkere Ströme beschränkt, indem sehr schwache Ströme keine merkbare oder messbare Gasmengen liefern, und damit steht die verhältnissmässig geringe Empfindlichkeit desselben im Zusammenhange.

Wenn man daher auch die Stromintensitäten nach jenem elektrochemischen Maasse angeben will, so wird man die wirkliche Messung doch meistens mit magnetischen Galvanometern vornehmen, und deren Resultate auf die chemische Einheit reduciren müssen, nachdem man einmal gleichzeitig die Ablenkung, welche ein starker Strom an dem bestimmten Galvanometer hervorbringt, und die Gasmenge gemessen hat, welche derselbe Strom in einer bestimmten Zeit im chemischen Galvanometer liefert.

Wenn man aber doch eine Reduction der unmittelbaren Messungsresultate vornehmen muss, wenigstens dann, wenn es sich nicht um relative

Strommessungen handelt, so liegt an sich kein Grund vor, die chemische Einheit der absoluten vorzuziehen; von theoretischer Seite her wird man vielmehr der letzteren den Vorzug geben müssen. Es könnte also nur eine etwa leichtere Ausführbarkeit der verschiedenen zur Ermittelung des Reductionsfactors erforderlichen Messungen der chemischen Einheit einen Vorzug geben. Indess wenn es sich um äusserst genaue Angaben handelt, wo allerdings die Ermittelung jenes Factors für die absolute Einheit eine ziemlich umfassende Arbeit ist, so lässt die Genauigkeit der chemischen Methode sehr viel zu wünschen übrig, man wird sie daher auch dann verwerfen müssen.

Wenn aber endlich nicht die allergrösste Genauigkeit in dem numerischen Werthe des Reductionsfactors verlangt wird, so ist die Ermittelung desselben durch Anwendung einer Tangentenbussole und die absolute Messung der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus keine sehr schwierige Aufgabe. Dazu kommt noch, dass in diesem Falle die letztere Operation in der Regel nicht nöthig sein wird, indem bereits für so viele Orte diese Grösse ihrem approximativen Werthe nach bestimmt, und in Tabellen oder Karten verzeichnet ist, dass man sich dieser Angaben dann wird bedienen können, wenn man verhindert ist, die absolute Intensitätsmessung selbst vorzunehmen.

Uebrigens hat auch noch in dem Falle, wo man das magnetische Galvanometer mit einem Wasserzersetzungsapparate vergleicht, die Benutzung der absoluten Einheit der Stromstärke keine praktische Schwierigkeit, wenn man sich erinnert, dass nach Weber's Untersuchung in einer Secunde die absolute Stromeinheit $0,^{mgr}009376$ Wasser in der Secunde oder $0,^{mgr}56256$ Wasser in der Minute zersetzt. Da nun die Dichtigkeit des Wasserstoffes in Bezug auf die Luft $= 0,0688$, die des Sauerstoffes $= 1,1026$ und die der Luft im Vergleich mit Wasser $= \frac{1}{773}$ ist, so ergiebt sich die Dichtigkeit des Knallgases im Vergleich mit Wasser $= \frac{1}{773} \cdot \frac{1,1026 + 2 \cdot 0,0688}{3} = 0,0005348$. Das in einer Minute durch die absolute Stromeinheit entwickelte Knallgas nimmt daher den Raum $\frac{0,56256}{1000 \cdot 0,0005348}$ in Cubikcentimetern $= 1,0519^{c.c}$ ein, oder die chemische Einheit ist $= 0,95065$ absolute Einheiten. Man hat also nur den zur Reduction auf chemisches Maass nothwendigen Factor mit 0,95065 oder einfacher mit 0,95 zu multipliciren, um die Stromstärke nach absolutem Maasse zu erhalten.

§. 286.

Die chemischen Wirkungen galvanischer Ströme haben für technische Zwecke eine wichtige Anwendung in der Galvanoplastik und in der galva-

nischen Vergoldung und Versilberung erhalten. Aus einer Metallsalzlösung wird das Metall oder der elektropositive Bestandtheil durch den Strom an der negativen Elektrode abgeschieden. Wenn die Abscheidung nicht zu rasch geschieht, so legt sich das ausgeschiedene Metall dicht an die Elektrode an, und die nach und nach abgeschiedenen Theile bilden eine fest in sich zusammenhängende Metallschicht, deren Dicke durch hinreichend lange Fortdauer des Stromes so stark, als man will, gemacht werden kann. Aus einer Kupfervitriollösung kann man in dieser Weise eine Platte bilden, die, wenn dieselbe nicht die Elektrode völlig umschliesst, nachher von derselben sich wieder abspalten lässt. Auf der innern der Elektrode zugewendeten Seite zeigt diese Platte alsdann einen genauen Abdruck der Oberfläche jener, etwa so, wie man ihn erhält, wenn man aus weichen plastischen Massen Abdrücke anderer Gegenstände formt. Wenn man daher als negative Elektrode in einer Kupfervitriollösung eine Münze oder dgl. nimmt, diese leitend mit dem Poldraht verbindet, und letzteren, so wie den Rand der Münze bis auf ihre eine Fläche mit einem isolirenden Firniss überzieht, so kann man einen Abdruck derselben in Kupfer erhalten, welcher aber die Erhöhungen der Münze durch Vertiefungen und umgekehrt darstellt. Benutzt man aber diesen Abdruck dann als Elektrode, so erhält man eine genau mit der Münze übereinstimmende Copie. Man kann dieses Verfahren dadurch noch etwas abkürzen, dass man den ersten Abdruck nicht galvanoplastisch, sondern aus einer weichen oder flüssigen, nachher erstarrenden Masse, z. B. Stearin, formt. Um diesen Abdruck als Elektrode benutzen zu können, muss man ihn leitend machen, wenn er aus einem Isolator, wie Stearin, besteht. Zu diesem Zwecke genügt es, ihn mit einem feinen Ueberzuge von gepulvertem Graphit zu überziehen, was mit Hülfe eines Haarpinsels leicht geschehen kann, ohne die Form der Fläche zu ändern.

Zur Bildung dieser Niederschläge sind nur schwache Ströme erforderlich, ja sogar ist eine geringe Stromintensität zweckmässig, damit das Kupfer nur langsam niedergeschlagen wird und sich zu einer fest zusammenhängenden Platte verbindet. Man benutzt daher dazu gewöhnlich einfache Daniell'sche Elemente, indem man die Form durch einen Kupferstreifen mit einer Zinkplatte leitend verbindet, erstere in eine mit Kupfervitriollösung gefüllte Schale hängt (in die man auch ungelösten Kupfervitriol in einem leinenen Beutelchen hängt), die Zinkplatte aber in einen unten mit einer thierischen Blase verschlossenen und mit gesäuertem Wasser gefüllten Glascylinder, der in das erstere Gefäss so gehängt wird, dass beide Platten einander ziemlich nahe und etwa mit der die beiden Gefässe trennenden Blase parallel gestellt sind. Wenn die Form gross ist, so ist es zweckmässig, den Verbindungsdraht der beiden Platten sich in ihrer Nähe theilen zu lassen, und die Zweige an verschiedenen Stellen derselben zu befestigen, damit die Stromstärke in dem Querschnitte des flüssigen Leiters nicht zu

sehr differire, und die Absetzung des Kupfers überall etwa in gleicher Stärke erfolge. Wenn man eine solche Theilung nicht vornimmt, so pflegt man auch wohl den Draht von Zeit zu Zeit mit andern Stellen der Form in leitende Berührung zu bringen.

In dieser Weise macht man auch galvanoplastische Abdrücke von Kupferstich- oder Holzschnittplatten, die man dann nacher zum Druck benutzt. Sogenannte galvanographische Druckplatten werden sogar so gebildet, dass man eine Zeichnung mit einem Harzgemische auf eine Platte in der Weise malt, dass an den lichten Stellen dieses schwach oder gar nicht, an den dunkleren stark aufgetragen wird, die Zeichnung wird dann mit Graphit leitend gemacht, und die erhaltenen galvanoplastischen Abdrücke dienen als Druckplatten.

Die Uebereinstimmung zwischen der Copie und der Form ist so gross, dass selbst von Daguerreotypen sich galvanoplastische Kupferabdrücke bilden lassen, welche ein vollständiges Bild wie das Daguerreotyp selbst darstellen.

Durch die galvanische Vergoldung und Versilberung will man in der Regel nur dünne, aber gleichmässige und fest haftende Ueberzüge der Gegenstände erhalten. Die letzteren brauchen daher nicht so lange in die Lösung getaucht zu werden als zu den galvanoplastischen Abdrücken. Es ist sogar zweckmässig, sie immer nur kurze Zeit darin zu lassen und einen dickeren Ueberzug durch öfteres Eintauchen nach vorhergehendem sorgfältigem Abreiben zu bilden, wodurch der Ueberzug gleichmässiger wird. Besonders wichtig ist es, dass die zu vergoldenden oder zu versilbernden Gegenstände eine recht reine metallische Oberfläche haben; man erreicht dieses durch Abputzen mit Weinstein und Wasser.

Als elektrolytische Flüssigkeit wendet man meistens Auflösungen der Cyanverbindungen des Goldes oder Silbers an, welche der Erfahrung gemäss sich am besten zur Erreichung des Zweckes eignen.

Um die Flüssigkeit immer concentrirt zu erhalten, wendet man als positive Elektroden Bleche von Gold oder beziehungsweise Silber an, von welchen dann immer so viel wieder aufgelöst wird, als an den negativen Elektroden ausgeschieden wird. Auch für diese Zwecke wird es empfohlen, nicht zu starke Ströme anzuwenden, bei welchen sich noch keine oder höchstens nur eine sehr schwache Entwickelung von Gasblasen zeigt, weil sonst die Gleichmässigkeit des Ueberzuges leicht mangelhaft wird. Die Dicke des Ueberzuges, den man durch eine längere Einwirkung erhalten hat, beurtheilt man in den Fabriken meist nach der Farbe desselben; sicherere Mittel dafür fehlen noch.

§. 287.

Bei der Wasserzersetzung durch den galvanischen Strom oder bei andern chemischen Zersetzungen von Flüssigkeiten kann man noch eine andere

merkwürdige Wirkung des Stromes beobachten, wenn man den Zersetzungsapparat durch eine Scheidewand von porösem Thon, eine thierische Blase oder dgl. in zwei Zellen theilt, in deren jede eine der Elektroden taucht. In derjenigen Zelle, in welcher sich die negative Elektrode befindet, sammelt sich nach und nach die unzersetzte Flüssigkeit an, so dass sie während des Stromes in der Richtung desselben durch die Scheidewand geht. Läuft jede der beiden Zellen in eine engere Röhre nach Oben aus, und trägt man Sorge, dass die entwickelten Gase entweichen können, so dass diese die Flüssigkeit nicht etwa durch ihre Anhäufung in der Zelle in der Röhre in die Höhe treiben, so sieht man die Flüssigkeit in der Röhre der negativen Elektrode steigen, in der der positiven sinken, und es kann sich eine beträchtliche Niveaudifferenz auf diese Weise zwischen beiden Röhren herstellen. Die Höhe dieser Niveaudifferenz, welche in einer bestimmten Zeit durch einen constanten Strom erreicht wird, kann als ein Maass des auf den Querschnitt der Flüssigkeit ausgeübten Druckes dienen. Auf diese Weise oder auch durch Wägung der in einer bestimmten Zeit aus einer Seitenöffnung in der Röhre der negativen Elektrode ausgeflossenen Flüssigkeitsmenge hat Wiedemann ermittelt, dass der Druck unter übrigens gleichen Umständen der Stromintensität proportional ist.

Eine Lösung von Kupfervitriol, oder überhaupt von Metallsalzen, eignet sich zu diesen Versuchen am besten, weil dann der störende Einfluss der Gasentwickelung an der negativen Elektrode vermieden wird.

Mit Kupfervitriollösungen verschiedener Concentration und also von verschiedenem Leitungswiderstande hat Wiedemann ferner aus seinen Versuchen abgeleitet, dass der Druck der Dicke der porösen Scheidewand direct, ihrer Oberfläche umgekehrt proportional ist, endlich dass er dem specifischen Leitungswiderstande ebenfalls direct proportional ist. Indessen bezieht sich dieses Letztere nur auf verschiedene Kupfervitriollösungen, und ist an andern Flüssigkeiten nicht geprüft, welche im Gegentheil ein anderes Gesetz zu ergeben scheinen. Es geht dieses daraus hervor, dass der Zusatz von Schwefelsäure zu Wasser die Erscheinung verhindert, obwohl der Leitungswiderstand dadurch nicht so beträchtlich gemindert wird, dass man dieser Verminderung das Ausbleiben zuschreiben könnte, indem andere ebenso gut leitende Flüssigkeiten sie sehr deutlich zeigen. Die Wirkung hängt jedenfalls ausser vom Leitungswiderstande noch von andern specifischen Eigenschaften der Flüssigkeiten, die man anwendet, ab.

Man hat aus diesen Erscheinungen wohl geschlossen, dass der Strom unmittelbar auf die Flüssigkeiten, durch welche er geht, einen Druck in der Richtung ausübt, in der sich die positive Elektricität bewegt; und dass die Wirkung der porösen Scheidewand nur darin bestehe, das Rückfliessen der Flüssigkeit zur Seite aufzuheben. Allein wenn man beachtet, dass ein sehr bedeutender hydrostatischer Druck eine Flüssigkeit nur mit einer Ge-

schwindigkeit durch eine solche poröse Wand treibt, die beträchtlich geringer ist als diejenige, mit der sie sich in dem besprochenen Versuche bewegt, dass also in diesem ein sehr starker Druck auf die Flüssigkeit ausgeübt werden muss, so müssten ohne Anwendung einer Zwischenwand in einem Wasserzersetzungsapparate sich Strömungen der Flüssigkeit von sehr grosser Geschwindigkeit zeigen, die an einigen Stellen von der positiven zur negativen Elektrode, an andern von dieser zu jener gingen, welche der Beobachtung nicht entgehen könnten; aber diese bemerkt man nicht.

Es ist daher auch denkbar, dass die Scheidewand selbst eine active Rolle hierbei spielt, etwa in der Art, dass sie auf ihren beiden Seiten durch eine der Polarisation ähnliche Wirkung eine Verschiedenheit erlitte, und dadurch die Capillarkräfte ihrer Poren abgeändert würden, dass also die Erscheinung zu den Diffusionserscheinungen gehörte.

Eine bestimmte Entscheidung zwischen beiden Annahmen lässt sich jetzt noch nicht treffen; jedenfalls aber ist es höchst merkwürdig, dass in allen bis jetzt bekannten Fällen die Flüssigkeit in der Richtung des positiven Stroms sich bewegt, und kein Fall bekannt ist, in der sie die entgegengesetzte Richtung verfolgte. Das Ausbleiben der Erscheinung, wenn das Wasser freie Schwefelsäure enthält, deutet ebenfalls aber darauf hin, dass keine unmittelbare Wirkung des Stroms auf die Flüssigkeit in dieser Beziehung stattfindet.

Fünftes Capitel.

Von den Licht- und Wärmeerscheinungen der galvanischen Ströme und der Thermoelektricität.

§. 288.

In dem Augenblicke, wo eine galvanische Kette geschlossen wird, bemerkt man an der Schliessungsstelle einen kleinen Funken, oft von einer sehr intensiven Helligkeit. Ein solcher zeigt sich auch in dem Augenblicke, wo die Kette geöffnet wird, an der Unterbrechungsstelle. Die Lichtintensität der Funken wächst im Allgemeinen mit der Stärke des Stroms, welcher bei vollständigem Schlusse in der Kette circulirt; doch ist der genaue Zusammenhang zwischen beiden Grössen noch nicht ermittelt. Ausserdem hängt sie sowie die Farbe des Funkens von der Beschaffenheit der Leiter ab, zwischen welchen der Funke entsteht. Daraus wird es schon wahrscheinlich, dass derselbe zum Theil wenigstens von glühenden oder brennenden Theilen der Leiter herrührt, welche von diesen losgerissen und durch die Unterbrechungsstelle geführt werden. Noch deutlicher zeigt sich dieses, wenn

man mehrere Funken hintereinander an derselben Stelle erzeugt, besonders leicht, wenn das eine Metall blankes Quecksilber ist, indem dieses sich dann mit einer grauen Haut, dem verbrannten Metalle, bedeckt. Wenn man die Enden der Elektroden aus dichter Kohle bestehen lässt, so kann man besonders im luftleeren Raume, nachdem einmal bei einer grossen Annäherung derselben ein Funke erhalten und der Strom eingeleitet ist, dieselben allmählig etwas weiter auseinanderziehen, wenn die angewandte Säule kräftig genug ist, d. h. aus vielen Elementen von grosser Oberfläche besteht. Die losgerissenen und zwischen den Elektroden fortgeführten Kohlentheilchen erhalten dann die Leitung in dem Zwischenraume und man erhält einen Lichtbogen von sehr intensiver Helle.

Wenn dabei die Kohle von atmosphärischer Luft umgeben ist, so verbrennt sie zugleich, und man muss deshalb, wenn man den Lichtbogen längere Zeit erhalten will, die Kohlenspitzen einander allmählig nähern. Man kann denselben aber auch ohne Verbrennung erhalten, wenn man die Kohlenspitzen mit einer mittelst der Luftpumpe evacuirten Glaskugel umgiebt.

Die verhältnissmässig geringe Dichtigkeit der Elektricität an den Polen der ungeschlossenen voltaschen Säule, der nur eine kleine Schlagweite entspricht, macht aber immer wenigstens bei der Einleitung des Bogens eine grosse Annäherung der Elektroden an einander erforderlich.

Man hat wohl versucht, von diesem elektrischen Lichte eine Anwendung zur Beleuchtung von Zimmern, selbst von Strassen und freien Plätzen zu machen; allein theils die grossen Kosten, theils der Umstand, dass es schwer hält, eine gleichmässige Beleuchtung damit hervorzubringen, weil die Schatten sehr scharf gegen die beleuchteten Stellen abstechen, machen diese Beleuchtung im Allgemeinen nicht zweckmässig. Doch wendet man sie zu besondern Zwecken, bei objectiven Mikroskopen, auf Theatern u. dgl. an.

§. 289.

Von grösserer Wichtigkeit als die Lichterscheinungen des galvanischen Stroms sind die Erwärmungen, welche derselbe in Drähten hervorbringt, durch die er geht. Sehr auffallend treten diese in Verbindung mit Lichterscheinungen auf, wenn starke Ströme durch kurze und dünne Metalldrähte gehen. Diese werden dadurch zum Glühen gebracht, schmelzen und verbrennen, wenn sie aus leicht verbrennlichen Metallen, z. B. Eisen, bestehen. Man macht hiervon eine Anwendung zur Entzündung von Minen beim Sprengen aus beträchtlicher Entfernung. In das Pulver, womit die Mine gefüllt wird, wird ein kleines mit Pulver gefülltes Gefäss von Holz oder dergleichen gelegt; in dieses Gefäss sind zwei dickere Drähte eingesetzt, und im Innern untereinander durch einen feinen Eisendraht verbunden. An die äussern Enden derselben werden zwei längere und dickere Drähte befestigt, die zu den Polen einer entfernten Säule gehen. Wenn diese geschlossen wird,

und hinreichend kräftig ist, so wird der feine Eisendraht glühend, entzündet das ihn umgebende Pulver des kleinern Gefässes, der Patrone, und nach Zersprengung desselben mittelbar das Pulver der Mine. Namentlich auch bei Sprengungen unter Wasser ist diese Methode sehr anwendbar.

Wenn aber auch bei dünnern Drähten die Erwärmungen am beträchtlichsten und auffälligsten sich zeigen, so sind sie nicht auf diese beschränkt, auch dickere Drähte werden bei hinreichender Stromsträrke merklich erwärmt, und da wo die Erwärmung nicht so beträchtlich ist, dass man sie unmittelbar durch das Gefühl wahrnimmt, geben hinreichend feine thermometrische Messungen sie zu erkennen.

Die Gesetze dieser Erwärmungen sind von Joule und Lenz aufgefunden. Letzterer führte den Draht, dessen Erwärmung untersucht werden sollte, durch eine mit Alkohol (nicht Wasser, um eine Nebenschliessung durch dieses zu vermeiden) gefüllte Flasche, in der sich ein empfindliches Thermometer befand. Die Temperatur des Alkohols war zu Anfang des Versuchs um einige Grade niedriger als die der umgebenden Luft, und der Versuch wurde so lange fortgesetzt, bis sie um einige Grade höher als diese war, um so die Wechselwirkung der Wärme des Alkohols und der umgebenden Luft eliminiren zu können. Der Strom, dessen Stärke durch eine Tangentenbussole gemessen wurde, wurde mit Hülfe eines eingeschalteten Rheostaten während je eines Versuchs constant erhalten, und es wurden die Zeiträume beobachtet, in welchen das Thermometer um 1° stieg, oder die Geschwindigkeit der Temperaturzunahme des Alkohols. Aus der gewogenen Menge desselben, der Masse des Drahtes, der specifischen Wärme beider Körper so wie dem vorher ermittelten calorimetrischen Alkoholwerthe des Gefässes und Thermometers konnte daraus die Wärmemenge berechnet werden, welche durch den Strom in einer gegebenen Zeit in dem Drahte entwickelt wurde. Die Combination der Resultate solcher Versuchsreihen bei veränderter Zeitdauer, veränderter Stromstärke und verändertem Drahte ergab dann das Gesetz, dass die Wärmemenge W, welche in einer gegebenen Zeit t durch einen Strom von der Stärke i in einem Drahte von dem Widerstande r entwickelt wird, dargestellt wird durch den Ausdruck

$$W = ar \,.\, ii \,.\, t,$$

worin a eine von der Wahl der verschiedenen Einheiten abhängige Constante bezeichnet.

Eine Reduction der von Lenz erhaltenen Zahlen auf absolute elektrodynamische Stromeinheit, und die später näher zu definirende absolute elektrodynamische Einheit der Widerstände, ergiebt, wenn man für die Zeit die Secunde und für die Wärmemengen diejenige als Einheit wählt, welche die Temperatur eines Gramms Wasser von 0° auf 1° C zu erhöhen vermag, den Werth der Constanten a etwa

$$a = 1124 \,.\, 10^{-15}.$$

Aus diesem Gesetze ergiebt sich leicht der Grund dafür, dass man dünne Metalldrähte leichter zum Glühen bringen kann als dicke, dass aber auch die Drähte nicht zu lang sein dürfen, weil sie sonst den Gesammtwiderstand zu beträchtlich vermehren, die Stromstärke also, deren Quadrate die Erwärmung unter übrigens gleichen Umständen proportional ist, zu sehr schwächen.

§. 290.

Mit dem von Lenz gefundenen Gesetze für die Wärmeentwickelung in Drähten durch elektrische Ströme lässt sich nun das im sechsten Abschnitte §. 238 erwähnte von Riess gefundene Gesetz für die Erwärmungen durch Batterieentladungen vergleichen. Wir haben dieses durch die Formel dargestellt

$$W = A \cdot \frac{v}{V} \cdot \frac{qq}{s},$$

worin W die Wärmemenge bezeichnet, welche durch die Elektricitätsmenge q aus s Flaschen durch einen Schliessungsbogen, dessen Gesammtverzögerungswerth $= V$ ist, in einem Drahte entwickelt wird, dessen Verzögerungswerth $= v$ ist, während A eine von der Wahl der Einheiten abhängige Constante bezeichnet.

Unter Verzögerungswerth eines Leiters haben wir eine Constante verstanden, welche der Länge desselben direct und seinem Querschnitte umgekehrt proportional ist, jedenfalls ist daher der Verzögerungswerth eines Drahtes seinem Leitungswiderstande proportional, so lange Drähte gleicher Substanz mit einander verglichen werden. Wir werden sogar beide Grössen überhaupt als identisch betrachten können, wie sich ergiebt, wenn wir in der Lenz'schen Formel statt der Stromintensität i die elektromotorische Kraft e und den Gesammtleitungswiderstand R einführen; sie wird dann

$$W = a \cdot r \cdot \frac{ee}{RR} \cdot t.$$

Für den Entladungsstrom der Batterie ist aber offenbar die elektromotorische Kraft der Dichtigkeit $\frac{q}{s}$ proportional. Setzen wir also e statt $\frac{q}{s}$ in der Riess'schen Formel, so wird sie

$$W = \frac{A \cdot v \cdot ee \cdot s}{V}.$$

Nehmen wir also $r = v$, $R = V$ an, so wird

$$a \frac{t}{R} = As$$

sein müssen, damit beide Formeln identisch werden; oder die Dauer t einer Entladung der Batterie ergiebt sich proportional dem Producte $s \cdot R$.

Dieses Resultat lässt sich aber mit Hülfe verschiedener Galvanometer einer Prüfung unterwerfen, wenn man eine Batterie durch ein magnetisches

Galvanometer und durch ein Elektrodynamometer gleichzeitig entladet, indem zugleich noch um ein Ueberspringen der Electricität von einer Windung der Multiplicatoren zu den benachbarten zu vermeiden, eine nasse Schnur eingeschaltet wird.

Durch den Durchgang des nur kurze Zeit dauernden Entladungsstromes durch den Multiplicator des magnetischen Galvanometers wird nämlich ein fast plötzlicher Stoss auf die Nadel ausgeübt, welcher diese aus dem magnetischen Meridian um einen Winkel ablenkt, dessen Tangente dem Producte der Stromintensität i in die Dauer t des Stromes proportional ist. Bezeichnet nun m diese Tangente, so können wir

$$m = \alpha \,.\, i \,.\, t$$

setzen, wo α eine Constante ist. Ebenso wird auf die drehbare Rolle des Dynamometers ein Stoss ausgeübt, der diese aus ihrer Gleichgewichtslage um einen Winkel ablenkt, dessen Tangente n zwar auch der Dauer des Stromes t, aber zugleich dem Quadrate seiner Intensität i proportional ist. Es wird also

$$n = \beta \,.\, iit$$

gesetzt werden können, wo β eine neue Constante ist. Die Theorie der beiden Galvanometer erlaubt nun durch Versuche die Werthe der Constanten α und β zu bestimmen, und wenn also m und n gemessen werden, so hat man das Mittel i und t gesondert zu bestimmen. Es ist nämlich

$$i = \frac{\alpha}{\beta} \,.\, \frac{n}{m}$$

und

$$t = \frac{\beta}{\alpha\alpha} \,.\, \frac{mm}{n}.$$

In dieser Weise hat Weber die Entladungszeiten einer Batterie wirklich gemessen, wenn in den Schliessungsbogen verschieden lange nasse Schnüre eingeschaltet waren, bei deren verhältnissmässig beträchtlichem Widerstande die Gesammtwiderstände der Schliessungsbogen den Schnurlängen proportional gesetzt werden konnten. Es mussten also die Entladungszeiten nach den obigen Folgerungen den Schnurlängen proportional sein, und dieses fand in der That nahezu statt, denn es ergaben sich für die Schnurlängen l folgende Entladungszeiten t

$$l = 2000^{mm} \quad t = 0'',0851,$$
$$l = 1000^{mm} \quad t = 0'',0345,$$
$$l = 500^{mm} \quad t = 0'',0187,$$
$$l = 250^{mm} \quad t = 0'',0095.$$

In Bezug auf die Abhängigkeit der Entladungszeit von der Flaschenzahl s ist die obige Folgerung freilich noch nicht geprüft. Endlich würde sich die ganze Theorie der Identität eines Entladungsstromes mit einem galvanischen Strome ebenfalls dadurch prüfen lassen, dass man für dieselben Drähte sowohl aus ihren Erwärmungen im elektrischen Thermometer

durch Batterieentladungen ihre Verzögerungswerthe, als auch durch galvanische Messungen ihre Leitungswiderstände bestimmte; beide Zahlen müssten einander proportional sein. Ein genauer solcher Vergleich ist freilich bis jetzt noch nicht bekannt, aber die von Riess ermittelten specifischen Verzögerungswerthe verschiedener Metalle stimmen doch mit den aus galvanischen Messungen abgeleiteten specifischen Leitungswiderständen derselben Metalle so nahe überein, dass die Verschiedenheiten wohl nur daher rühren werden, dass die Leitungswiderstände gleich dicker und gleich langer Drähte aus denselben Metallen selbst bei vollkommener Reinheit nicht immer gleich sind, und selbst diese letztere für die in Frage kommenden Drähte nicht vollständig verbürgt ist. Jedenfalls wird man den Entladungsstrom als einen wahren elektrischen Strom wie den galvanischen betrachten dürfen.

§. 291.

Die Erwärmung von Drähten durch elektrische Ströme und die Gesetze, nach welchen dieselbe erfolgt, geben eine merkwürdige Bestätigung der mechanischen Wärmetheorie.

Denken wir uns nämlich eine durch Drähte geschlossene Kette, auf deren Elektricitäten keine äusseren Kräfte wirken, und sehen wir von den chemischen Aenderungen in der Säule selbst ab, so ist in dieser eine gewisse bewegende Kraft thätig, welche die Strombewegung veranlasst und erhält. Aber diese Kraft kann nicht diejenigen Bewegungen vollständig hervorbringen, welche ihr an und für sich entsprechen, weil der Widerstand des Schliessungsbogens eine Verzögerung der strömenden Elektricität veranlasst. In Folge dieses Widerstandes geht daher lebendige Kraft hinsichtlich der Strombewegung verloren; die Grösse derselben muss offenbar der Zeit und der Grösse des Widerstandes so wie dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional sein, mit welcher die Elektricitätseinheit durch den Querschnitt geht, oder dem Quadrate der Stromintensität. Denken wir uns also den ganzen Verlust an lebendiger Kraft in Wärme verwandelt, d. h. nach der mechanischen Vorstellung diesen verbraucht um Molecularbewegungen in den Leitern hervorzubringen, so erhalten wir für die Wärmeerzeugung dasselbe Gesetz, wie es aus den Versuchen ermittelt ist; wir können uns also daraus das letztere erklären.

Noch ein grösseres Interesse erhält diese Vorstellung durch die folgenden Versuche von Joule. Wir werden nämlich später sehen, dass man elektrische Ströme auch durch Aufwendung einer mechanischen Arbeit erhalten kann, indem gewisse Körper durch diese gegen in sich geschlossene Metalldrähte bewegt werden. Nun kann man die mechanische Arbeit messen, welche man aufwenden muss, um diese Körper zu bewegen, sowohl wenn die Drähte geschlossen sind, also Ströme in denselben entstehen können, als auch wenn dieses nicht der Fall ist. Wenn nun aber die

Ströme so verwandt werden, dass sie weiter keine Wirkung als Erwärmung der Leitungsdrähte hervorbringen können, und wenn man diese Erwärmung oder die erzeugte Wärmemenge misst, so entspricht diese dem Ueberschusse der zur Bewegung aufgewendeten mechanischen Arbeit bei der ersten Combination über dieselbe bei der zweiten. Es ist also hier eine bestimmte Arbeitsmenge durch Vermittelung der Elektricität in Wärme umgewandelt. Solche genaue Versuche sind nun von Joule angestellt worden, und haben ein mechanisches Aequivalent der Wärme = 460 ergeben, welche Zahl mit den auf andern Wegen ermittelten im fünften Abschnitte §. 205 angeführten Zahlen sehr nahe übereinstimmt.

§. 292.

Wie durch Bewegung der Elektricität thermische Wirkungen erzielt werden, so steht umgekehrt die Wärme mit der Elektricität in einer solchen Beziehung, dass durch Vermittelung derselben elektromotorische Kräfte hervorgebracht werden können. Am längsten ist eine hierher gehörige Erscheinung am Turmalin bekannt. Dieses im hexagonalen System krystallisirende Mineral bildet gewöhnlich längere Säulen mit pyramidalen oder rhomboëdrischen Endigungen, die nicht selten unsymmetrisch gegen einander gestaltet sind, vermöge einer Verbindung von holoëdrischen und hemiëdrischen Formen. Diese Unsymmetrie der Form scheint mit dem elektrischen Verhalten des Turmalins so wie vieler andern sich ähnlich verhaltender Krystalle im Zusammenhang zu stehen, indem die ungleichartigen Enden auch elektrische Verschiedenheiten bei einer Temperaturänderung zeigen. Wird ein Turmalin erwärmt, so geben die beiden Enden desselben Zeichen von freier und zwar entgegengesetzter Electricität. Diese Eigenschaft des Turmalins zeigt sich z. B. darin, dass er beim Erwärmen in einem Kohlenfeuer Asche an seinen Enden anzieht, woher der Trivialname Aschenzieher für denselben stammt.

Eine genauere Untersuchung der elektrischen Eigenschaften des Turmalins wie anderer pyroelektrischer Krystalle hat ergeben, dass der elektrische Zustand derselben nicht eigentlich an bestimmte Temperaturen geknüpft ist, sondern durch jede Temperaturänderung hervorgebracht wird, so dass das eine Ende desselben durch jede Erwärmung positiv, durch jede Abkühlung negativ elektrisch gemacht wird, während umgekehrt das andere Ende bei der Erwärmung negativ, bei der Abkühlung positiv elektrisch wird; bei constanter Temperatur dagegen verschwindet die elektrische Differenz. Das erstere Ende des Krystalls nennt man den analogen, das andere den antilogen pyroelektrischen Pol desselben.

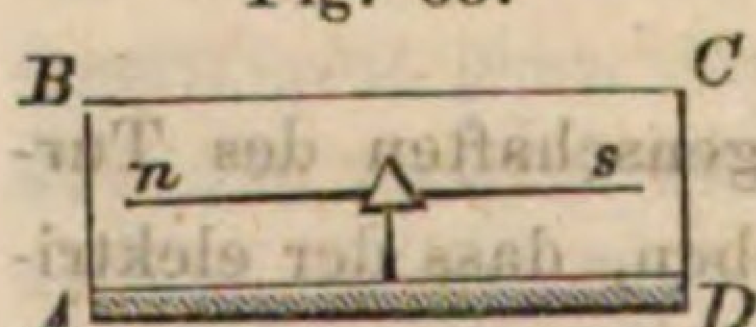
Die Scheidung der Elektricitäten bei einer Temperaturveränderung eines pyroelektrischen Krystalls erfolgt nicht in der Weise, dass auf der einen Hälfte desselben sich nur positive, auf der andern nur negative freie Elektri-

cität fände, sondern ähnlich wie die der magnetischen Flüssigkeiten beim Magnetisiren nur auf den einzelnen Theilchen der Krystalle, aber auf allen in gleicher Weise. Denn wenn ein pyroelektrischer Krystall in seiner Mitte durchbrochen wird, so finden sich auf jedem Bruchstücke wieder beide freie Elektricitäten, indem an der einen Bruchfläche freie positive, an der andern freie negative Elektricität auftritt, während vorher an dieser Stelle keine freie Elektricität merklich war.

§. 293.

In einer andern Weise kann die Wärme zur Hervorbringung elektrischer Bewegungen deshalb nutzbar gemacht werden, weil die elektromotorische Kraft, welche an der Berührungsstelle zweier Metalle thätig ist, mit der Temperatur der Berührungsstelle sich ändert. Wäre sie von der Temperatur unabhängig, so würde immer, wenn zwei verschiedene Metalle einen geschlossenen Ring bilden, die Wirkung der elektromotorischen Kraft an der einen Berührungsstelle durch die an der andern aufgehoben, wie wir es in der That in der Regel beobachten, wenn wir einen Ring in dieser Weise aus zwei verschiedenen Metallen bilden und die beiden Berührungsstellen eine gleiche Temperatur besitzen. Wenn dieses letztere aber nicht der Fall ist, so stellt sich in dem Ringe ein elektrischer Strom her, der so lange dauert, als die beiden Berührungsstellen eine ungleiche Temperatur besitzen. Sehr auffallend zeigt sich diese Erscheinung beim Wismuth und Antimon; löthet man aus diesen einen Ring oder Rahmen zusammen, den man in der Ebene des magnetischen Meridians eine drehbare Magnetnadel umgeben lässt, und erwärmt man die eine Löthstelle, indem die Temperatur der andern unverändert bleibt, so wird die Nadel aus der Ringebene abgelenkt, und kehrt in diese erst wieder zurück, wenn die erwärmte Stelle bis zur Temperatur der andern abgekühlt ist. Nehmen wir an, das Wismuth bilde den

Fig. 65.



untern Theil *AD* des Rahmens *ABCD* (Fig. 65), und *A* sei nach Norden gerichtet, so wird, wenn *A* erwärmt wird, der Nordpol *n* der kleinen Nadel *ns* nach Osten abgelenkt, es wird dadurch die Existenz eines elektrischen Stromes angezeigt, der in dem Ringe in der Richtung *ABCD* circulirt, d. h. an der wärmern Berührungsstelle vom Wismuth zum Antimon geht. Wird die Löthstelle *D* erwärmt, so wird der Nordpol der Nadel nach Westen abgelenkt, der Strom geht also in der entgegengesetzten Richtung *DCBA* durch den Ring, also wieder an der wärmern Berührungsstelle vom Wismuth zum Antimon. Dieselbe Ablenkung bleibt auch noch, wenn die Temperatur von *D* unverändert gelassen, *A* dagegen abgekühlt wird; sie geht aber wieder in die erste über, wenn bei unveränderter Temperatur von *A* die Löthstelle *D* abgekühlt wird.

Statt den Ring vollkommen in sich zu schliessen, und die Magnetnadel in seiner Mitte aufzuhängen, kann man ihn auch an irgend einer Stelle

unterbrechen und die Enden mit den Enden des Multiplicatordrahtes eines Galvanometers verbinden; alsdann wird noch immer bei einer Erwärmung oder Abkühlung einer der Löthstellen A und D die Nadel des Galvanometers so abgelenkt, dass sie einen Strom anzeigt, der an der wärmern Berührungsstelle vom Wismuth zum Antimon geht. Man nennt diesen Strom einen thermoelektrischen.

Aehnlich wie das Wismuth und Antimon, nur in einem schwächern Grade, verhalten sich auch andere Metalle. Man kann die sämmtlichen Metalle in dieser Hinsicht in eine Reihe ordnen, die thermoelektrische Spannungsreihe, worin dieselben so aufeinander folgen, dass jedes nachfolgende mit einem der vorhergehenden in der angegebenen Weise combinirt, einen Strom liefert, der an der wärmern Berührungsstelle von dem in der Reihe voranstehenden zu dem nachfolgenden geht; am Anfange dieser Reihe steht das Wismuth, am Ende das Antimon. Diese thermoelektrische Spannungsreihe ist aber von der eigentlichen Spannungsreihe, die sich streng genommen auf Berührung verschiedener Metalle bei constanter Temperatur bezieht, verschieden.

Die elektromotorische Kraft oder vielmehr die Differenz der elektromotorischen Kräfte an den beiden Berührungsstellen, welche denselben hervorruft, kann man vergrössern, wenn man mehrere Wismuth- und Antimonstäbchen abwechselnd aneinander löthet, so dass alle Löthstellen ungerader Zahl, von einer als der ersten angefangen, dicht neben einander zu liegen kommen, alle von gerader Zahl getrennt von diesen wieder dicht neben einander, die Stäbchen aber übrigens von einander isolirt sind. Wenn man dann die beiden äussersten Stäbchen mit den Enden eines Multiplicators verbindet und entweder die Löthstellen gerader Zahl oder die ungerader Zahl gemeinschaftlich gegen die andern erwärmt oder abkühlt, so weist die Galvanometernadel wieder einen thermoelektrischen Strom nach, dessen Richtung durch die obige Regel gegeben ist. Einen solchen Apparat nennt man eine thermoelektrische Säule, indem sie sich zu einem einfachen thermoelektrischen Elemente gerade so verhält, wie eine gewöhnliche galvanische Säule zu einem gleichartigen einzigen Elemente. Wenn also e die elektromotorische Kraft eines Elementes bei einer bestimmten Temperaturdifferenz der Löthstellen bezeichnet, w den Widerstand desselben und W den des Multiplicatordrahtes, so wird die Stromintensität i bei Benutzung dieses einen Elementes

$$i = \frac{e}{w + W}$$

und die Stromintensität I, welche eine aus n gleichen Elementen bestehende Säule bei der gleichen Temperaturdifferenz liefert,

$$I = \frac{ne}{nw + W} \text{ sein.}$$

Die verhältnissmässig beträchtliche Grösse der specifischen Leitungswiderstände des Antimons und Wismuths im Vergleich mit dem Kupfer, welches man gewöhnlich zur Construction des Multiplicators benutzt, erlaubt, den Multiplicatoren, welche für thermoelektrische Ströme bestimmt sind, ziemlich beträchtliche Widerstände zu geben, d. h. sie aus langen und dünnen Drähten zu bilden, welche eine grosse Anzahl von Windungen gestatten, ohne die Stromintensität erheblich zu mindern, und doch die Einwirkung auf die Galvanometernadel sehr vervielfältigen.

§. 294.

Mit einem zweckmässig für eine gegebene thermoelektrische Säule construirten Galvanometer kann man daher sehr schwache thermoelektrische Ströme noch merkbar und messbar machen; obwohl also geringe Temperaturdifferenzen nur schwache thermoelektrische Ströme liefern, so ist die thermoelektrische Säule besonders geeignet, sehr schwache Temperaturdifferenzen merklich zu machen. Sie findet daher ihre hauptsächlichste Anwendung in der Lehre von der strahlenden Wärme, wo es sich häufig um die Erkennung sehr schwacher Temperaturdifferenzen handelt. Die früher im vierten Capitel des fünften Abschnitts angegebenen Erscheinungen und Gesetze der Wärmestrahlung sind hauptsächlich nach Mellonis Vorgange mit Hülfe dieses Instrumentes aufgefunden worden. Zu diesem Zwecke werden die Endflächen der Säule, in welchen die abwechselnden Löthstellen nahe zusammen liegen, gewöhnlich mit Russ überzogen, auch mit vorspringenden Röhren versehen, um den Einfluss von Seitenstrahlungen abzuhalten und die eine der Flächen gegen den strahlenden Körper richten zu können, dessen Wärmestrahlung man untersucht, während die andere durch Schirme von constanter Temperatur und geringem Strahlungsvermögen geschützt und so weit es möglich ist, auf constanter Temperatur erhalten wird.

Um eine solche thermoelektrische Säule zur Messung von Temperaturdifferenzen zu benutzen, kann man sie mit einer experimentell ermittelten Skale versehen, indem man die Ablenkungen der Galvanometernadel beobachtet, welche sie bei verschiedenen bekannten Temperaturdifferenzen der Löthstellen hervorruft, und durch Interpolation die Skale nach diesen Beobachtungen vervollständigt. Wenn es sich aber nur um geringe Temperaturdifferenzen handelt, so kann man diese den entsprechenden Stromstärken proportional setzen, indem wenigstens bei den gewöhnlichen Temperaturen, bei welchen man beobachtet, für kleine Temperaturdifferenzen diese Proportionalität an den meisten thermoelektrischen Säulen, namentlich den gewöhnlich gebrauchten aus Antimon und Wismuth, besteht.

Bei grossen Temperaturdifferenzen besteht sie aber keineswegs mehr allgemein. Hierfür bieten Eisen und Kupfer ein auffallendes Beispiel, indem bei geringen Temperaturdifferenzen der Strom an der wärmern Berührungs-

stelle vom Kupfer zum Eisen geht, und die Stromintensität anfänglich mit der Grösse der Temperaturdifferenz wächst, von einer bestimmten Grenze an aber abnimmt, und endlich in der Glühhitze der Strom vom Eisen zum Kupfer geht, also die entgegengesetzte Richtung wie anfänglich besitzt.

Wenn man mehrere gleiche thermoelektrische Elemente aus Wismuth und Antimon bildet, und die Stromstärken ermittelt, welche sie bei gleichen Temperaturdifferenzen der Löthstellen und bei gleicher Schliessung geben, so findet man diese in der Regel verschieden. Genauere Untersuchungen von Svanberg u. A. haben ergeben, dass die Grösse der elektromotorischen Kraft von den Krystallisationsverhältnissen abhängig ist, dass sie nämlich, wenn die vorherrschende Spaltungsrichtung des Wismuths der Berührungsfläche parallel ist, grösser ist, als wenn beide senkrecht aufeinander stehen, dass aber beim Antimon das Entgegengesetzte stattfindet. Man kann selbst thermoelektrische Elemente aus nur zwei Stücken Wismuth oder zwei Stücken Antimon herstellen, wenn in dem einen eine vorherrschende Spaltungsrichtung der Berührungsfläche parallel, im andern senkrecht dagegen ist.

Die Stellung der Metalle in der thermoelektrischen Spannungsreihe hängt daher auch von ihrer krystallinischen Beschaffenheit ab. Auch andere Beschaffenheiten derselben haben darauf einen merklichen Einfluss. Namentlich hat Magnus nachgewiesen, dass eine ungleiche Härte der Metalle ihre Stellung ändert, so dass man aus einem einzigen zickzackförmig gebogenen weichen Kupferdrahte eine thermoelektrische Säule bilden kann, wenn man die abwechselnden Streifen der Zacken härtet. Der Einfluss der Härtung ist aber bei verschiedenen Metallen verschieden, indem bei einigen der Strom an der wärmern Berührungsstelle vom harten zum weichen, bei andern entgegengesetzt geht.

So lange man nur magnetische Wirkungen der thermoelektrischen Ströme kannte, konnte ein Zweifel darüber bestehen, ob diese magnetischen Wirkungen wirklich von elektrischen Strömen herrührten, oder ob der Grund derselben in einer andern Wirkung der Temperaturdifferenz der Löthstellen auf die Metalle und dieser auf die Nadel zu suchen sei. Allein nachdem man stärkere thermoelektrische Ströme hervorgebracht hat, ist es gelungen, auch andere Wirkungen elektrischer Ströme damit zu erzielen, z. B. Funken bei Unterbrechung des Schliessungsbogens, elektrolytische Zersetzungen eingeschalteter flüssiger Leiter u. s. f. Am entschiedensten ist aber das Resultat einer Untersuchung von Kohlrausch, durch welche dieser das Vorhandensein freier und zwar entgegengesetzter Elektricitäten an den beiden Enden einer geöffneten thermoelektrischen Kette nachgewiesen hat, die aus 769 Elementen von Eisen und Neusilber bestand, und deren beide Flächen etwa um 10 bis 15 Grad verschiedene Temperaturen erhielten. Auch fand sich, dass die Dichtigkeit der freien Elektricität unter gleichen Umständen nahezu der Anzahl der Elemente proportional war, welche benutzt wurden;

die Grösse der elektromotorischen Kraft eines einfachen Elementes bei der angegebenen Temperaturdifferenz ergab sich aus diesen Versuchen etwa gleich $\frac{1}{6600}$ der einer einfachen Daniellschen Kette.

§. 295.

Der thermoelektrische Versuch gestattet nach einer Entdeckung Peltiers eine einfache Umkehrung. So wie nämlich durch eine Temperaturdifferenz der Endflächen eines Metalles, wenn es in diesen mit andern eine geschlossene Kette bildenden Metallen in Berührung steht, ein elektrischer Strom in dieser Kette entsteht, so werden umgekehrt, wenn beide Endflächen eine gleiche Temperatur besitzen und ein elektrischer Strom durch die Kette geht, diese ungleich erwärmt, indem am einen Ende die Temperatur sinkt, am andern steigt. Wenn man in ein Luftthermometer einen Stab einschliesst, der seiner Länge nach zur Hälfte aus Wismuth, zur Hälfte aus Antimon besteht, und man einen Strom durch diesen gehen lässt, so zeigt das Thermometer, wenn der Strom im Innern des Thermometers vom Antimon zum Wismuth geht, eine Erwärmung der Berührungsstelle, aber, wenn er die entgegengesetzte Richtung hat, eine Abkühlung derselben an. Man kann dieses durch den thermoelektrischen Strom sichtbar machen, welchen die Temperaturveränderung der Löthstelle hervorruft. Löthet man ein Kreuz *AB CD* Fig. 65 aus einem Antimonstabe *AB* und einem Wismuthstabe *CD* zusammen, verbindet man *B* und *C* mit den Polen einer galvanischen Säule, *A* und *D* mit den Enden eines Multiplicatordrahtes, so wird die Nadel des Galvanometers nach der einen Seite abgelenkt, wenn der Strom von *B* nach *C* geht, nach der andern, wenn von *C* nach *B*. Auch nach dem Aufhören des primären Stroms bleibt der thermoelektrische noch eine Zeit lang; wenn man also durch eine thermoelektrische Säule einen galvanischen Strom eine Zeit lang gehen lässt, und dann nach Unterbrechung dieses die Säule mit einem Galvanometer verbindet, so wird die Nadel dieses nach der einen oder andern Richtung abgelenkt, je nachdem der erste Strom in der einen oder andern Richtung durch die Säule ging.

Fig. 65.



Aus thermoelektrischen Messungen ergiebt sich, dass die Temperaturdifferenz, welche so durch einen Strom hervorgebracht wird, bei gleicher Dauer desselben seiner Intensität (nicht dem Quadrate derselben wie die Erwärmungen homogener Drähte) proportional ist, dass aber bei ungleicher Dauer des ersten Stroms dieselbe der Dauer proportional sein würde, wenn nicht durch Leitung und Strahlung dieselbe fortwährend vernichtet würde. In der Regel aber geht diese Ausgleichung derselben sehr rasch von Statten, und man kann deshalb durch längere Dauer des primären Stromes sich nur einem Grenzwerthe der Temperaturdifferenz asymptotisch nähern, nicht aber

dieselbe bis zu einem beliebigen Grade steigern. Gewöhnlich ist sie wenige Minuten nach Unterbrechung des primären Stromes schon gänzlich wieder verschwunden.

Sechstes Capitel.

Von der magnetisirenden Wirkung elektrischer Ströme.

§. 296.

Im zweiten Capitel dieses Abschnitts haben wir gesehen, dass der elektrische Strom magnetische Eigenschaften besitzt, durch welche er eine Richtkraft auf einen Magneten ausübt, und diese Richtkraft hat uns vorzugsweise zur Messung der Stromstärke gedient. Hierauf allein sind aber seine magnetischen Eigenschaften nicht beschränkt, sondern wie ein Magnet auf nicht magnetisches Eisen magnetisirend wirkt, so kommt diese Wirkung auch den elektrischen Strömen zu.

Wenn man ein Stück weiches Eisen mit einer Drahtspirale umgiebt, und durch diese einen elektrischen Strom gehen lässt, so wird dasselbe zu einem kräftigen Magneten. Man erkennt dieses theils daran, dass weiches Eisen in der Nähe desselben mit grosser Kraft angezogen wird, theils aus dem beträchtlich vergrösserten magnetischen Momente, welches einer solchen Spirale zukommt, und eine Ablenkung eines entfernten drehbaren Magneten hervorbringt, je nachdem sie mit einem solchen Eisenkern versehen ist oder nicht.

Stellt man in der Nähe eines Magnetometers eine von einem Strome durchflossene Spirale in einer der Hauptlagen auf, und beobachtet man die Ablenkung, welche sie der Magnetometernadel ertheilt, so sieht man diese beträchtlich zunehmen, wenn in die Spirale ein Eisenstab geschoben wird. Man kann die Wirkung der Spirale an sich auf den drehbaren Magnet auch dadurch aufheben, dass ehe sie mit dem Eisenstabe versehen ist, eine andere von demselben Strome durchflossene Spirale dem Magnete so genähert wird, dass dieser unter der Einwirkung beider wieder in den magnetischen Meridian zurückkehrt. Das Einschieben des Eisenstabes in die erste Spirale hat dann zur Folge, dass der Magnet wieder nach derselben Seite hin abgelenkt wird, wohin ihn die erste Spirale allein ablenkte.

Wenn die Entfernung der mit dem Eisenstabe versehenen Spirale von dem Magnetometer hinlänglich gross ist, oder wenn, falls dieses nicht der Fall ist, man dieselben Versuche bei einer andern Entfernung derselben wiederholt, und nach den früher gegebenen Regeln durch eine Combination beider Reihen die Ablenkungen auf unendlich grosse Entfernungen reducirt, so

kann man das magnetische Moment bestimmen, welches der Eisenstab durch die Wirkung des ihn in der Spirale umkreisenden Stromes erhält. Misst man zugleich auch noch durch ein besonderes Galvanometer die Stromstärke, und verändert man diese in einem Systeme zusammengehöriger Messungen, so können diese Beobachtungen dienen um zu untersuchen, in welchem Zusammenhange der Magnetismus des Stabes zu der ihn hervorbringenden magnetisirenden Kraft steht.

Versuche, die in dieser Weise von Müller angestellt sind, haben ergeben, dass das magnetische Moment des Eisens in der Spirale oder des Elektromagneten zwar mit wachsender Stromstärke zunimmt, aber nicht proportional mit dieser, sondern sich einem Grenzwerthe nähert. Bei nicht sehr beträchtlichen Stromstärken tritt dieses zwar noch nicht hervor, indem hier das magnetische Moment nahe proportional mit der Stromintensität wächst, aber bei beträchtlichen Werthen der letztern weicht die Zunahme merklich von der Proportionalität ab. Müllers Versuche stimmen ziemlich genau mit den Ergebnissen überein, welche man erhält, wenn man zwischen der Stromintensität i und dem magnetischen Momente eines Elektromagneten m eine Gleichung von der Form

$$i = a d^{\frac{3}{2}} \mathrm{tg} \frac{bm}{dd}$$

annimmt, worin a und b zwei Constante sind und d den Durchmesser des cylindrischen Eisenstabes bezeichnet. Es ist aber dabei vorausgesetzt, dass der Eisenstab seiner ganzen Länge nach von der Spirale umschlossen wird, und aus dieser wenigstens nicht erheblich zu beiden Seiten hervorragt. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so sind die magnetischen Kräfte, welche die Spirale in den einzelnen Punkten des Eisenstabes ausübt, nothwendig sehr verschieden, nämlich ausserhalb der Windungen der Spirale nehmen sie sehr rasch mit der Entfernung von derselben ab, während, wie die Anwendung des elektromagnetischen Grundgesetzes ergiebt, innerhalb der Windungen diese Kraft fast allenthalben nahe gleich ist. Wenn aber nicht auf alle Theile des Eisenstabes eine gleiche oder wenigstens nahe gleiche Kraft von der Spirale ausgeübt wird, so bewirkt der Einfluss der magnetischen Eisentheile auf einander, dass nicht mehr allenthalben im Eisen die ganze magnetisirende Kraft der Stromstärke in der Spirale proportional gesetzt werden darf. Bei genaueren Versuchen über diesen Gegenstand von Weber sind daher die Eisenstäbe nicht länger als die magnetisirenden Spiralen genommen, so dass sie ganz innerhalb derselben blieben oder ihre Enden von den Enden der Spirale noch entfernt waren, in deren Nähe auch im Innern ebenfalls die elektromagnetische Kraft der Spirale ein wenig veränderlich ist.

§. 297.

Aus diesen Versuchen lassen sich Schlüsse ziehen, die für die Theorie des Magnetismus von grosser Wichtigkeit sind.

Die Vertheilung nämlich der magnetischen Flüssigkeiten im Innern des unmagnetischen Eisens und die Bewegung derselben beim Magnetisiren lässt sich in einer doppelten Weise denken. Die zunächst liegende Vorstellung, deren wir uns bei den rein magnetischen Erscheinungen im siebenten Abschnitte bedient haben, ist die, dass beide magnetische Flüssigkeiten im unmagnetischen Zustande Theilchen für Theilchen nach Art der neutralen Elektricität in einem unelektrischen Leiter mit einander verbunden sind, und dass bei der Magnetisirung dieselben in unmessbar kleinen Entfernungen aber nach parallelen oder nahe parallelen Richtungen von einander geschieden werden. Die Stärke des ganzen Magneten ist dann durch die geringere oder grössere Scheidung der magnetischen Theilchen von einander bedingt. Es lässt sich aber auch denken, dass schon eine Scheidung beider im unmagnetischen Eisen vorhanden ist, dieses also aus einer Anhäufung von Elementarmagneten besteht, deren Achsen aber in allen möglichen Richtungen gegen einander geneigt sind, so dass dadurch ihre magnetischen Wirkungen nach Aussen hin unter einander compensirt werden. Dann erscheint die Magnetisirung als eine Drehung dieser Elementarmagnete, durch welche ihre Achsen sämmtlich untereinander und einer bestimmten Richtung, der magnetischen Achse des ganzen Magneten parallel gestellt, oder diesem Parallelismus wenigstens genähert werden. Die Grösse des magnetischen Moments ist dann durch die geringere oder grössere Annäherung an diesen Parallelismus bedingt.

Diese beiden Vorstellungen führen aber zu verschiedenen Folgerungen über die Abhängigkeit der Stärke des magnetischen Moments von der magnetisirenden Kraft. Nach der erstern oder der Scheidungstheorie muss das magnetische Moment proportional mit dieser wachsen, wenigstens bis dahin, dass der sämmtliche Vorrath an neutralem Magnetismus erschöpft und aller Nordmagnetismus gänzlich von allem Südmagnetismus geschieden ist; und erst dann kann die Magnetisirung eine Grenze erreichen. Nach der andern Vorstellung, der Drehungstheorie, dagegen ist diese Grenze gegeben, wenn die magnetischen Achsen der Elementarmagnete untereinander vollkommen parallel sind, aber dieser Grenze muss sich mit wachsender magnetisirender Kraft das magnetische Moment so nähern, dass die Zuwachse der letztern bei gleichen Zuwachsen der erstern kleiner werden, je näher diese Grenze schon erreicht ist. Da die Versuche nun zeigen, dass dieses Letztere stattfindet, so folgt daraus, dass die Scheidungstheorie nicht bestehen kann. Wir müssen also im unmagnetischen Eisen schon fertig gebildete aber drehbare Molecularmagnete vorhanden annehmen, die durch eine besondere Eigenschaft des Eisens ohne Mitwirkung äusserer magnetischer Kräfte in solchen gegenseitigen Lagen zurückgehalten werden, dass die magnetischen Achsen derselben gleichmässig allen möglichen Richtungen parallel sind, und wenn sie aus dieser Lage abgelenkt sind, in dieselben zurückkehren; wobei noch

die Coërcitivkraft eine geringere oder grössere Leichtigkeit in der Drehung bezeichnet.

Aus dieser Vorstellung hat nun Weber eine complicirtere Formel für die Abhängigkeit des magnetischen Moments eines Elektromagneten von der magnetisirenden Kraft abgeleitet, welche ebenfalls eine Abweichung von der Proportionalität zwischen beiden ergiebt, und einen Grenzwerth des erstern liefert; der numerische Vergleich der Resultate dieser Formel mit den Beobachtungen ergab eine hinreichende Uebereinstimmung, also einen directen Beweis für die Zulässigkeit der Drehungstheorie. In diese Formel tritt eine Grösse ein, die von der Form des Elektromagneten abhängt, weil die Elementarmagnete selbst auf einander Richtkräfte ausüben, und die Wirkung dieser sich mit der der äussern magnetisirenden Kraft verbindet. Dieser Einfluss der Elementarmagnete verstärkt nun die magnetische Scheidungskraft, wenn die Elementarmagnete ihrer Länge nach aneinander gereiht sind, schwächt sie aber, wenn sie nebeneinander liegen, und daraus folgt, dass eine gestreckte Form des Eisens für die Magnetisirung förderlicher ist, als eine kürzere und dickere, woraus sich also die praktische Regel ergiebt, dass man, um kräftige Elektromagnete herzustellen, dem Eisen eine längliche stabförmige Gestalt geben muss.

Hinsichtlich der Theorie des Magnetismus ist aber aus diesen Versuchen das wichtige Resultat gewonnen, dass die hypothetisch angenommenen Magnetismen durchaus nicht als Flüssigkeiten, ähnlich wie die Elektricitäten, gedacht werden können, sondern dass sie ein für allemal im Eisen geschieden sein müssen, und nur in der Weise beweglich sind, dass ein nördliches und ein südliches Theilchen zusammen eine gemeinschaftliche Drehung um einen zwischen ihnen liegenden Punkt erleiden können. Wir könnten uns also z. B. je ein Theilchen des einen und des andern auf zwei entgegengesetzten Punkten eines Eisenmolecüles unwandelbar befestigt, und dieses letztere drehbar denken. Dann würde aber die Nothwendigkeit wegfallen, für die Erklärungen der magnetischen Erscheinungen eigene magnetische Materien anzunehmen, indem wir uns dann nur jedes Eisenmolecül als ein bipolares Theilchen, d. h. aus zwei mit einander verbundenen ponderabeln Theilchen von in magnetischer Beziehung entgegengesetzten Eigenschaften zusammengesetzt zu denken brauchten, welches einer Drehung um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt fähig wäre, aber nicht in seine beiden Bestandtheile geschieden werden könnte.

§. 298.

Durch die früher dargestellten Verhältnisse zwischen Magneten und elektrischen Strömen ist aber noch eine andere Vorstellungsweise von den Ursachen der magnetischen Erscheinungen möglich geworden, und zuerst von Ampère ausgesprochen.

Alle Wirkungen nämlich, welche ein Magnet hervorbringt, haben wir auch an den geschlossenen elektrischen Strömen kennen gelernt, und umgekehrt, alle Wirkungen, welche ein elektrischer Strom ausserhalb seines Schliessungsbogens hat, kommen auch den Magneten zu. Diese vollständige wechselsweise Ersetzbarkeit eines Stromes durch einen Magnet, dessen magnetische Achse auf der Stromebene senkrecht steht, und dessen Nordpol zu den Füssen eines vom Strome von links nach rechts umkreisten Beobachters liegt, können wir nun auch auf die einzelnen Elementarmagnete übertragen, die wir nach dem vorigen Paragraphen im unmagnetischen oder im magnetischen Eisen annehmen müssen. Denken wir uns also jedes Eisentheilchen von einem drehbaren Strome, einem sogenannten Molecularstrome, umkreist, nicht aber mit magnetischen Theilchen behaftet, oder in angegebener Weise aus zweierlei entgegengesetzten Theilchen gebildet, so können daraus ebenfalls alle magnetischen Eigenschaften des Eisens erklärt werden.

Die rein elektrischen Erscheinungen haben uns aber zu der Annahme geführt, dass in allen Körpern, also auch im Eisen, neutrale Elektricität vorhanden ist. Wir brauchen uns daher im Eisen diese nur in der angegebenen Weise in Bewegung statt in Ruhe wie in den nicht magnetisirbaren Körpern zu denken, um zugleich eine Erklärung für die magnetischen Erscheinungen zu gewinnen. Durch eine solche Annahme werden beide Klassen von Erscheinungen auf eine einzige Ursache zurückgeführt, unsere Vorstellung von der Natur also vereinfacht, und dadurch diese Hypothese sehr empfohlen. Diese Hypothese führt von selbst, ebenso wie die im vorigen Paragraphen besprochene Drehungstheorie magnetischer Elementarmagnete, zu dem Resultate, dass die Stärke des Magnetismus der magnetisirenden Kraft nicht proportional sei, sondern sich nur einem Grenzwerthe nähern kann.

Es ist freilich zu beachten, dass alle elektrischen Ströme, welche wir in Leitern hervorbringen, so bald die elektromotorische Kraft zu wirken aufhört, vermöge des Leitungswiderstandes erlöschen, wir in diesem Falle aber nicht aufhörende, sondern beharrliche Ströme annehmen müssten. Allein wenn wir nach der Ursache des Widerstandes fragen, welcher den künstlich hervorgerufenen elektrischen Strömen entgegenwirkt, so können wir diese wohl in nichts Anderem als darin suchen, dass die ponderabelen Molecüle der Leiter die Elektricität mit bestimmten Kräften festhalten, und so dem Uebergange derselben von einem Molecül zum andern sich widersetzen. Diese Ursache fällt aber weg, wenn die Bewegung der Elektricität eine solche ist, dass sie gar nicht von einem ponderabeln Molecül zu einem andern überzugehen braucht, sondern sich immer nur um dasselbe bewegt, und so wird es begreiflich, dass die einmal im Eisen erzeugten Molecularströme immer fortdauern.

Wenn man aber auch dieser Vorstellungsweise sich bedient, also den magnetischen Materien keine reale Existenz zuschreibt, so ist es doch noch

immer erlaubt, zum Zwecke der Berechnung der Wirkungen eines Magneten jeden Molecularstrom durch ein nordmagnetisches und ein gleich grosses davon geschiedenes südmagnetisches ideales Theilchen ersetzt sich vorzustellen. Aber es ist dann eine nothwendige Folge, dass kein Magnet mit nur einem einzigen Pole existirt, sondern dass die für den Strom denkbaren Magnetismen immer in gleicher Menge in einem noch so kleinen Magnete vorhanden zu denken sind. Nach der Vorstellung magnetischer Flüssigkeiten ist dieses dagegen nicht durchaus nothwendig, sondern es wäre denkbar, dass zwar im unmagnetischen Eisen sie in gleicher Menge vorhanden sind, aber dass Magnete existirten, worin eine solche Gleichheit nicht stattfände. Nun kennen wir aber bis jetzt solche Magnete nicht, und wenn es erlaubt ist, aus dieser Unbekanntschaft zu schliessen, dass sie nicht vorkommen, so giebt die Ampèresche Theorie dafür einen einfachen und zwingenden Grund an.

Endlich aber ist noch anzuführen, dass wir durch die Annahme der letzteren der Nothwendigkeit überhoben werden, solche Elementarkräfte zwischen zwei Theilchen, einem magnetischen und einem Stromelemente, anzunehmen, welche nicht in der Richtung der beide verbindenden Geraden, sondern senkrecht gegen diese wirken; weil dann die elektromagnetische Kraft nicht als eine Elementarkraft, sondern als eine Richtkraft erscheint, welche die Resultante solcher Kräfte ist, von denen jede in der Richtung der die beiden Theilchen, zwischen denen sie wirkt, verbindenden Geraden thätig ist. Die Analogie, welche dadurch für die elektromagnetischen Kräfte mit allen übrigen uns bekannten Elementarkräften herbeigeführt wird, ist es hauptsächlich, auf welche Ampère bei Begründung seiner Vorstellung Gewicht legte.

Trotzdem aber geben die bislang erwähnten Erscheinungen keinen zwingenden Beweis für die Verwerfung der Existenz magnetischer im Eisen vorhandener, aber in diesen molecular geschiedener und drehbarer, sonst aber unbeweglicher Materien, und es bleibt die Wahl, die eine oder die andere Vorstellung anzunehmen, da beide die richtenden und magnetisirenden Eigenschaften der Magnete zu erklären fähig sind; wenn auch die Ampèresche Theorie sich dadurch empfiehlt, dass sie unsere Vorstellungen von der Natur vereinfacht, indem sie die magnetischen, die elektromagnetischen und die elektrodynamischen Erscheinungen sämmtlich auf ein einziges Grundgesetz (§. 277) zurückführt.

§. 299.

Die Magnetisirbarkeit des Eisens durch elektrische Ströme bietet ein bequemes Mittel zur Hervorbringung sehr starker Magnete dar. Man kann auf diese Weise sowohl veränderliche Magnete, eigentlich sogenannte Elektromagnete, als auch dauernde hervorbringen, je nachdem man den elektrischen Strom auf weiches Eisen oder auf gehärteten Stahl wirken lässt.

Den erstern giebt man in der Regel eine Hufeisenform, wenigstens dann, wenn man beide Pole derselben zugleich auf einen Anker oder andern Körper wirken lassen will. Um den Stahl dauernd zu magnetisiren, legt man denselben, wie beim Magnetisiren durch Magnete zwischen die einander zugekehrten ungleichnamigen Pole zweier anderen Magnete, nachdem man auf denselben eine spiralförmig gewundene Drahtrolle geschoben hat. Nachdem die Säule durch diese in entsprechender Weise geschlossen ist, wird die Rolle von der Mitte aus zuerst nach dem einen und dann nach dem andern Ende geschoben, und dieselbe Operation einigemal wiederholt; vor dem Abnehmen der Rolle wird der Strom unterbrochen, während die Rolle in der Mitte des Stabes sich befindet.

Durch Anwendung von Magnetisirungsspiralen von vielen Windungen und mit Hülfe starker galvanischer Ströme kann man auf diese Weise weit beträchtlichere magnetisirende Kräfte ausüben, als der Gebrauch gewöhnlicher Magnete gestattet.

Elektromagnete pflegt man in der Regel ihrer ganzen Länge nach mit der Magnetisirungsspirale zu umgeben. Sollen sie dazu dienen, einen mit beträchtlichem Gewichte belasteten Anker festzuhalten, so kann man die Wirkung noch erhöhen, wenn man auch diesen mit einer vom Strome durchflossenen Spirale in entsprechender Weise umgiebt.

Bemerkenswerth ist, dass beim Magnetisiren eines Eisen- oder Stahlstabes durch einen starken Strom derselbe eine merkliche Erschütterung in seiner ponderabeln Masse erfährt, welche sich theils in einer kleinen Längenänderung, und wenn der Eisenstab nicht in der Achse der Spirale liegt, in einer seitlichen Biegung desselben zu erkennen giebt, theils in einem Tone, welcher mit dem durch Reiben desselben Stabes erhaltenen Longitudinaltone gleich ist.

§. 300.

Von der richtenden oder magnetisirenden Wirkung der Ströme hat man verschiedene wichtige Anwendungen gemacht. Hierher gehören zunächst die elektromagnetischen Maschinen, durch die man den elektrischen Strom zur Hervorbringung einer mechanischen Kraft benutzt, und deren Princip im Allgemeinen darin besteht, durch abwechselnde Umkehrung der Stromrichtung in einer Magnetisirungsspirale, bewegliche Stäbe von weichem Eisen abwechselnd in der einen und in der andern Richtung, und mittelst dieser einen daran befestigten Hebelarm oder ein Rad zu bewegen, wodurch dann wieder andere Lasten gehoben oder geschoben werden können. Da indess für die Theorie derselben noch einige bisher nicht erörterte Gesetze in Betracht kommen, so wollen wir die Betrachtung derselben bis zum nächsten Capitel verschieben.

Von viel grösserer praktischer Wichtigkeit ist aber der Elektromagnetismus für die Telegraphie geworden.

Den einfachsten elektromagnetischen Telegraph bildet ein magnetisches Galvanometer. Wie lang man auch die Zuleitungsdrähte seines Multiplicators macht, immer zeigt sich, dass die Ablenkung der Galvanometernadel fast genau in demselben Momente stattfindet, in welchem die Säule geschlossen wird, dass wenigstens jedenfalls zwischen beiden Momenten eine sehr kurze Zeit verfliesst. Wenn daher ein Galvanometer an einem Orte, an einem andern entfernten Orte eine Säule aufgestellt wird, und beide durch Drähte mit einander verbunden werden, so wird die Nadel des ersteren fast in demselben Momente abgelenkt, in welchem die Säule geschlossen wird, und dieser Schluss kann also dienen, um von dem einen Orte nach dem andern hin ein Signal zu geben. Je nach der Richtung, in welcher der Strom durch die Leitung geht, wird die Nadel nach der einen oder der andern Seite hin abgelenkt. Besitzt man also Mittel, die Schwingungen der Galvanometernadel aufzuheben, welche durch eine Ablenkung derselben immer hervorgerufen werden, so wird die Combination mehrerer Ablenkungen der Nadel nach der einen oder andern Seite hin ein Mittel bieten, verschiedene Zeichen von dem einen zum andern Orte zu geben. Giebt man nun den einzelnen Zeichen bestimmte willkürliche Bedeutungen, z. B. jedem derselben die eines Buchstaben des Alphabets, so kann man Worte und Sätze aus diesen Zeichen zusammensetzen. Der erste von Gauss und Weber in Göttingen ausgeführte grössere elektromagnetische Telegraph besass wirklich diese Einrichtung, und die Schwingungen der Galvanometernadel nach jeder Ablenkung wurden durch eine eigenthümliche im nächsten Capitel zu beschreibende Erregungsweise des ablenkenden Stromes beseitigt.

Eine ähnliche Einrichtung haben auch die zuweilen noch gebrauchten Nadeltelegraphen. Um die Schwingungen der Nadeln zu vermindern, sind letztere an einer horizontalen Achse so befestigt, dass die Nadel mit ihrer Längsachse im gewöhnlichen Zustande vertical steht, und in diese Lage nach einer Ablenkung durch ihre Schwere zurücksinkt. Gewöhnlich ist an der Achse der Nadel noch eine zweite mit entgegengesetzter Lage der Pole befestigt, welche ausserhalb der Multiplicatorwindungen spielt, in deren Innerm die erste Nadel sich befindet. Die zweite Nadel oder ein anderer mit der Achse verbundener Zeiger spielt vor einer Scheibe, auf der gewöhnlich die Bedeutung der durch verschiedene Combinationen der nach der einen oder der andern Seite gerichteten Ausschläge in Buchstaben angegeben ist.

Um an der zeichengebenden Station mit Leichtigkeit den Strom in der einen oder andern Richtung herstellen zu können, dient ein Commutator, gebildet aus einem drehbaren Cylinder, der an seiner Oberfläche mit 4 verschiedenen unter einander isolirten Metallplatten bedeckt ist, auf welchen

Federn schleifen; bei der Drehung des Cylinders nach der einen Richtung berühren diese Federn, die andererseits mit den Leitungsdrähten nach der andern Station verbunden sind, zwei der isolirten Metallstücke A und B, die mit den Polen der Batterie verbunden sind. Bei entgegengesetzter Drehung des Cylinders treten die Federn auf die andern beiden Metallplatten C und D über; auch diese sind mit den Polen der Batterie verbunden, aber so, dass wenn z. B. eine der Federn entweder A oder C, die andere aber entweder B oder D berührt, A und D mit dem positiven, B und C mit dem negativen Pol verbunden sind, wodurch der Strom bei der einen Stellung des Cylinders in die mit A, bei der andern in die mit D verbundene Feder eintritt, den Multiplicator also in beiden Fällen in entgegengesetzten Richtungen durchläuft.

Eine zweite Art von Telegraphen sind die sogenannten Buchstabentelegraphen. Hier steht auf der empfangenden Station eine kreisförmige in Sectoren getheilte Scheibe, vor der ein Zeiger spielt, der, wenn er vor einem der Sectoren stillsteht, einen bestimmten darauf bezeichneten Buchstaben angiebt. Der Zeiger ist an einer horizontalen Achse befestigt, an welcher sich ein Zahnrad mit ebenso viel Zähnen befindet, als die Scheibe Sectoren enthält. Dieses Rad kann sich mit der Achse und dem Zeiger immer nur in einer Richtung drehen, die Drehung wird aber dadurch hervorgebracht, dass ein mit einem Haken versehener Hebel aufwärts und abwärts geführt wird; beim Aufsteigen greift der Haken desselben in einen der Zähne des Rades und dreht dieses beim Niedergehen um einen der Sectoren weiter. Die Bewegung des Hebels wird aber dadurch hervorgebracht, dass derselbe mit dem Anker eines Elektromagneten verbunden ist; wird der letztere in Thätigkeit gesetzt, der Anker also von ihm angezogen, so wird der Hebelarm gehoben; nach der Stromunterbrechung wird aber der Anker durch eine Feder zurückgezogen, und damit der Hebel abwärts geführt.

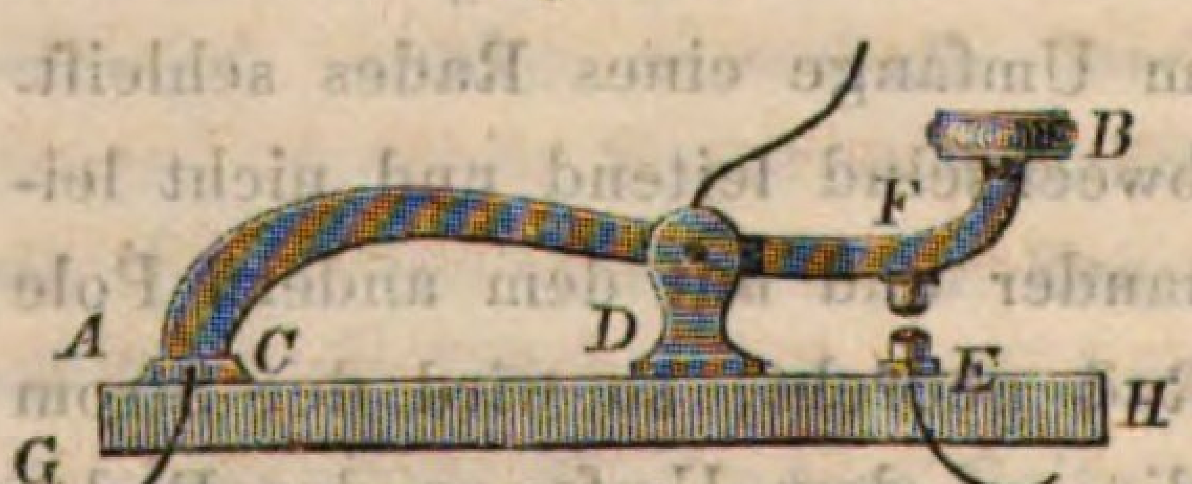
Um nun die Herstellung und Unterbrechung des Stromes auf der zeichengebenden Station zu machen, ist von den hier befindlichen Enden der Leitungsdrähte das eine mit dem einen Pol einer Batterie, das andere mit einer Feder verbunden, welche auf dem Umfange eines Rades schleift. Dieses Rad ist in Sectoren getheilt, die abwechselnd leitend und nicht leitend sind, während die leitenden unter einander und mit dem andern Pole der Batterie verbunden sind. Wird das Rad gedreht, so wird der Strom so oft hergestellt und unterbrochen, als die auf dem Umfange des Rades schleifende Feder leitende Sectoren des Rades passirt. Der Zeiger auf der empfangenden Station wird also um ebenso viel Buchstaben auf seiner Scheibe fortgeführt. Wenn nun mit dem Rade auf der zeichengebenden Station ein ähnlicher vor einer mit den Buchstaben in der nämlichen Aufeinanderfolge beschriebenen Scheibe spielender Zeiger verbunden ist, und mit der Drehung

dieses Zeigers von einem Buchstaben auf den nächstfolgenden das Vorübergehen eines leitenden Sectors an der schleifenden Feder verbunden ist, so wird, wenn einmal beide Zeiger auf die gleichen Buchstaben gestellt sind, die Drehung des Zeigers auf der zeichengebenden Station auf einen bestimmten Buchstaben auch die Drehung des Zeigers der andern Station auf den gleichen Buchstaben herbeiführen.

§. 301.

Die wichtigste Art elektromagnetischer Telegraphen, welche eine immer mehr sich ausdehnende Anwendung erhalten, sind die sogenannten Druck- oder Schreibtelegraphen, welche nämlich die telegraphirte Depesche nicht allein einem vor dem empfangenden Apparate stehenden Beobachter momentan signalisiren, sondern dieselbe auch in gewissen Zeichen dauernd aufschreiben. Sie bestehen wesentlich aus einem Elektromagnete auf der empfangenden Station, der, wenn er durch Schliessung des Stromes auf der signalisirenden Station geschlossen wird, einen Anker anzieht, und dadurch einen Hebelarm bewegt, an welchem dieser befestigt ist; eine Feder zieht nach Unterbrechung des Stromes den Hebel mit dem Anker zurück. Der Hebel trägt aber einen kleinen zugespitzten Stift, der, wenn der Anker angezogen ist, gegen einen ausgespannten Papierstreifen drückt, welcher von einer Rolle durch ein Uhrwerk abgewickelt und mit zweckmässiger Geschwindigkeit vor dem Stifte vorbeigezogen wird. Wenn der Stift gegen diesen Streifen drückt, so macht er in diesen einen punkt- oder strichartigen Eindruck, je nachdem die Leitung nur augenblicklich geschlossen und dann gleich wieder geöffnet wurde, oder längere Zeit geschlossen blieb. Durch verschiedene Combinationen von Strichen und Punkten werden die einzelnen Buchstaben des Alphabets hervorgebracht. Das Schliessen und Oeffnen der Kette wird auf der zeichengebenden Station mittelst des sogenannten Schlüssels bewirkt. Es ist dieses ein hammerartig gebogener Hebel, etwa wie *AB* (Fig. 66), der mit seinem vordern Fortsatze im gewöhnlichen Zustande auf einem kleinen Ambosse *C* ruht. Der Träger *D* des Hebels ist isolirt auf dem gemeinschaftlichen Brette *GH*, aber durch einen Draht mit dem einen Leitungsdrahte von der andern Station verbunden. Der Hebel *AB* hat noch einen zweiten Fortsatz bei *F*, welcher, wenn er niedergedrückt wird, den Absatz *E* berührt, dieser ist mit dem einen Pole der Säule verbunden, während der andere Pol der Säule mit dem zweiten Leitungsdrahte, der von der andern Station kommt, in Verbindung steht; durch ein kürzeres oder längeres Niederdrücken des Hebels bei *B* wird also der Strom kürzere oder

Fig. 66.



längere Zeit hergestellt. Die Berührung von A mit C im gewöhnlichen Zustande hat zum Zweck, für die von der andern Station kommenden Zeichen den empfangenden Apparat einzuschalten; es ist nämlich C durch einen Draht mit dem Elektromagneten dieser Station, und der andere Enddraht dieses mit dem zweiten Leitungsdrahte verbunden, so dass, wenn A auf C ruht, und auf der andern Station der Schlüssel niedergedrückt wird, der Strom durch die Spirale des Elektromagneten hier geht.

Da der Strom durch den Durchgang durch die langen Leitungsdrähte erheblich geschwächt wird, und die Anwendung starker Säulen die Kosten vergrössert, während zugleich zur Bewegung des Schreibstifftes, um deutliche Eindrücke zu erhalten, eine nicht zu geringe Kraft erforderlich ist, so benutzt man den mit den Leitungsdrähten zwischen je zwei Stationen verbundenen Elektromagnet, das sogenannte Relais, nicht unmittelbar zur Bewegung des Stiftes, sondern lässt einen mit dem Anker desselben verbundenen leichten Hebel beim Anziehen des Ankers eine auf der empfangenden Station befindliche zweite Säule, die sogenannte Localbatterie, durch denselben schliessen, während diese beim Zurückgehen des Ankers wieder geöffnet wird. Der Strom dieser wird dann benutzt, um einen grösseren Elektromagnet in Thätigkeit zu setzen, welcher dann erst den Schreibschrift bewegt. Das Schliessen und Oeffnen der Localbatterie mittelst des Relais wird so bewirkt, dass der mit dem Anker des letzteren verbundene leichte Hebel mit dem einen Ende des Schliessungsbogens der Localbatterie verbunden ist, während das andere Ende desselben zu einem Metallstifte führt, gegen den der Hebel schlägt, wenn der Anker angezogen wird, übrigens aber dieser Metallstift gegen den Träger des Hebels isolirt ist.

Endlich sind unter den elektromagnetischen Telegraphenapparaten noch die sogenannten Wecker mit Selbstunterbrechung zu erwähnen. Auch hier wird der Anker eines Elektromagneten der einen Station durch den Schluss einer Batterie auf der andern angezogen, und bewegt dann einen hammerartigen Hebel so, dass dieser gegen eine Glocke schlägt; damit aber mehrere rasch auf einander folgende Schläge hervorgebracht werden können, und so ein eigentliches Läuten der Glocke entsteht, ohne dass es nöthig ist, dass auf der signalisirenden Station die Leitung abwechselnd geschlossen und geöffnet wird, wird, nachdem auf dieser die Verbindung mit der Batterie einmal hergestellt, und dadurch das Spiel des Elektromagneten auf der empfangenden Station eingeleitet ist, durch den Anker auf dieser selbst die Stromunterbrechung und Wiederherstellung besorgt. Der mit dem Anker verbundene Hebel macht nämlich selbst einen Theil des Schliessungsbogens aus, und indem er über einem theils isolirenden, theils metallischen und mit dem übrigen Schliessungsbogen leitend verbundenen Theile hin- und hergeschoben wird, unterbricht er den Strom, wenn er sich über dem ersteren

Theile befindet, stellt ihn aber durch Berührung mit dem zweiten wieder her. Diese Bewegung ist nun so regulirt, dass, nachdem der Anker angezogen ist, die Unterbrechung stattfindet, nach dem Abziehen desselben aber die Wiederherstellung, so dass das Läuten so lange fortdauert, als auf der signalisirenden Station die Leitungsdrähte mit der Batterie verbunden sind, und auf der empfangenden Station keine andere Unterbrechung des Schliessungsbogens stattgefunden hat.

Um sich von der gehörigen Wirksamkeit der Batterien der Telegraphen immer leicht überzeugen und Veränderungen derselben bemerken zu können, pflegt man ausserdem noch Multiplicatoren in die Leitung einzuschalten, die auf Galvanometernadeln wirken, so dass ein Blick auf diese genügt, um zu erkennen, ob der Strom noch die nothwendige Stärke besitzt.

Auf denselben Principien wie die Telegraphen beruhen auch noch andere Einrichtungen, welche bestimmt sind, Bewegungen, die an einer Stelle eingeleitet sind, nach entfernteren sehr rasch zu übertragen; z. B. die elektromagnetischen Uhren, worin ein Uhrwerk die Zeiger verschiedener Zifferblätter in Bewegung setzt. Es ist dazu nur nöthig, dass z. B. das Pendel des Uhrwerkes mit den Pendelschlägen abwechselnd eine Batterie öffnet und schliesst, und der übrige Schliessungsbogen so viel Spiralen von Elektromagneten bildet, als Zifferblätter vorhanden sind, indem der Zeiger eines jeden in ähnlicher Weise wie der Zeiger eines Buchstabentelegraphen mit dem Anker des Elektromagneten verbunden ist.

§. 302.

Einer der wesentlichsten Theile jedes elektromagnetischen Telegraphen ist die Leitung zwischen den beiden correspondirenden Stationen, deren genügende Herstellung theils gewisse Vorsichtsmaassregeln erheischt, theils auch den grössten Theil der Kosten einer solchen Anlage hervorruft.

In dieser Beziehung ist nun zunächst Steinheil's Entdeckung von Wichtigkeit, dass zwischen den beiden Stationen nur ein übrigens isolirter Draht gezogen zu werden braucht, indem die Erde einen so kleinen Leitungswiderstand den Strömen entgegensetzt, dass sie den zweiten ersetzen, oder der vollständige Schluss des Schliessungsbogens durch sie bewirkt werden kann. Es ist dazu nur erforderlich, eine recht gute Leitung zwischen der Erde und den von den Apparaten kommenden Drähten an der Berührungsstelle beider herzustellen. Zu dem Zwecke werden an diese Drähte grössere Metallplatten oder Bleche gelöthet, welche in die feuchte Erde gegraben werden, während das Einleiten eines einfachen Drahtes in dieselbe an der Uebergangsstelle wegen des geringen Querschnitts der Berührungstelle mit der verhältnissmässig schlecht leitenden Erde einen beträchtlichen Widerstand zur Folge haben würde.

Bei der Herstellung der Leitung durch den zwischen beiden Stationen ausgespannten Draht muss besonders auf eine gute Isolation desselben gegen die Erde gesehen werden, und in dieser Beziehung bietet die Befestigung desselben an den Stangen, die ihn tragen, einige Schwierigkeiten dar. Durch die atmosphärische Feuchtigkeit, Regen u. s. w. werden diese nämlich leitend, und bedingen dadurch leicht Nebenschliessungen; wenn nun auch in jeder derselben die Stromintensität verhältnissmässig nur gering ist, so können sie doch durch ihre grosse Zahl bei bedeutenden Entfernungen beider Stationen von einander erhebliche Schwächungen des Hauptstromes im eigentlichen Drahte bewirken. Der Draht wird daher nicht unmittelbar an den hölzernen Stangen befestigt, sondern auf diese glockenähnliche Körper von Thon oder andern gut isolirenden Substanzen gesetzt, die ihre weitere Fläche nach Unten wenden, während der Draht in der Mitte dieser befestigt ist, so dass Regen und Feuchtigkeit auf der obern Fläche ablaufen, die untere den Draht tragende Fläche aber dagegen geschützt wird.

Man hat auch wohl versucht, den mit einem gut isolirenden Ueberzuge von sogenannter vulkanisirter Gutta Percha versehenen Draht in die Erde zu legen, doch scheinen theils die Kosten, theils die leichte Verletzbarkeit dieses Ueberzuges und die Schwierigkeit, beschädigte Stellen aufzufinden und auszubessern, diese unterirdische Leitung nicht rathsam zu machen.

Für die unterseeischen Telegraphen, d. h. die zwischen zwei durch Meere getrennten Stationen, wird der Leitungsdraht mit Gutta Percha überzogen und in ein gut getheertes Tau eingedreht ins Meer versenkt.

Nicht selten ist die atmosphärische Elektricität Ursache von Störungen der elektromagnetischen Apparate, indem sie Ströme in der Leitung auch ohne Einschaltung einer Batterie veranlasst.

Um diese Störungen zu vermeiden, hat Steinheil das Mittel gebraucht, dass er in der Nähe der Elektromagnete zwei einander sehr nahe stehende aber von einander übrigens isolirte Platten einschaltet, die durch einen feinen Draht mit dem Elektromagneten und dadurch mit einander leitend verbunden sind. Die von der Batterie kommende Elektricität geringer Dichtigkeit durchläuft dann ungestört die vollständige Leitung, während die von der atmosphärischen Elektricität stammende Elektricität grosser Dichtigkeit zwischen den einander nahen Platten überspringt, ohne in merklichem Grade durch den feinen Draht zu gehen, gerade so, wie die sehr dichte Elektricität einer geladenen gewöhnlichen Batterie oder des Conductors und Reibzeuges einer Elektrisirmaschine durch die einander nahe liegenden und nur durch die gewöhnliche Ueberspinnung mit Seide von einander isolirten Drähte eines Multiplicators nicht vollständig geleitet werden kann, sondern von einer Windung zur andern überspringt, ohne durch die Windungen vollständig zu gehen.

§. 303.

Die elektromagnetischen Telegraphen hat man, namentlich in Amerika, benutzt, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Stromes zu ermitteln. Diese ist wohl zu trennen von der Geschwindigkeit, mit welcher ein einzelnes elektrisches Theilchen im Strome sich bewegt; es ist darunter vielmehr die Geschwindigkeit zu verstehen, mit welcher die Strombewegung in den verschiedenen Theilen eines Leitungsdrahtes hergestellt wird, nachdem an einer Stelle die Bewegung eingeleitet ist.

Wenn man nämlich in einen mehrere Stationen verbindenden Drucktelegraphen eine Uhr einschaltet, deren Secundenschläge den constanten Strom momentan unterbrechen, so erhält man auf allen Papierstreifen eine Reihe von gleich langen Strichen, die durch einzelne Pausen (Secundenpausen) unterbrochen sind. Wird nun an derselben Station, wo sich die Uhr befindet, der Strom noch zu einer andern Zeit momentan unterbrochen, so entsteht auf jeder Station eine andere Pause in den Strichen (Signalpause), welche nothwendig auf allen zwischen den entsprechenden Secundenpausen liegt, und zwar, wenn allenthalben die Striche eine gleiche Länge besitzen, allenthalben in gleichen Abständen zwischen den entsprechenden Secundenpausen. Man hat sich deshalb auch derartiger Apparate zu genaueren Zeitbeobachtungen für astronomische Zwecke bedient, indem, wenn die Signalpause in dem Momente hervorgebracht wird, wo man ein Ereigniss beobachtet, die Messung des Abstandes derselben von den beiden nächsten Secundenpausen genügt, den Bruchtheil der Secunde sehr genau zu finden, um welchen das Ereigniss später eintrat als der unmittelbar vorhergehende Secundenschlag.

Wenn aber in jener mehrere Stationen verbindenden Leitung die Signalpause an einer andern Station hervorgebracht wird, als auf der, wo sich die Uhr befindet, so fällt dieselbe nicht an allen Stationen in gleiche Abstände von den entsprechenden Secundenpausen, sondern an irgend einer Station um so viel weiter von der unmittelbar vorhergehenden Secundenpause entfernt, als der Zeit entspricht, welche der Strom gebraucht, um sich von dem Orte, wo die Signalpause hervorgebracht wird, bis zu dieser hin fortzupflanzen. Durch genaue Messungen dieser verschiedenen Abstände lässt sich also diese Zeit ermitteln, und wenn man die Länge der Leitung zwischen beiden Stationen kennt, daraus die Geschwindigkeit der Fortpflanzung berechnen. Um die Beobachtungsfehler zu eliminiren, ist es, da es sich hier jedenfalls um die Messung kleiner Bruchtheile einer Secunde handelt, zweckmässig, viele Beobachtungen mit einander zu combiniren, und daraus einen Mittelwerth abzuleiten. Die umfassendste Beobachtungsreihe dieser Art ist in Amerika von Gould und Walker angestellt worden, und daraus ergab sich im Mittel die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu 15890 englischen Meilen oder 25572 Kilometer = 3452 geographische Meilen in der Secunde, in den dort benutzten eisernen Leitungsdrähten von etwa 3^{mm} Durchmesser.

Vergleicht man nun hiermit das Resultat, welches Wheatstone aus seinen Spiegelversuchen (§. 237) für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Entladungsstromes der Reibungselektricität erhalten hat, nämlich 288000 englische Meilen = 463483 Kilometer = 62570 geographische Meilen in der Secunde, so ergiebt sich ein sehr auffallender Unterschied zwischen beiden. Man hat hieraus wohl den Schluss gezogen, dass es die verschiedene Erzeugungsweise des Stromes sei, welche auch eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedinge. Allein dieser Schluss dürfte bei der sonstigen Uebereinstimmung beider Bewegungen hinsichtlich der Gesetze, nach denen sie sich richten, wohl zu voreilig sein. Denn man ist noch nicht im Klaren darüber, in welcher Weise die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Stromes von der Stromintensität und von der Beschaffenheit der Leitung abhängt. Wheatstone's Versuche beziehen sich aber auf einen Kupferdraht von etwa $1,^{mm}7$ Durchmesser, und andere Bestimmungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit galvanischer Ströme zeigen, dass diese wirklich von verschiedenen Umständen abhängig sein muss. So hat Mitchell in nicht näher angegebenen Drähten $\frac{28500 \text{ englische Meilen}}{1''}$ gefunden, Fizeau und Gounelle geben in einem Eisendrahte von 4^{mm} Durchmesser sie $= \frac{63200 \text{ engl. Meilen}}{1''}$, in Kupferdrähten von $2,^{mm}5$ Durchmesser $= \frac{110000 \text{ engl. Meilen}}{1''}$ an. Merkwürdig ist es aber nach Gould's Bemerkung, dass seine und Wheatstone's Messung ein gleiches Resultat ergeben, wenn man annimmt, dass die Geschwindigkeit dem Querschnitte des Drahtes und dem specifischen Leitungswiderstande umgekehrt proportional wäre, und hiermit steht auch das zweite der von Fizeau und Gounelle erhaltenen Resultate in Einklang, denn es würde sich für Wheatstone's Draht aus Gould's Bestimmungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit darnach $= \frac{282174 \text{ engl. Meilen}}{1''}$, und aus der zweiten Bestimmung von Fizeau und Gounelle $= \frac{239900 \text{ engl. Meilen}}{1''}$ ergeben, wenn man den specifischen Widerstand des Eisens (gegen Kupfer) nach Pouillet = 5,88 annimmt; und diese Zahlen stimmen in Anbetracht der Unsicherheit der Reductionen mit Wheatstone's Zahl $\frac{288000 \text{ engl. Meilen}}{1''}$ ziemlich überein. Freilich würde die auf Eisendrähte bezügliche Angabe von Fizeau und Gounelle nicht mit jener Annahme übereinstimmen. Ohne fernere Beobachtungen lässt sich aber die Frage nicht vollständig entscheiden.

Uebrigens ist noch zu bemerken, dass es noch gar nicht einmal feststeht, ob die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in ungleich langen, übrigens aber gleichen Drähten, immer dieselbe ist, oder ob nicht vielmehr dieselbe von der Länge des schon durchlaufenen Theils der Leitung abhängt.

Siebtes Capitel.

Von der Induction und dem Diamagnetismus.

§. 304.

Wie man mit Hülfe der galvanischen Ströme nicht magnetisches Eisen magnetisiren kann, so kann man umgekehrt auch durch einen Magnet in einem in sich geschlossenen Leiter einen galvanischen Strom hervorbringen. Umgiebt man einen Magnet mit einer Drahtspirale, und verbindet deren Enden mit den Enden eines Multiplicatordrahtes, so wird freilich die Nadel des Galvanometers so lange nicht abgelenkt, als der Magnet gegen die Spirale unbewegt bleibt. Aber in dem Augenblicke, in welchem der Magnet aus der Spirale herausgezogen, oder nur beträchtlich in derselben verschoben wird, entfernt sich auch die Nadel aus dem magnetischen Meridian, kehrt aber, nachdem der Magnet wieder zur Ruhe gekommen ist, in denselben zurück. Dieser Versuch zeigt also, dass während der Bewegung eines Magnets gegen einen geschlossenen Leiter in diesem ein Strom entsteht, der aber mit der Bewegung des Magnets auch wieder verschwindet. Die Wirkung der Bewegung des Magnets gegen den Leiter ist also zunächst die Erzeugung einer elektromotorischen Kraft, die, so lange sie existirt, die Elektricitäten in Bewegung setzt; indem aber dieser Bewegung der Leitungswiderstand entgegenwirkt, muss der Strom erlöschen, sobald die elektromotorische Kraft aufhört. Die Richtung eines in dieser Weise hervorgebrachten inducirten oder magnetoelektrischen Stromes ist durch die Richtung der Bewegung des Magnets gegen den geschlossenen Leiter gegeben.

Schiebt man das Nordende des Magnets etwa bis zu seiner Mitte in die geschlossene Spirale ein, so geht der dadurch inducirte Strom in einer solchen Richtung, dass, wenn man den Nordpol als das untere, den Südpol als das obere Ende des Magnets betrachtet, der Strom in der Spirale den Magnet von rechts nach links umkreist. Lässt man, nachdem der Magnet bis zur Mitte eingeschoben ist, die Nadel des Galvanometers wieder zur Ruhe kommen, und schiebt dann den Magnet in seiner vorigen Richtung weiter, so dass der Südpol die Rolle auf der entgegengesetzten Seite zuletzt verlässt, so wird während dieser Bewegung die Nadel nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt, die Richtung des inducirten Stromes ist also die entgegengesetzte wie vorher. Um bestimmte Richtungen zu fixiren, wollen wir annehmen, die Rolle stehe senkrecht gegen den magnetischen Meridian, und der Magnet werde in diesem in horizontaler Richtung bewegt, der Strom, welcher dann inducirt wird, wenn das Nordende des Magnets voran von der Südseite der Spirale bis zur Mitte des Stabes in diese eingeschoben wird, werde als positiver bezeichnet. Beim Herausziehen des Magnets nach der Nordseite entsteht dann ein negativer Strom; wird alsdann der Magnet ohne Umkehrung wieder bis zur Mitte, aber nun von Norden her, in die

Spirale geschoben, so ist der inducirte Strom wieder positiv, beim Herausziehen nach Süden hin negativ. Wird aber der Magnet in dieser Lage umgekehrt, so dass jetzt sein Nordpol, der vorher nach Norden gerichtet war, nach Süden gerichtet ist, dann derselbe bis zur Mitte hineingeschoben, so entsteht wieder ein negativer Strom, beim Herausziehen nach der Nordseite ein positiver, beim Einschieben bis zur Mitte nach Süden hin ohne Umkehrung ein negativer, und endlich beim Herausziehen nach Süden hin ein positiver.

Daraus ergiebt sich dann für die Richtung des inducirten Stromes die einfache Regel, dass sie die entgegengesetzte von der ist, welche ein in dem Drahte schon vorhandener Strom haben müsste, um den Magnet in die Bewegung zu bringen, durch welche der Strom inducirt wird, indem der Strom einen beweglichen Magnet in eine solche Lage zu bringen strebt, dass ein für den Magnet gesetzter Beobachter mit nach dem Nordpole gewendeten Füssen vom Strome in der Richtung links, vorn, rechts umkreist wird.

Es ergiebt sich hieraus, dass, wenn man zwei Magnete mit ihren gleichnamigen Polen gegen einander richtet, und von der Mitte des einen eine geschlossene Spirale bis zur Mitte des andern schiebt, dann beide Magnete in gleichem Sinne inducirend wirken, bei der Rückschiebung dagegen in entgegengesetzter Richtung. Wenn man die Verschiebung immer genau zwischen denselben Stellen ausführt, so sind die Ströme, welche dadurch inducirt werden, unter einander genau gleich, vorausgesetzt, dass die Verschiebung immer mit gleicher Geschwindigkeit erfolgt. Verschiebt man aber die Stäbe mit ungleichen Geschwindigkeiten, und beobachtet man die Ablenkungen, welche dadurch eine Galvanometernadel erhält, so findet man auch diese unter einander gleich, vorausgesetzt dass die Dauer einer Verschiebung nur klein gegen die Schwingungsdauer der Galvanometernadel ist, so dass der Strom in den verschiedenen Momenten seines Daseins eine nahezu gleiche Lage gegen die Galvanometernadel hat. Da nun aber unter dieser Voraussetzung die Tangenten der Ablenkung ein Maass des Productes der Stromintensität in die Dauer des Stromes ist, so muss bei gleicher Länge der Verschiebung der beiden Stäbe das Product constant, d. h. die Intensität des inducirten Stromes der Dauer der Verschiebung umgekehrt, oder der Geschwindigkeit, mit welcher der Magnet gegen den Leiter bewegt wird, direct proportional sein. Dieses Resultat wird auch noch durch andere Versuche, wie wir später sehen werden, bestätigt. Aus den genannten Versuchen ergiebt sich aber ein einfaches Mittel, sich momentane Ströme von genau gleicher Intensität, oder genauer gesprochen, Ströme von kurzer Dauer und solcher Beschaffenheit zu verschaffen, dass das Product der Dauer in die Stromintensität eine constante Grösse ist. Spricht man dieses aber so aus, dass das Product der durch die Bewegung eines Magnets gegen den geschlossenen Leiter in diesem hervorgerufenen elektromotorischen Kraft in die Dauer der Bewegung bei gleicher Grösse der Verschiebung eine

constante Grösse ist, so sieht man leicht, dass die ablenkenden Kräfte, welche dadurch bei verschiedenen Leitungswiderständen des Schliessungsbogens hervorgebracht werden, diesen Widerständen umgekehrt proportional sein müssen, falls nur der Magnet immer auf denselben Theil des Schliessungsbogens inducirend wirkt. Daraus ergiebt sich dann die Nützlichkeit eines solchen Inductionsapparates oder Inductors für die Vergleichung von Widerständen, indem man durch Anwendung eines tauglichen Galvanometers die Ablenkungen mit grosser Schärfe messen kann, aber keine Aenderungen der elektromotorischen Kraft bei den einzelnen Versuchen zu befürchten hat, die bei Anwendung der gewöhnlichen galvanischen Ketten nicht zu vermeiden sind, und dann die Genauigkeit der Vergleichungen stören.

Eine andere nützliche Anwendung der Induction durch Magnete haben Gauss und Weber bei ihrem ersten elektromagnetischen Telegraphen gemacht, indem sie die Bewegung eines Magnets in einer Inductionsspirale zur Hervorbringung eines einmaligen Stromes benutzten. Durch diesen wurde die Nadel des Galvanometers abgelenkt, und sie würde sich selbst überlassen dann Schwingungen gemacht haben, welche die folgenden Signale gestört hätten; indem sie aber dem ersten Inductionsstosse sogleich einen gleich grossen entgegengesetzten folgen liessen, wurde die Bewegung der Nadel so gehemmt, dass sie nach der ersten Ablenkung ziemlich genau im magnetischen Meridian wieder zur Ruhe kam. Die Wirkung zweier solcher combinirten Inductionsstösse auf die Nadel war also nur eine einfache Zuckung dieser nach der einen oder der andern Seite, je nach der Wirkung des ersten Stosses, welche nun bequem zu den Signalen benutzt werden konnte.

§. 305.

Den Fundamentalversuch der magnetoelektrischen Induction kann man in einer noch etwas andern Form anstellen. Wenn man eine spiralförmig aufgewundene Rolle, deren Enden wieder mit den Drähten eines Multiplicators verknüpft sind, um eine horizontale oder verticale Drehungsachse drehbar und zuerst in verticaler Ebene aufstellt, dann einen kräftigen Magneten horizontal daneben und in einer solcher Stellung etwa befestigt, dass seine verlängerte magnetische Achse durch den Mittelpunkt der Rolle senkrecht gegen ihre Drehungsachse geht, und nun die Rolle um 180° um die Achse dreht, so wird ebenfalls die Galvanometernadel abgelenkt, zeigt also einen in der Rolle inducirten Strom an.

Wird die Rolle dann in entgegengesetztem Sinne in ihre frühere Lage zurückgedreht, so entsteht der entgegengesetzte Strom. Jedesmal ist die Stromrichtung die entgegengesetzte von der, welche ein in der Rolle schon vorhandener Strom haben müsste, damit das Drehungsmoment, welches der Magnet dann auf sie ausüben würde, sie ebenso drehte, wie sie wirklich gedreht wird; oder das Drehungsmoment, welches der Magnet auf den

inducirten Strom ausübt, wirkt der Richtung der inducirenden Bewegung entgegen. Stände umgekehrt die Rolle fest, und würde der Magnet um eine verticale Achе gedreht, so würde dadurch ein Strom in der Rolle inducirt werden, welcher die Drehung des Magnets aufzuhalten strebt.

Hieraus ergiebt sich eine nützliche Vervollkommnung, welche man am Magnetometer oder auch am magnetischen Galvanometer anbringen kann, um die Schwingungen der Nadel in Folge einer dieser ertheilten Ablenkung zu vermindern. Es geschieht dieses durch den sogenannten Dämpfer, zwei kupferne Rahmen oder eine in sich geschlossene Drahtspirale, welche man etwa dem magnetischen Meridian parallel zu beiden Seiten der Nadel oder diese vollkommen umschliessend aufstellt. Bewegt sich die Nadel vom magnetischen Meridian weg, so wird im Dämpfer ein Strom inducirt, der die Nadel in den magnetischen Meridian zurückzuführen strebt; kommt die Nadel zur Ruhe, so verschwindet dieser Strom, der Dämpfer übt also dann keine richtende Kraft auf die Nadel aus; schwingt die Nadel dem magnetischen Meridian wieder zu, so wird ein Strom inducirt, welcher sie von demselben zu entfernen strebt, u. s. f. Der Erfolg ist also, dass während der Bewegung der Nadel diese immer verlangsamt, während der Ruhe aber vom Dämpfer keine Richtkraft auf sie ausgeübt wird. Sowohl also wenn die Nadel nur unter dem Einfluss des Erdmagnetismus schwingt, als auch wenn zugleich eine andere ablenkende aber constante Kraft auf sie einwirkt, so kann die Nadel nur in derjenigen Stellung zur Ruhe kommen, welche sie auch ohne Gegenwart des Dämpfers einnehmen würde; die Ruhestellung der Nadel wird also durch diesen nicht geändert, wohl aber hat derselbe zur Folge, dass die Schwingungen viel rascher kleiner werden, als es sonst der Fall wäre, die Nadel also viel rascher in die Ruhestellung gelangt, welche ihr die auf sie wirkenden magnetischen Kräfte anweisen.

Unter der Voraussetzung, dass die Intensität der inducirten Ströme in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit proportional ist, mit welcher sich die Nadel gegen den Dämpfer bewegt, folgt aus den Schwingungsgesetzen, dass die Grössen der auf einander folgenden Schwingungsbogen eine geometrische Reihe, oder ihre Logarithmen eine arithmetische Reihe bilden müssen. Die Beobachtung derselben zeigt aber, dass dieses wirklich der Fall ist, und dadurch wird das nach dem vorigen Paragraphen schon wahrscheinliche Gesetz bestätigt, dass die Intensität des inducirten Stromes der Geschwindigkeit proportional ist, mit welcher der Magnet gegen den Leiter bewegt wird.

Man kann die Wirkung der durch relative Bewegung eines Magnets und eines Leiters in diesem inducirten Ströme auf den Magnet noch in einer andern Weise sichtbar machen. Wenn man einen Magnet über einer horizontalen Kupferscheibe leicht beweglich aufhängt, und diese in eine rasche Rotation versetzt, so wird der Magnet nach der Seite hin abgelenkt, wohin die Scheibe gedreht wird. Man kann dieses Resultat nicht etwa

Luftströmen zuschreiben, welche durch die Drehung der Scheibe erregt werden, und so auf mechanische Weise den Magnet bewegen, denn wenn man zwischen das Kupfer und den Magnet eine Glas- oder Holzplatte bringt, und auch sonst durch Gehäuse den Magnet gegen die Luftströmungen schützt, so erfolgt die Drehung noch in derselben Weise. Man muss vielmehr diese von Faraday entdeckte und zuerst Rotationsmagnetismus genannte Erscheinung den Strömen zuschreiben, welche in dem Kupfer durch die Bewegung desselben gegen den Magnet inducirt werden, welche nach dem Vorhergehenden diese Bewegung aufzuhalten, oder dem beweglichen Magnet dieselbe Bewegung zu ertheilen streben.

Den im Anfange dieses Paragraphen angeführten Versuch kann man auch so abändern, dass man den inducirenden Magnet ganz fortlässt, und ihn durch den Erdmagnetismus ersetzt. Stellt man die drehbare Inductionsrolle um eine verticale Achse drehbar auf, und steht die Rolle der Ebene im Anfange senkrecht gegen den magnetischen Meridian, also auch senkrecht gegen die Richtung der horizontalen Componente des Erdmagnetismus, und dreht man dieselbe dann um 180°, so erhält man an einem empfindlichen Galvanometer eine bemerkbare Ablenkung. Würde man aber zuerst die Ebene der Rolle dem magnetischen Meridian parallel stellen, und sie dann um 180° drehen, so würde man nur eine geringe Zuckung der Galvanometernadel erhalten, ähnlich derjenigen, welche durch zwei rasch auf einander folgende entgegengesetzte Inductionsströme hervorgebracht wird, d. h. die Ströme, welche bei dieser Bewegung während der ersten und der zweiten Hälfte derselben hervorgebracht werden, sind entgegengesetzt gerichtet. Nun ändert dabei aber die Bewegung der Rolle ihre Richtung nur gegen den horizontalen Theil der erdmagnetischen Kraft, die inducirten Ströme werden daher nur von diesem hervorgebracht, oder durch die Drehung einer Rolle um 180° aus der erst genannten Stellung wird ein Strom in derselben durch die gegen ihre anfängliche Ebene senkrechte magnetische Kraft inducirt.

Beobachtet man die Grösse der Ablenkung, welche diese Drehungsweise der Rolle bewirkt, stellt man dann die Ebene derselben horizontal, und die Drehungsachse derselben senkrecht gegen den magnetischen Meridian, und dreht sie wieder um 180°, so wird eine andere, dann durch die inducirende Wirkung des verticalen Theils der erdmagnetischen Kraft veranlasste Ablenkung erhalten. Vergleicht man die Tangenten der Ablenkungen in beiden Fällen mit einander, so findet man das Verhältniss derselben dem Verhältnisse der horizontalen und der verticalen Componente der erdmagnetischen Kraft gleich; es ist also die Intensität eines inducirten Stromes unter sonst gleichen Verhältnissen der inducirenden magnetischen Kraft proportional.

Die eben genannten Versuche bieten ein Mittel dar, die magnetische Inclination allein mit Hülfe einer horizontal drehbaren Magnetnadel zu

messen, indem das Verhältniss der verticalen zur horizontalen Kraft die Tangente der Inclination ist.

Die von Weber in dieser Weise angestellten Inclinationsmessungen haben sogar ergeben, dass man so mit geringerer Mühe ein genaueres Resultat erlangen kann, als durch die gewöhnlichen Inclinationsmessungen.

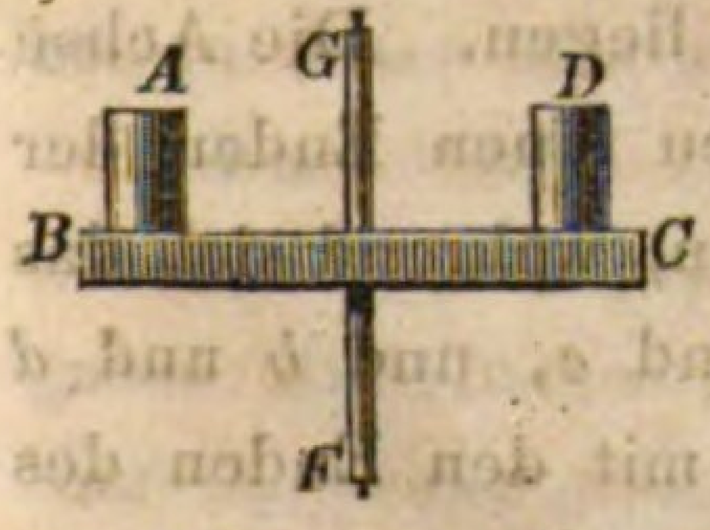
§. 306.

Um durch einen Magnet einen elektrischen Strom zu induciren, ist es nicht durchaus nöthig, den ersteren gegen den Leiter zu bewegen, sondern es genügt schon, dass nur der Magnetismus des Magnets bewegt, d. h. dass der magnetische Zustand desselben geändert wird, am vollkommensten, dadurch dass man denselben ummagnetisirt.

Umwickelt man den Anker eines starken Hufeisenmagneten mit einer in sich geschlossenen Drahtspirale, so wird sowohl während der Annäherung desselben an die Pole als auch während des Abreissens ein Strom in dem Drahte inducirt. Es würde zwar schon die Annäherung oder Entfernung der Spirale allein an die Pole des Magnets oder von diesen in dieser einen Strom induciren, allein durch das Einstecken des Eisens in ihre Mitte wird derselbe beträchtlich verstärkt, und daraus geht hervor, dass die Magnetisirung und Entmagnetisirung des Ankers ebenfalls inducirend auf den Draht wirkt. Die beim Anlegen und Abziehen des Ankers inducirten Ströme sind natürlich einander entgegengerichtet.

Diese Inductionsweise benutzt man in den magnetoelektrischen Maschinen zur Erzeugung elektrischer Ströme auf rein magnetischem Wege, indem man das Anlegen und Abreissen des Ankers sehr rasch wiederholt, und nöthigenfalls die Richtung der inducirten Ströme bei ihrem Eintritt in den Leiter, worin man sie beobachten will, zweckmässig commutirt. Um den raschen Wechsel in dem Anlegen und Abziehen des Ankers erreichen zu können, hat dieser eine Gestalt wie etwa *ABCD* (Fig. 68), um *AB* und *CD* sind die Drahtspiralen aufgewunden, während der Anker an einer Achse *FG* befestigt ist, welche durch eine Kurbel rasch gedreht werden kann, wodurch die Eisenkerne *AB* und *CD* vor den abwechselnden Polflächen eines fest aufgestellten Hufeisenmagneten vorüber geführt werden. *A* wird also abwechselnd zu einem Nord- und Südpole, *D* gleichzeitig resp. zu einem Süd- und Nordpole. Bei gleicher Windungsart der Spiralen um *AB* und *CD* werden also in beiden entgegengesetzt gerichtete Ströme inducirt, aber durch eine entsprechende Verknüpfung ihrer Enden mit einem Schliessungsdrahte kann es bewirkt werden, dass die in beiden gleichzeitig inducirten Ströme in gleicher Richtung durch diesen gehen. Je nach dem Widerstande, welchen dieser darbietet, wird es auch vortheilhafter sein, die Spiralen hinter einander ihrer

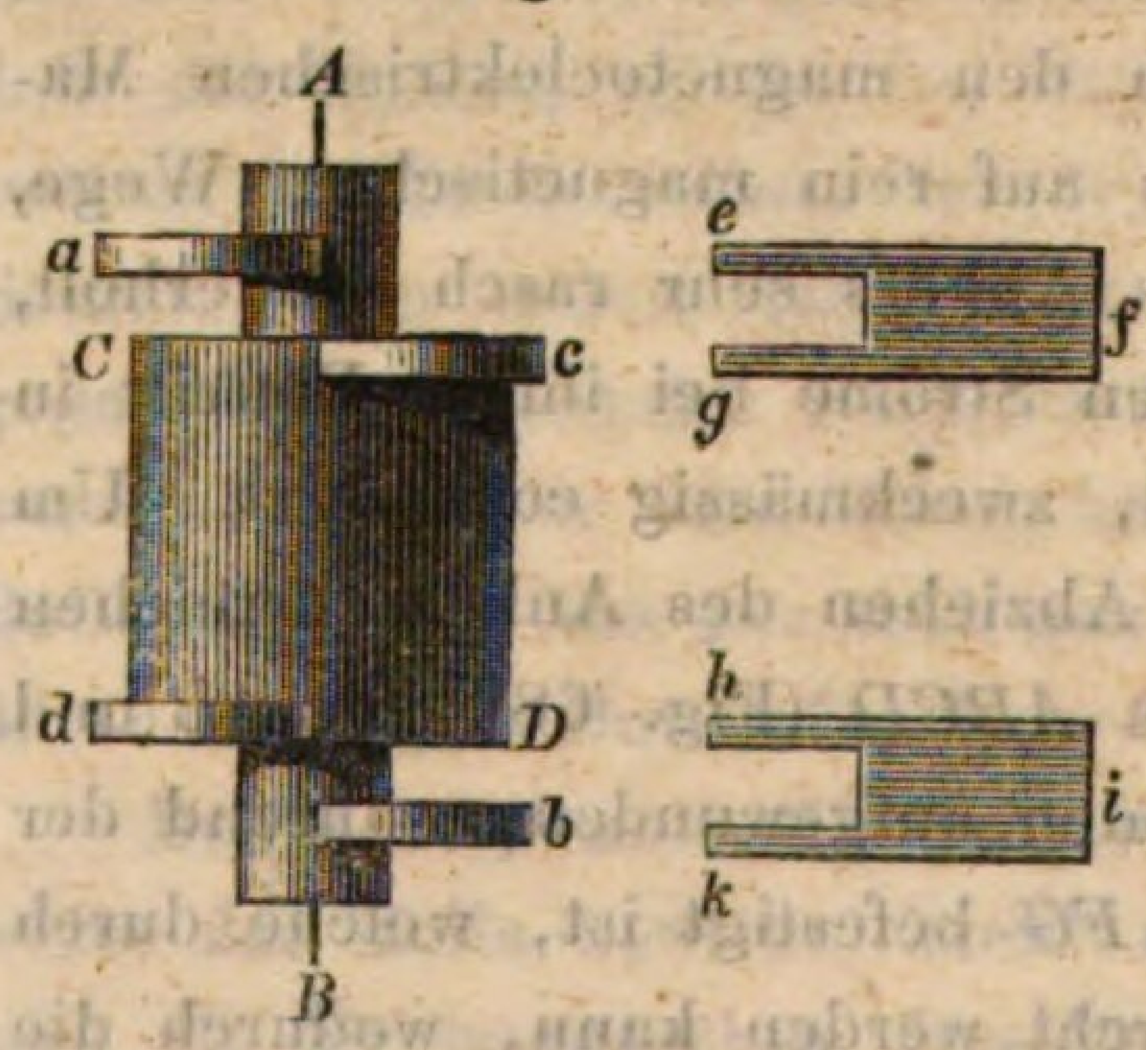
Fig. 68.



Länge nach mit ihm zu verbinden, oder neben einander nur gleichsam einen dickeren Draht bildend, worüber das Ohm'sche Gesetz in jedem besondern Falle leicht Aufschluss giebt. Mitunter benutzt man mehrere Magnete und mehrere Anker gleichzeitig, indem man die letzteren an einer drehbaren Scheibe symmetrisch befestigt, und die Magnete so aufstellt, dass die abwechselnden nördlichen und südlichen Pole derselben die Eckpunkte eines regelmässigen Polygons bilden. Man hat dann doppelt so viel Spiralen als Magnete, über deren zweckmässige Combination man zu verfügen hat. Häufig sind die verschiedenen Combinationsweisen, welche an den magnetoelektrischen Maschinen durch Drehung einer dazu eingerichteten Scheibe und Einstellung derselben auf bestimmte Indices bewirkt werden, mit den ziemlich unpassenden Namen Quantität und Intensität bezeichnet. Ersterer bezeichnet die Combination der Drähte, bei welcher sie einen kürzeren dickeren Draht bilden, letzterer die, worin sie zu einem längsten dünnsten Draht verbunden sind.

Damit die Ströme durch den schliessenden Draht immer in gleicher Richtung gehen, werden sie durch einen mit der Drehung der Maschine selbst bewegten Commutator geleitet. Die Einrichtung dieses Commutators, die man im Wesentlichen auch sonst wohl beibehält, wenn man die gewöhnlichen Quecksilber enthaltenden Commutatoren nicht anwenden will, besteht darin, dass auf eine metallische Achse *AB* (Fig. 69) ein metallischer Cylinder *CD* aber isolirt von jener und etwas kürzer aufgeschoben ist. Der Cylinder ist an seinen Enden mit zwei vorspringenden metallischen und halbkreisförmigen Rändern *c* und *d* versehen, und eben solche halbkreisförmige vorspringende Ränder *a* und *b* befinden sich auf der Achse, aber so, dass *a* und *c* auf entgegengesetzten Seiten und ebenfalls *b* und *d* auf entgegengesetzten Seiten liegen. Die Achse *AB* wird dann mit den einen Enden der Spiraldrähte, der Cylinder *CD* mit den andern verbunden, während sich das Ganze mit den Ankern dreht. Auf den Rändern *a* und *c*, und *b* und *d* schleifen zwei gespaltene Federn wie *efg* und *hik*, die mit den Enden des schliessenden Drahtes verbunden werden. Wenn *g* auf *c* liegt, so liegt *k* auf *b*, dagegen sind *e* und *h* frei, nach einer halben Umdrehung aber treten *e* und *h* in Verbindung mit resp. *a* und *d*, und *g* und *k* werden frei. Die Ränder werden nun so gestellt, dass der Wechsel immer in dem Momente eintritt, wo die Richtung des inducirten Stromes in den Rollen sich ändert.

Fig. 69.



Die Stromumkehrung findet nicht genau in dem Momente statt, in welchem die Eisenkerne vor den Polen vorbeigehen, wie man wohl glauben

könnte, sondern etwas später. Es rührt dieses daher, dass die Umkehrung der Polarität des Eisens, oder der Uebergang von wachsendem Magnetismus in abnehmenden nicht genau dann stattfindet, wenn die Bewegung der Eisenkerne aus einer Annäherung in eine Entfernung übergeht, sondern einige Zeit verlangt wird, damit die Magnetisirung eintrete; es ist also die Coërcitivkraft der Eisenkerne, welche diese Verzögerung bedingt.

Der Strom einer magnetoelektrischen Maschine ist nicht als ein eigentlich constanter Strom zu betrachten, sondern als eine rasche Aufeinanderfolge von Strömen, deren Intensität in sehr kurzen Perioden abwechselnd wächst und abnimmt. Aber wenn die Maschine gleichmässig und rasch gedreht wird, so ist die kurze Periode, innerhalb deren die Stromintensität sich ändert, eine constante, auch steigt dann die Stromintensität immer bis zu einer constanten Grösse, und nimmt bis zu einer constanten Grösse wieder ab. Wenn man daher solche Wirkungen der Ströme beobachtet, welche nicht momentan den Aenderungen in der Stromintensität folgen können, so ist es so gut, als ob ein constanter Strom von einer mittleren Intensität hervorgebracht würde. Eine Galvanometernadel, durch deren Multiplicator der Strom geleitet wird, wird daher dann um einen constanten Winkel abgelenkt.

Durch Anwendung starker Magnete und durch rasche Drehung der Eisenkerne kann man Ströme von sehr beträchtlicher mittlerer Stromstärke induciren, welche dann alle Wirkungen anderer elektrischer Ströme zeigen, also ausser der magnetischen Richtkraft magnetisirende Kräfte, Erwärmungen und Glühungen von Drähten, chemische Zersetzungen, Funken, wenn die Leitung ein wenig unterbrochen wird.

Die Funken zeigen sich auch meist am Commutator der Maschine selbst, indem der Wechsel desselben nie ganz genau in dem Momente eintritt, wo die Stromintensität in den Spiralen Null ist. Wenn ausserdem die Ränder des Commutators ein wenig über einander greifen, so geht während eines Theils der Drehung der Strom fast nur durch die Federn, und dieser Theil desselben wird bei der Unterbrechung der einen Leitung unterbrochen, und bringt dann hier Funken hervor.

Die Stärke des durch eine magnetoelektrische Maschine erzeugten Stromes nimmt mit der Drehungsgeschwindigkeit zu, doch in einem geringeren Verhältnisse als diese, und es ist selbst nicht unwahrscheinlich, dass einer gewissen Drehungsgeschwindigkeit ein Maximum der Stomstärke entspricht, doch ist dieser Gegenstand noch nicht hinreichend aufgeklärt. Die Coërcitivkraft der Eisenkerne spielt aber jedenfalls dabei eine wichtige Rolle.

§. 307.

Die Ersetzbarkeit eines Magneten durch einen geschlossenen elektrischen Strom in jeder magnetischen Hinsicht lässt vermuthen, dass sie auch in elektrischer Beziehung statt finde, dass also auch durch die Bewegung eines

geschlossenen Leiters gegen einen elektrischen Strom in dem ersteren Ströme inducirt werden.

Der Versuch bestätigt diese Vermuthung und beweist das Vorhandensein der elektrischen oder der Volta-Induction. Wenn man neben eine flach aufgewundene Drahtspirale, durch welche ein Strom geht, eine andere durch ein Galvanometer geschlossene Spirale legt, und diese von jener ersteren entfernt oder sie ihr wieder nähert, so zeigt das Galvanometer in beiden Fällen Ströme an, und zwar von entgegengesetzten Richtungen. Bei der Entfernung der beiden Spiralen von einander hat der inducirte Strom gleiche Richtung mit dem inducirenden, bei der Annäherung entgegengesetzte Richtung. Dreht man eine Rolle in oder neben einer von einem Strome durchflossenen, so wird ebenfalls in derselben ein Strom inducirt und zwar von solcher Richtung, wie ihn bei derselben Bewegung ein Magnet induciren würde, der in elektromagnetischer Beziehung den Strom ersetzen würde.

Die Herstellung eines Stromes in einer Drahtrolle hat auf eine neben ihr befindliche in sich geschlossene Drahtrolle dieselbe inducirende Wirkung wie die Annäherung des schon vorhandenen Stromes aus unendlicher Entfernung, und umgekehrt die Unterbrechung dieselbe wie die Entfernung des ununterbrochenen Stromes in unendliche Entfernung. Wenn man daher zwei Drähte nebeneinander aber von einander isolirt spiralförmig aufwindet, die Enden des einen mit einem Multiplicator, die des anderen mit den Polen einer galvanischen Säule verbindet, so wird die Galvanometernadel im Moment der Herstellung oder Unterbrechung des Stromes nach entgegengesetzten Seiten abgelenkt, bleibt aber, während der Strom in der Hauptspirale constant bleibt, im magnetischen Meridian. Sobald aber die Stromintensität in der ersteren sich ändert, so wird die Nadel nach der einen oder andern Seite abgelenkt, je nachdem die Stromintensität zu oder abnimmt.

Das Elektrodynamometer ist von Weber auch zur Auffindung der Gesetze der Volta-Induction benutzt worden. Wenn nämlich durch die feste Rolle desselben ein galvanischer Strom geleitet, und die bewegliche Rolle in Schwingungen versetzt wird, so bringt die Wechselwirkung des Stromes der festen Rolle und der durch die Schwingungen der beweglichen in dieser inducirten Ströme eine Abnahme der Schwingungsbogen hervor, oder es findet dann eine Dämpfung in ähnlicher Weise statt, wie der Schwingungen einer mit einem Dämpfer umgebenen Magnetometernadel. Die Beobachtung zeigt nun, dass diese Dämpfung nach denselben Gesetzen geschieht wie die des Magneten, woraus folgt, dass die Intensität der durch Volta-Induction entstandenen Ströme ebenfalls der Geschwindigkeit proportional ist, mit welcher der inducirende Strom gegen den Leiter bewegt wird, in welchem der inducirte Strom entsteht.

Man kann selbst, indem man die in sich geschlossene bewegliche Rolle unter dem inducirenden Einflusse von Magneten schwingen lässt, die Volta-

Induction mit der Magnet-Induction numerisch vergleichen, und das Resultat dieser Versuche ist, dass ein Strom bei seiner Bewegung gegen einen geschlossenen Leiter einen Strom von gleicher Stärke in diesem inducirt, wie ihn durch dieselbe Bewegung ein Magnet induciren würde, dessen magnetisches Moment dem elektromagnetischen Momente des elektrischen Stromes gleich wäre.

Ein inducirter Strom kann in einer dritten Spirale ebenfalls wieder Ströme induciren u. s. f., wobei sich die Induction ganz nach den Gesetzen der primären Induction richtet.

Endlich übt ein Strom, der durch eine Spirale geleitet wird, beim Oeffnen und Schliessen der Kette auf die Windungen der Spirale Inductionswirkungen aus, welche zur Folge haben, dass der entstehende Strom geschwächt, der verschwindende verstärkt wird, indem der beim Entstehen inducirte entgegengesetzte Richtung, der beim Verschwinden inducirte gleiche Richtung wie der inducirende hat. Man nennt diesen Inductionsstrom den Extrastrom; eine Folge desselben ist die zuerst räthselhaft erscheinende Verschiedenheit in der Stärke des Funkens beim Oeffnen und Schliessen einer galvanischen Kette.

Auch diese Ströme sind durch das Galvanometer (von Edlund) gemessen worden, indem der Strom einer Säule zwischen den zwei entgegengesetzt gewundenen Drähten des Multiplicators so getheilt wurde, dass nach dauernder Herstellung des Stroms die Nadel nicht abgelenkt wurde. In jeden der beiden Zweige war aber noch ein Draht eingeschaltet, von denen der eine eine Spirale, der andere aber längere hinreichend weit auseinander ausgespannte Drähte bildete. Beim Schliessen und Oeffnen der Kette wurde durch die Spirale ein Strom inducirt, dessen Wirkung eine momentane Ablenkung der Galvanometernadel war, die ein Maass seiner Stärke abgab. Auf diesem Wege ergab sich, dass der Extrastrom beim Oeffnen und Schliessen einer Kette gleich, aber entgegengesetzt gerichtet ist, ganz wie es die Inductionsgesetze verlangen.

§. 308.

Die Inductionswirkungen von Strömen und Magneten auf ihnen genäherte Leiter kommen in Betracht, wenn man die Wirkungsweise der elektromagnetischen Maschinen berechnen will.

In diesen werden die Kräfte zwischen Strömen oder Elektromagneten und Eisen oder anderen Elektromagneten benutzt, um eine Triebkraft für Maschinen zur Bewegung von Lasten zu gewinnen. Damit aber die Bewegung der Maschine nicht aufhört, wenn die beweglichen Theile derselben gegen die festen in eine solche Lage gebracht sind, als es die elektromagnetischen Kräfte verlangen, so wird durch einen von der Maschine selbst

bewegten Commutator in diesem Momente die Stromrichtung ganz oder zum Theil umgekehrt, so dass die vorher anziehenden Kräfte in abstossende übergehen und umgekehrt. Indem sich dieses fortwährend wiederholt, ist der Gang der Maschine so lange gesichert als der Strom erhalten bleibt.

Man hat den Maschinen sehr verschiedene Einrichtungen gegeben; z. B. stellt man eine Reihe von Elektromagneten auf einer drehbaren Scheibe auf, die sich vor einer andern etwas grösseren festen Scheibe dreht, auf welcher eine zweite Reihe von Elektromagneten steht.

Beide Reihen von Magneten sind so angeordnet, dass bei derselben Stromrichtung dieselben abwechselnd ihren Nordpol und ihren Südpol nach Oben oder Unten kehren. Behalten nun die festen Magnete stets dieselbe Lage der Pole, wird dieser aber in den drehbaren umgewechselt, wenn der bewegliche Südpol vor einem der festen Nordpole und umgekehrt steht, so muss die Scheibe in eine rotirende Bewegung gerathen. In andern Maschinen werden die beweglichen Elektromagnete zwischen den festen Magneten oder auch in stromleitenden Spiralen ihrer Länge nach hin und her geschoben, und man erhält zunächst eine oscillirende Bewegung, die aber auf mechanischem Wege dann in eine rotirende umgewandelt werden kann.

Indem nun aber in allen diesen Maschinen die magnetischen Eisenstäbe gegen die Drahtspiralen bewegt werden, durch welche der Strom geht, der die Maschinen in Bewegung setzt, müssen nothwendig in diesen Spiralen Ströme inducirt werden, welche, wie eine einfache Betrachtung zeigt, immer dem Hauptstrome entgegengerichtet sind, diesen also schwächen. Eine Folge hiervon ist, dass dieselbe elektromotorische Kraft in den Drähten dieser Maschine, während sie in Bewegung ist, schwächere Ströme herstellt als in der Ruhe; diese Schwächung ist um so beträchtlicher, je rascher die Maschine sich bewegt; andererseits aber würde ohne diese Inductionswirkungen der Nutzeffect der Maschine, d. h. die in einer bestimmten Zeit von ihr gelieferte mechanische Arbeit mit der Geschwindigkeit ihrer Bewegung steigen. Es muss daher für eine jede Maschine eine Geschwindigkeit geben, bei welcher sie den grössten Nutzeffect gewährt. Die Kraft, mit welcher sich die Magnete unter einander anziehen, ist zwar eine verschiedene, indem die Entfernung zwischen denselben bald grösser bald kleiner ist, aber da dieselbe in Grenzen eingeschlossen ist, so wird bei einem constanten Gange und bei constanter Stromintensität, für diese Kraft sich eine mittlere setzen lassen, welche bei der Berechnung des Nutzeffectes N zu Grunde gelegt werden werden kann. Bezeichnen wir diese durch M, und durch v die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher die Maschine sich bewegt, so wird

$$N = Mv$$

gesetzt werden können. Die Kraft M ist unter übrigens gleichen Verhältnissen dem Quadrate des Magnetismus der Stäbe proportional, und insofern dieser der Stromstärke i proportional gesetzt werden kann, und der An-

zahl n der Windungen proportional ist, welche einen Eisenstab umgeben (und die der Einfachheit für alle gleich sein möge), so wird

$$M = a \,.\, ii \,.\, nn$$

sein, wo a eine Constante ist, also

$$N = a \,.\, ii \,.\, nn \,.\, v.$$

Ist nun i' die Stromstärke, welche in der Ruhe und unter Anwendung der nämlichen constanten Säule erhalten würde, so ist $i' - i$ die mittlere Stärke der durch die Bewegung inducirten Ströme. Diese ist aber proportional der mittleren Geschwindigkeit v, der mittleren Stärke des Magnetismus und dem Quadrate der Anzahl der Windungen, mithin wird

$$i' - i = b \,.\, v \,.\, nni$$

sein, wo b eine andere Constante ist, oder

$$v = \frac{i' - i}{bnni}.$$

Daraus ergiebt sich der Nutzeffect

$$N = \frac{a \,.\, ii \,.\, nn \,.\, (i' - i)}{bnni} = Ai\,(i' - i),$$

indem $A = \frac{a}{b}$ gesetzt wird.

Setzen wir $i = i' \,.\, \alpha$, indem α einen ächten Bruch bezeichnet, so wird

$$i(i' - i) = i'i'\alpha(1 - \alpha)$$

oder

$$N = A \,.\, i'i' \,.\, \alpha(1 - \alpha).$$

Nun ist aber $\alpha \,.\, (1 - \alpha)$ am grössten, wenn $\alpha = \frac{1}{2}$, oder es ergiebt sich der grösste Nutzeffect

$$N = \frac{A \,.\, i'i'}{4} = Aii,$$

welcher also dann erreicht wird, wenn die Maschine sich mit einer solchen Geschwindigkeit bewegt, dass die Stromstärke nur halb so gross ist, als sie in der ruhenden Maschine sein würde. Dieser Werth der Geschwindigkeit ergiebt sich

$$v = \frac{i'(1 - \frac{1}{2})}{b \,.\, nn \,.\, i'\frac{1}{2}} = \frac{1}{b \,.\, nn}.$$

Für eine vollständige Theorie dieser Maschinen fehlt noch eine genaue Kenntniss der numerischen Werthe der in Betracht kommenden Factoren und ihrer Aenderung mit einer veränderten Construction der Maschine. Einer practischen Anwendung dieser Maschinen steht aber gegenwärtig noch die Kostbarkeit ihres Betriebes in Vergleich mit andern Maschinen, z. B. der Dampfmaschine, entgegen.

Man hat freilich mit Hülfe derselben schon Drehbänke, Schiffe u. dgl. in Bewegung gesetzt; allein nach einer Schätzung Groves werden die Kosten der Erzeugung einer Pferdekraft während 24 Stunden auf diesem Wege mit den jetzt bekannten Mitteln zur Hervorbringung elektrischer Ströme etwa

auf 1 L. St. 16 Sch. 6 P. sich belaufen, während dieselbe Kraft durch die Dampfmaschine für einige Schillinge hervorgebracht werden kann, und andere Schätzungen ergeben noch ungünstigere Resultate, so dass vorerst wohl auf keine practische Nutzbarkeit derselben zu rechnen ist.

§. 309.

Die inducirenden Wirkungen von Magneten oder Strömen auf geschlossene Leiter, d. h. die Hervorbringung einer elektromotorischen Kraft in diesen durch die Bewegung eines Magnets oder eines Stromes gegen denselben, lässt sich benutzen, um eine absolute Maasseinheit für die elektromotorischen Kräfte und damit nach §. 280 auch für die Leitungswiderstände festzustellen.

Denken wir uns nämlich zwei kreisförmige Ströme, von denen jeder die vertikal stehende Flächeneinheit umkreist, und jedes Intensität die absolute elektrodynamische Einheit ist; der eine Strom mag um eine verticale Achse drehbar sein, und der andere feststehende sich in der Entfernung R der Mittelpunkte beider befinden, und zwar in einer Verticalebene, welche durch die Drehungsachse des beweglichen Stromes geht; dann übt der feste Strom nach dem Früheren auf den beweglichen ein Drehungsmoment aus, welches gleich $\frac{1}{2R^3}$ ist, wo das Drehungsmoment ebenfalls nach absolutem Maasse gemessen ist. Dieses Drehungsmoment würde $= 1$ sein, wenn die Stromintensität im festen Leiter nach absolutem elektrodynamischen Maasse $= 2R^3$ wäre, und wenn das Trägheitsmoment des beweglichen Stromträgers $= 1$ wäre, so würde dadurch dem letzteren eine Drehungsgeschwindigkeit $= 1$ ertheilt werden.

Denken wir uns nun in dem beweglichen Leiter keinen Strom vorhanden, so würde bei einer Drehung desselben der festaufgestellte Strom eine elektromotorische Kraft hervorrufen, deren Grösse der Drehungsgeschwindigkeit proportional wäre. Es kann daher diejenige elektromotorische Kraft als absolute Einheit der elektromotorischen Kräfte betrachtet werden, welche bei einer Drehungsgeschwindigkeit $= 1$ in dem bewegten Leiter in diesem Falle entstehen würde; oder es ist dieselbe diejenige elektromotorische Kraft, die ein die Flächeneinheit umkreisender Strom von der nach absolutem elektrodynamischem Maasse gemessenen Intensität $2R^3$ auf einen die Flächeneinheit umschliessenden Leiter ausübt, dessen Ebene auf der Stromebene senkrecht steht und von dieser in der Entfernung R halbirt wird, wenn der Leiter mit der Einheit der Drehungsgeschwindigkeit um die Durchschnittslinie gedreht wird.

Die Stärke des Stroms, welcher durch eine solche elektromotorische Kraft erregt wird, ist dem Widerstande des Leiters umgekehrt proportional. Damit diese der absoluten Einheit gleich würde, müsste der Widerstand nach absolutem Maasse gemessen ebenfalls $= 1$ sein, oder die absolute

Widerstandseinheit ist der Widerstand, den ein Leiter haben muss, damit die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft einen Strom von der Stärke der absoluten Einheit in ihm erzeugt.

In derselben Weise, wie wir hier auf die elektrodynamische Stromeinheit die Maasse der elektromotorischen Kräfte und der Widerstände zurückgeführt haben, lassen sie sich aber auch auf die elektromagnetische Stromeinheit zurückführen. Wird nämlich die Intensität des festen Stromes, welcher auf den beweglichen Leiter inducirend wirkt, und dessen Stärke bisher nach elektrodynamischem Maasse gemessen $= 2R^3$ war, in elektromagnetischem Maasse gemessen, so wird die Intensität durch $\sqrt{2R^3}$ ausgedrückt, da nach §. 277 das elektrodynamische Maass zum elektromagnetischen sich wie 1 zu $\sqrt{2}$ verhält.

Ist der bewegliche Leiter von demselben Strome wie vorher durchlaufen, so muss natürlich dieses Moment wieder dieselbe Drehungsgeschwindigkeit wie vorher hervorbringen, da die Stromintensität in dem festen Leiter dieselbe sein soll wie zuvor. Wäre also der Strom in dem beweglichen Leiter nicht vorhanden, und würde dieser mit der Geschwindigkeit 1 gedreht, so würde die elektromotorische Kraft $= \sqrt{\frac{1}{2}}$ zu setzen sein, wenn wir als Maass der letzteren diejenige betrachten, welche durch eine Drehungsgeschwindigkeit $= 1$ hervorgebracht wird, wenn der feste Strom die Stärke der elektromagnetischen Einheit besitzt.

Daraus folgt also, dass das elektromagnetische Maass der elektromotorischen Kräfte zum elektrodynamischen sich wie 1 zu $\sqrt{2}$ verhält.

Stellt man wieder als elektromagnetisches Maass des Widerstandes denjenigen hin, welcher in einem Leiter vorhanden einen Strom von der Stärke der elektromagnetischen Einheit hervorbringt, wenn die elektromotorische Kraft ebenfalls der elektromagnetischen Einheit gleich ist, so wird dieser nach elektromagnetischem Maasse gemessen gleich $\frac{1}{2}$ sein, oder das elektrodynamische Maass des Widerstandes verhält sich zum elektromagnetischen wie 2 zu 1.

Was nun die wirkliche Benutzung der angeführten Maasse zur Messung gegebener elektromotorischer Kräfte oder Widerstände betrifft, so genügt es, den Widerstand eines einzigen Normaldrahtes nach absolutem Maasse gemessen zu haben, weil man dann auch die Widerstände aller andern Leiter in absolutem Maasse erhalten kann, indem man sie nach den früher angegebenen Methoden durch relative Messungen von Stromintensitäten mit dem Widerstande jenes Normaldrahtes vergleicht.

Wenn man aber unter Benutzung des Normaldrahtes die Stromintensitäten nach absolutem Maasse misst, so kann man auch die elektromotorischen Kräfte nach absolutem Maasse ausgedrückt erhalten.

Die Ausführung einer absoluten Widerstandsmessung ist daher für die sämmtlichen elektrodynamischen Messungen von grosser Wichtigkeit. Weber

hat sie wirklich ausgeführt und zwar mit Benutzung des im §. 305 erwähnten Inductions-Magnetometers. Die Beobachtung der Ablenkung der Nadel desselben, wenn die Inductorrolle um 180° gedreht wird, giebt nämlich ein Mittel, mit sehr grosser Schärfe die Geschwindigkeit zu messen, welche der durch den Erdmagnetismus inducirte fast momentane Strom der Nadel ertheilt. Dieser Strom ist zwar ein veränderlicher, indem im Anfange und zu Ende der Drehung seine Intensität schwächer als am Ende ist, und die Intensität ist in jedem Augenblicke um so grösser, je rascher die Inductorrolle gedreht wird, allein da die Geschwindigkeit, welche die Nadel dadurch erhält, dem Producte der Stromintensität in die Stromdauer proportional ist, so ist dieselbe eine gleiche, mag die Drehung eine langsame oder rasche sein, wenn nur die Rolle immer genau um den gleichen Winkel 180° gedreht wird, und so rasch, dass die ganze Dauer der Drehung nur einen kleinen Bruchtheil der Schwingungsdauer der Nadel ausmacht.

Denken wir uns nun die von den Windungen der Inductorrolle umgrenzten Flächenräume auf eine gegen die Richtung des inducirenden Theils des Erdmagnetismus senkrechte Ebene projicirt, so besteht die Wirkung der Drehung in einer Zu- oder Abnahme dieser Projectionen um die doppelte Grösse derselben bei der Anfang- oder Endstellung der Rolle, und die Summe der während der Drehung hervorgerufenen elektromotorischen Kräfte, jede multiplicirt mit ihrer Dauer, ist dem Producte aus der Stärke des inducirenden Theils des Erdmagnetismus in jene Aenderung der Summe der Projectionen der umwundenen Flächenräume gleich. Dieses Product also misst die elektromotorische Kraft, die in demselben Drahte während der Zeiteinheit wirkend einen Strom hervorbringen würde, dessen Wirkung genau dieselbe Geschwindigkeit der Magnetometernadel zur Folge haben würde. Da nun die Grösse des inducirenden Theils des Erdmagnetismus in absolutem Masse und ebenfalls die von der Inductorrolle umwundenen Flächenräume gemessen werden können, so kann man die elektromotorische Kraft in absolutem elektromagnetischem Maasse (nach ihren Ursachen gemessen) angeben. Diese dividirt durch die in absolutem elektromagnetischem Maasse gemessene Intensität eines Stromes, der während der Zeiteinheit wirkend dieselbe Geschwindigkeit der Magnetometernadel ertheilen würde, welche dieselbe wirklich erhält, giebt also den Widerstand des gesammten Drahtes in absolutem elektromagnetischem Maasse an.

Die Ausführung dieser Messung an verschiedenen Kupferdrähten hat nun gezeigt, dass gleich lange und gleich dicke Kupferdrähte beträchtlich verschiedene Widerstände besitzen; es ergaben sich nämlich für den Widerstand eines 1^{mm} langen und 1^{mgr} schweren Kupferdrahtes bei 5 verschiedenen Sorten, in absolutem elektromagnetischem Maasse Werthe, die zwischen 1684000 und 2310000 liegen. Nimmt man aus 3 Bestimmungen, wo zugleich das specifische Gewicht der Drähte bestimmt war, den Mittel-

werth, und sieht diesen als den Widerstand eines 1^{mm} langen und 1^{mgr} schweren Kupferdrahtes von dem mittleren specifischen Gewichte 8,7 an, so findet sich dieser = 1997967 oder nahe = 1998000, woraus sich nach dem Ohm'schen Gesetze der Widerstand eines 1^{m} langen Kupferdrahtes von 1^{mm} Durchmesser in absolutem elektromagnetischem Maasse $= 292{,}41 . 10^{6}$, oder in absolutem elektrodynamischem Maasse $= 146{,}20 . 10^{6}$ ergiebt, was als ohngefährer Anhaltspunkt zur Schätzung der Widerstände dienen kann.

§. 310.

Das Ampère'sche Fundamentalgesetz über die Kräfte, welche zwei Stromelemente auf einander ausüben, reicht zwar hin, um alle Richtkräfte zu berechnen, welche Ströme auf Ströme oder auch auf Magnete ausüben, wenn wir diese als Molecularströme betrachten, die Inductionserscheinungen aber finden darin keineswegs ihre Erklärung. Versuchen wir aber, diese so wie das Ampère'sche Gesetz selbst auf das Grundgesetz für die Wirkung zweier Elektricitätstheilchen auf einander zurückzuführen, welches im sechsten Abschnitte im §. 227 angeführt wurde, so ergiebt sich, dass dieses hierfür unzureichend ist. In einem Stromelemente sind nämlich beide Elektricitäten in gleicher Menge vorhanden, und dasselbe unterscheidet sich von einem stromlosen Leiterelemente, worin ebenfalls beide Elektricitäten in gleicher Menge vorhanden sind, nur dadurch, dass sie im ersten sich nach entgegengesetzten Seiten hin bewegen, im letzteren dagegen ruhen. Nach dem elektrostatischen Grundgesetze des §. 227 hängt aber die elektrische Kraft zwischen zwei Elektricitätstheilchen von deren Masse und gegenseitiger Entfernung ab. Betrachten wir nun zwei Stromelemente, so haben wir 4 elektrische Massen, $+e$ und $-e$ in dem einen, $+\varepsilon$ und $-\varepsilon$ in dem andern, während die Entfernung derselben von einander eine gemeinsame $= r$ ist; nach jenem Gesetze sind also die 4 Kräfte vorhanden,

$$\frac{+e . +\varepsilon}{rr}, \quad \frac{-e . +\varepsilon}{rr}, \quad \frac{+e . -\varepsilon}{rr} \quad \text{und} \quad \frac{-e . -\varepsilon}{rr},$$

deren Summe gleich 0 ist. Da aber die Stromelemente doch auf einander Kräfte ausüben, so bedarf jenes Gesetz noch eines Zusatzes, der so beschaffen ist, dass die Aufhebung der vier Kräfte unter einander nur dann stattfindet, wenn die Elektricitäten in Ruhe sind, nicht aber, wenn sie in der genannten Weise sich bewegen. Die Glieder, welche dem mathematischen Ausdrucke für die Wirkung zweier elektrischen Theilchen auf einander noch hinzugefügt werden müssen, um alle elektrischen Erscheinungen zu umfassen, können also nur von solchen Grössen abhängen, welche mit der Bewegung der Elektricitäten verschwinden. Sie müssen ferner so beschaffen sein, dass sie ebenfalls verschwinden, wenn die positive und negative Elektricität jedes Elements in gleicher Weise bewegt wird, da ein bewegter neutral elektrischer Körper auf einen andern neutral elektrischen keine

elektrische Kraft ausübt; dass dieses aber nicht der Fall mehr ist, wenn in dem zweiten Elemente die Elektricitäten nach entgegengesetzter Richtung sich bewegen, weil dann auf das erste eine elektromotorische, d. h. eine die neutrale Elektricität scheidende Kraft ausgeübt wird.

Endlich aber muss dieses Gesetz so beschaffen sein, dass die Summe der vier daraus resultirenden Kräfte zwischen zwei Stromelementen denselben Ausdruck wie das Ampère'sche Gesetz liefert, und dass daraus die Inductionsgesetze sich ebenfalls ergeben.

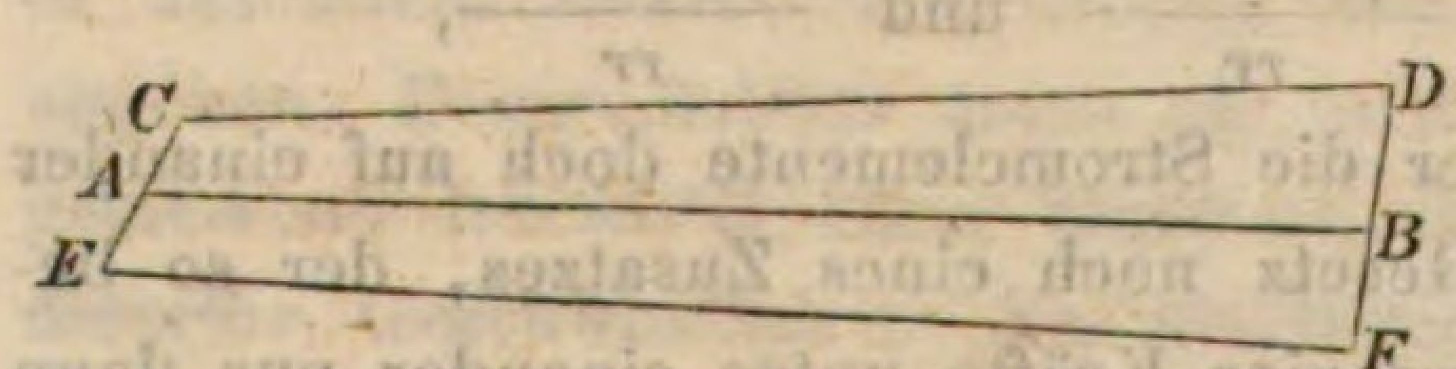
Weber hat diese Untersuchung nun ausgeführt und gezeigt, dass die Ergänzung theils von der Geschwindigkeit ϱ abhängt, mit der sich beide Elektricitätstheilchen e und ε in der Richtung der sie verbindenden Geraden von einander entfernen (oder einander nähern), theils von der Beschleunigung ω dieser Bewegung, und dass, wenn man die Kraft durch den Ausdruck

$$-\frac{e\varepsilon}{rr}\left(1-\frac{\varrho\varrho}{aa}+\frac{2r\omega}{aa}\right)$$

darstellt, worin a eine Constante bezeichnet, und ein negativer Werth des Ausdruckes eine Abstossung bedeutet, man zu den wirklich *beobachteten* Gesetzen gelangt.

Um zunächst die Uebereinstimmung dieses Gesetzes mit dem Ampère'schen nachzuweisen, wollen wir zuerst die relative Geschwindigkeit ϱ und Beschleunigung ω zweier sich in verschiedenen Richtungen bewegender Punkte berechnen, wenn der Abstand r beider von einander in einem bestimmten Momente, ihre constanten Geschwindigkeiten u und v in den Richtungen ihrer Bewegungen und die Winkel ε, θ und θ' gegeben sind, welche diese letzteren mit einander und mit der verbindenden Geraden r bilden, dabei aber der Einfachheit wegen annehmen, dass beide Bewegungen in einer Ebene stattfinden. Seien A und B (Fig. 70) die beiden Punkte zur Zeit t, und AB in diesem Momente gleich r; ferner bezeichne AC die Richtung und Grösse des Weges, welchen der Punkt A in der kurzen Zeit Δt beschreibt, BD die Richtung und Grösse des Weges, welchen B in derselben Zeit Δt beschreibt, sei also $AC = u \,.\, \Delta t$, $BD = v \,.\, \Delta t$.

Fig. 70.



Es ist dann $BAC = \theta$, $ABD = \theta'$, und zwischen ε, θ und θ' besteht die Gleichung $\theta + \theta' + \varepsilon = 180^{\circ}$, da AC und BD bis zum Durchschnitt verlängert, sich unter dem Winkel ε schneiden sollen. Setzen wir nun die Länge der Geraden $CD = r'$, so wird

$$\varrho = \frac{r' - r}{\Delta t}$$

die relative Geschwindigkeit in der Zeit zwischen t und $t + \Delta t$ sein.

Ist ferner $AE = AC$ und $BD = BF$, und setzen wir $EF = r''$, so ist

$$\varrho'' = \frac{r - r''}{\Delta t}$$

die Geschwindigkeit beider Punkte in der Zeit von $t - \Delta t$ bis zu t, folglich die relative Geschwindigkeit ϱ zur Zeit t

$$\varrho = \frac{\varrho' + \varrho''}{2}$$

und die relative Beschleunigung ω zu derselben Zeit

$$\omega = \frac{\varrho' - \varrho''}{\Delta t}.$$

Nun ist aber

$$r'r' = (r - AC \,.\, \cos\theta - BD \cos\theta')^2 + (AC \sin\theta - BD \sin\theta')^2,$$

und

$$r''r'' = (r + AC \cos\theta + BD \cos\theta')^2 + (AC \sin\theta - BD \sin\theta')^2,$$

oder

$$\begin{aligned}
r'r' &= (r - u\Delta t \,.\, \cos\theta - v\Delta t \cos\theta')^2 + (u\Delta t \sin\theta - v\Delta t \sin\theta')^2 \\
&= rr + (u \cos\theta + v \cos\theta')^2 \Delta t^2 - 2r(u \cos\theta + \sin\theta')\Delta t \\
&\qquad\qquad + (u \sin\theta - v \sin\theta')^2 \Delta t^2 \\
&= rr\left(1 - \frac{2\Delta t(u\cos\theta + v\sin\theta')}{r}\right. \\
&\qquad\qquad \left. + \frac{\Delta t^2}{rr}(uu + vv + 2uv[\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'])\right) \\
&= rr\left(1 - \frac{2\Delta t(u\cos\theta + v\sin\theta')}{r} + \frac{\Delta t^2}{rr}(uu + vv + 2uv\cos[\theta + \theta'])\right) \\
&= rr\left(1 - \frac{2\Delta t(u\cos\theta + v\sin\theta')}{r} + \frac{\Delta t^2}{rr}(uu + vv - 2uv\cos\varepsilon)\right).
\end{aligned}$$

Ebenso ist

$$\begin{aligned}
rr'' &= rr + \Delta t^2(u\cos\theta + v\cos\theta')^2 + 2r\Delta t(u\cos\theta + v\cos\theta') \\
&\qquad\qquad + \Delta t^2(u\sin\theta - v\sin\theta')^2 \\
&= rr\left(1 + \frac{2\Delta t(u\cos\theta + v\cos\theta')}{r}\right. \\
&\qquad\qquad \left. + \frac{\Delta t^2}{rr}(uu + vv + 2uv[\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'])\right) \\
&= rr\left(1 + \frac{2\Delta t(u\cos\theta + v\cos\theta')}{r} + \frac{\Delta t^2}{rr}(uu + vv - 2uv\cos\varepsilon)\right).
\end{aligned}$$

Setzen wir der Kürze wegen

$$u\cos\theta + v\cos\theta' = \alpha$$

und

$$uu + vv - 2uv\cos\varepsilon = \beta\beta,$$

so wird

$$r'r' = rr\left(1 - \frac{2\alpha\Delta t}{r} + \frac{\beta\beta\Delta t^2}{rr}\right)$$

und

$$r''r'' = rr\left(1 + \frac{2\alpha\Delta t}{r} + \frac{\beta\beta\Delta t^2}{rr}\right),$$

oder

$$r' = r\left(1 - \frac{\alpha\Delta t}{r} + \frac{\gamma\Delta t^2}{rr}\right)$$

und

$$r'' = r\left(1 + \frac{\alpha\Delta t}{r} + \frac{\gamma'\Delta t^2}{rr}\right),$$

wenn man

$$\left(1 - \frac{\alpha\Delta t}{r} + \frac{\gamma\Delta t^2}{rr}\right)^2 = \left(1 - \frac{2\alpha\Delta t}{r} + \frac{\beta\beta\Delta t^2}{rr}\right)$$

und

$$\left(1 + \frac{\alpha\Delta t}{r} + \frac{\gamma'\Delta t^2}{rr}\right)^2 = \left(1 + \frac{2\alpha\Delta t}{r} + \frac{\beta\beta\Delta t^2}{rr}\right)$$

setzt, und γ und γ' bestimmt, indem man die mit den höheren Potenzen der sehr kleinen Grösse $\frac{\Delta t}{r}$ multiplicirten Glieder vernachlässigt.

Durch die Ausführung dieser Rechnung ergiebt sich:

$$1 - \frac{2\alpha\Delta t}{r} + \frac{\alpha\alpha\Delta t^2}{rr} + \frac{2\gamma\Delta t^2}{rr} = 1 - \frac{2\alpha\Delta t}{r} + \frac{\beta\beta\Delta t^2}{rr},$$

oder

$$\alpha\alpha + 2\gamma = \beta\beta,$$

oder

$$\gamma = \frac{\beta\beta - \alpha\alpha}{2},$$

und ebenso:

$$1 + \frac{2\alpha\Delta t}{r} + \frac{\alpha\alpha\Delta t^2}{rr} + \frac{2\gamma'\Delta t^2}{rr} = 1 + \frac{2\alpha\Delta t}{r} + \frac{\beta\beta\Delta t^2}{rr},$$

also

$$\gamma = \gamma' = \frac{\beta\beta - \alpha\alpha}{2}.$$

Da nun aber

$$\varrho = \frac{\varrho' + \varrho''}{2} = \frac{r - r' + r - r''}{2\Delta t} = \frac{r' - r''}{2\Delta t}$$

ist, so ergiebt sich

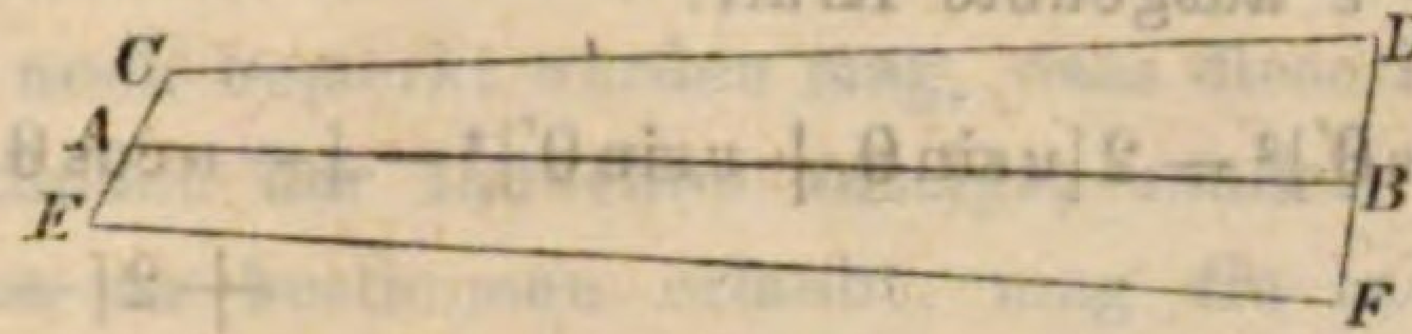
$$\varrho = \frac{r\left(1 - \frac{\alpha\Delta t}{r} + \frac{\gamma\Delta t^2}{rr} - 1 - \frac{\alpha\Delta t}{r} - \frac{\gamma\Delta t^2}{rr}\right)}{2\Delta t} = -\alpha;$$

und

$$\omega = \frac{\varrho' - \varrho''}{\Delta t} = \frac{r' - r - r + r''}{\Delta t^2} = \frac{r' + r'' - 2r}{\Delta t^2}$$

$$= \frac{r\left(1 - \frac{\alpha\Delta t}{r} + \frac{\gamma\Delta t^2}{rr} + 1 + \frac{\alpha\Delta t}{r} + \frac{\gamma\Delta t^2}{rr} - 2\right)}{\Delta t^2}$$

$$= \frac{r2\gamma\Delta t^2}{rr\Delta t^2} = \frac{2\gamma}{r} = \frac{(\beta\beta - \alpha\alpha)}{r}.$$



Setzen wir also für α und β ihre Werthe, so ergiebt sich:

$$\varrho = -(u \cos\theta + v \cos\theta'),$$

$$\omega = \frac{uu + vv - 2uv\cos\varepsilon - (u\cos\theta + v\cos\theta')^2}{r}$$

$$= \frac{uu + vv - 2uv\cos\varepsilon - uu\cos^2\theta - vv\cos^2\theta' - 2uv\cos\theta\cos\theta'}{r}$$

$$= \frac{uu\sin^2\theta + vv\sin^2\theta' - 2uv\sin\theta\sin\theta'}{r}$$

$$= \frac{(u\sin\theta - v\sin\theta')^2}{r}.$$

Folglich ergiebt sich aus Weber's Gesetz für die Wirkung der beiden Elektricitätstheilchen $+e$ und $+\varepsilon$ in den Punkten A und B der Figur 70 auf einander der Ausdruck:

$$-\frac{e\varepsilon}{rr}\left(1 - \frac{(u\cos\theta + v\cos\theta')^2}{aa} + \frac{2r}{aa}\frac{(u\sin\theta - v\sin\theta')^2}{r}\right),$$

$$= -\frac{e\varepsilon}{rr}\left(1 - \frac{(u\cos\theta + v\cos\theta')^2 - 2(u\sin\theta - v\sin\theta')^2}{aa}\right).$$

Befindet sich im Punkte A auch noch die Elektricitätsmenge $-e$, die sich mit der Geschwindigkeit $-u$ bewegt, und im Punkte B die mit der Geschwindigkeit $-v$ sich bewegende Elektricitätsmenge $-\varepsilon$, so werden die vier Kräfte, die zwischen den Punkten A und B thätig sind:

$$-\frac{e\varepsilon}{rr}\left(1 - \frac{(u\cos\theta + v\cos\theta')^2 - 2(u\sin\theta - v\sin\theta')^2}{aa}\right),$$

$$-\frac{e\,.-\varepsilon}{rr}\left(1 - \frac{(u\cos\theta - v\cos\theta')^2 - 2(u\sin\theta + v\sin\theta')^2}{aa}\right),$$

$$-\frac{-e\,.\,\varepsilon}{rr}\left(1 - \frac{(-u\cos\theta + v\cos\theta')^2 - 2(-u\sin\theta - v\sin\theta')^2}{aa}\right),$$

$$-\frac{-e\,.-\varepsilon}{rr}\left(1 - \frac{(-u\cos\theta - v\cos\theta')^2 - 2(-u\sin\theta + v\sin\theta')^2}{aa}\right).$$

Daraus ergiebt sich für die auf $+\varepsilon$ wirkende Kraft:

$$+\frac{e\varepsilon}{rraa}\left([u\cos\theta + v\cos\theta']^2 - 2[u\sin\theta - v\sin\theta']^2 - [-u\cos\theta + v\cos\theta']^2 + 2[-u\sin\theta - v\sin\theta']^2\right),$$

$$= \frac{+e\varepsilon}{rraa}(4uv\cos\theta\cos\theta' + 8uv\sin\theta\sin\theta'),$$

$$= \frac{-8e\varepsilon}{rraa}(uv[\cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta'] - \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta' uv),$$

$$= \frac{-8e\varepsilon uv}{rraa}(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\,.\,\cos\theta'),$$

und für die auf $-\varepsilon$ ausgeübte Kraft:

$$\frac{-e\varepsilon}{rraa}([u\cos\theta - v\cos\theta']^2 - 2[u\sin\theta + v\sin\theta']^2 - [-u\cos\theta - v\cos\theta']^2 + 2[-u\sin\theta + v\sin\theta'])^2,$$

$$= \frac{+e\varepsilon}{rraa}(4uv\cos\theta\cos\theta' + 8uv\sin\theta\sin\theta'),$$

$$= -\frac{8e\varepsilon uv}{rraa}(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta \,.\, \cos\theta').$$

Da diese Kräfte in gleichem Sinne wirken, so ergiebt sich die auf das ganze Element ausgeübte bewegende Kraft ihrer Summe gleich, oder

$$= \frac{-16\,.\,e\varepsilon\,.\,u\,.\,v}{rraa}(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\,.\,\cos\theta').$$

Nun ist aber $e\,.\,u = \alpha\,.\,i\,.\,s$, wenn i die Stromintensität, s die Länge des Elementes in A bezeichnet, und α eine Constante ist, und ebenso ist $\varepsilon\,.\,v = \alpha\,.\,i'\,.\,s'$, wenn i' die Stromstärke und s' die Länge des andern Elementes bei B bezeichnet, folglich geht jener Ausdruck über in

$$-\frac{16\,.\,i\,.\,i'\,.\,s\,.\,s'\,.\,\alpha\alpha}{rraa}(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'),$$

welcher mit dem Ampère'schen Fundamentalgesetze, welches nach §. 277 für die Kraft den Werth

$$-\frac{ii'\,.\,ss'}{rr}(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta')$$

ergiebt, übereinstimmt, wenn

$$\frac{16\alpha\alpha}{aa} = 1 \text{ oder } 4\alpha = a$$

gesetzt wird.

Nehmen wir an, in dem zweiten Elemente bei B sei kein Strom vorhanden, dasselbe werde aber mit der Geschwindigkeit v in der Richtung BD bewegt, so wird die auf $+\varepsilon$ wirkende Kraft

$$= -\frac{8e\varepsilon u\,v}{rraa}(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\,.\,\cos\theta'),$$

und die auf $-\varepsilon$ wirkende

$$= +\frac{8e\varepsilon}{rraa}uv(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\theta\cos\theta').$$

Es werden also dann die entgegengesetzten Elektricitäten in B nicht nach gleicher, sondern nach entgegengesetzten Richtungen bewegt, oder es entsteht eine auf dieses Leiterelement wirkende elektromotorische Kraft. Es ergeben sich also aus Weber's Formeln auch die inducirenden Wirkungen der Ströme als nothwendige Folgerungen, und so erscheint dieses als

der allgemeinste Ausdruck für die zwischen zwei Elektricitätstheilchen wirksame Kraft, wobei noch bemerkt werden mag, dass diese Formel nicht allein allgemein das Stattfinden der Induction anzeigt, sondern auch die Gesetze derselben im Voraus zu bestimmen erlaubt, mag die Induction durch Bewegung constanter Ströme oder durch Intensitätsänderungen derselben hervorgebracht werden, und dass die so bestimmten Gesetze überall mit denen übereinstimmen, welche die Erfahrung ergeben hat.

§. 311.

Die beträchtlichen magnetisirenden Kräfte, die uns in den galvanischen Strömen zu Gebote gestellt sind, erlauben eine für die Lehre vom Magnetismus sehr wichtige Untersuchung, nämlich die, ob die magnetischen Erscheinungen wirklich auf das Eisen allein beschränkt sind, oder ob sie auch an andern Körpern, wenn auch in schwächerem Grade, wahrgenommen werden können. Faraday hat durch eine solche Untersuchung gefunden, dass ausser dem Eisen noch verschiedene andere Körper, namentlich Nickel, Kobalt, Platin u. A., magnetisirbar sind.

Auch alle übrigen Körper zeigen bei Anwendung hinreichend starker Elektromagnete eine Einwirkung dieser auf sie, aber merkwürdiger Weise ist diese Einwirkung ganz entgegengesetzt von der auf das Eisen und die eigentlich magnetischen Körper. Wenn eine kleine Eisenkugel in der Nähe eines Pols eines Elektromagneten aufgehängt wird, so wird sie angezogen, sobald man diesen in Thätigkeit setzt; wenn aber statt der Eisenkugel eine Kugel von Wismuth aufgehängt wird, so wird diese von dem Pole des in Thätigkeit gesetzten Elektromagneten abgestossen. Es ist dabei gleichgültig, welchem Pole des Elektromagneten die Kugel zunächst aufgehängt wird.

Noch deutlicher tritt diese Abstossung des Wismuths von den Polen eines Elektromagneten hervor, wenn man zwischen den Polen eines hufeisenförmigen Elektromagneten ein Wismuthstäbchen an einem Faden so aufhängt, dass es in horizontaler Ebene sich drehen kann, und dann den Elektromagnet in Thätigkeit setzt. Während ein Eisenstäbchen sich in die Richtung der die beiden Pole verbindenden Geraden, oder in die sogenannte axiale Lage stellen würde, stellt sich das Wismuthstäbchen senkrecht gegen diese Richtung, oder in die sogenannte äquatoriale Lage.

Dieser von dem eigentlich magnetischen Zustande des Eisens verschiedene Zustand des unter der Einwirkung starker magnetisirender Kräfte stehenden Wismuths ist von Faraday der diamagnetische Zustand genannt worden. Um eine genauere Kenntniss von demselben zu erhalten, ist zunächst die Frage zu entscheiden, ob derselbe wie der magnetische ein polarer sei, oder ob das diamagnetische Wismuth unmittelbar vom Magnet ohne Unterschied der Pole abgestossen wird. Der Versuch entscheidet für das Erste, denn wenn man die beiden entgegengesetzten Pole eines

Elektromagnets einander sehr nahe bringt, und beide gleichzeitig von derselben Seite her auf eine aufgehängte Wismuthkugel wirken lässt, so wird diese nach Reich nicht abgestossen. Obwohl also jeder Pol für sich die Kugel abstösst, so muss diese Abstossung doch durch eine andere vorläufige unmittelbare Wirkung der Pole auf das Wismuth hervorgebracht werden, die für die entgegengesetzten Pole des Elektromagnets eine entgegengesetzte ist, so dass sie durch die gleichzeitige Wirkung beider Pole gar nicht zu Stande kommt. Stellt man sich also den diamagnetischen Zustand, wie es zunächst liegt, in einer ähnlichen, wenigstens durch dieselbe imponderabele Substanz vermittelten Weise wie den magnetischen vor, so wird man an dem diamagnetischen Stabe ebenfalls einen Nordpol und einen Südpol annehmen müssen, die aber in entgegengesetzter Lage wie am Eisen an demselben hervorgerufen werden, so dass der Nordpol vor dem Nordpole des den Diamagnetismus erzeugenden Magneten und der Südpol vor dessen Südpole entstanden ist, während am Eisen vor einem Nordpole ein Südpol, vor einem Südpole ein Nordpol entsteht. Findet eine solche Magnetisirung mit verkehrter Lage der Pole wirklich statt, so ist die Abstossung der Wismuthkugel von jedem Pole, dem dasselbe genähert wird, eine nothwendige Folge der magnetischen Abstossungen und Anziehungen, und ebenso die Stellung eines Wismuthstäbchens in die äquatoriale Lage zwischen den Polen eines Elektromagneten.

Indem nämlich das Letztere z. B. in axialer Lage zwischen diese gebracht wird, würde nach der Annahme an dem dem Nordpole nächsten Ende des Stäbchens ein Nordpol, an dem entgegengesetzten ein Südpol entstehen, und die Wechselwirkung dieser mit den Polen des Elektromagnets würde an sich eine Drehung des Stäbchens um 180° nöthig machen; aber sobald dasselbe die äquatoriale Lage bei dieser Drehung passirt hat, nähert sich das bisher nordmagnetische Ende dem Südpole, das bisher südmagnetische dem Nordpole, und nach der Annahme müsste die Lage der Pole sich dann umkehren, die Drehung also dann retardirt und entgegengesetzt gerichtet werden u. s. f.; das Stäbchen könnte dann also nur in der äquatorialen Lage zur Ruhe kommen, wie es wirklich in der That der Fall ist, wenn es sich völlig frei drehen kann.

§. 312.

Um diese Erklärungsweise der diamagnetischen Erscheinungen zulässig erscheinen zu lassen, ist es daher nothwendig, das wirkliche Vorhandensein eines magnetischen Nord- und eines magnetischen Südpoles an einem Wismuthstabe nachzuweisen, wenn dieser unter der Einwirkung einer magnetisirenden Kraft steht, und zugleich, dass die Lage derselben die entgegengesetzte von der ist, welche die Pole an einem Eisenstabe unter den gleichen Umständen erhalten. Beide Nachweise sind von Weber geführt worden,

indem er fand, dass das magnetische Wismuth die Nadel eines Magnetometers ablenkt, wenn das eine Ende desselben dieser näher als das andere ist, und dass die Ablenkung derjenigen entgegengesetzt gerichtet ist, welche ein an die Stelle des Wismuths gesetzter Eisenstab hervorbringt.

Diese Versuche haben theils darin eine Schwierigkeit, dass die zu beobachtende Grösse sehr klein ist, theils aber darin, dass man jede Einwirkung der auf das Wismuth wirkenden magnetisirenden Kraft auf die Magnetometernadel aufheben muss, theils endlich darin, dass dabei nothwendig das Wismuth bewegt werden muss, dass aber dann in diesem als Leiter inducirte Ströme leicht entstehen können, welche ebenfalls ablenkend auf das Magnetometer wirken. Die erste Schwierigkeit wurde durch Anwendung eines hinreichend empfindlichen Magnetometers mit Spiegelablesung überwunden; um die zweite zu beseitigen, wurde eine längere Drahtspirale vertical zwischen den beiden Polen eines Hufeisenmagneten aufgestellt. Der Hufeisenmagnet bildete die Nadel des Galvanometers, und indem ein Strom durch die Spirale ging, konnte die Stellung dieser so regulirt werden, dass sie fast gar keine Ablenkung auf das Magnetometer ausübte, die vollständige Compensation aber wurde dadurch erreicht, dass der Draht der Spirale noch um einen verticalstehenden Rahmen in einigen Windungen geführt war, der in der Nähe der Nadel so lange verschoben wurde, bis keine Ablenkung der Nadel erfolgte, wenn ein starker Strom durch den Draht ging. Wurde nun in die Spirale ein Wismuthstab so gesteckt, dass sein unteres Ende in gleicher Höhe mit der Magnetnadel sich befand, so wurde letztere abgelenkt, wurde aber der Stab noch tiefer gesenkt, so dass sein oberes Ende in jene Höhe kam, so wurde die Nadel nach der andern Seite abgelenkt; durch Vertauschung beider Stellungen gleichzeitig mit der Umkehr der schwingenden Nadel konnte diese in allmählig grösser werdende Schwingungen gesetzt, oder auch diese Schwingungen beliebig verkleinert werden. Die Vertauschung des Wismuthstabes mit einem feinen Eisendrahte in einer der beiden Stellungen ergab alsdann die entgegengesetzte Lage der Pole in beiden.

Um aber endlich die Inductionswirkung im Wismuth als Leiter zu vermeiden, hatte die Spirale eine sehr beträchtliche Länge, und der Wismuthstab blieb immer fern von den Enden derselben; dadurch wurde bewirkt, dass er bei der Bewegung immer nur an solche Stellen kam, wo die magnetisirende Kraft überall denselben Werth hatte, so dass eine eigentliche Induction nicht stattfinden konnte.

Weber hat den Beweis noch dadurch erweitert, dass er zeigte, dass die Verschiebung des constant diamagnetischen Wismuths in einem nicht von einem Strome durchflossenen geschlossenen Leitungsdrahte Ströme entgegengesetzter Richtung inducirt, wie die Bewegung des unter denselben Umständen magnetisirten Eisens. Hierzu wurde um die magnetisirende

Spirale noch eine zweite so gewunden, dass sie der Länge nach aus zwei entgegengesetzt gewundenen Spiralen bestand, in deren einer das eine, in deren anderer das andere Ende des Stabes hin- und hergeschoben wurde; dadurch erhielten die von den beiden entgegengesetzt magnetischen Enden des Wismuths bei gleicher Bewegung inducirten Ströme in einem beide Spiralen schliessenden Multiplicator gleiche Richtung, und zugleich wurde die inducirende Wirkung einer Aenderung der Stromstärke in der diamagnetisirenden Spirale auf jene beiden Spiralen und den damit verbundenen Multiplicator compensirt. Mit der Hinundherschiebung des Wismuths in der Spirale war zugleich das Spiel eines Commutators zwischen den Inductionsspiralen und dem Multiplicator verbunden, wodurch bewirkt wurde, dass die diamagnetisch inducirten Ströme durch den letzteren immer in gleicher Richtung gingen. Die Ablenkung einer Galvanometernadel innerhalb des Multiplicators wurde beobachtet, und durch Vergleichung mit der, welche erhalten wurde, wenn das Wismuth durch Eisen ersetzt wurde, ergab sich wieder die entgegengesetzte Lage der Pole an beiden Stäben unter gleichen Umständen.

Endlich verband Weber mit beiden Versuchsreihen quantitative Vergleichungen der Stärke des Diamagnetismus im Wismuth und des Magnetismus im Eisen bei gleicher Masse beider und gleicher magnetisirender Kraft, woraus sich fast genau übereinstimmend das Resultat ergab, dass für kleine Werthe der letzteren, für welche der Magnetismus des Eisens ihr proportional gesetzt werden kann, der Diamagnetismus des Wismuths etwa $2\frac{1}{2}$ millionenmal schwächer ist, vorausgesetzt, dass der Diamagnetismus der magnetisirenden Kraft proportional ist, was in der That durch verschiedene Versuche wahrscheinlich gemacht ist.

§. 313.

Nachdem also diese Versuche gezeigt haben, dass das diamagnetische Wismuth als ein wahrer Magnet nur mit verkehrter Lage der Pole zu betrachten ist, entsteht die Frage, ob eine der beiden Theorieen des Magnetismus eine solche Magnetisirung erklären kann, oder ob eine neue Theorie desselben entwickelt werden muss, die auch diese Erscheinungen mit umfasst.

In dieser Beziehung sieht man sogleich, dass die Theorie der magnetischen Materien die Erscheinungen zu erklären nicht im Stande ist, denn es ist die nothwendige Grundlage derselben, dass gleichartige Magnetismen sich abstossen, ungleichartige sich anziehen; um aber die diamagnetischen Erscheinungen darnach zu erklären, müsste man annehmen, dass im Wismuth zuerst die gleichnamigen Magnetismen sich anzögen, und die ungleichnamigen sich abstiessen, um den Diamagnetismus hervorzubringen, dann aber wieder die normale Wirkung einträte.

Dasselbe scheint auch zu gelten, wenn man den Magnetismus durch Molecularströme hervorgebracht annimmt, indem die in den unmagnetischen Körpern vorhandenen Molecularströme unabhängig von der Natur dieser durch andere Ströme in gleicher Weise gerichtet werden müssen, und die Theorie für die Erklärung der magnetischen Erscheinungen das Vorhandensein von Molecularströmen auch im nicht magnetischen Eisen und den andern magnetisirbaren Körpern verlangt.

Denken wir uns aber einen Körper, in welchem noch keine Molecularströme vorhanden sind, aber in nicht drehbaren Bahnen um die Molecüle erzeugt werden können, so muss nach den Inductionsgesetzen die Richtung dieser Ströme, die unter der Einwirkung einer äussern inducirenden Ursache entstehen, gerade die entgegengesetzte von der sein, in welche dieselbe äussere Ursache schon vorhandene drehbare Ströme richten würde.

Die den Diamagnetismus hiernach bedingenden inducirten Molecularströme unterscheiden sich dann von den gewöhnlichen inducirten Strömen wesentlich dadurch, dass sie, weil sie keinen Leitungswiderstand zu überwinden haben, nicht wie diese mit der inducirenden Bewegung verschwinden, sondern so lange fortdauern, bis sie durch eine entgegengesetzt inducirende Bewegung, z. B. die Entfernung von dem inducirenden Magnete, wieder aufgehoben werden.

Es können daher die diamagnetischen Erscheinungen eine Erklärung aus der Theorie der magnetischen Molecularströme finden, wenn man annimmt, dass in den des Diamagnetismus fähigen Körpern die neutrale Elektricität in Ruhe sei, aber in nicht drehbaren Bahnen um die Molecüle in Bewegung gesetzt werden könne. Dadurch gewinnt dann die Theorie der Molecularströme in der Lehre vom Magnetismmus eine wichtige Unterstützung.

Eine Folgerung aus dieser Theorie des Diamagnetismus würde die sein, dass die Stärke desselben der diamagnetisirenden Kraft wenigstens nahezu proportional sein müsse. Daraus folgt dann aber, da dieses für den Magnetismus nicht der Fall ist, dass, wenn in einem Körper drehbare Molecularströme vorhanden sind, ausserdem aber noch neutrale ruhende Elektricität, die durch inducirende Kräfte in Bewegung gesetzt werden kann, ein solcher Körper unter der Einwirkung schwacher magnetischer Kräfte sich magnetisch, unter der Einwirkung starker dagegen sich diamagnetisch verhalten muss. Wenn also ein solcher Körper einem Pole eines starken Elektromagneten allmählig genähert wird, so muss derselbe zuerst angezogen, und bei grösserer Annäherung abgestossen werden. Diese eigenthümliche Erscheinung ist in der That von Plücker an verschiedenen Körpern, z. B. Holzkohle, beobachtet worden.

§. 314.

Nach den vielfachen Versuchen Faraday's, Plücker's und Anderer ist es sehr wahrscheinlich, dass alle Körper sich entweder magnetisch, oder diamagnetisch, oder auch wie die Kohle nach Umständen bald magnetisch, bald diamagnetisch verhalten, dass also kein Körper indifferent gegen magnetische Kräfte sich verhält. Indess sind bei den meisten Körpern die magnetischen oder diamagnetischen Wirkungen sehr schwach. Besonders magnetisch zeigen sich alle Eisenverbindungen, aber doch in beträchtlich geringerem Grade als das metallische Eisen. Plücker hat viele Vergleichungen in dieser Hinsicht so angestellt, dass er genau gleiche und gleichgeformte Volumina der verschiedenen Körper, namentlich Flüssigkeiten, an einer empfindlichen Wage äquilibrirte, und dann die Zunahme oder Abnahme des Gewichts bestimmte, wenn unter dieselben der eine Pol eines starken Elektromagneten gebracht wurde. Auf diese Weise fand er verschiedene Eisenlösungen in verschiedenen Graden schwach magnetisch, dagegen Wasser, Alkohol und Andere diamagnetisch. Das Glas ist je nach seiner Zusammensetzung bald magnetisch, bald diamagnetisch; und da dasselbe gewöhnlich als Gefäss bei derartigen Untersuchungen angewandt wird, so muss immer das Verhalten desselben zunächst für sich bestimmt, und dann bei der beobachteten Wirkung in Abrechnung gebracht werden.

Auch die magnetische oder die diamagnetische Natur der Gase ist, besonders von Faraday, erkannt worden, indem er dieselben, nachdem sie durch geringen Zusatz von sichtbaren Gasen, z. B. Salmiakdämpfen, sichtbar gemacht waren, zwischen den Polen eines Elektromagneten aufsteigen liess, und die Abweichungen derselben vom gradlinigen Aufsteigen in axialer oder äquatorialer Richtung beobachtete. So fand er namentlich den Sauerstoff magnetisch. In ähnlicher Weise erkennt man den Diamagnetismus der eine Flamme bildenden Gase, indem man diese zwischen die einander genäherten Pole eines Elektromagneten bringt, wodurch sie in axialer Richtung zusammengedrückt, in äquatorialer ausgebreitet oder in zwei Zweige zu beiden Seiten der axialen Geraden gespalten wird.

In den nicht im regulairen System krystallisirenden Körpern stehen die Richtungen, in welchen der Magnetismus oder Diamagnetismus der Körper am leichtesten erregt werden kann, gewöhnlich in Beziehung zu den krystallographischen Achsen der Körper.

Namentlich stellt sich die optische Achse der einachsigen Krystalle entweder axial oder äquatorial, wenn ein solcher zwischen den Polen eines Elektromagneten aufgehängt wird. Faraday hat hierauf die Annahme einer besondern Magnetkrystallkraft gegründet; aus Knoblauch's Versuchen ist es aber wahrscheinlich geworden, dass diese Wirkung von einer ungleichen Dichtigkeit in verschiedenen Richtungen herrührt, indem das ungleiche

Zusammenpressen in verschiedenen Richtungen ähnliche Verschiedenheiten der Richtungen in magnetischer Hinsicht hervorruft.

§. 315.

Auf durchsichtige Körper übt eine magnetisirende Kraft eine eigenthümliche ebenfalls von Faraday entdeckte Wirkung aus, wodurch sie ähnliche Eigenschaften für das Licht erhalten, wie sie der Quarz in der Richtung seiner optischen Achse und andere Körper haben.

Steckt man nämlich ein Prisma von Glas, besonders von einem besondern borsauren und bleihaltigen Glase (Faraday'sches Glas), in einen seiner Länge nach durchbohrten Eisenkern, der durch einen starken galvanischen Strom zu einem Elektromagneten gemacht wird, und lässt auf die eine Endfläche des Prismas linear polarisirtes Licht fallen, so wird, wenn der Elektromagnet in Thätigkeit gesetzt ist, die Polarisationsebene gedreht, und zwar nach derjenigen Richtung hin, welche den Molecularströmen des Magneten zukommt. Da die Drehung von der Richtung der umkreisenden Ströme, nicht aber von der Richtung des Strahles abhängt, so kann man dieselbe zum Behuf der Beobachtung vergrössern, wenn man den Strahl durch Reflexion in dem Glase ein oder mehrere Male hin- und hergehen lässt, ein Mittel, welches bei den an sich die Polarisationsebene drehenden Körpern nicht anwendbar ist.

Die Grösse der Drehung ist für verschiedene Körper verschieden; in einem selben Körper aber ist sie, vorausgesetzt, dass er seiner ganzen Länge nach unter einer constanten oder wenigstens nahe constanten magnetisirenden Kraft steht, seiner Länge proportional, für verschiedenfarbige Strahlen aber wie die der gewöhnlichen Drehung, verschieden, endlich ist sie der Grösse der magnetisirenden Kraft proportional.

Wird ein Körper zu diesen Versuchen gebraucht, der an sich die Polarisationsebene schon dreht, so wird durch den magnetischen Einfluss die Grösse der Drehung je nach der Richtung des magnetisirenden Stromes vergrössert oder verkleinert.

Auch an geradlinig polarisirten Wärmestrahlen ist von De la Provostaye und Desains eine ähnliche Drehung der Polarisationsebene durch magnetische Kräfte erkannt worden.

Wie man sich das Zustandekommen dieser Wirkungen vermittelt denken muss, ist noch unsicher. Denkt man sich den linear polarisirten Lichtstrahl aus zwei entgegengesetzt circular polarisirten zusammengesetzt, die unter gewöhnlichen Umständen mit gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit begabt sind, so würde man die Erscheinung so aussprechen können, dass unter der Einwirkung der magnetischen Kräfte die Fortpflanzungsgeschwindigkeit desjenigen dieser, in welchem die Bewegung der Aethertheilchen in derselben Richtung erfolgt, wie die Bewegung der positiven Elektricität in

der magnetisirenden Spirale vergrössert, die des mit entgegengesetzt circulirenden Aethertheilchen verkleinert wird. Eine unmittelbare Wirkung der magnetischen Kraft auf die Aetherschwingungen dürfte aber wohl schwerlich angenommen werden können.

Achtes Capitel.

Von den physiologischen Wirkungen der galvanischen Ströme und der thierischen Elektricität.

§. 316.

Wenn der menschliche oder thierische Organismus oder ein Theil desselben in den galvanischen Schliessungsbogen eingeschaltet, und die Kette geschlossen oder geöffnet wird, so werden an jenem eigenthümliche Wirkungen hervorgebracht. Diese zeigen sich theils in unwillkürlichen Zuckungen der Muskeln, theils in Empfindungen.

Geht der Strom der Säule vorzugsweise durch den Nerven eines bestimmten Sinnesorganes, z. B. des Auges oder des Ohres, so erhält man eine diesem Organe entsprechende Empfindung. Stemmt man z. B. ein Stück Kupfer zwischen die untere Lippe und Kinnlade, ein Stück Zink in den innern benetzten Augenwinkel, so sieht man, wenn beide Metalle äusserlich zur Berührung gebracht, oder von einander getrennt werden, einen Lichtschein. Dasselbe ist auch der Fall, wenn die Poldrähte einer Säule unter und über dem Auge angelegt werden, und man die Säule abwechselnd öffnet und schliesst. Werden dieselben in die Ohren eingeführt, so vernimmt man statt dessen ein Geräusch; die Zunge, zwischen zwei ungleiche sich berührende Metalle eingeschaltet, empfindet auf der einen Seite einen sauren, auf der andern einen alkalischen Geschmack, u. s. f.; die letztere Empfindung mag freilich wohl mehr eine Folge der elektrolytischen Zersetzung als eine primaire Wirkung auf die Geschmacksnerven sein.

In den übrigen Theilen des eingeschalteten Körpers bemerkt man beim Schliessen und Oeffnen der Kette eine schlagartige Empfindung, die bei Anwendung kräftiger Ströme schmerzlich, ja so heftig werden kann, dass Lähmungen daraus entstehen können, und kleinere Thiere dadurch getödtet werden. Während dagegen ein constanter Strom durch den Körper geht, hat man eine weit schwächere Empfindung, die sogar bei schwächeren Strömen kaum wahrgenommen wird. Es ist also vorzugsweise eine Veränderung in der Stärke eines durch den Organismus gehenden Stromes, welche merkliche Wirkungen auf diesen hervorbringt.

Auch zu medicinischen Zwecken, besonders zur Heilung von Lähmungen, macht man von den Wirkungen der entstehenden und verschwindenden Ströme auf den Organismus Anwendungen. Bedient man sich dazu einer gewöhnlichen Säule, die dann, um starke Ströme zu liefern, wegen des beträchtlichen Leitungswiderstandes des Organismus aus vielen Elementen bestehen muss, deren Oberfläche aber nicht gross zu sein braucht, so muss man noch einen Apparat mit einschalten, der ein rasches Unterbrechen und Wiederschliessen der Kette erlaubt, z. B. das sogenannte Blitzrad.

Noch bequemer aber sind zu diesem Zweck die inducirten Ströme, sowohl solche, welche durch abwechselndes Stromentstehen und Verschwinden, als auch solche, die durch magnetoelektrische Maschinen inducirt werden. Für die Anwendung der ersteren ist ein von Neeff angegebener Apparat zweckmässig, der aus zwei neben einander um einen Eisenkern aufgewundenen Drahtspiralen besteht, von denen die eine als Inductionsspirale dient, die andere als inducirende. Zu diesem Zwecke wird der durch die galvanische Säule und diese Spirale gehende Strom durch zwei sich berührende Drähte geleitet, von denen aber der eine, der leicht vom andern abgehoben werden kann, sich selbst überlassen aber durch eine Feder wieder in Berührung mit diesem gebracht wird, ein Eisenstückchen gegenüber dem einen Ende des Eisenkerns der Spiralen trägt. Bei Herstellung des Stromes wird letzterer magnetisch, hebt durch das Eisenstückchen den beweglichen Draht, und unterbricht dadurch den Strom; indem aber dann der Magnetismus wieder verschwindet, fällt der Draht wieder zurück, und stellt so den Strom her. Dadurch werden dann sehr rasch hintereinander entgegengesetzte Ströme in der zweiten Spirale, wenn diese durch einen Leiter geschlossen ist, inducirt, die freilich ohne Hinzufügung eines zweiten Commutators abwechselnd entgegengesetzt gerichtet sind, was jedoch in der Regel für die physiologischen Wirkungen Nichts schadet. Der schliessende Organismus empfindet dann fortdauernde Zuckungen, namentlich Contractionen der vom Strome betroffenen Muskeln, die bei raschem Wechsel und grosser Intensität der inducirten Ströme z. B. die Hände geschlossen erhalten, mit denen man die an der Inductionsspirale befestigten leitenden Handhaben hält. Da die Haut des Körpers im trockenen Zustande nur schlecht leitet, so ist es in der Regel für die physiologischen Versuche zweckmässig, sie an den Stellen, welche mit den Leitungsdrähten der Apparate, denen man eine grosse Oberfläche giebt, in Berührung kommen, mit gesäuertem Wasser oder einer Salzlösung zu befeuchten.

Die Inductionströme des eben genannten Neeff'schen Apparates werden durch den im Eisenkerne entstehenden und verschwindenden Magnetismus bedeutend verstärkt; man versieht daher auch andere zu ähnlichem Gebrauche bestimmte Inductionsspiralen in der Regel mit solchen Eisenkernen, wenn diese auch für den Apparat an sich nicht durchaus nöthig sind. Auf

den ersten Blick kann es dabei auffallend erscheinen, dass diese Eisenkerne sich viel wirksamer erweisen, wenn sie aus vielen neben einander gelegten und von einander isolirten Eisendrähten bestehen, als wenn sie massiv sind. Es ist dieses aber die Folge davon, dass im ersteren Falle die im Eisen als Leiter inducirten Ströme, welche immer entgegengesetzte Richtung wie die den Magnetismus hervorrufenden Molecularströme besitzen, bedeutend geschwächt werden, während sie im massiven Eisen ungehindert hervorgebracht werden, und also die Inductionswirkung auf die eigentliche Inductionsspirale schwächen müssen.

Auch bei den magnetoelektrischen Maschinen hat man sich mit Vortheil solcher Drahtbündel statt massiver Eisenkerne wohl bedient.

§. 317.

Die Reizbarkeit des Organismus durch den galvanischen Strom ist für die Physiologie vorzugsweise deshalb von Interesse, weil sie im Zusammenhange mit der Lebensthätigkeit steht. Nach dem Tode erlischt sie allmälig, aber nicht momentan, und bei verschiedenen Thieren ungleich schnell. Wenn man z. B. die bloss gelegten Beinmuskeln eines frisch getödteten Frosches mit einem Metalle, und die Rückenmarksnerven desselben mit einem andern Metalle berührt, so zuckt das Bein, wenn beide Metalle mit einander zur Berührung gebracht, oder wieder von einander getrennt werden. Längere Zeit nach dem Tode werden aber die Zuckungen in diesen Fällen allmälig schwächer, und hören endlich ganz auf.

Dieser von Galvani zuerst angestellte Versuch hat den Anstoss zur Ausbildung der Lehre von der Berührungselektricität, zur Erfindung der Volta'schen Säule und damit zur Entwickelung der Lehre von den elektrischen Strömen gegeben.

Als er zuerst angestellt war und bekannt wurde, wusste man von diesen fast noch Nichts, und jener viel Aufsehen erregende Versuch wurde in zwiefacher Weise gedeutet. Volta erkannte darin eine Wirkung der Berührungselektricität, und seine vorzugsweise von den Physikern angenommene Vorstellung und die Bemühungen, diese zu rechtfertigen, führten zur Entdeckung jenes wichtigen Gebietes der Elektricität. Galvani selbst bildete sich aber eine andere Vorstellung, welche die Hauptwirkung an das Wesen des Organismus knüpfte. Um diese Vorstellung zu rechtfertigen, bemühte er sich, ohne Mitwirkung von Metallen dieselbe Erscheinung hervorzubringen, und wirklich gelang es ihm, ein frisches Froschpräparat in Zuckungen zu versetzen, nur dadurch, dass er den Querschnitt eines Nerven mit der Aussenfläche eines bloss gelegten Muskels in Berührung brachte.

Bei den glänzenden Fortschritten der Volta'schen Theorie blieben jedoch die dahin zielenden Versuche Galvani's längere Zeit ziemlich unbeachtet, und erst später wurden sie von Nobili, Matteucci und besonders neuerlich

von Dubois-Reymond weiter verfolgt, indem diese nachwiesen, dass auch bei blossen Berührungen verschiedener organischer Theile elektromotorische Kräfte thätig sind, welche wahre elektrische Ströme hervorbringen, die z. B. durch ein Galvanometer merkbar gemacht werden können.

Der Letztere ist durch seine ausgedehnten und genauen Untersuchungen zu dem allgemeinen Resultate gelangt, dass jeder auch noch so kleine Theil eines Muskels oder eines Nerven bis zu einer gewissen Zeit nach dem Tode einen elektrischen Strom zu liefern vermag, wenn die der Längsrichtung parallele Aussenseite desselben oder eine durch einen dieser parallelen Schnitt erhaltene Fläche in leitende Verbindung mit der äussern Querfläche oder einer dieser parallelen Schnittfläche gebracht wird. Bei der Berührung je zweier solcher Flächen werden daher elektromotorische Kräfte thätig. Da nun im Organismus zwischen diesen verschiedenartigen Flächen eine Menge leitender Verbindungen bestehen, so müssen in demselben stets eine Menge von elektrischen Strömen circuliren, von denen jedoch selbst an einem einzelnen isolirten Muskel oder Nerven immer nur Theile durch Nebenschliessung äusserlich merklich gemacht werden können. Da die elektromotorischen Kräfte der einzelnen Theile des Organismus wie ihre Reizbarkeit nach dem Tode erlöschen, so ist es sehr wahrscheinlich, dass dieselben für das Leben selbst in physiologischer Hinsicht eine wichtige Rolle haben.

Die elektromotorische Kraft eines Muskels erlahmt, wenn derselbe durch einen elektrischen Strom oder auch sonst contrahirt wird; daraus ergiebt sich ein Mittel, den Muskelstrom an einem lebenden Menschen sichtbar zu machen. Indem man nämlich mit beiden Händen zwei metallische Handhaben fasst, die an den Enden eines Multiplicatordrahtes befestigt sind, so gewährt man sämmtlichen im Körper, namentlich in den Armen, existirenden Strömen eine Nebenschliessung; allein die Richtung derselben ist in beiden Armen entgegengesetzt, sie heben sich also im Multiplicatordrahte auf. Contrahirt man aber den einen Arm, und schwächt dadurch die elektromotorischen Kräfte in demselben, so macht sich nun der Muskelstrom des nicht contrahirten Armes durch eine Ablenkung der Galvanometernadel merklich. Durch abwechselndes Contrahiren des einen und andern Armes, indem man umwechselt, wenn die schwingende Nadel die Schwingungsrichtung umkehrt, kann man so die Schwingungen der Nadel vergrössern, oder nach Belieben verkleinern und umkehren.

§. 318.

In ganz besonderer Weise sind die elektromotorischen Kräfte bei einigen Fischen, den elektrischen Fischen, Zitteraalen und Zitterrochen, entwickelt. Diese haben die Fähigkeit, elektrische Entladungen in einem verschiedene Theile ihrer Oberfläche mit einander verbindenden Leiter mit grosser In-

tensität hervorzubringen. Sie haben dazu eigene Organe von säulenartigem Baue, aus abwechselnden Schleimschichten und dünnen Blättchen zusammengesetzt, welche ähnliche Wirkungen wie die Volta'sche Säule besitzen. Bei den Rochen ist die Längsrichtung der Säulen vom Rücken zum Bauche gewendet, bei den Aalen vom Kopfe zum Schwanze; in eben diesen Richtungen gehen auch die Ströme mit besonderer Intensität, wenn bei den ersteren Bauch und Rücken, bei den letzteren Kopf und Schwanz durch einen Leiter verbunden werden. Die Ströme sind so kräftig, dass man dadurch Funken, chemische Wirkungen, Magnetisirungen hervorgebracht hat. Es ist aber bemerkenswerth, dass die Entladungen durch willkürliche Acte der Fische hervorgebracht werden, wovon man sich dadurch überzeugt hat, dass man durch Reizungen die Thiere dazu veranlassen kann. Bei rascher fortdauernder Aufeinanderfolge der Entladungen verlieren diese allmählig an Stärke, die elektrische Kraft des Thieres erlahmt für eine Zeitlang.

Im Wasser, worin die Thiere überall von Leitern umgeben sind, können sie Entladungsströme von merklicher Intensität durch einen grösseren oder geringeren sie umgebenden Raum gehen lassen. Sie betäuben dadurch kleinere Thiere in diesem Umkreise, und verschaffen sich auf diese Weise ihre Nahrung. Die allmählige Ermattung der Fische durch fortgesetzte Entladungen benutzt man in Guyana zum leichten Fange der Gymnoten, wie es von A. von Humboldt malerisch in seinen Ansichten der Natur beschrieben ist.

Inhaltsverzeichniss.

Seite

Einleitung 1

Erster Abschnitt. Von der Schwere.

Erstes Capitel. §§. 1—16. Vom Falle der Körper 7

Zweites Capitel. §§. 17—30. Von den drehenden Bewegungen 24

Drittes Capitel. §§. 31—38. Von der Verschiedenheit der Schwere an verschiedenen Punkten der Erde und der allgemeinen Gravitation 50

Zweiter Abschnitt. Von den Aggregatzuständen der Körper.

Erstes Capitel. §§. 39—56. Von den festen Körpern 69

Zweites Capitel. §§. 57—73. Von den tropfbarflüssigen Körpern. . . 98

Drittes Capitel. §§. 74—91. Von den gasförmigen Körpern 126

Dritter Abschnitt. Vom Schalle.

Erstes Capitel. §§. 92—102. Von der Erregung des Schalles 160

Zweites Capitel. §§. 103—112 Von der Ausbreitung und Wahrnehmung des Schalles 185

Vierter Abschnitt. Vom Lichte.

Erstes Capitel. §§. 113—126. Von der Fortpflanzung und der Reflexion des Lichtes 205

Zweites Capitel. §§. 127—140. Von der Brechung des Lichtes. . . . 238

Drittes Capitel. §§. 141—147. Von der Wahrnehmung des Lichtes 284

Viertes Capitel. §§. 148—154. Von der Interferenz des Lichtes . . . 302

Fünftes Capitel. §§. 155—165. Von der Polarisation des Lichtes . . 319

Sechstes Capitel. §§. 166—176. Von der Doppelbrechung des Lichtes 354

Siebtes Capitel. §§. 177—178. Von den chemischen Wirkungen des Lichtes. 381

Fünfter Abschnitt. Von der Wärme.

Erstes Capitel. §§. 179—187. Von der Temperatur und dem Maasse derselben 384

Zweites Capitel. §§. 188—201. Von der Aenderung des Aggregatzustandes durch die Wärme und der Calorimetrie 405

Drittes Capitel. §§. 202—207. Vom Verhältniss der Wärme zur mechanischen Arbeit. 432

Viertes Capitel. §§. 208—220. Von der Bewegung der Wärme 448

Seite

Sechster Abschnitt. Von der Reibungselektricität.

Erstes Capitel. §§. 221—229. Von der Erregung und Erkennung der Reibungselektricität 475

Zweites Capitel. §§. 230—237. Von der Erregung der Elektricität in grösserer Menge und ihrer Verstärkung 497

Drittes Capitel. §§. 238—243. Von den Wirkungen der elektrischen Entladung 517

Anhang. §§. 244—245. Von der Luftelektricität 529

Siebter Abschnitt. Vom Magnetismus.

Erstes Capitel. §§. 246—255. Von der Wirkung der Magnete auf einander und auf Eisen 533

Zweites Capitel. §§. 256—261. Vom Erdmagnetismus 563

Achter Abschnitt. Von der Berührungselektricität und den elektrischen Strömen.

Erstes Capitel. §§. 262—267. Von der Erregung der Elektricität durch Berührung und der Stromentstehung 579

Zweites Capitel. §§. 268—277. Von der magnetischen Richtkraft der Ströme und der Messung der Stromstärke 592

Drittes Capitel. §§. 278—281. Vom Leitungswiderstande und dem Einflusse desselben auf die Stromstärke 617

Viertes Capitel. §§. 282—287. Von den chemischen Wirkungen galvanischer Ströme 630

Fünftes Capitel. §§. 288—295. Von den Licht- und Wärmeerscheinungen der galvanischen Ströme und der Thermoelektricität 643

Sechstes Capitel. §§. 296—303. Von der magnetisirenden Wirkung elektrischer Ströme 655

Siebtes Capitel. §§. 304—315. Von der Induction und dem Diamagnetismus 670

Achtes Capitel. §§. 316—318. Von den physiologischen Wirkungen der galvanischen Ströme und der thierischen Elektricität 698

Sinnstörende Druckfehler.

Seite 4 Zeile 2 v. u. ist: beschleunigt einzuschalten
„ 15 „ 15 v. u. lies: $A+B+p$ statt: $A+B=p$.
„ 32 „ 22 v. u. „ AB oder CD statt: AB und CD.
„ 32 „ 21 v. u. „ Gerade statt: Ebene.
„ 39 „ 16 v. u. „ $(2CDa+CD^2):(2EFa+EF^2)$ statt: $(2CDa-CD^2):(2EFa-EF^2)$.
„ 62 „ 3 v. u. „ $NL'M$ statt: NLM.
„ 80 „ 13 v. o. „ $\varpi\frac{l}{\sqrt{\alpha g M}}$ statt: $\varpi\frac{1}{\sqrt{\alpha g M}}$.
„ 108 „ 6 v. o. „ p'' statt: v''.
„ 268 „ 1 v. o. „ $AHGDCIK$ statt: F.
„ 269 und 270 Figur 26 zwischen A und D lies: M' statt: M.
„ 308 Zeile 15 v. o lies: Lichttheilchen statt: Lichtstrahlen.
„ 309 „ 5 v. u. lies: nicht bewegten, statt: bewegten.
„ 315 „ 9, 11, 16, 17 und 20 v. u. lies: t statt: τ.
„ 331 „ 17 v. u. lies beide Male: ch statt; ah.
„ 331 „ 7 v. u. lies: $c\beta'$ statt: $b\beta'$.
„ 331 Figur 35 fehlt: b auf AB.
„ 334 Figur 37 müssen be und ce senkrecht auf einander sein.
„ 356 Zeile 1 v. u. und Seite 357 Zeile 2 v. o. lies: d statt: D.
„ 404 Zeile 20 v. o. lies: ungeänderter statt: umgeänderter.
„ 406 „ 18 v. u. „ unter statt: bei.
„ 441 „ 6 v. o. „ der Druck statt: das Volumen.
„ 455 Figur 53 lies: c'' statt: E.
„ 455 Zeile 14 v. u. lies: 53 statt: 55.
„ 491 „ 10 v. o. „ Geraden statt: Grade.
„ 492 „ 9 v. o. „ und statt: oder.
„ 599 „ 19 v. o. hinter: werden, ist einzuschalten: auf die Nadel ausüben,.
„ 604 „ 9 v. u. ist: und, zu streichen.
„ 620 „ 2 v. o. lies: $2al$ statt: $\frac{al}{2}$.
„ 620 „ 3 v. o. „ $\frac{al}{2}$ statt: $2al$.
„ 636 „ 4 v. u. „ w_1 statt: w.

De la Haye.